

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Улан-Удэнский колледж железнодорожного транспорта -
филиал Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Иркутский государственный университет путей сообщения»
(УУКЖТ ИрГУПС)



Т.Ю. Мартынова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических работ

учебного предмета ОУП.04 Математика

для специальности

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Технологический профиль

Углубленный уровень

Очная форма обучения на базе основного общего образования

Улан-Удэ – 2022

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.

00a73c5b7b623a969ccad43a81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00

Подпись соответствует файлу документа



УДК 51 (07)
ББК 74.262.21
М29

Мартынова Т.Ю.

М29 **ОУП.04 Математика** [Текст]: Методические рекомендации по выполнению практических работ для обучающихся очной формы обучения специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)/ Т.Ю. Мартынова; Улан-Удэнский колледж железнодорожного транспорта ИрГУПС. – Улан-Удэ: Сектор информационного обеспечения учебного процесса УУКЖТ ИрГУПС, 2022. – 39 с.

В методическом пособии приводятся задания для практических работ по математике с указанием цели, рекомендациями повторения теоретического материала с указанием источника. Каждая практическая работа разработана в двух вариантах.

Предназначено для обучения студентов 1 курса среднего профессионального образования.

УДК 51 (07)
ББК 74.262.21

Рассмотрено на заседании ЦМК протокол №5 от 19.04.22 и одобрено на заседании Методического совета колледжа протокол №5 от 20.04.22

© Мартынова Т.Ю., 2022
©УУКЖТ ИРГУПС, 2022

Содержание

Пояснительная записка.....	5
Практическая работа 1 Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений	9
Практическая работа 2 Решение задач по теме «Комплексные числа»	10
Практическая работа 3 Вычисление степени с действительным показателем, действий над степенями (с использованием при необходимости справочных материалов и простейших вычислительных устройств)	11
Практическая работа 4 Решение иррациональных и показательных уравнений (простейшие уравнения на определение)	12
Практическая работа 5 Вычисление логарифмов (с использованием при необходимости справочных материалов и простейших вычислительных устройств). Решение задач на использование правил действий с логарифмами, формул перехода к новому основанию.	13
Практическая работа 6 Преобразование показательных и логарифмических выражений. Решение прикладных задач	14
Практическая работа 7 Вычисление синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа (с использованием при необходимости справочных материалов и простейших вычислительных устройств)	15
Практическая работа 8 Вычисление значений и тождественные преобразования тригонометрических выражений	16
Практическая работа 9 Вычисление арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа	17
Практическая работа 10 Вычисление значения функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции; определение свойств числовых функций, описание с помощью функций различных зависимостей между переменными в реальных процессах из смежных дисциплин, представление их графически, интерпретация график	18
Практическая работа 11 Решение иррациональных уравнений и неравенств	19
Практическая работа 12 Решение показательных уравнений и неравенств	20
Практическая работа 13 Решение логарифмических уравнений и неравенств	21
Практическая работа 14 Решение тригонометрических уравнений и неравенств	22
Практическая работа 15 Вычисление пределов последовательностей и функции	23
Практическая работа 16 Вычисление производной функций	24
Практическая работа 17 Решение задач на применение производной для проведения приближенных вычислений. Решение задач прикладного характера (социально-экономических, физических) на нахождение наилучшего решения (наибольшего и наименьшего значения), на нахождение скорости и ускорения, а также задач на геометрический смысл производной. (в форме практической подготовки)	25
Практическая работа 18 Полное исследование функции и построение графиков	26
Практическая работа 19 Вычисление неопределенных интегралов	28

Практическая работа 20 Вычисление определенных интегралов.	29
Практическое занятие 21 Решение геометрических задач на применение определенного интеграла	30
Практическое занятие 22 Решение физических задач на применение определенного интеграла (в форме практической подготовки)	31
Практическое занятие 23 Решение комбинаторных задач (на перебор вариантов и на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний).	32
Практическое занятие 24 Решение задач по теме «Бином Ньютона»	33
Практическое занятие 25 Решение задач на нахождение вероятности события	34
Практическое занятие 26 Использование координат и векторов при решении задач (математических и прикладных)	35
Практическое занятие 27 Решение задач по теме «Прямые и плоскости в пространстве»	36
Практическое занятие 28 Измерение элементов многогранников, вычисление объема и площади поверхности.	37
Практическое занятие 29 Измерение элементов тел вращения, вычисление объема и площади поверхности	38
Рекомендуемая литература	39

Пояснительная записка

Методические рекомендации по выполнению практических работ разработаны в соответствии с рабочей программой учебного предмета ОУП.04 Математика специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам) и требованиями к результатам освоения программы подготовки специалистов среднего звена ФГОС среднего общего образования. Методические указания предназначены для студентов 1 курса очной формы обучения.

Цель данных методических указаний – оказать помощь студентам при выполнении практических работ и закреплении теоретических знаний по дисциплине.

Рабочей программой учебного предмета ОУП.04 предусмотрено 58 часов на проведение практических занятий (из них 4 часа в форме практической подготовки), каждое занятие рассчитано на 2 академических часа. Практические работы могут проводиться в любой аудитории, формой организации студентов на практических работах является индивидуальная.

Выполнение практических работ направлено на формирование:

Личностных результатов освоения учебного предмета, которые отражают:

Л1 сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

Л2 понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

Л3 развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Л4 овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

Л5 готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

Л6 готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной

деятельности;

Л7 готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

Л8 отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

Метапредметных результатов освоения учебного предмета, которые отражают:

М1 умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

М2 умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

М3 владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

М4 готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

М5 владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

М6 владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения;

М7 целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

Предметных результатов освоения учебного предмета, которые отражают:

П1 сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

П2 сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

П3 владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

П4 владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

П5 сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

П6 владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

П7 сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

П8 владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

П8 владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

П9 сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

П10 сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

П11 сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;

П12 сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

П13 владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;

- углубления и расширения теоретических знаний;

- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности;

- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;

- развитию исследовательских умений

Каждая практическая работа завершается составлением письменного отчета. В отчёте следует указать номер работы, тему, цель, задание, решение в соответствии с методическими указаниями. Время выполнения: 45 минут.

Критерии оценок:

«отлично» выставляется, если студент умеет самостоятельно решать практические задачи, свободно использует справочную литературу, делает обоснованные выводы из результатов расчётов;

«хорошо» выставляется, если студент умеет самостоятельно решать практические задачи с некоторыми недочётами, ориентироваться в справочной литературе, правильно оценивать полученные результаты расчётов и сделать выводы;

«удовлетворительно» выставляется, если студент с помощью преподавателя показал умения получить правильные решения конкретной практической задачи, пользоваться справочной литературой, правильно оценить полученные результаты расчётов и сделать выводы или самостоятельно с допущением ошибок;

«неудовлетворительно» выставляется, если студент не выполнил практическую задачу, не умеет пользоваться справочной литературой, делать выводы.

Практическая работа 1

Тема: Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений

Цель: Обобщить и систематизировать знания о действительных числах, закрепить умение работать с ними.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] §1
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1. Найдите значение выражения

а) $\frac{a-b}{a+b}$ при $a = -0,2$ и $b = -0,6$;

б) $2y^2 + y + 3$ при $y = -\frac{1}{3}$.

2. Выполните действия:

а) $(12 - 11\frac{4}{9}) \cdot 55,8 - 5\frac{4}{5} : (10 - 8,75)$;

б) $\frac{1\frac{1}{5} : (\frac{17}{40} + 0,6 - 0,005) \cdot 1,7}{\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3} - 1\frac{23}{30}}$;

в) $\frac{2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{5}}{3\frac{3}{5} \cdot 4\frac{2}{3} \cdot 5\frac{5}{7}}$.

3. Длина комнаты 6,2 м ($\pm 0,05$) и ширина ее 4,8 м ($\pm 0,05$). В комнате имеется печка, занимающая площадь 1,4 кв.м ($\pm 0,05$). Найти полезную площадь комнаты. Вычислить ее абсолютную и относительную погрешности вычислений.

4. Найдите относительную погрешность приближенного значения выражения $\frac{3x^2}{\sqrt{y}}$, где $x = 5$, $y = 3,1$.

5. Сравните: а) -2,3 и 4,5; б) 1,23 и 1, 203; в) -5 и -5,2; г) $\frac{4}{5}$ и $\frac{1}{3}$.

2 вариант

1. Найдите значение выражения

а) $\frac{x-y}{xy}$ при $a = -2,5$ и $b = -0,2$;

б) $3a^2 + a + 1$ при $y = -\frac{1}{4}$.

2. Выполните действия:

а) $(5,05 : \frac{1}{40} - 2,8 \cdot \frac{5}{6}) \cdot 3 + 16 \cdot 0,1875$;

б) $\frac{(1,75 \cdot \frac{2}{5} + 1,75 : 1\frac{1}{8}) \cdot 1\frac{5}{7}}{(\frac{17}{40} - 0,325) : \frac{1}{5} \cdot 0,4}$;

в) $\frac{3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 4\frac{2}{3} \cdot 5}{5\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 8}$.

3. Электрическая цепь состоит из трех последовательно соединенных проводников с сопротивлениями $r_1 = 4,8 \pm 0,05$ (Ом), $r_2 = 6,25 \pm 0,005$ (Ом), $r_3 = 7,725 \pm 0,0005$ (Ом). Вычислите общее сопротивление цепи по формуле $R = r_1 + r_2 + r_3$. Найдите R , ΔR и ϵ_R .

4. Найдите относительную погрешность приближенного значения выражения $2y^4\sqrt{x}$, где $x = 2$, $y = 0,3$.

5. Сравните: а) 1,4 и -14,5; б) 3,43 и 3,403; в) -3,4 и -4,3; г) $\frac{4}{7}$ и $\frac{2}{3}$.

Практическая работа 2

Тема: Решение задач по теме «Комплексные числа»

Цель: Обобщить и систематизировать знания о комплексных числах, закрепить умение производить действия над ними в алгебраической форме.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] §1
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

Задание	Ответы			
	1	2	3	4
1. Найдите мнимую часть числа $3-5i$	3	$5i$	$-5i$	-5
2. Найдите действительную часть числа $-7+i$	i	-7	7	1
3. Найдите сопряженное число числу $2-3i$	$-2+3i$	$-2-3i$	$2+3i$	$3-2i$
4. Вычислите $(2+i)((-6-i) + (3+2i))$	$-7-i$	$-5-i$	$-7+i$	$-5-5i$
5. Вычислите $\frac{3+5i}{2-3i}$	$-\frac{9}{13} + \frac{19}{13}i$	$\frac{9}{5} - \frac{19}{5}i$	$\frac{21}{13} + \frac{19}{13}i$	$-\frac{9}{13} + \frac{1}{13}i$
6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 13 = 0$	$x = -2 \pm 3i$	$x = 2 \pm 3i$	$x = 3 \pm 2i$	$x = -3 \pm 2i$

2 вариант

Задание	Ответы			
	1	2	3	4
1. Найдите мнимую часть числа $4+5i$	4	$5i$	i	5
2. Найдите действительную часть числа $-3+2i$	$2i$	-3	3	i
3. Найдите сопряженное число числу $4-i$	$-4+i$	$-4-i$	$4+i$	$4-i$
4. Вычислите $(1+i)((-3-i) + (5+2i))$	$3+3i$	$3-2i$	$1+3i$	$-1-i$
5. Вычислите $\frac{1+5i}{2-i}$	$-\frac{3}{5} + \frac{11}{5}i$	$\frac{7}{3} - \frac{11}{3}i$	$\frac{7}{5} + \frac{11}{5}i$	$-\frac{7}{3} + \frac{8}{5}i$
6. Решите уравнение $x^2 + 4x + 5 = 0$	$x = -2 \pm 2i$	$x = 2 \pm i$	$x = 2 \pm 4i$	$x = -2 \pm i$

Практическая работа 3

Тема: Вычисление степени с действительным показателем, действий над степенями

Цель: Обобщить и систематизировать знания о степенях с действительным показателем, отработать умение производить действия над степенями.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл 2, §15
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1) Вычислите:

а) 2^{-3} ; б) $8^{\frac{2}{3}}$; в) $0,01^{-\frac{1}{2}}$

2) Упростите выражение:

а) $(\sqrt[5]{a^2})^{-2,5}$; б) $a^{\frac{3}{7}} \cdot \sqrt[14]{a^5}$

3) Представьте в виде суммы:

а) $(m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}})^2$; б) $(1 + c^{\frac{1}{3}})^2$

4) Вычислите:

$64^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{2}} \cdot (8^\circ)^{-3}$

5) Упростите выражение:

$$\left(\frac{b^{0,5} + 3}{b^{1,5} - 3b} - \frac{b^{0,5} - 3}{b^{1,5} + 3b} \right) \cdot \frac{b - 9}{b^{0,5}}$$

2 вариант

1) Вычислите:

а) 4^{-3} ; б) $121^{\frac{1}{2}}$; в) $0,001^{-\frac{1}{3}}$

2) Упростите выражение:

а) $(\sqrt[4]{a^3})^{-\frac{4}{3}}$; б) $a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[8]{a^5}$

3) Представьте в виде суммы:

а) $(1 - b^{\frac{1}{2}})^2$; б) $(a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{3}})^2$

4) Вычислите:

$625^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} \cdot (32^\circ)^{-5}$

5) Упростите выражение:

$$\left(\frac{3}{a - 3a^{0,5}} - \frac{a^{1,5}}{a^2 - 9a} \right) : \frac{a^{0,5}}{a^{0,5} + 3}$$

Практическая работа 4

Тема: Решение иррациональных и показательных уравнений

Цель: отработать навыки решения простейших иррациональных и показательных уравнений.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл 2, §15
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1) Решите иррациональные уравнения:

а) $\sqrt{x} = 3$; б) $\sqrt[3]{x-2} = 2$; в) $\sqrt{x^2-4} - 1 = 0$.

2) Решите показательные уравнения:

а) $3^{6-x} = 3^{3x-2}$ б) $\sqrt{5^x} = \frac{1}{125}$ в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x^2+x-0,5} = \frac{\sqrt{7}}{7}$
г) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$; д) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-3}$ е) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$

2 вариант

1) Решите иррациональные уравнения:

а) $\sqrt{x} = 4$; б) $\sqrt[3]{x-1} = 3$; в) $\sqrt{x^2-9} - 4 = 0$.

2) Решите показательные уравнения:

а) $2^{6-x} = 2^{x-2}$ б) $\sqrt{3^x} = \frac{1}{81}$ в) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+x} = \frac{\sqrt{2}}{4}$
г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{5}{16}\right)^x = \frac{1}{64}$; д) $\left(\frac{5}{7}\right)^{3x+5} = \left(\frac{7}{5}\right)^{4x-3}$ е) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{7^x} = 196$

Практическая работа 5

Тема: Вычисление логарифмов. Решение задач на использование правил действий с логарифмами, формул перехода к новому основанию

Цель: отработать навыки вычисления логарифмов, использования правил действия с логарифмами, свойств логарифма, формулы перехода к новому основанию.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику[1.1] гл 2,§17
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

- 1)Вычислите: $(2^{\log_2 5})^2$
- 2)Вычислите: $\lg 20 + \lg 2 - \lg 0,04$
- 3)Найдите x : $\lg x = 5\lg 2 - \lg 2$
- 4) Прологарифмировать выражение:

$$x = \left(\sqrt[3]{\frac{10}{a}} \right)^5$$

- 5)Сравните числа: $\log_2 3$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5}$

6)Положительное число b записано в стандартном виде $b = b_0 \cdot 10^n$, где $1 \leq b_0 < 10$ и n - целое число. Найдите десятичный логарифм числа b :

- a) $b = 9 \cdot 10^2$;
- б) $b = 9 \cdot 10^{-3}$;

2 вариант

- 1)Вычислите: $27^{\log_3 2}$
- 2)Вычислите: $\log 4 \log_9 81 + \log_3 \sqrt{3}$
- 3)Найдите x , если $\lg x = \frac{1}{2}\lg 9 - \frac{2}{3}\lg 8$
- 4) Прологарифмировать выражение:

$$x = \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{1000}} \right)^7$$

- 5) Выразите значение выражения $\log_6 56$ через c и d , если $\log_6 7 = c$, $\log_6 2 = d$

6)Положительное число b записано в стандартном виде $b = b_0 \cdot 10^n$, где $1 \leq b_0 < 10$ и n - целое число. Найдите десятичный логарифм числа b :

- a) $b = 9 \cdot 10^4$;
- б) $b = 9 \cdot 10^{-5}$;

Практическая работа 6

**Тема: Преобразование показательных и логарифмических выражений.
Решение прикладных задач**

Цель: отработать навыки преобразования показательных и логарифмических выражений.

Содержание работы:

1. Разбейтесь на группы по 5-6 человек
2. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл 2, §17
3. Выполните практическую работу в группах:
 - 1) Вынесите множитель из-под знака корня, считая, что переменные принимают только неотрицательные значения: $\sqrt{18a^3t^4}$
 - 2) Представьте выражение в виде суммы $(2\sqrt{x} - 1)\sqrt{x}$;
 - 3) Разложите на множители $4x^{\frac{1}{2}}y^2 - 12yx^{\frac{1}{2}}$;
 - 4) Упростите выражения:
 - а) $\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)$;
 - б) в) $\frac{x + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}$
 - 5) Упростите выражение: $\left(\frac{2x + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{3x}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}}{x - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}} - \frac{x - y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}\right)$
 - 6) Прологарифмируйте по основанию 3 ($a > 0, b > 0$): $(\sqrt[5]{a^3b})^{\frac{2}{3}}$
 - 7) Известно, что $\log_5 2 = a$ и $\log_5 3 = b$. Выразите через a и b $\log_5 72$.
4. Назначьте ответственных за защиту каждого задания.
5. Защитите свое задание преподавателю.

Практическая работа 7

Тема: Вычисление синуса, косинуса, тангенса и котангенса числа
(с использованием при необходимости справочных материалов и простейших вычислительных устройств)

Цель: отработать навыки вычисления тригонометрических функций табличных значений аргумента, с помощью тригонометрических формул.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл 3, §22-24
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1) Вычислите: $\sin 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ - \cos 30^\circ$

2) Найдите значение выражения:

а) $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$

б) $\sin 40^\circ \cdot \cos 5^\circ + \cos 40^\circ \cdot \sin 5^\circ$

3) Вычислите:

$$8 \cos 840^\circ - \sqrt{48} \cdot \sin 600^\circ + \operatorname{ctg} 230^\circ$$

4) Известно, что $\sin t = \frac{4}{5}$; $\frac{\pi}{2} < t < \pi$

Вычислить: $\cos t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$.

5) Существует ли такое t , что выполняется равенство?

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

2 вариант

1) Вычислите: $(1 - \sin 30^\circ)(1 + \sin 30^\circ)$

2) Найдите значение выражения:

а) $\sin 135^\circ - \sin 45^\circ$

б) $\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg} 3^\circ \dots \dots \operatorname{tg} 87^\circ \cdot \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ$

3) Вычислите:

$$2 \sin 870^\circ + \sqrt{12} \cdot \cos 70^\circ - \operatorname{tg}^2 60^\circ$$

4) Известно, что $\cos t = -\frac{4}{5}$;

$$\pi < t < \frac{3\pi}{2}$$

Вычислить: $\sin t, \operatorname{tg} t, \operatorname{ctg} t$.

5) Существует ли такое t , что выполняется равенство?

$$\cos t = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{10}}$$

Практическая работа 8

Тема: Вычисление значений и тождественные преобразования простейших тригонометрических выражений

Цель: отработать навыки вычисления тригонометрических функций табличных значений аргумента, с помощью тригонометрических формул и упрощения тригонометрических выражений.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл 3, §25-26
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

- 1) Упростить выражение:

$$\sin^2 t (\pi + t) - \sin^2(\pi - t)$$

- 2) Преобразовать в произведение:

$$\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$$

- 3) Преобразовать в сумму:

$$8 \cos 7\alpha \cdot \cos 3\alpha$$

- 4) Доказать тождество:

$$\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot 3 \operatorname{ctg} 2\alpha = 3$$

- 5) Вычислить:

$$\frac{\left(\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}}$$

2 вариант

- 1) Упростить выражение:

$$\cos^2(2\pi - t) - \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$$

- 2) Преобразовать в произведение:

$$\cos \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}$$

- 3) Преобразовать в сумму:

$$4 \sin 16\alpha \cdot \sin 4\alpha$$

- 4) Доказать тождество:

$$\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$$

- 5) Вычислить:

$$\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{6}\right)}{\cos \pi - 2 \sin \frac{3\pi}{2}}$$

Практическая работа 9

Тема: Вычисление арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса числа

Цель: отработать навыки вычисления обратных тригонометрических функций.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл 3, §38-40
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1) Найдите область допустимых значений выражения

а) $\arcsin x$

б) $\arcsin(5-2x)$

2) Имеет ли смысл выражение

$\arccos \sqrt{5}$

$\arcsin(3 - \sqrt{20})$?

3) Вычислите:

$$\cos \left(2 \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \operatorname{arctg} \sqrt{3} \right) \right)$$

$$\sin \left(\arccos \left(-\frac{1}{2} \right) + 2 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) \right)$$

4) Найдите с помощью таблиц:

$\arcsin 0,2419$

$\arccos 0,8652$

$\operatorname{arctg} 7,269$

5) Сравните числа:

а) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) \dots \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\arccos \left(-\frac{1}{2} \right) \dots \operatorname{arctg}(-1)$

2 вариант

1) Найдите область допустимых значений выражения

а) $\arccos x$

б) $\arccos(x-1)$

2) Имеет ли смысл выражение

$\arcsin 1,5$

$\arccos(-\sqrt{3})$?

3) Вычислите:

$$\cos(2 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) +$$

$$2 \arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}))$$

$$2 \operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} + 2 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right)$$

4) Найдите с помощью таблиц:

$\arcsin 0,9026$

$\arccos 0,9391$

$\operatorname{arctg} 2,050$

5) Сравните числа:

а) $\operatorname{arctg} \sqrt{3} \dots \arcsin 1$

б) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \dots \arcsin \frac{1}{2}$

Практическая работа 10

Тема: Вычисление значения функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции; определение свойств числовых функций, описание с помощью функций различных зависимостей, представление их графически, интерпретация графиков

Цель: отработать навыки нахождения значения числовых функций, свойств функций.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл 2, §14
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1) Найдите область определения функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - 4}$$

2) Найдите область значений функции:

а) $y = 2 + \sin x$

б) $y = \sqrt{x - 3}$

3) Докажите, что данная функция является четной или нечетной :

$$f(x) = 7x^3 + \sin \frac{x}{2}$$

4) Найдите значение функции:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases} \text{ в точках } -2; -\frac{1}{3}; 0; 5$$

5) Постройте график функции, обратной данной:

$$y = -x^2 - 1 \text{ на } [-\infty; 0)$$

2 вариант

1) Найдите область определения функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{5}{3x^2 - 2x}$$

2) Найдите область значений функции:

а) $y = 1 + \operatorname{tg} x$

б) $y = \frac{1}{x-1}$

3) Докажите, что данная функция является четной или нечетной :

$$f(x) = 2x^6 + 4 \cos \frac{x}{3}$$

4) Найдите значение функции:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \\ -1, & \text{если } x < 0 \end{cases} \text{ в точках } -$$

$$1, 7; 0; 3; 8$$

5) Постройте график функции, обратной данной:

$$y = x^2 + 4x + 1 \text{ на } (-\infty; -2)$$

Практическая работа 11

Тема: Решение иррациональных уравнений и неравенств

Цель: отработать навыки решения иррациональных уравнений и неравенств.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл.1,2,§11
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1)Решите уравнения:

а) $\sqrt{7-3x} = x + 7$

б) $\sqrt{x+8} = \sqrt{7x+9} - 1$

в) $\sqrt{x+7} = \sqrt{3x+19} - \sqrt{x+2}$

2)Решите иррациональные неравенства:

а) $\sqrt{x+2} > x$

б) $\sqrt{3x+13} < x + 1$

2 вариант

1)Решите уравнения:

а) $\sqrt{3-x} = 3x + 5$

б) $\sqrt{x-13} = \sqrt{x+8} - 3$

в) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{6x-11}$

2)Решите иррациональные неравенства:

а) $\sqrt{x+12} < x$

б) $\sqrt{x^2-1} > x - 3$

Практическая работа 12

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств

Цель: отработать навыки решения показательных уравнений и неравенств.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл.1,2,§17,18
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1) $25^{-1} = ?$

а) -25 ; б) 5 ; в) $\frac{1}{25}$.

2) $3^x = 9$; $x = ?$

а) $x = 3$; б) $x = 2$; в) $x = \frac{1}{3}$.

3) $6^x = -1$; $x = ?$

а) $\frac{1}{6}$; б) $\sqrt{6}$; в) \emptyset

4) Укажите метод решения

уравнения: $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 3x + 1$

- а) Введение новой переменной;
б) Графический;
в) Разложение на множители.

5) Как вы думаете, существуют ли еще какие-нибудь методы решения показательных уравнений?

6) Решите показательные уравнения:

а) $243 \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{3x-2} = 27^{x+3}$;

б) $2^{7-5x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+1} = 0$;

в) $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x = 4$

7) Решите показательные неравенства:

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 27$

б) $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$

2 вариант

1) $9^{-\frac{1}{2}} = ?$

а) $\frac{1}{9}$; б) 3 ; в) $\frac{1}{3}$.

2) $2^x = -4$; $x = ?$

а) $x = 2$; б) \emptyset ; в) $x = -2$.

3) $7^x = 1$; $x = ?$

а) $x = 1$; б) \emptyset ; в) $x = 0$.

4) Укажите метод решения

уравнения:

$$4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0$$

- а) Введение новой переменной;
б) Графический;
в) Приведение к одному основанию.

6) Решите показательные уравнения:

а) $243 \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{3x-2} = 27^{x+3}$;

б) $2^{7-5x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{2x+1} = 0$;

в) $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x = 4$

7) Решите показательные неравенства:

а) $\left(\frac{1}{6}\right)^x \leq 216$

б) $4^x - 2^{x+1} - 8 > 0$

Практическая работа 13

Тема: Решение логарифмических уравнений и неравенств

Цель: отработать навыки решения логарифмических уравнений и неравенств.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл.1,2,§19,20
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1) Решите уравнения:

а) $\log_5(x + 10) = 2$

б) $\log_a x = \log_a 10 - \log_a 2$

в) $\log_5^2 x - \log_5 x = 2$

г) $\log_3 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 6$

2) Решите логарифмические неравенства:

а) $\log_{\frac{1}{5}}(3x + 1) > -2$

б) $\log_2 \frac{x-5}{x-4} > 1$

3) Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 7 \\ \lg x + \lg y = 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} \log_x \log_3 \log_x y = 0 \\ \log_y 27 = 1 \end{cases}$

2 вариант

1) Решите уравнения:

а) $\log_2(x - 3) = 1$

б) $\lg(x - 9) + \lg(2x - 1) = 2$

в) $\log_3^2 x - 2 \log_3 x - 3 = 0$

г) $\log_a x = \log_{\sqrt{a}} 2 + \log_{\frac{1}{5}} 3$

2) Решите логарифмические неравенства:

а) $\log_{\frac{1}{7}}(4x + 1) < -2$

б) $\lg \frac{x-4}{2-x} > 0$

3) Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 34 \\ \log_2 x + \log_2 y = 6 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 256 \\ \log_{\sqrt{2}}(y - x) = 4 \end{cases}$

Практическая работа 14

Тема: Решение тригонометрических уравнений и неравенств

Цель: отработать навыки решения тригонометрических уравнений и неравенств.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] гл.1,2,§21
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1)Решите уравнения:

а) $\operatorname{tg} 3x = 0$

б) $6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$

в) $\cos 5x - \cos 3x = 0$

2)Решите неравенства:

а) $\operatorname{tg} x > -\sqrt{3}$

б) $\cos 2x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

3)Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \cos x - \cos y = 1 \end{cases}$$

2 вариант

1)Решите уравнения:

а) $\sin \frac{x}{3} = 1$

б) $\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x = 0$

в) $\sin 5x - \sin x = 0$

2)Решите неравенства:

а) $\operatorname{ctg} x > -\frac{1}{\sqrt{3}}$

б) $\sin 4x \leq -1$

3)Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ \sin x + \sin y = 1 \end{cases}$$

Практическая работа 15

Тема: Вычисление пределов последовательностей и функции

Цель: отработать навыки вычисления пределов последовательностей и функций.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 4, §42-44
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

1. Найти предел последовательности.

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{33n^2 + n - 111}{55n - n^2};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n + 2 \cdot 7^n}{5 - 7^{n-1}};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{(7n-2)(7n+5)} \right)$$

2. Найти предел функции.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 3x + 1}{x^2 - x + 110};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x - 1} - 3x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x - 11} + 5x).$$

3. Найти предел функции

$$1) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 19x + 6};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}$$

Вариант 2

1. Найти предел последовательности.

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{33n^2 + n - 111}{5n - n^2};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 3^n + 3 \cdot 3^n}{5 - 3^{n-1}};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$$

2. Найти предел функции.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 3x + 1}{x^2 - x + 110};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x - 1} - 2x);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x - 11} + x).$$

3. Найти предел функции

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{10 - 3x - x^2}$$

Практическая работа 16

Тема: Вычисление производной функций

Цель: отработать навыки вычисления производной функций.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 5, §45-54
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

1. Найдите производные функций

1) $y = x^4$; 2) $y = 4$; 3) $y = -\frac{3}{x}$

4) $y = 3x + 2$; 5) $y = 2\cos x - 4\sqrt{x}$;

6) $y = \frac{4 - 3x}{x + 2}$; 7) $y = \cos(5 - 3x)$;

8) $y = \operatorname{ctg}(2 - 5x)$;

2. Найдите значение производной функции $f(x) = \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ в точке

$$x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

3. Найти значение выражения

$y'(0,5)$, если $y = \frac{3}{5 - 4x}$

Вариант 2

1. Найдите производные функций

1) $y = x^7$; 2) $y = 5$; 3) $y = -\frac{6}{x}$;

4) $y = 4x + 5$; 5) $y = \sin x + 0,5\sqrt{x}$;

6) $y = \frac{3 + 2x}{x - 5}$; 7) $y = \sin(3 - 2x)$;

8) $y = \operatorname{tg}(4 - 3x)$;

2. Найдите значение производной функции $y = (2x - 3) \cdot \ln(2x - 3)$ в точке $x_0 = 2$.

3. Найти значение выражения

$y'(-0,5)$, если $y = \frac{4}{3 + 2x}$

Практическая работа 17 (в форме практической подготовки)

Тема: Решение задач на применение производной для проведения приближенных вычислений. Решение задач прикладного характера.

Цель: отработать навыки применения производной для приближенных вычислений функций, при решении прикладных задач.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 7, §59-61
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

1) вычислить с помощью формулы

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

1) $\sqrt{0,9996}$; 2) $(1,0003)^{50}$.

2) Найдите приближенное значение приращения функции $y = x^3 - x^2$ при $x=2$ и $\Delta x = 0,01$.

3) Найдите приближенное значение приращения функции

$$y = x^3 - x^2 + x - 3 + 1 \text{ при } x = 3,03.$$

4) Вычислите с помощью формулы (полагая $\Delta v = dv$)

$$\varepsilon = \left| \frac{dv}{v} \right| = \left| \frac{\Delta v}{v} \right| = \left| \frac{v(r + \Delta r) - v(r)}{v} \right|$$

$\approx \left| \frac{v'(r)}{v} \right|$ относительную погрешность

функции $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ при $R=300$ и $dr=0,3$

5) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{5}{6}x^3 - 3x^2 + x - 2$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

6) Материальная точка движется по закону $s(t) = \frac{9}{2}t^2 - 7t + 6$ (м). В какой

момент времени скорость точки будет равна 12,8 м/с? Найти ускорение в найденный момент времени.

7) Открытый металлический бак с квадратным основанием должен вмещать 32 л воды. При каких размерах на его изготовление уйдет наименьшее количество материала?

Вариант 2

1) вычислить с помощью формулы $f(x) \approx$

$$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

1) $\sqrt{1,0003}$; 2) $(0,998)^{20}$.

2) Найдите приближенное значение приращения функции $y = 3x^3 - x^2 + 5x - 1$ при $x=2$ и $\Delta x = 0,01$.

3) Найдите приближенное значение приращения функции

$$y = 2x^3 - x^2 - 2x + 2 \text{ при } x = 3,02.$$

4) Вычислите с помощью формулы (полагая $\Delta v = dv$)

$$\varepsilon = \left| \frac{dv}{v} \right| = \left| \frac{\Delta v}{v} \right| = \left| \frac{v(r + \Delta r) - v(r)}{v} \right|$$

$\approx \left| \frac{v'(r)}{v} \right|$ относительную погрешность

функции $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ при $R=200$ и $dr=0,2$

5) Материальная точка движется по закону $s(t) = \frac{13}{2}t^2 - 4t + 1$ (м). Чему равна скорость в

момент времени 4с? Найти ускорение в найденный момент времени.

6) Укажите абсциссу точки графика

$$y = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 2, \text{ в которой}$$

угловой коэффициент касательной, проведенной к этому графику, равен -2.

7) Замкнутый металлический бак с квадратным дном должен иметь объем 343 м³ при каких размерах на его изготовление пойдет наименьшее количество материала?

Практическая работа 18

Тема: Полное исследование функции и построение графиков

Цель: отработать навыки полного исследования функции с применением производной функции для построения графика функций.

Содержание работы:

1. Законспектируйте учебный материал. Разберите пример:

Полное исследование функции $y = f(x)$, проводится с целью построения графика по следующей схеме:

Пример: $y = \frac{x^2 - 1}{x}$

1. Область определения функции. Точки разрыва.

$D(y)$ – множество допустимых значений аргумента (x).

Точки разрыва функции- значения x , в которых не существует значение функции.

1. $x \neq 0$

$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2. Четность, нечетность функции.

Определяется по определению:

если $f(-x) = f(x)$, то функция четная, значит график симметричен относительно оси Oy .

если $f(-x) = -f(x)$, то функция нечетная, тогда график будет симметричен относительно начала координат.

Если не выполняются оба условия, то функция ни четная, ни нечетная.

2. $f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{(-x)} = -\frac{x^2 - 1}{x} = -f(x) \Rightarrow$ нечетная \Rightarrow график симметричен относительно начала координат.

3. Периодичность.

Функция является периодичной, если существует такое число T , что $f(x \pm T) = f(x)$, T – период.

На периодичность исследуем только тригонометрические функции

3. не периодичная

4. Точки пересечения с осями координат:

с осью Ox : $y=0$, решаем уравнение $f(x) = 0$, корни x_1, x_2, \dots – нули функции

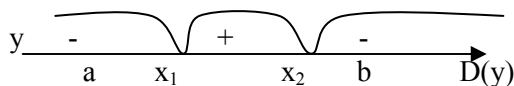
с осью Oy : $x=0$, находим $y = f(0)$

4. с Ox : $\frac{x^2 - 1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ – нули функции

с Oy : $x=0 \Rightarrow y = \frac{0^2 - 1}{0}$ - не сущ.

5. Промежутки знакопостоянства.

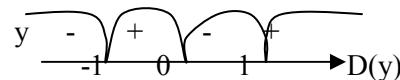
Определяем знак функции на каждом интервале. Для этого точку из интервала подставляем вместо x в функцию и находим значение функции.



$f(a) < 0$
 $f(b) > 0$

график ниже выше ниже оси Ox

5. Промежутки знакопостоянства



гр. ниже выше ниже выше оси Ox

6. Асимптоты.

Асимптоты – прямые, к которым график функции стремится, но не пересекает.

Прямая $x = a$ ~ вертикальной асимптотой $f(x)$, если

$\lim_{x \rightarrow a \pm 0} f(x) = \infty$

6. Асимптоты

$x=0$ – точка разрыва

$\lim_{x \rightarrow 0 \pm 0} \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{(0 \pm 0)^2 - 1}{0} = \frac{-1}{0} = \infty,$

$\Rightarrow x = 0$ – вертикальная асимптота

$y=kx+b$ – наклонная асимптота,

$y=kx+b$ – наклонная асимптота,

где $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$; $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$

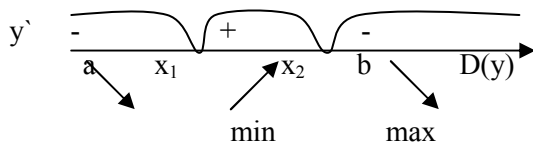
где $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1,$

$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2 - 1}{x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{x} = 0$

$\Rightarrow y = x$ – наклонная асимптота

7. Интервалы монотонности, экстремумы.

Найти y' , критические точки 1 рода (x_1, x_2)



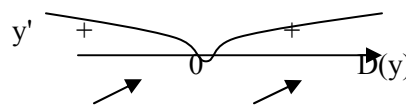
$f'(a) < 0$
 $f'(b) > 0$

Найти $y_1 = f(x_1)$ и $y_2 = f(x_2)$

7. $y' = \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right)' = \frac{2xx - (x^2 - 1)}{x^2} =$

$= \frac{x^2 + 1}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^2} = 0,$

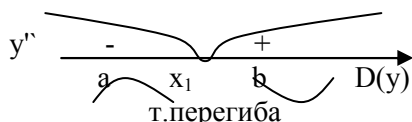
$x^2 + 1 = 0$ – нет реш. \Rightarrow критических точек 1 рода нет



экстремумов нет

8. Интервалы выпуклости, точки перегиба.

Найти y'' , критические точки 2 рода (x_1)



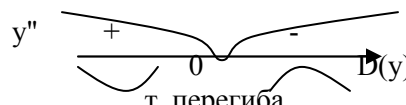
$f''(a) < 0$
 $f''(b) > 0$

Найти $y_1 = f(x_1)$

8. $y'' = \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)' = \frac{2xx^2 - (x^2 + 1)2x}{(x^2)^2}$

$= \frac{-2x}{x^4} = \frac{-2}{x^3} \neq 0 \Rightarrow$ критических

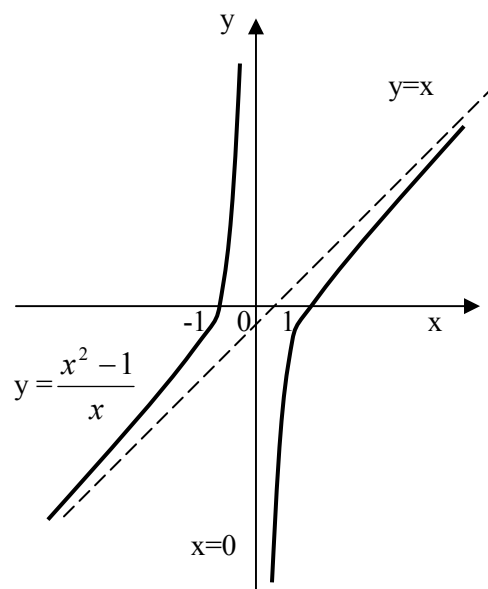
точек 2 рода нет



$y = f(0)$ – не сущ.

9. Построение графика.

- проводим асимптоты
- отмечаем точки пересечения с осями координат
- отмечаем экстремумы (минимум, максимум)
- намечаем график, учитывая найденные интервалы монотонности
- можно найти несколько дополнительных точек
- подправляем график, учитывая выпуклость и точки перегиба.
- подписываем график



2. Исследуйте функцию и постройте график:

1 вариант
а) $y = x^3 - 3x$

б) $y = \frac{1}{x^2}$

2 вариант
а) $y = x^4 - 2x^2$

б) $y = \frac{1}{x^3}$

3 вариант
а) $y = x^3 - 3x + 1$

б) $y = \frac{1}{x-1}$

4 вариант
а) $y = x^4 - 4x$

б) $y = \frac{1}{x+2}$

Практическая работа 19

Тема: Вычисление неопределенных интегралов

Цель: отработать навыки вычисления неопределенных интегралов.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 8, §62,63
2. Выполните практическую работу:

Вариант1

1) Вычислить неопределенные

интегралы: 1) $\int \frac{1}{7} dx$; 2) $\int \frac{x dx}{2}$;
3) $\int x^7 dx$; 4) $\int \frac{x^5 dx}{5}$; 5) $\int 10 \sin 5x dx$;

6) $\int 3(5x+1)^2 dx$; 7) $\int \frac{5 dx}{\sqrt{5x-7}}$;

2) Найти интеграл, используя подходящую подстановку:

1) $\int \frac{x^3 \cdot dx}{\sqrt[6]{5 \cdot x^4 + 1}}$; 2) $\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{3+4x}}$;

3) $\int \frac{x^2 - 2x + 2}{2x^3 - 6x^2 + 12x} dx$;

Вариант2

1) Вычислить неопределенные

интегралы: 1) $\int (-6) dx$; 2) $\int \frac{1}{3} x dx$; 3) $\int x^{10} dx$; 4) $\int 11x^{10} dx$; 5) $\int 3 \cos 3x dx$;

6) $\int 4(5-6x)^3 dx$; 7) $\int \frac{3 dx}{(8-7x)^4}$;

2) Найти интеграл, используя подходящую подстановку:

1) $\int e^x \cdot \sqrt[3]{4+e^x} dx$; 2) $\int \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}$

3) $\int \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$

Практическая работа 20

Тема: Вычисление определенных интегралов

Цель: отработать навыки вычисления определенных интегралов.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 9, §66
2. Выполните практическую работу:

1 - Вариант

1) Вычислите интегралы

$$\int_{-1}^2 3 dx; 2) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx;$$

1) $3) \int_1^2 x^{-4} dx; 4) \int_{\pi}^{2\pi} \cos \frac{x}{3} dx$

2) Вычислите интегралы методом замены переменной:

$$1) \int_0^1 (3 - 4x)^4 dx;$$

$$2) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 25}};$$

2 - Вариант

1) Вычислите интегралы

$$1) \int_{\pi}^{2\pi} \cos \frac{x}{6} dx; 2) \int_1^4 5 dx;$$

$$3) \int_1^2 x^{-3} dx; 4) \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^2 x}$$

2) Вычислите интегралы методом замены переменной:

$$1) \int_0^1 (5 - 2x)^4 dx;$$

$$2) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 16}};$$

Практическая работа 21

Тема: Решение геометрических задач на применение определенного интеграла

Цель: отработать навыки применения определенных интегралов при решении геометрических задач.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 8, §64,65, гл.9, §66
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

- 1) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $x=0$, $x=4$, $y=0$
- 2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}$, $y=0,5x$
- 3) Вычислите объем тела, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x=1$, $x=3$

Вариант 2

- 1) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^3$, $x=0$, $x=2$, $y=0$
- 2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}$, $y = x$
- 3) Вычислите объем тела, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = 0$, $x=1$, $x=2$

Практическая работа 22 (в форме практической подготовки)

Тема: Решение физических задач на применение определенного интеграла

Цель: отработать навыки применения определенных интегралов при решении физических задач.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 9, §67
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

- 1) Скорость движения точки $v = (9t^2 - 8t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.
- 2) Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью $v = (4t^2 + 7t)$ м/с, второе — со скоростью $v = (4t+5)$ м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 с?
- 3) Вычислите массу участка стержня от $x_1 = 1$ до $x_2 = 2$, если его линейная плотность задается формулой $P(x) = 4x^3 + 5x + 2$
- 4) Вычислите количество электричества, протекшего по проводнику за промежуток времени [2;3], если сила тока задается формулой $I(t) = 3t^2 - 2t + 5$

Вариант 2

- 1) Скорость движения точки $v = (6t^2 - 10t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 6-ю секунду.
- 2) Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью $v = (5t^2 + 8t)$ м/с, второе — со скоростью $v = (6t + 9)$ м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 с?
- 3) Вычислите работу за промежуток времени [4;9], если мощность вычисляется по формуле $N(t) = 6\sqrt{t} + t^2$
- 4) Вычислите работу по переносу единичной массы, совершенную силой $F(x) = 6x^2 + 4x - 2$ на участке [-1;2].

Практическая работа 23

Тема: Решение комбинаторных задач

Цель: отработать навыки решения комбинаторных задач.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 16, §93
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

1) Домашнее задание по литературе состоит в том, чтобы выучить из трех стихотворений: «Анчар», «буря» или «Вьюга». Миша, Никита, Ваня решили распределить все три стихотворения между собой по одному. Сколько существует способов это сделать?

2) Решите уравнение:

$$a) \frac{n!}{(n-5)!} = \frac{20n!}{(n-3)!}$$

$$б) \frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 20$$

3) В вазе 6 красных, 5 белых, 9 розовых гвоздик. Какова вероятность вынуть вслепую не белый цветок?

4) Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 10 карт так, чтобы среди выбранных карт было ровно 2 валета?

5) На книжной полке 6 учебников и 3 сборника стихов. Найдите вероятность того, что среди случайно выбранных 5 книг окажется 3 учебника и 2 сборника.

Вариант 2

1) Домашнее задание по литературе состоит в том, чтобы прочитать рассказы «Выстрел», «Метель», «Станционный смотритель», «Барышня-крестьянка». Наташа, Катя, Лена и Настя решили распределить 4 рассказа между собой по одному. Сколько существует способов это сделать?

2) Решите уравнение:

$$a) \frac{(2n!)}{(2n-3)!} = \frac{40n!}{(n-3)!}$$

$$б) \frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 30$$

3) В коробке лежат 7 зеленых, 5 синих, 8 красных шаров. Какова вероятность вынуть вслепую не синий шар.

4) Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать 10 карт так, чтобы среди выбранных карт было ровно 3 туза?

5) На книжной полке 7 учебников и 4 сборника стихов. Найдите вероятность того, что среди случайно выбранных 6 книг окажется 4 учебника и 2 сборника

Практическая работа 24

Тема: Решение задач по теме «Бином Ньютона»

Цель: отработать навыки возведения двучлена в степень по формуле бинома Ньютона.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 16, §93
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

- 1) Вычислите по формуле бинома Ньютона: $(1 + x)^6$.
- 2) В разложении бинома $\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^8$ найдите номер члена, который не содержит x .
- 3) Найдите четвертый член в разложении бинома $(a^3 - \sqrt[3]{b})^{10}$.
- 4) Найдите разложения: а) $(2x + y^2)^6$; б) $(3x + y^3)^5$;

Вариант 2

- 1) Вычислите по формуле бинома Ньютона: $(x + 3)^5$.
- 2) В разложении бинома $\left(x^2 + \frac{1}{x^6}\right)^8$ найдите номер члена, который содержит x в четвертой степени.
- 3) Найдите шестой член в разложении бинома $\left(\frac{1}{x} + x^2\right)^{12}$.
- 4) Найдите разложения: а) $\left(\frac{2}{3}x + y^2\right)^4$; б) $(4x + y^4)^5$;

Практическая работа 25

Тема: Решение задач на нахождение вероятности события

Цель: отработать навыки нахождения вероятности события.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [1.1] глава 16, §94
2. Выполните практическую работу:

Вариант 1

- 1) В магазине цветов такси в данный момент: 5 красных, 4 желтых и 6 черных тюльпанов. По телефону заказали 1 тюльпан. Найдите вероятность того, что привезут красный тюльпан.
- 2) По математике всего 30 билетов, в двух из них встречается вопрос по комбинаторике. На экзамене студенту достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса по комбинаторике.
- 3) В чемпионате по гимнастике участвуют 40 спортсменок: 10 из России, 15 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из России.

Вариант 2

- 1) В фирме такси в данный момент свободно машин: 5 красных, 4 желтых и 6 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшихся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет желтое такси
- 2) В сборнике билетов по биологии всего 20 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.
- 3) В чемпионате по гимнастике участвуют 30 спортсменок: 8 из России, 10 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из Китая.

Практическая работа 26

Тема: Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач

Цель: отработать навыки применения координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [2.1] глава IV, V §1,2
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1)а)Даны координаты точек $A(0; -1; 2)$, $B(-1; 4; 3)$, $C(-2; 1; 0)$ и $D(-1; 0; 3)$.

Вычислить координаты вектора

$$\vec{m} = \vec{BA} + \vec{CD}.$$

2)Вычислить длину вектора $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$, если известно разложение векторов \vec{a} и \vec{b} : $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

3)Доказать, что векторы $\vec{a} = 5\vec{j} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ взаимно перпендикулярны.

4)Выяснить, компланарны ли векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 1,5\vec{j} + 2,5\vec{k}$

5)Найти угол между векторами $\vec{a} = (5; 4; 3)$ и осью Ox .

2 вариант

1)а)Найти координаты вектора $\vec{m} = \vec{AB} - \vec{DC}$, если даны координаты точек $A(1;5;0)$, $B(-3;2;-1)$, $C(-2;0;3)$ и $D(4;-5;-2)$.

2)Вычислить длину вектора \vec{AB} , если даны координаты точек $A(4;0;5)$ и $B(3;2;-1)$.

3)Доказать коллинеарность векторов $\vec{a} = (\frac{1}{2}; \frac{3}{5}; -\frac{4}{3})$ и $\vec{b} = (\frac{1}{6}; \frac{1}{5}; -\frac{4}{9})$

4)Дан четырехугольник с вершинами в точках $A(1;1;4)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;2;0)$ и $D(3;0;5)$. Является ли данный четырехугольник параллелограммом?

5)При каких значениях m векторы $\vec{a}=(2;m;-3)$ и $\vec{b}=(1;-2;1)$ будут перпендикулярны?

Практическая работа 27

Тема: Решение задач по теме «Прямые и плоскости в пространстве»

Цель: отработать навыки применения свойств и теорем при решении задач на взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [2.1] глава I, II
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1). Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

- а). Каково взаимное расположение прямых EF и AB ?
 - б). Чему равен угол между прямыми EF и AB , если $\angle ABC = 150^\circ$?
- Ответ обоснуйте.

2). Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

- а). Выполните рисунок к задаче;
- б). Докажите, что полученный четырехугольник – ромб.

3). Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а). Параллельными;
- б). Скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

4). Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

5). Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M , N и K , являющиеся серединами ребер AB , BC и DD_1 .

2 вариант

1). Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка P – середина стороны AD , точка K – середина DC .

- а). Каково взаимное расположение прямых PK и AB ?
 - б). Чему равен угол между прямыми PK и AB , если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$?
- Ответ обоснуйте.

2). Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, M и N – середины сторон AB и BC соответственно, $E \in CD$, $K \in D$, $DA : EC = 1 : 2$, $DK : KA = 1 : 2$.

- а). Выполните рисунок к задаче;
- б). Докажите, что четырехугольник $MNEK$ – трапеция.

3). Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а). Параллельными;
- б). Скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

4). Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

5). Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами ребер DC и BC , и точку K , такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

б). Сторона AB ромба $ABCD$ равна a , один из углов равен 60° . Через сторону AB проведена плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки D .

- Найдите расстояние от точки C до плоскости α ;
- Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM, M \in \alpha$.
- Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α .

б). Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки B .

- Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
- Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $BADM, M \in \alpha$.
- Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α .

Практическая работа 28

Тема: Измерение элементов многогранников, вычисление объема и площади поверхности

Цель: отработать навыки решения задач на измерение элементов многогранников, вычисления объема и площади поверхности многогранников.

Содержание работы:

- Повторите теоретический материал по учебнику [2.1] глава III, глава VII §1,2,3
- Выполните практическую работу:

1 вариант

- В прямом параллелепипеде стороны основания равны 8 см, угол между ними 30° , площадь боковой поверхности равна 280 см². Вычислить объём этого параллелепипеда.
- Осевое сечение цилиндра- квадрат, диагональ которого равна 4 дм. Найти объём цилиндра.
- Основание пирамиды- прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 12 см, противолежащий ему острый угол 60° . Каждое боковое ребро равно 13 см. Найти объём пирамиды.

2 вариант

- В правильной четырёхугольной пирамиде высота 3 см, боковое ребро 5 см. Найти объём пирамиды.
- В прямой треугольной призме стороны основания равны $25, 29$ и 36 дм. Площадь её полной поверхности равна 1620 дм². Найти объём призмы.
- Боковая поверхность цилиндра равна S , длина окружности основания равна C . Найти объём цилиндра.

Практическая работа 29

Тема: Измерение элементов тел вращения, вычисление объема и площади поверхности

Цель: отработать навыки решения задач на измерение элементов тел вращения, вычисления объема и площади поверхности тел вращения.

Содержание работы:

1. Повторите теоретический материал по учебнику [2.1] глава VI, глава VII §4
2. Выполните практическую работу:

1 вариант

1. Площадь поверхности шара равна $225\pi \text{ м}^2$. Определить объём шара.
2. Высота конуса 6дм, образующая 10дм. Найти площадь боковой поверхности конуса.
3. Рёбра куба и правильной треугольной пирамиды равны между собой. Вычислить площадь полной поверхности куба, если площадь полной поверхности пирамиды равна $100\sqrt{3}\text{см}^3$.

2 вариант

1. Дан шар радиусом R. Найти полную поверхность полушара.
2. Площадь боковой поверхности конуса $270\pi \text{ м}^2$, радиус основания 9м.
3. Основание пирамиды- правильный треугольник со стороной 10см; одно из боковых рёбер перпендикулярно плоскости основания и равно 5см. Вычислить площадь боковой поверхности пирамиды.

Рекомендуемая литература

1. Основная учебная литература:

1.1 Богомолов Н.В. Математика: учебник. М.: Юрайт, 2013
или [Электронный ресурс]: Богомолов, Н. В. Математика : учебник для СПО / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 396 с. — Режим доступа: - URL: <https://www.biblio-online.ru/book/F7C570BC-85B6-4E2D-9B5A-4CB297E61C8E>

2. Дополнительная учебная литература:

2.1 Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 класс. - М.: Просвещение, 2013
2.2 Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. М.: Юрайт, 2013.
или [Электронный ресурс]: Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 285 с. — Режим доступа: - URL: <https://www.biblio-online.ru/book/B2077BBB-EF95-4E5F-AFE1-9AAB6EB69A17>

3. Интернет-ресурсы:

3.1 ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: <http://biblioclub.ru/>
3.2 Электронная библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com/>