ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

Иркутский государственный университет путей сообщения

Сибирский колледж транспорта и строительства

Методические указания для

практических работ по учебной дисциплине ОП.11. Гидравлика

для специальности

21.02.03 Сооружение и эксплуатация газонефтепроводов и газонефтехранилищ

базовая подготовка

среднего профессионального образования

Иркутск 2022

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.
00a73c5b7b623a969ccad43a81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00
Подпись соответствует файлу документа

РАССМОТРЕНО: Цикловой методической комиссией технической механики и электротехнических дисциплин «08» июня 2022 г. Председатель: _____ Эмерсали Н.Б.	СОГЛАСОВАНО: Заместитель директора по УВР _____ /А.П.Ресельс «09» июня 2022 г.

Составитель: Попов Д.Б. - преподаватели СКТиС.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ 3

1. ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ 3

2. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ
НА ПЛОСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ 6
2.1. Эпюра давления 6
2.2. Сила давления на плоскую поверхность 7
2.3. Координата центра давления 8

3. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ
НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ 9
3.1. Эпюры давления 9

4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ МАССЫ И ЭНЕРГИИ 12
4.1. Основные понятия 12
4.2. Напорная и пьезометрическая линии 15
4.3. Алгоритм решения задачи о двух резервуарах 17

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ…… …… 22

ВВЕДЕНИЕ

В настоящих методических указаниях кратко изложены основные положения гидростатики, рассмотрены примеры построения эпюр давления жидкости на плоскую стенку и криволинейные поверхности (главы 1–3). В главе 4 рассмотрен алгоритм решения задачи о двух резервуарах, приведён пример построения напорной и пьезометрической линий. Под этот алгоритм подпадает подавляющее большинство инженерных задач по перемещению жидкости, особенно в напорных системах. Сюда можно отнести расчеты трубопроводов и «коротких» труб, отверстий и насадков, дорожных водопропускных труб и т.д. Нередко задачи в инженерной практике описывают упрощенными моделями, например, истечение жидкости из отверстий и насадков. Многие задачи имеют свои особенности. Но всё многообразие решений объединяет применение основополагающих законов гидродинамики, использование уравнений Бернулли и неразрывности потока. Именно освоению этих уравнений и получению навыков их применения и посвящен этот раздел методических указаний.

1. ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ

Основными физическими свойствами жидкости являются сплошность, однородность, несжимаемость, текучесть, вязкость. Вследствие текучести покоящаяся жидкость всегда находится в со стоянии сжатия, т.е. напряжение сжатия сж > 0.

Гидростатическим давлением называется модуль напряжения сжатия $p = |_{сж}|$. Закон гидростатического давления формулируется следующим образом: давление в данной точке покоящейся жидко- сти равно сумме давления p_0, действующего на свободную поверх- ность, и давления gh столба жидкости высотой h и площадью по- перечного сечения, равной 1 (иногда его называют весовым давлением), и имеет вид

$$p = p_0 + gh, \tag{1.1}$$

где p – давление в рассматриваемой точке жидкости; p_0 – давление на свободной поверхности жидкости; h – глубина погружения рассматриваемой точки от свободной поверхности.

Давление принято рассматривать в трех системах отсчета:

1) абсолютное давление $p_{абс}$, т.е. отсчитываемое от абсолютного нуля;

2) избыточное над атмосферным (манометрическое) $p_{изб}$,

$$p_{изб} = p_{абс} - p_а; \tag{1.2}$$

3) вакуумметрическое $p_{вак}$, т.е. недостаток до атмосферного

$$p_{вак} = p_а - p_{абс}. \tag{1.3}$$

Из сопоставления (1.2) и (1.3) следует

$$p_{вак} = -p_{изб}. \qquad (1.4)$$

Эти соотношения проиллюстрированы на рис. 1.1 как давления вточках *A* и *B*.

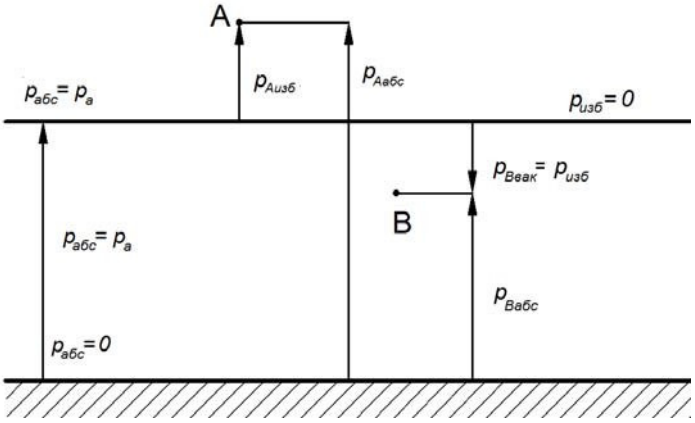

Рис. 1.1. Манометрическое и вакуумметрическое давления

В дорожном строительстве подавляющее количество задач удобнее решать, используя избыточное давление. Поэтому в дальнейшем при обозначении давления индекс «изб» употреблять не будем. Для абсолютного и вакуумметрического давления соответствующие индексы «абс» и «вак» будут сохранены.

Объекты транспортного комплекса, как правило, находятся под атмосферным давлением $p_а$. При $p_0 = p_а$ с учетом (1.2) избыточное гидростатическое давление

$$p = gh. \qquad (1.5)$$

Из этого соотношения следует, что избыточное давление в покоящейся жидкости – это линейная функция одной переменной – глубины *h*.

Единицей давления в СИ является 1 Па. Но чаще в строительстве используются более крупные единицы, в частности, 1 кПа = = 1000 Па. Встречающаяся до сих пор в устаревшей литературе и приборах единица давления «одна атмосфера» 1ат = 1 кгс/см^2 равна 1ат = 98,1 кПа.

Рассмотрим пример расчета избыточного давления в характерных точках цилиндрической поверхности *ABCDEF* (рис. 1.2), от уровней I и II.

Давление определяем по зависимости (1.5), принимая плотность воды 1000 кг/м^3. Глубину погружения характерных точек отсчитываем по вертикали от соответствующего уровня свободной поверхности воды.

От уровня I:

$h_{B1} = h_1 = 1$ м;

$h_{C1} = 2h_1 = 2$ м;
$h_{D1} = 2h_1 + r = 4$ м;
$h_{E1} = 2h_1 + 2r = 6$ м.

От уровня II:
$h_{CII} = h_I = 1$ м;
$h_{FI} = 2h_I + r = 3$ м;
$h_{EII} = h_1 + 2r = 5$ м.

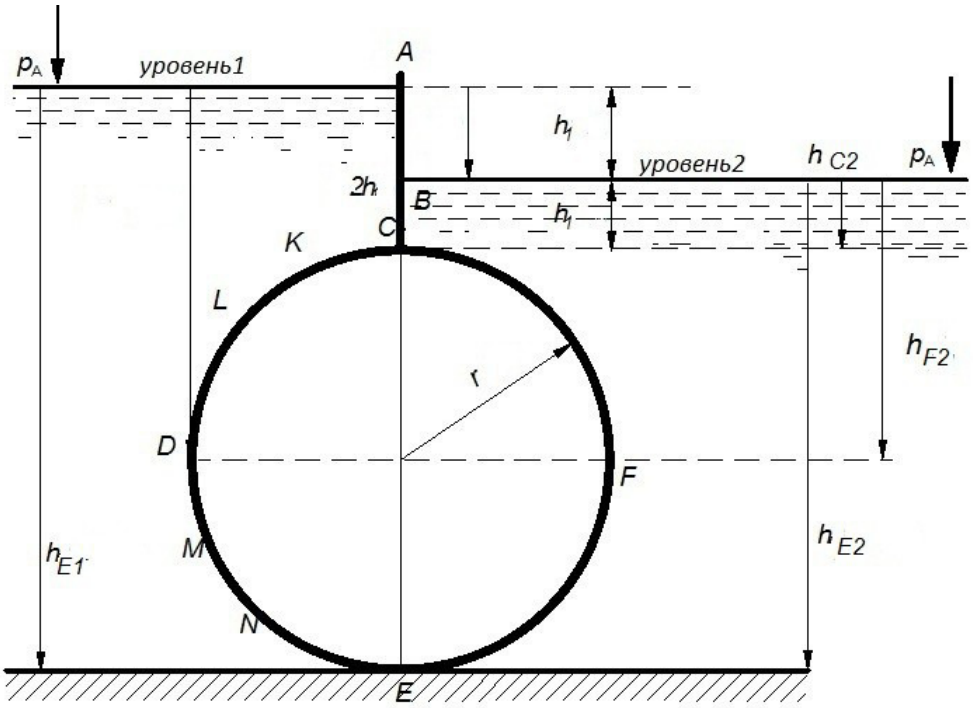

Рис. 1.2. Пример расчета избыточного давления

Избыточное давление в соответствии с формулой (1.5) будетравно
От уровня I:

$$p_{BI} = gh_I = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1 \ \frac{кг \cdot м \cdot м}{м^3 \cdot с^2} = 9{,}81 \cdot 10^3 \ \frac{кг}{м \cdot с^2} =$$

$$= 9{,}81 \cdot 10^3 \ \frac{Н}{м^2} = 9{,}81 \text{ кПа};$$

$$p_{EI} = g(2h_I + 2r) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot (2 \cdot 1 + 2 \cdot 2) \cdot 10^3 \ \frac{кг \cdot м \cdot м}{м^3 \cdot с^2} = 58{,}86 \text{ кПа}.$$

От уровня II:

$$p_{CII} = gh_I = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1 \ \frac{кг \cdot м \cdot м}{м^3 \cdot с^2} = 9{,}81 \text{ кПа};$$

$$p_{EII} = g(h_I + 2r) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot (1 + 2 \cdot 2) \ \frac{кг \cdot м \cdot м}{м^3 \cdot с^2} = 49{,}05 \text{ кПа}.$$

Давление в остальных точках читателю предлагается определить самостоятельно.

2. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

2.1. Эпюра давления

Эпюру давления жидкости на плоскую поверхность строим после расчета гидростатического избыточного давления (1.5) в соответствиис двумя правилами:

1) величина давления в данной точке не зависит от направления приложения силы;

2) давление, как и напряжение сжатия, откладываем по внутренней нормали к смоченной поверхности.

Для дорожных сооружений характерна большая протяженность (например, подпорные стенки вдоль набережных рек и каналов).

Поэтому достаточно определить силовое воздействие жидкостина погонный метр сооружения. На рис. 2.1 приведен профиль *ABC*,состоящий из двух плоских пластин шириной *b*, расположенных нормально к плоскости чертежа, и находящийся в воде (слева уровень I исправа уровень II).

В соответствии с законом (1.5) получаем:

для уровня I $p_{AI} = 0$; $p_{BI} = gh_1$; $p_{CI} = g(h_I + h_2)$;

для уровня II $p_{BII} = 0$; $p_{CII} = gh_2$.

В соответствии с вышеизложенными правилами строим эпюры:

1) от уровня I на поверхности *AB* со стороны жидкости получаем прямоугольный треугольник с основанием p_{BI};

2) от уровня I на поверхности *BC* получаем прямоугольную трапецию с основаниями p_{BI} и p_{CI};

3) от уровня II на той же поверхности *BC* получаем прямоугольный треугольник с основанием p_{CII}.

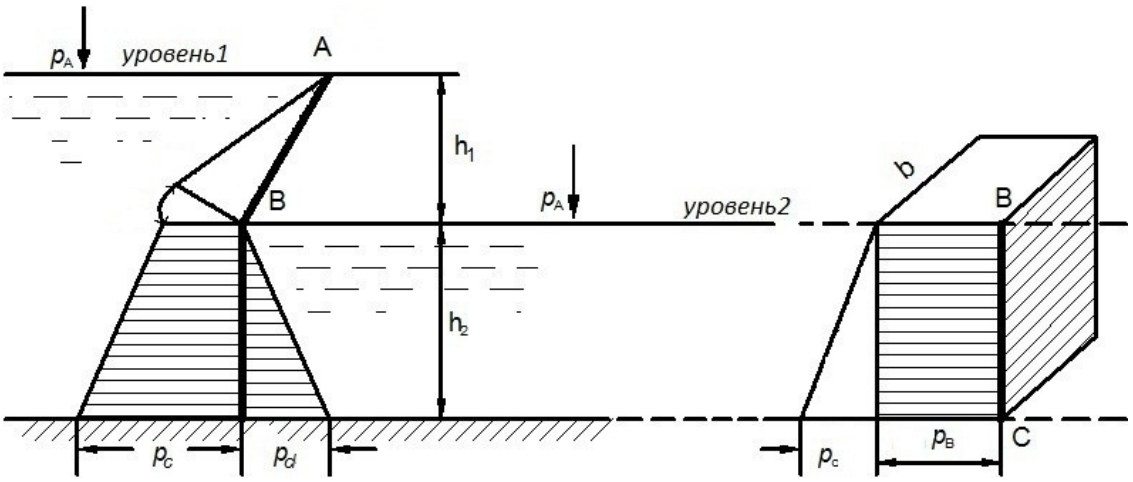

Рис. 2.1. Построение эпюр давленияна плоские поверхности

Давление в каждой точке построенных эпюр отложено по внутренней нормали к смоченной поверхности. Поэтому такие эпюры называют эпюрами нормального гидростатического давления.

На поверхность *BC* эпюры от уровней I и II действуют во взаимно противоположных направлениях. Складываем их алгебраически, то есть из большей вычитаем меньшую. Получаем прямоугольный параллелепипед со сторонами h_2, $p_{C\mathrm{I}} - p_{C\mathrm{II}} = p_{B\mathrm{I}}$ и $b = 1$ м, который является результирующей эпюрой при воздействии воды на поверхность
BC от уровней I и II.

Как известно из теоретической механики, эпюры давления не только дают визуальное представление о распределении нагрузки от покоящейся жидкости на те или иные элементы дорожных сооружений, но и позволяют определить равнодействующую силу гидростатического давления *P* и координаты точек их приложения – центров давления *D*.

2.2. Сила давления на плоскую поверхность

Сила, определяемая избыточным гидростатическим давлением на плоскую поверхность, равна объему эпюры избыточного давления. Например, для плоской пластины *AB*, имеющей ширину *b* (перпенди- кулярно плоскости чертежа), это будет объем эпюры давления (рис. 2.2) в виде призмы с треугольным основанием *ABE* и высотой *b*.

$$P_{AB} = \frac{1}{2} gh \quad \mathrm{I} \frac{h_{\mathrm{I}}}{\sin} b, \tag{2.2}$$

$$P = p_c \cdot s, \tag{2.2a}$$

где p_c – давление в центре тяжести смоченной поверхности; s – площадь смоченной поверхности.

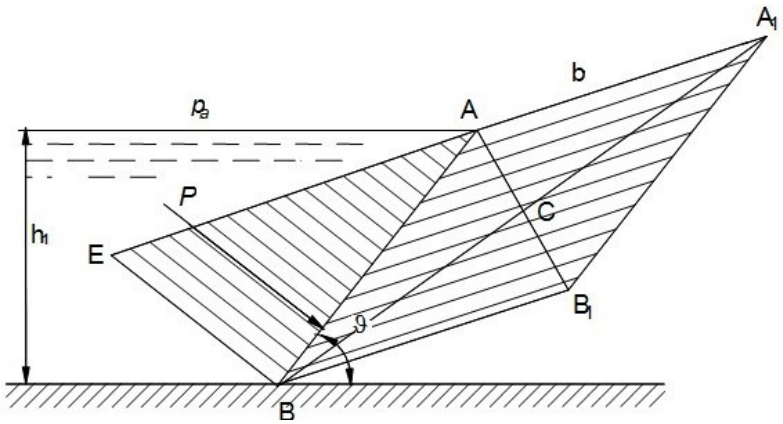

Рис. 2.2. Определение силы давления жидкости на плоскую поверхность

Применительно к примеру на рис. 2.2 – это давление в точке *C* – центре тяжести прямоугольника ABA_1B_1,

$$p_C = g\frac{h_I}{2}.$$

2.3. Координата центра давления

Центр давления D – точка приложения равнодействующей сипыдавления P (рис. 2.3) на плоскую поверхность AB.

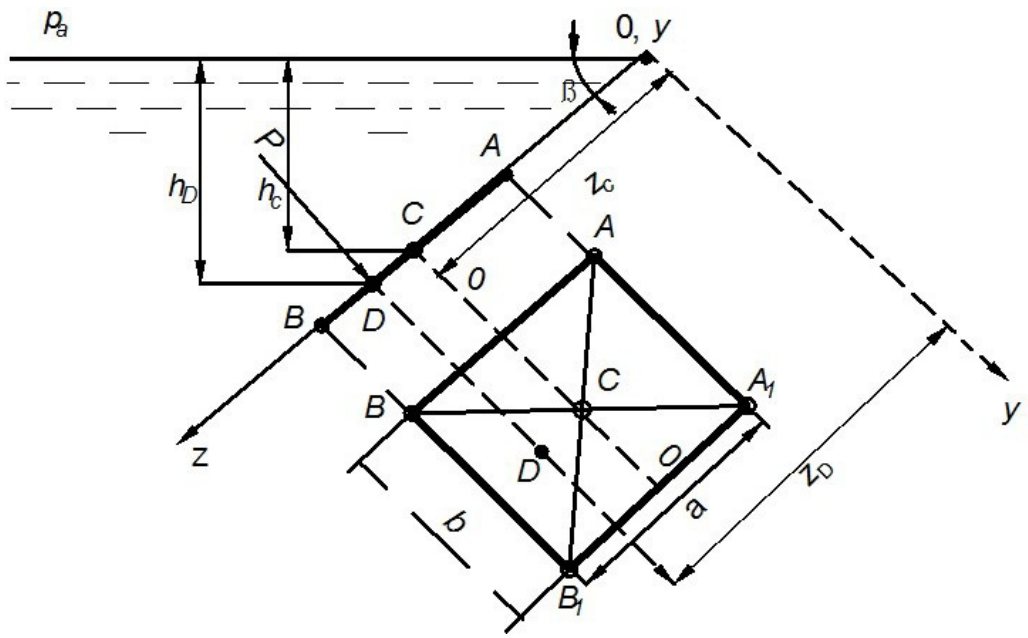

Рис. 2.3. Определение центра давления

Координата центра давления z_D

$$z_D = \frac{J_y}{h_C S}\sin \qquad (2.3)$$

или

$$z_D = z_C + \frac{J_0}{h_C S}\sin, \qquad (2.3а)$$

где J_y – момент инерции смоченной поверхности стенки площадью S относительно оси 0y, проходящей по линии пересечения свободной поверхности жидкости с плоскостью, в которой лежит смоченная поверхность; J_0 – момент инерции той же смоченной поверхности относительно оси 0y, проходящий через центр тяжести (точка C) этой площади параллельно оси 0y; h_C и z_C – глубина погружения и координата z центра тяжести смоченной поверхности стенки площадью s; – угол наклона пластины. В пособии [2] (таблица 2.1) приведены значения величин s, P, Z_D для наиболее распространенных фигур. В болеесложных случаях в расчетах координаты Z_D центра давления следуетпользоваться уравнением моментов.

Формулы (2.3) и (2.3, а) справедливы только в тех случаях, когда давление подчиняется основному закону гидростатики (1.5). Во всех других случаях они не пригодны. Но во всех ситуациях остается постоянным принцип: равнодействующая сила давления приложена в центре тяжести эпюры давления. В приведенном выше примере равнодействующая сила давления P_{BC} на поверхность BC (см. рис. 2.1) от уровней I и II приложена в центре тяжести прямоугольного параллелепипеда, т.е. на глубине

$$z_D = h_D = h_{\mathrm{I}} + \frac{h_2}{2}.$$

3. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

3.1. Эпюры давления

Рассмотрим пример цилиндрической поверхности *CDEFC* (см. рис. 1.2). По основному закону гидростатики (1.5) определяем избыточное давление во всех характерных точках от уровней I и II: $p_{C\mathrm{I}} = 2gh_{\mathrm{I}}$; $p_{C\mathrm{II}} = 2gh_{\mathrm{I}}$ и т.д. Отложим полученные значения по внутренней нормали к смоченной поверхности *CDEFC* (рис. 3.1), т.е. со стороны жидкости, на продолжении радиусов в соответствующих точках.

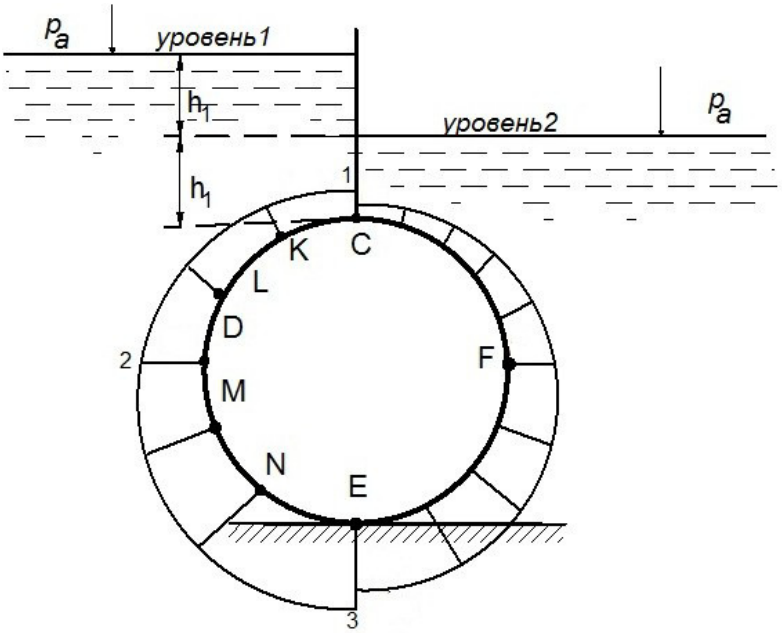

Рис. 3.1. Эпюра давления на криволинейную поверхность

Получаем эпюру нормального давления на фрагмент *CDE* слева от уровня I и на *CFE* справа от уровня II. Еще раз подчеркнем: в каждой точке давление отложено по внутренней нормали к *CDEFC*, т.е. на продолжении соответствующего радиуса.

Воспользуемся известным правилом механики и разложим силу,определяемую гидростатическим давлением жидкости на криволинейную поверхность, на горизонтальную и вертикальную составляющие. Известно, что горизонтальная составляющая силы, определяю- щей давление на криволинейную поверхность, не зависит от ее конфигурации и равна силе давления жидкости на вертикальную проек цию этой поверхности.

Для построения эпюры горизонтального давления выносят вертикальную проекцию смоченной поверхности в сторону жидкости, и на ней строят эпюру избыточного давления.

Для цилиндра на рис. 3.1 эпюра горизонтального давления на фрагмент *CDE* (рис. 3.2) от уровня I представляет собой призму с основанием 1-3-4-6 и высотой *b*. Эпюра горизонтального давления на фрагмент *CFE* от уровня II представляет собой призму с основанием 7-8-9-10 и высотой *b*. Полученные эпюры направлены в противоположные стороны.

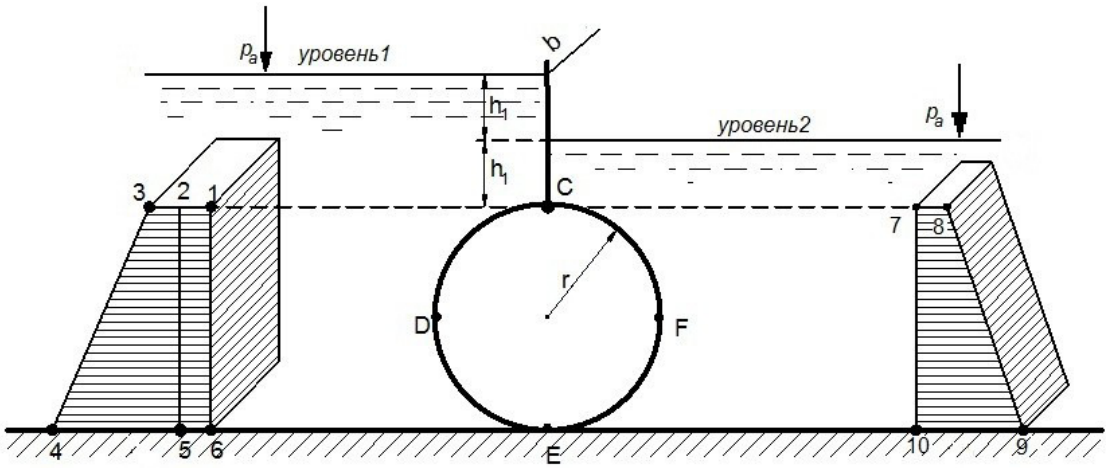

Рис. 3.2. Эпюры горизонтального давления

Результирующую эпюру горизонтального давления на весь кон- тур *CDEFC* получаем алгебраическим сложением. Зеркальное отражение правой эпюры накладываем на левую эпюру. Итоговая эпюра представляет собой призму с основанием 1-2-5-6 и высотой *b*.

Эпюру вертикального давления построим на смоченной цилиндрической поверхности *CDEFC* (рис. 3.3).

Вертикальная составляющая силы давления на криволинейную поверхность равна весу жидкости в объеме тела давления и зависит от формы смоченной поверхности.

Для построения тела давления необходимо соединить смоченную поверхность со свободной поверхностью жидкости или её продолжением. На рис. 3.3 показано построение тела давления для по-

верхности *CKLD* (см. рис. 3.3). Соединяя точки *C*, *K*, *L*, *D* со свободной поверхностью жидкости, получаем эпюру давления на эту поверхность в виде призмы с криволинейной трапецией $CKLDD_1C_1C$ в основании и высотой *b*. Аналогично строим эпюру давления на поверхность *DMNE* (рис. 3.4).

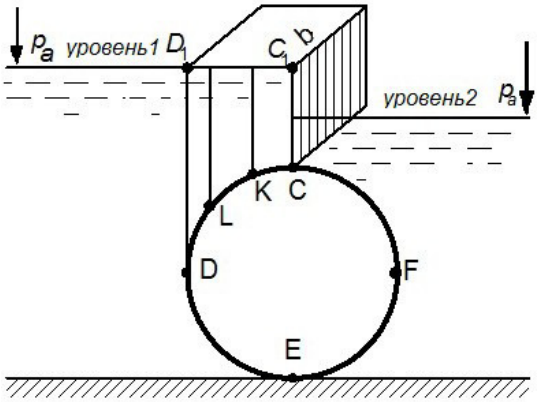

Рис. 3.3. Построение тела давления на элементе криволинейной поверхности

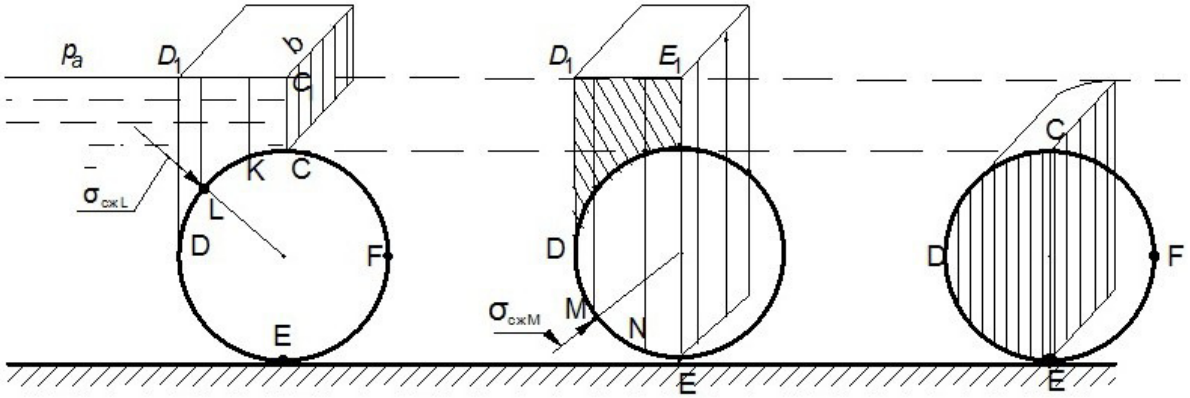

Рис. 3.4. Построение тела давления для цилиндрической поверхности

Таким образом, тело давления ограничено:

1) сверху – свободной поверхностью жидкости или ее продолжением;

2) снизу – смоченной цилиндрической поверхностью;

3) по бокам – вертикальными поверхностями, соединяющимисмоченную поверхность со свободной поверхностью жидкости.

Если тело давления заполнено жидкостью, то оно называется действительным. Если тело давления не заполнено жидкостью, то оно называется фиктивным.

Направление действия вертикальной составляющей силы давления можно определить, разложив напряжение сжатия на эпюре нормального давления на вертикальную и горизонтальную составляющие (точки *L*, *M*) на рис. 3.4. В точке *L* действительное тело дав-

ления на поверхность *CKLD* создает силу, направленную вниз. В точке *M* фиктивное тело давления на поверхность *DMNE* создают силу, направленную вверх. В пределах каждой отмеченной поверхности любая произвольная точка дает аналогичный результат. Поэтому и равнодействующие вертикального давления обязаны иметь соответствующее направление: на поверхности *CKLD* сверху вниз, а на по- верхности *DMNE* – снизу вверх.

В результате алгебраического сложения полученных тел давления определяем результирующее тело давления на поверхность *CDE*. Численная величина вертикальной составляющей $P_В$ равнодействующей сил давления на криволинейную поверхность определяетсяпо формуле

$$P_В = gV, \tag{3.2}$$

где V – объем результирующего тела давления.

Равнодействующую силу P определяют из соотношения

$$P = \sqrt{P_г^2 + P_в^2}. \tag{3.3}$$

4. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ МАССЫ И ЭНЕРГИИ

4.1. Основные понятия

Если поток жидкости не имеет разрывов, то при установившемсядвижении расход Q для всех живых сечений потока одинаков. В общем виде это уравнениеимеет является уравнением сохранения массы и вид

$$G = \rho_1 v_1 s_1 = \rho_2 v_2 s_2 = \text{const}. \tag{4.1}$$

При постоянной плотности потока это соотношение имеет вид:

$$Q = v_1 s_1 = v_2 s_2 = \text{const} \tag{4.1a}$$

и называется уравнением неразрывности потока. Это одно из основных уравнений гидравлики, позволяющее достаточно просто вычислять среднюю скорость потока в различных его сечениях как величину, обратно пропорциональную площади рассматриваемого сечения.

Уравнение Бернулли является частной формой закона сохранения энергии

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_f. \tag{4.2}$$

Оно справедливо только для сечений с плавно изменяющимся движением, когда углы между векторами местных скоростей малы имала кривизна линий тока. В этих условиях для точек живого сечения остается в силе закон гидростатического давления (1.1). Это утверждение обеспечивает очень важное обстоятельство: удельную потенциальную энергию потока в сечении с плавно изменяющимся движением можно определить по любой точке сечения.

В табл. 4.1 приводится энергетический и геометрический смыслслагаемых уравнения Д. Бернулли для потока вязкой жидкости.

Таблица 4.1

Элемент уравнения	Энергетический смысл	Геометрический смысл
z	Удельная (для единицы веса) потенциальная энергия положения.	Геометрическая высота – расстояние по вертикали от линии отсчета 0-0 (рис. 4.3) до рассматриваемой точки сечения. При отложении z от 0-0 вверх геометрическая высота считается положительной, а вниз – отрицательной.
$\frac{p}{g}$	Удельная потенциальная энергия давления.	Пьезометрическая высота – расстояние от точки с координатой z до пьезометрической линии.
$H = z + \frac{p}{g}$	Полная удельная потенциальная энергия.	Пьезометрический напор, расстояние от плоскости отсчета 0-0 до пьезометрической линии.
$\frac{v^2}{2g}$	Удельная кинетическая энергия.	Скоростной напор, ордината между пьезометрической и напорной линиями.
$H_d = z + \frac{p}{g} + \frac{v^2}{2g}$	Полная удельная механическая энергия.	Гидродинамический напор, расстояние от плоскости отсчета 0-0 до напорной линии.
h_f	Удельная потеря энергии. Работа касательных напряжений, возникающих из-за трения в движущемся потоке жидкости, всегда приводит к переходу части механической энергии движущегося потока в тепловую.	Потеря напора, разность полной удельной механической энергии на расчетном участке. Расчет потерь напора связан с выявлением характерных гидравлических сопротивлений.

При движении потока потери энергии делятся на путевые h_l (подлине) и местные $h_м$

$$h_f = \sum h_1 + \sum h_M . \qquad (4.3)$$

К путевым потерям относятся потери при равномерном движении. На участках движения жидкости, где имеются повороты, сужения, расширения и т.д., касательные напряжения трения вдоль потока и в его сечениях обычно имеют сложные распределения, при этом скорость потока изменяется по величине или по направлению. Потери напора, связанные с такими местными изменениями, называются местными.

На рис. 4.1 путевые потери равны потерям энергии на участках l_1 и l_2

$$\sum h_1 = h_{l1} + h_{l2}. \qquad (4.4)$$

Местные потери энергии представлены на сжатие в пределах конуса $h_{кон}$

$$\sum h_M = h_{кон}. \qquad (4.5)$$

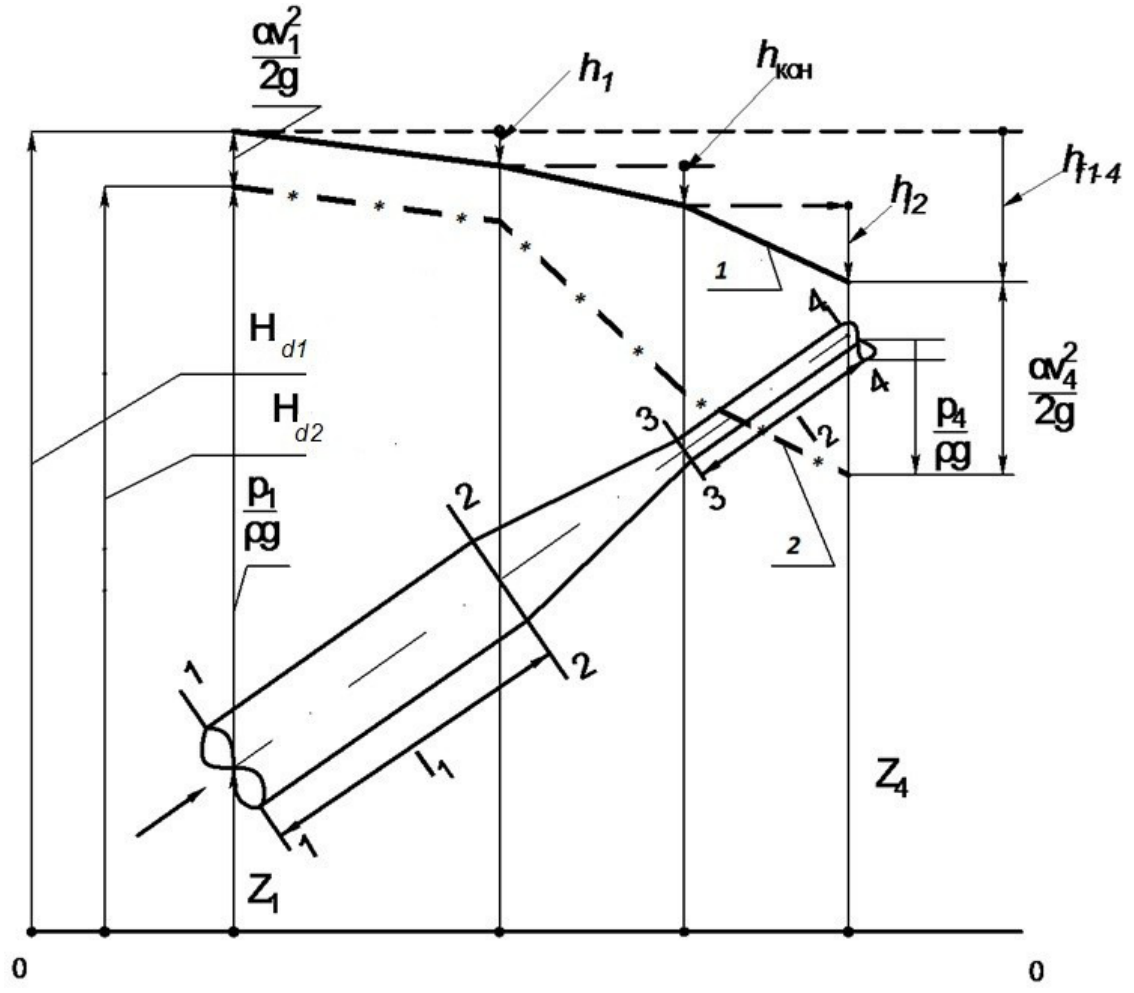

Рис. 4.1. Иллюстрация к уравнению Бернулли. 1 – напорная линия; 2 – пьезометрическая линия

Потери энергии движущейся жидкости зависят от многих факторов, но неизменно увеличиваются с ростом скорости. Возникающие при движении жидкости силы инерции, например, на участках сжатияпотока (рис. 4.2) или при его расширении (см. рис. 4.2) компенсируются трением. Поэтому чем выше кривизна отдельных струек, чем больше и интенсивнее вихревые области, тем выше потери механической энергии.

Опыты подтверждают, что потери энергии на участках с расширением потока жидкости (см. рис. 4.2) всегда выше по сравнению с потерями энергии на участках с сжатием потока (см. рис. 4.2).

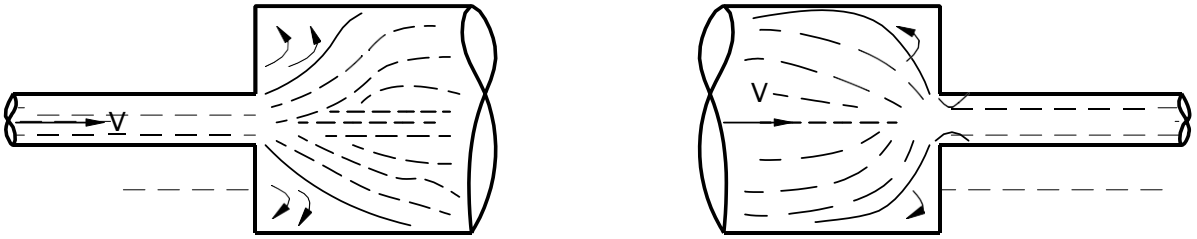

Рис. 4.2. Примеры местных сопротивлений – внезапное расширение и внезапное сужение потока

4.2. Напорная и пьезометрическая линии

При движении вязкой жидкости происходит уменьшение суммарной энергии потока за счет перехода некоторой части механической энергии в тепловую, которая расходуется на нагревание самой движущейся жидкости и частично рассеивается в окружающей среде.

Напорная линия – это график изменения полной удельной механической энергии H_d вдоль течения.

Пьезометрическая линия – это график изменения потенциальной энергии

$$H = z + \frac{p}{g}.$$

Качественную картину построения напорной и пьезометрической линий рассмотрим на примере задачи о двух резервуарах (рис. 4.3), по схеме которой решается множество инженерных вопросов.

Жидкость, как и любое другое тело, всегда движется из области большей механической энергии в область меньшей энергии.

$$d_1 = d_2 \gg d_4 > d_3 = d_5; h_1 = 4 \text{ м}; h_2 = 8 \text{ м};$$

$$z_3 = 2 \text{ м};$$

$$p_1 = 77{,}48 \text{ кПа};$$

$$p_2 = -19{,}62 \text{ кПа}.$$

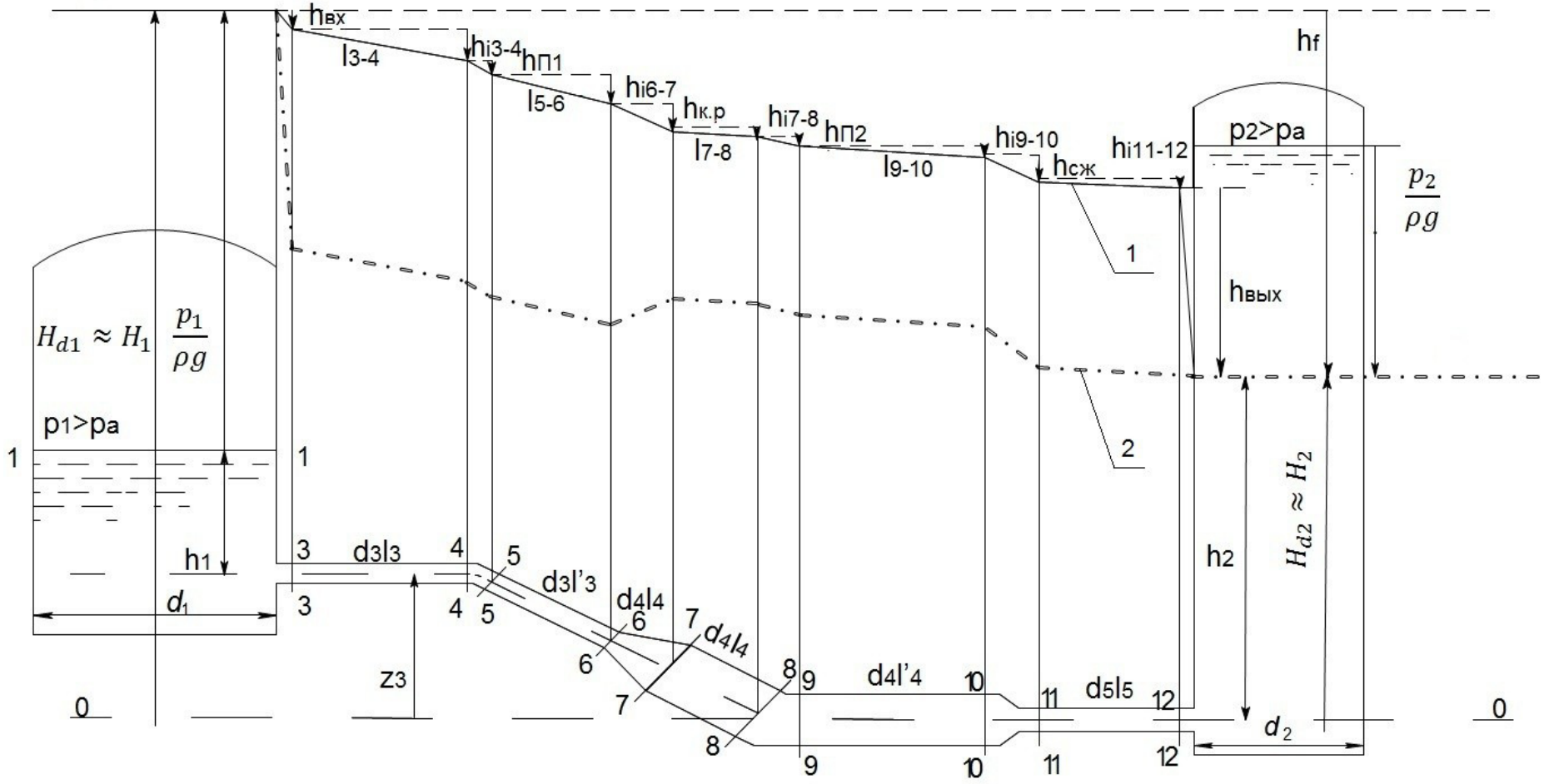

Рис. 4.3. Задача о двух резервуарах. Построение напорной и пьезометрической линий: 1 – напорная линия, 2 – пьезометрическая линия

4.3. Алгоритм решения задачи о двух резервуарах

1) Выбираем плоскость (линию) отсчета 0-0. Требование к ней только одно: она должна быть горизонтальна. Положение плоскости 0-0 по высоте обычно берут таким образом, чтобы в предполагаемых для использования живых сечениях геометрические высоты были положительны $z \geq 0$. Примером могут служить $z_3 = z_4 > 0$ и $z_8 = z_9 =$
$= z_{10} = z_{11} = 0$ (см. рис. 4.3).

2) Составляем уравнение Бернулли (4.2) для потока вязкой жидкости; уравнение неразрывности (4.1а) и уравнение потерь энергии (4.3).

3) Определяем направление течения жидкости, так как потери энергии на участках сжатия и расширения не равнозначны.

Для решения поставленной задачи определим с помощью уравнения Бернулли энергию в крайних сечениях 1-1 и 2-2 заданной ситемы (см. рис. 4.3). В этих сечениях скоростными напорами

$$\frac{\alpha_1^2}{2g} \text{ и } \frac{\alpha_2^2}{2g}$$

можно пренебречь ввиду малости скоростей изменения уровней жид- кости в резервуарах, поскольку диаметры резервуаров обычно много больше диаметров трубопроводов $d_1 = d_2 \gg d_4 > d_3 = d_5$. Поэтому из уравнения Бернулли потери энергии потока h_f можно выразить сле- дующим образом:

$$\text{о}H = z_1 - z_2 + \frac{p_1}{g} - \frac{p_2}{g} = h_f. \qquad (4.6)$$

Поскольку слагаемые в левой части (4.6) известны для рассматриваемого примера, то мы получаем конкретное значение потерь $h_f =$
$= \text{о}H = h_{f0}$.

Удельная потенциальная энергия

$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{g} \text{ и } H_2 = z_2 + \frac{p_2}{g}.$$

Полная удельная механическая энергия сечений 1-1 и 2-2:

$$H_{d1} \approx H_2 = z_3 + h_1 + \frac{p_1}{g} = 2 + 4 + 8 = 14 \text{ м};$$

$$H_{d2} \approx H_2 = h_2 + \frac{p_2}{g} = 8 - 2 = 6 \text{ м}.$$

Поскольку H_{d1} больше H_{d2}, то жидкость будет течь из резервуара 1 в резервуар 2.

4) Строим напорную линию.

От плоскости отсчета 0-0 откладываем вверх геометрическую высоту $z_1 = z_3 + h_1$ – попадаем на уровень свободной поверхности жидкости в сечении 1-1 в левом резервуаре; от этого уровня откладываем вверх пьезометрическую высоту

Полученная сумма $\frac{p_1}{g}$.

$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{g}$$

составляет практически полную удельную механическую энергию всечении 1-1: $H_{d1} \approx H_1$.

Горизонтальная линия на отметке H_{d1} от плоскости 0-0 является напорной и одновременно пьезометрической линией сечения 1-1, поскольку мы пренебрегли скоростью изменения уровня жидкости в резервуаре 1.

При выходе жидкости из резервуара 1 в каждом последующем сечении полная энергия уменьшается на величину потерь, возникающих при перемещении жидкости. Например, в сечении 3-3 напор уменьшается на величину местного сопротивления, обусловленного входом потока в трубопровод (обозначим $h_{вх}$). В трубопроводе 3-4 возникают потери по длине (на трение), которые обозначим $h_{l3\text{-}4}$, и т.д. В соответствии с этим откладываем вниз в каждом последующем сечении от уровня напорной линии в предыдущем сечении соответствующую потерю энергии (см. рис. 4.3). Заканчивается напорная линия в сечении 2-2, поскольку $P_2 < P_а$, и пьезометрическую высоту

$$\frac{p_2}{g}$$

откладываем вниз.

Падение пьезометрической линии, отнесенное к длине потока между соответствующими сечениями, называют пьезометрическим уклоном и обозначают i_p, а падение напорной линии – гидравлическим уклоном, и обозначают i. Гидравлический уклон характеризует интен- сивность потерь энергии, он тем больше, чем выше скорость течениежидкости на соответствующем участке.

5) Строим пьезометрическую линию.

Ординаты пьезометрической линии

$$H = z + \frac{p}{g}$$

характеризуют потенциальную энергию в рассматриваемом сечении иотличаются от ординат полной энергии на величину скоростного напора

$$H = H_d - \frac{v^2}{2g}. \qquad (4.7)$$

Для построения пьезометрической линии следует в каждом рас- смотренном сечении от построенных ранее ординат напорной линии отложить вниз соответствующие скоростные напоры

$$\frac{v^2}{2g}.$$

Построение можно начать с конечного сечения 2-2 (рис. 4.4).

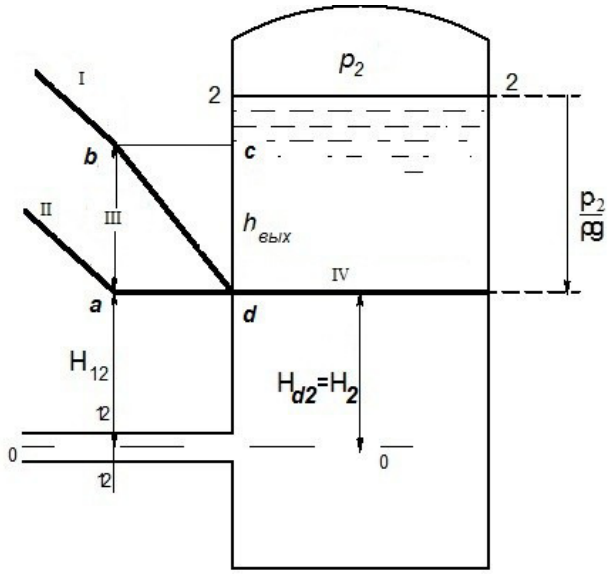

Рис. 4.4. Фрагмент построения пьезометрической линии

Потеря энергии на местном сопротивлении «на выход потока изтрубопровода в резервуар 2» $h_{вых}$, согласно формуле Вейсбаха, равна

$$h_{вых} = {}_{вых}\frac{v_2^2}{2g},$$

где коэффициент сопротивления = 1. Если принять приближенно коэффициент Кориолиса в сечении 12 тоже примерно равным единице = 1,1 ≈ 1, то это приводит к следующему построению. На выходном участке от сечения 12 до сечения 2 напорная линия оказываетсядиагональю прямоугольника *abcd* (см. рис. 4.4), левая и правая стороны которого равны

$$h_{вых} \approx \frac{v_{12}^2}{2g}.$$

Последнее сводит построение пьезометрической линии к ее продолжению от сечения 2 до сечения 12 по горизонтали и далее к сечениям11-1 в соответствии с поведением скоростных напоров. На участках равномерного движения она расположена параллельно напорной линии. На участках, где поток сжимается, пьезометрическая линия будет
«уходить» от нее, на участках, где поток расширяется, приближаться к ней (см. рис. 4.3).

6) Определяем расход жидкости.

В строгой постановке численное решение задачи обычно можетбыть получено только методом последовательного приближения. Но в оценочных решениях может оказаться достаточным первое приближение. Существенным моментом является то, что алгоритм всех по-

следующих приближений имеет тот же вид, что и при получении пер- вого приближения.

Для определения расхода потока жидкости в заданной системе (см. рис. 4.3) необходимо вычислить потери энергии на местные со- противления и на трение на участках плавно изменяющегося движения (прямолинейных, цилиндрических и т.д.). В соответствии с формулами Дарси-Вейсбаха путевые потери энергии на участках 3-8 будут иметь вид

$$\begin{cases} h_{l3\text{-}4} = \lambda_3 \dfrac{l_3 v_3^2}{d_3 2g} \\ h_{l5\text{-}6} = \lambda_3 \dfrac{l_3 v_3^2}{d_3 2g} \\ h_{l7\text{-}8} = \lambda_4 \dfrac{l_4 v_4^2}{d_4 2g}. \end{cases} \qquad (4.8)$$

Потери энергии $h_{l9\text{-}10}$ и $h_{l11\text{-}12}$ предлагается написать самостоятельно.

Потери энергии на местные сопротивления (вход в трубопровод $h_{вх}$, на первом повороте $h_{п1}$, при расширении потока $h_{к.р.}$ и т.д.) будут иметь вид

$$\begin{cases} h_{вх} = \zeta_{вх} \dfrac{v_3^2}{2g} \\ h_{п1} = \zeta_{п1} \dfrac{v_3^2}{2g} \\ h_{к.р.} = \zeta_{к.р.} \dfrac{v_3^2}{2g} \\ \cdots \\ h_{вых} = \zeta_{вых} \dfrac{v_3^2}{2g}. \end{cases} \qquad (4.9)$$

Пропущенные выражения на втором повороте потока $h_{п2}$ и присжатии потока $h_{сж}$ оставлены для самостоятельной работы.

Все полученные выражения следует подставить в исходное уравнение Бернулли (4.2). Для решения задачи, пользуясь уравнением неразрывности (4.1), все слагаемые следует привести к одному неизвестному – к одной из скоростей или к расходу.

Например, для третьего и четвертого участков из уравнения неразрывности $v_4 s_4 = v_3 s_3$ следует

$$v_4 = v_3 \frac{s_3}{s_4} = v_3 \left(\frac{d_3}{d_4}\right)^2; \qquad (4.10)$$

$$v_3 = \frac{Q}{s_3} = \frac{4Q}{d_3^2 \cdot \pi} \qquad (4.11)$$

Аналогичные выражения можно записать для других скоростей. Запишем формулы для определения потерь на трение и на местные сопротивления:

$$h_{l3\text{-}4} = \lambda_3 \frac{l_3 v_3^2}{d_3 2g}; \; h_{l5\text{-}6} = \lambda_3 \frac{l_3' v_3^2}{d_3 2g}; \; h_{l7\text{-}8} = \lambda_4 \frac{l_4}{d_4}\left(\frac{d_3}{d_4}\right)^4 \frac{v_3^2}{2g};$$

$$h_{l9\text{-}10} = \lambda_4 \frac{l_4'}{d_4}\left(\frac{d_3}{d_4}\right)^4 \frac{v_3^2}{2g}; \; h_{l11\text{-}12} = \lambda_5 \frac{l_5}{d_5}\left(\frac{d_3}{d_4}\right)^4 \frac{v_3^2}{2g}; \qquad (4.12)$$

$$h_{вх} = \zeta_{вх} \frac{v_3^2}{2g}; \; h_{п1} = \zeta_{п1} \frac{v_3^2}{2g}; \; h_{к.р.} = \zeta_{к.р.}\left(\frac{d_3}{d_4}\right)^4 \frac{v_3^2}{2g};$$

$$h_{п2} = \zeta_{п2}\left(\frac{d_3}{d_4}\right)^4 \frac{v_3^2}{2g}; \; h_{сж} = \zeta_{сж}\left(\frac{d_3}{d_5}\right)^4 \frac{v_3^2}{2g}; \; h_{вых} = \zeta_{вых}\left(\frac{d_3}{d_5}\right)^4 \frac{v_3^2}{2g}.$$

Если мы приведем все скорости к v_3 и просуммируем потери энергии (4.12),то выражение для полной потери энергии при движениижидкости от сечения 1-1 до сечения 2-2 будет иметь вид

$$h_f = \sum \zeta' \frac{v_3^2}{2g}, \qquad (4.13)$$

где $\sum \zeta'$ – суммарный коэффициент сопротивления системы

$$\lambda_3 \frac{l_3}{d_3} + \ldots + \zeta_{к.р.}\left(\frac{d_3}{d_5}\right)^4 + \lambda_4 \frac{l_4}{d_4} + \ldots + \zeta_{вых}\left(\frac{d_3}{d_5}\right)^4. \qquad (4.14)$$

В последней сумме каждое слагаемое – это коэффициент со-противления соответствующего участка, приведенный к скорости v_3.

Например:

$$\lambda_{l3\text{-}4} \frac{l_3}{d_3} \quad \lambda_{l7\text{-}8} \frac{l_4}{d_4} \quad \zeta_{сж}\left(\frac{d_4}{d_4}\right)^4 \quad \zeta_{сж}\left(\frac{d_4}{d_4}\right)^4$$

Потери энергии h_f (4.13) с учетом (4.14) подставляем в исходное уравнение Бернулли (4.2).

В полученном уравнении неизвестными являются несколько ве- личин: скорость v_3, коэффициенты гидравлического сопротивления прямолинейных участков. Поэтому решение можно осуществить, например, графоаналитическим методом. Для решения задачи необходимо знать кинематическую вязкость жидкости в трубопроводеи выбрать эквивалентную шероховатость трубопровода .

Чтобы найти формулы для вычисления коэффициентов гидравлического сопротивления прямолинейных участков, выбираем произвольное значение расхода $Q = Q_1$. При этом значении расхода определяем средние скорости на соответствующих участках и значения чисел Re.

При Re ≥ 4000 коэффициент Дарси определяем по формулеА.Д. Альтшуля

$$= 0{,}1\left(\frac{1{,}46\ э}{d} + \frac{100}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25}. \qquad (4.16)$$

При Re < 20(d/э) формула (4.16) переходит в формулу Блазиуса

$$= 0{,}3164/\mathrm{Re}^{0{,}25}. \qquad (4.17)$$

При больших Re > 500(d/э) коэффициент Дарси определяетсяпо формуле, соответствующей квадратичной области сопротивления

$$= 0{,}11\left(\frac{э}{d}\right)^{0{,}25}. \qquad (4.18)$$

Определив значения коэффициентов Дарси и полагая известными коэффициенты местных сопротивлений , находим из уравнения (4.6) значение h_{f1}. Сравниваем это значение со значением h_{f0}, и корректируем выбранное значение расхода. При новом значении рас- хода $Q = Q_2$ осуществляем вычисление потерь h_{f2} по описанному выше алгоритму.

Строим график зависимости $Q = f(h_f)$. Искомый расход Q определяем из графика при $h_f = h_{f0}$.

Рассмотренный выше алгоритм применяется также для решения задачи, в которой второй резервуар отсутствует, а жидкость из трубопровода вытекает в атмосферу. В этом случае сечением 2-2 для уравнения Бернулли является конечное сечение трубопровода. При этом сопротивлением выхода в атмосферу можно пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гидравлика, гидрология, гидрометрия. Ч. I / Н.М. Константи- нов, Н.А. Петров, Л.И. Высоцкий; под ред. Н.М. Константинова. – М.: Высшая школа,2018. – 304 с.

2. Примеры гидравлических расчетов / под ред. Н.М. Константи-нова. – 3-е изд. – М.: Транспорт, 2018. – 440 с