

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Сибирский колледж транспорта и строительства

СБОРНИК ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для специальности

23.02.04 Техническая эксплуатация подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования (по отраслям)

Иркутск 2022 г.

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИргГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИргГУПС Трофимов Ю.А.

00a73c5b7b623a969ccad43a81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00

Подпись соответствует файлу документа



РАССМОТРЕНО:  
Цикловой методической  
Комиссией Математики  
Председатель ЦМК.  /Т.П. Новикова  
«08» сентября 2022 г.

Составитель Новикова Т.П., преподаватель высшей категории, Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения».

## Содержание

Предисловие	5
Практическая работа №1. Функция одной независимой переменной и способы ее задания. Характеристики функции.	6
Практическая работа № 2. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Геометрические преобразования функций. Сложные и обратные функции.	6
Практическая работа № 3 Построение графиков реальных функций с помощью геометрических преобразований.	6
Практическая работа № 4. Определение предела функции. Основные теоремы о пределах.	7
Практическая работа № 5. Замечательные пределы.	7
Практическая работа № 6. Непрерывность функции. Исследование функции на непрерывность.	7
Практическая работа № 7. Нахождение предела функции.	7
Практическая работа № 8. Вычисление производных функций. Применение производных к решению практических задач.	9
Практическая работа № 9. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования заменой переменной и по частям.	10
Практическая работа № 10. Нахождение неопределенных интегралов различными методами.	10
Практическая работа № 11 Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов в практических задачах	12
Практическая работа № 12. Матрицы, их виды. Действия над матрицами. Умножение матриц. Обратная матрица.	13
Практическая работа № 13. Определители 2 – го и 3-го порядков, их свойства и вычисление.	14
Практическая работа № 14. Определители 4-го порядка, их свойства и вычисление	14
Практическая работа №15 Действия над матрицами. Нахождение обратной матрицы.	15
Практическая работа № 16. Решение СЛАУ методом Крамера	15
Практическая работа 17. Решение СЛАУ методом Гаусса.	16
Практическая работа № 18. Решение СЛАУ матричным методом.	16
Практическая работа № 19. Решение СЛАУ различными методами.	17
Практическая работа № 20. Элементы и множества. Задание множеств. Операции над множествами и их свойства.	17
Практическая работа № 21. Выполнение операций над множествами.	19
Практическая работа № 22. Графы, их виды и применение	19
Практическая работа № 23. Комплексное число и его формы. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.	21
Практическая работа № 24. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме.	22
Практическая работа № 25. Комплексные числа и действия над ними.	23
Практическая работа № 26. Понятие факториала. Комбинаторные конструкции, сочетания. Правила комбинаторики	24
Практическая работа № 27. Решение комбинаторных задач	25
Практическая работа № 28. Понятие события и вероятности события. Достоверные и невозможные события. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей.	25
Практическая работа № 29. Случайная величина, ее функция распределения.	26

Практическая работа № 30. Закон распределения случайной величины	27
Практическая работа № 31. Решение задач на оптимизацию функции одной переменной	30
Практическая работа №32 . Решение задачи оптимального сочетания продукции некоторого небольшого производства.	30
Литература	31

## Предисловие

Сборник задач содержит задания для практических работ, предназначенных для более глубокого изучения дисциплины; систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений; углубления и расширения теоретических и практических знаний; формирования умений использовать специальную, справочную литературу, а так же содержит методические указания по выполнению предложенных заданий и список литературы, необходимой для изучения дисциплины.

Использование данного сборника задач в учебном процессе позволит каждому студенту освоить теоретический материал, даст возможность применить полученные знания на практике.

## Указания к оцениванию практических работ

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 89	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Тема: Функция одной независимой переменной.

Практическая работа №1. Функция одной независимой переменной и способы ее задания.  
Характеристики функции.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение работать с функциями, заданными различными способами

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ:

1. Дайте определение понятия функции.
2. Перечислите способы задания функций.

2) Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл. IV, §1, п. п. 1-5

Практическая работа №2. Основные элементарные функции, их свойства и графики.  
Геометрические преобразования функций. Сложные и обратные функции.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение работать с функциями, используя свойства функций, геометрические преобразования.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ:

1. Дайте определение понятия функции.
2. Перечислите способы задания функций.

2) Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл. IV, §1, п. п. 6,7

Практическая работа №3 Построение графиков реальных функций с помощью геометрических преобразований.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение строить графики функций с помощью геометрических преобразований.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ:

1. Дайте определение понятия функции.
2. Перечислите способы задания функций.
3. Перечислите основные элементарные функции, их свойства и графики.
4. Перечислите геометрические преобразования функций.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Построить график функции, используя геометрические преобразования:

а)  $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

1. Построим график основной функции  $y = \sin x$ .
  2. Построим график функции  $y = \sin 3x$ , который получается из предыдущего сжатием в 3 раза по оси ОХ к оси ОУ.
  3. Построим график функции  $y = \sin(3x - \frac{\pi}{4})$ , который получается из предыдущего сдвигом вправо на  $\frac{\pi}{4}$ .
  4. Построим график функции  $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{4})$ , который получается из предыдущего путем растяжения по оси ОУ от оси ОХ в 2 раза.
- б)  $y = (x + 2)^2 - 1$   
 в)  $y = 2x^3 + 1$

3) самостоятельное выполнение типового расчета:

Построить графики функций, используя геометрические преобразования:

- 1)  $y = (x - 2)^2 + 1$
- 2)  $y = 2 - \frac{x^3}{2}$
- 3)  $y = 3\cos(x + \frac{\pi}{4}) - 1$

Тема: Предел функции. Непрерывность функции.

Практическая работа № 4. Определение предела функции. Основные теоремы о пределах.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение исследовать функцию на непрерывность, умение вычислять пределы.

Ход работы:

Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл.IV, §2, п.п.1- 4

Практическая работа № 5. Замечательные пределы.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение исследовать функцию на непрерывность, умение вычислять пределы.

Ход работы:

Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл.IV, §2, п.п.6- 8

Практическая работа № 6. Непрерывность функции. Исследование функции на непрерывность.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение исследовать функцию на непрерывность, умение вычислять пределы.

Ход работы:

Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл.IV, §2, п.п.6

Практическая работа № 7. Нахождение предела функции.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение исследовать функцию на непрерывность, умение вычислять пределы.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1. Что понимают под пределом функции на бесконечности?
2. Что понимают под пределом функции в точке?
3. Какая функция называется непрерывной в точке на промежутке X?
4. Какие арифметические операции можно выполнять над пределами?
5. Как вычислить предел во внутренней точке области определения любой элементарной функции?
6. Какая функция называется бесконечно малой (бесконечно большой) в точке на бесконечности?
7. Какова взаимосвязь между бесконечно малыми и бесконечно большими?
8. Каковы основные приемы раскрытия неопределенностей  $0 \cdot \infty, \infty - \infty, ?$
9. Какую точку называют точкой разрыва 1 рода?
10. Какую точку называют точкой разрыва 2 рода?
11. Какую точку называют точкой устранимого разрыва?
12. В чем суть исследования функции на непрерывность?
13. Что такое асимптота графика функции? какие существуют виды асимптот? Как найти вертикальные асимптоты? наклонные асимптоты?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции.  $f(x) = \begin{cases} x - 2, & x < 0, \\ (x - 1)^2, & 0 \leq x < 2, \\ -x + 3, & x \geq 2. \end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

a)  $f(x) = \frac{x+4}{2x^2+7x-4}$ , b)  $f(x) = \frac{2x^2+7x-4}{x+4}$

3. Вычислить пределы функций

1)  $\lim_{x \rightarrow \frac{n}{m}} \frac{x^2 - (m^2 + n^2) \cdot x + m \cdot n}{x - m}$     2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m \cdot x^2 - m \cdot x + n}{n \cdot x^2 - n \cdot x + m - n}$

Вариант	m	n
1	3	4
2	4	5
3	6	7

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции.  $f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1, \\ x^2 - 1, & -1 < x \leq 2, \\ 3, & x > 2. \end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

a)  $f(x) = \frac{x+7}{x^2+6x-7}$ , b)  $f(x) = \frac{x^2+6x-7}{x+7}$

3. Вычислить пределы функций

1)  $\lim_{x \rightarrow \frac{n}{m}} \frac{x^2 - (m^2 + n^2) \cdot x + m \cdot n}{x - m}$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m \cdot x^2 - m \cdot x + n}{n \cdot x^2 - n \cdot x + m - n}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{m \cdot x - n}{m \cdot x + n} \right)^{(m+n) \cdot x}$$

Вариант	m	n
1	8	9
2	6	4
3	4	3

Тема: Дифференциальное и интегральное исчисление.

Практическая работа № 8. Вычисление производных функций. Применение производных к решению практических задач.

Цель работы: Проверить на практике знание понятия производной функции, понимание геометрического смысла производной, умение применять их для решения задач, умение находить производные функций, умение находить промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы, промежутки выпуклости, точки перегиба, асимптоты функции, применять полученные знания при построении графика функции и исследовании функции по общей схеме.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1. Что называют производной функции  $y = f(x)$  в данной точке  $x_0$ ?
2. Каков геометрический смысл производной?
3. В чем заключается физический смысл производной?
4. Что называют производной второго порядка и каков ее физический смысл?
5. Как найти производную сложной функции?
6. В чем заключается признак возрастания и убывания функции? признак существования экстремума?
7. Как с помощью первой производной исследовать функцию на монотонность и экстремумы?
8. Как отыскивают экстремумы функции с помощью второй производной? Почему в точке максимума вторая производная отрицательна, а в точке минимума – положительна?
9. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
10. Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
11. Как по знаку второй производной определяются выпуклость и вогнутость кривой?
12. Что называется точкой перегиба и каков признак ее существования? В чем состоит правило нахождения точки перегиба?
13. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график.

1) а)  $y = x^3 - 3x^2 + 4$    б)  $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$

2. Найти наибольшее и наименьшее на отрезке  $[0; 6]$  значения функции  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 16$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график.

а)  $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 3$    г)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 5}$

б)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$

в)  $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$

2. Найти наибольшее и наименьшее на отрезке  $[m; n]$  значения функции  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Вариант	$a$	$b$	$c$	$d$	$m$	$n$
1	-1	9	48	5	-3	10
2	1	-18	105	-35	4	8
3	-1	-3	-45	6	-6	4

Практическая работа № 9. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования заменой переменной и по частям.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов методами замены переменной и по частям.

Ход работы:

Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл.IV, §5, п.п.1-3

Практическая работа № 10 Нахождение неопределенных интегралов различными методами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов различными способами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?

2. Какая функция называется первообразной для данной функции на заданном промежутке? (пример)

3. В чем состоит основное свойство первообразной?
4. Что называется неопределенным интегралом?
5. Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
6. Чему равны производная и дифференциал неопределенного интеграла?
7. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
8. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
9. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
9. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?  
Как из формул дифференцирования получают формулы интегрирования?
10. В чем состоит метод непосредственного интегрирования функций? (пример)
11. Как проверить, правильно ли найден интеграл?
12. В чем состоит метод подстановки при нахождении неопределенного интеграла? (пример).

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Задание. Найти неопределенный интеграл.

- $\int (m \cdot x^n - \frac{n}{m+1\sqrt{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x) dx$
- $\int \frac{m+n}{m \cdot x+n} dx$
- $\int (m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m \cdot n} dx$
- $\int x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m) dx$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{m \cdot x} dx$

Вариант	m	n
1	3	4
2	4	5
3	6	7

Задание. Найти неопределенный интеграл.

- $\int (m \cdot x^n - \frac{n}{m+1\sqrt{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x) dx$
- $\int \frac{m+n}{m \cdot x+n} dx$
- $\int (m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m \cdot n} dx$
- $\int x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m) dx$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{m \cdot x} dx$

Вариант	m	n
1	7	8
2	2	3
3	6	4

Практическая работа № 11 Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов в практических задачах

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: закрепить навыки нахождения определенных интегралов, умение применять их для решения задач.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ:

1. Что такое определенный интеграл от функции  $y = f(x)$  по отрезку  $[a; b]$ ?

2. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?

3. В чем состоит физический смысл определенного интеграла?

4. С помощью какой формулы вычисляют определенный интеграл?

5. Каковы основные свойства определенного интеграла?

6. Какова схема решения задачи на вычисление площади фигуры с помощью определенного интеграла? (пример)

7. Какова схема решения физических задач с помощью определенного интеграла? (пример)

2) вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1)  $y = x^4, y = 0, x = -1, x = 1$

2)  $y = x^2 - 4x + 5, y = 0, x = 0, x = 4$

3)  $y = x^3, y = 0, x = -1,$

4)  $y = 4 - x^2, \text{ ось } ox$

5)  $y = x^3, y = 8, x = 1$

3) Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

1)  $y = x^2 + 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$

2)  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$

4) Выполнить самостоятельно:

1)  $y = x^2$ ,  $y = x + 1$  и осью  $ox$

2)  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 0$

Тема: Матрицы и определители.

Практическая работа № 12. Матрицы, их виды. Действия над матрицами. Умножение матриц. Обратная матрица.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над матрицами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

- Что называют матрицей?
- Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
- Какие матрицы называются равными?
- Что называют главной диагональю матрицы?
- Какая квадратная матрица называется диагональной? нулевой? единичной? транспонированной? треугольной? ступенчатой?
- Какие преобразования матрицы называются элементарными? Как привести матрицу к ступенчатому виду? (пример)
- Что называют суммой матриц? В чем состоит обязательное условие существования суммы матриц? Какими свойствами обладает сумма матриц? (пример)
- Что называют произведением матрицы на число? (пример)
- Что называют произведением двух матриц? Как найти произведение двух матриц? В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц? Какими свойствами обладает произведение матриц? (пример)

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Выполнить действия над матрицами  $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ :

$A+B-C$ ;

$3A+2C-6B$

2. Вычислить произведение матриц:

1)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ ;

2)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -3 \\ 1 & 7 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;

3. Выполните действия над матрицами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \\ -7 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \\ -2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Практическая работа № 13. Определители 2 – го и 3-го порядков, их свойства и вычисление.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки вычисления определителей.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

1. Что называют определителем квадратной матрицы? определителем второго порядка? определителем третьего порядка? Какими свойствами обладает определитель?

2. В чем состоит метод треугольников для вычисления определителя третьего порядка? (пример)

2). Вычислите определитель

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} & 2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} & 3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{vmatrix} \\ 4) \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -9 \end{vmatrix} & 5) \begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} & 6) \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} \end{array}$$

Практическая работа № 14. Определители 4-го порядка, их свойства и вычисление.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки вычисления определителей.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

- Что называют минором? алгебраическим дополнением элемента определителя?

(пример)

- В чем состоит метод разложения по элементам строки (столбца)

- для вычисления определителя третьего порядка? высшего порядка? (пример)

2) Вычислить:

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 11 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & 9 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} & 2) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} & 3) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \end{array}$$

Практическая работа № 15 Действия над матрицами. Нахождение обратной матрицы.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над матрицами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

- Что называют матрицей?
- Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
- Какие матрицы называются равными?
- Что называют главной диагональю матрицы?
- Какая квадратная матрица называется диагональной? нулевой? единичной? транспонированной? треугольной? ступенчатой?
- Какие преобразования матрицы называются элементарными? Как привести матрицу к ступенчатому виду? (пример)
- Что называют суммой матриц? В чем состоит обязательное условие существования суммы матриц? Какими свойствами обладает сумма матриц? (пример)
- Что называют произведением матрицы на число? (пример)
- Что называют произведением двух матриц? Как найти произведение двух матриц? В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц? Какими свойствами обладает произведение матриц? (пример)

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Выполнить действия над матрицами:  $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ :

$$A - C + B$$

$$5A + 3B - 7C$$

Найти матрицу, обратную найденной

2. Вычислить произведение матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$$

3. Выполните действия над матрицами:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Вычислите определитель:

1)  $\begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -9 \end{vmatrix}$       2)  $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$       3)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

Тема: Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Практическая работа № 16. Решение СЛАУ методом Крамера

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки решения систем уравнений методом Крамера.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

- Что называют элементарной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)?
- Что называют решением элементарной СЛАУ?
- В чем суть метода Крамера для решения СЛАУ? (пример)
- Суть метода Крамера (метода определителей): главный определитель системы → определители неизвестных → формулы Крамера

2) Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл.IV, §5, п.п.1,2

#### Практическая работа 17. Решение СЛАУ методом Гаусса.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки решения систем уравнений методом Крамера и методом Гаусса.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

- Что называют элементарной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)?
- Что называют решением элементарной СЛАУ?
- В чем суть метода Гаусса для решения СЛАУ? (пример)
- Суть метода Гаусса (метода последовательного исключения неизвестных): прямой ход: расширенная матрица системы → элементарные преобразования → треугольный вид; обратный ход: треугольная система → последовательные подстановки → искомые переменные.

2) Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл.IV, §6.

#### Практическая работа № 18. Решение СЛАУ матричным методом.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки решения систем уравнений матричным методом.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

- Что называют элементарной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)?
- Что называют решением элементарной СЛАУ?
- В чем суть матричного метода для решения СЛАУ? (пример)

2) Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл.IV, §4, п.п.1,2

Практическая работа № 19. Решение СЛАУ различными методами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки решения систем уравнений методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса)

- Что называют элементарной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)?
- Что называют решением элементарной СЛАУ?
- В чем суть метода Крамера для решения СЛАУ? (пример)
- Суть метода Крамера (метода определителей): главный определитель системы → определители неизвестных → формулы Крамера;
- В чем суть метода Гаусса для решения СЛАУ? (пример)
- В чем суть матричного метода для решения СЛАУ? (пример)

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Решить СЛАУ: а) методом Крамера, б) методом Гаусса, в) матричным методом

$$\begin{cases} kx + ly + mz = n, \\ px + qy + rz = s, \\ tx + fy + gz = h. \end{cases}$$

Вариант	$k$	$l$	$m$	$n$	$p$	$q$	$r$	$s$	$t$	$f$	$g$	$h$
1	1	1	1	0	2	1	0	4	1	-1	-2	5
2	1	1	-1	-4	2	3	1	-1	1	-1	2	6

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Решить СЛАУ: а) методом Крамера, б) методом Гаусса, в) матричным методом

$$\begin{cases} kx + ly + mz = n, \\ px + qy + rz = s, \\ tx + fy + gz = h. \end{cases}$$

Вариант	$k$	$l$	$m$	$n$	$p$	$q$	$r$	$s$	$t$	$f$	$g$	$h$
4	1	1	-1	0	2	3	-2	2	3	-2	0	1
5	1	1	1	4	2	1	3	9	3	3	-1	0
6	2	1	1	3	5	-2	3	0	1	0	2	5

Тема: Множества и отношения.

Практическая работа № 20. Элементы и множества. Задание множеств. Операции над множествами и их свойства.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над множествами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое “объединение двух множеств”?
- Что такое “пересечение двух множеств”?
- Что такое “разность множеств  $A$  и  $B$ ”?
- Что такое “дополнение множества  $A$  до множества  $B$ ”? Какое его обозначение?
- Что такое “универсальное множество для данной системы множеств”? Приведите примеры.
- Что такое “дополнение данного множества”? Как оно обозначается? Укажите диаграммы Эйлера-Венна для объединения множеств  $A$  и  $B$ , пересечения множеств  $A$  и  $B$ , разности множеств  $B$  и  $A$ , разности множеств  $A$  и  $B$ , дополнения множества  $A$  до множества  $B$ , дополнения множества  $A$ .

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Даны следующие пары множеств:

$$A = \{a; б; в; г; д; е\}, \quad B = (a; в; д; ж);$$

Задание: а) найдите для каждой пары подходящее универсальное множество;

б) связаны ли пары одним из соотношений:  $=$ ,  $\subset$ ,  $\supset$ ;

в) найдите пересечение  $A \cap B$ ;

г) найдите разность  $A \setminus B$ ;

д) найдите  $A \cup B$ ;

е) изобразите каждую пару множеств при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

2. Проверьте равенство множеств:

а)  $A \cap \bar{B} = (A \cup B) \cap \bar{B}$ ;

б)  $\bar{B} \setminus \bar{A} = (A \setminus B) \cap A$ ;

в)  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \setminus (C \setminus B)$ .

3) Упражнения (в группах, взаимопроверка по эталону решения)

1. Найдите объединение, пересечение, разность множеств  $A$  и  $B$ , если

а)  $A = ]-\infty; 7]$ ,  $B = [1; +\infty[$ .

б)  $A = [3; 7]$ ,  $B = [0; 9]$ .

в)  $A = ]-\infty; 0]$ ,  $B = [3; +\infty[$ .

2. Даны множества:  $A$  – тупоугольных треугольников,  $B$  – прямоугольных треугольников,  $C$  – треугольников с углом в  $50^\circ$ . Постройте для данных множеств

диаграмму Эйлера-Венна, выделив штриховкой область, изображающую множество  $(A \cup B) \cap C$ .

3.  $S$  – множество правильных многоугольников,  $T$  – множество прямоугольников. Из каких фигур состоит пересечение и объединение множеств  $S$  и  $T$ . Какие из фигур, изображенных на рис 9, принадлежат пересечению множеств  $S$  и  $T$ , а какие – их объединению?



Рис. 9

## Практическая работа № 21. Выполнение операций над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над множествами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое “объединение двух множеств”?
- Что такое “пересечение двух множеств”?
- Что такое “разность множеств  $A$  и  $B$ ”?
- Что такое “дополнение множества  $A$  до множества  $B$ ”? Какое его обозначение?
- Что такое “универсальное множество для данной системы множеств”? Приведите примеры.
- Что такое “дополнение данного множества”? Как оно обозначается? Укажите диаграммы Эйлера-Венна для объединения множеств  $A$  и  $B$ , пересечения множеств  $A$  и  $B$ , разности множеств  $B$  и  $A$ , разности множеств  $A$  и  $B$ , дополнения множества  $A$  до множества  $B$ , дополнения множества  $A$ .

2) выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. Даны следующие пары множеств:

1)  $A = \{a; б; в\}$ ,  $B = \{a; б; в; г; д\}$ ;

2)  $A = \{г; д; е\}$ ,  $B = \{a; б; в\}$ ;

3)  $A = \{е; д; г\}$ ,  $B = \{г; д; е\}$ .

Задание: а) найдите для каждой пары подходящее универсальное множество;

б) связаны ли пары одним из соотношений:  $=$ ,  $\subset$ ,  $\supset$ ;

в) найдите пересечение  $A \cap B$ ;

г) найдите разность  $A \setminus B$ ;

д) найдите  $A \cup B$ ;

е) изобразите каждую пару множеств при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

2. Проверьте равенство множеств:

1) а)  $A \cup \bar{B} = (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup A$ ;

б)  $B \setminus A = (A \cap B) \cup \bar{B}$ ;

в)  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ .

2) а)  $\bar{A} \cup B = (A \cap B) \cup \bar{A}$ ;

б)  $B \setminus A = (A \cup B) \cap \bar{A}$ ;

в)  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ .

3) а)  $A \cap \bar{B} = (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap A$ ;

б)  $B \setminus A = (A \cap \bar{B}) \cup \bar{A}$ ;

в)  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .

## Практическая работа № 22. Графы, их виды и применение

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над графами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Дайте определение графа.
- Сформулируйте понятие смежных ребер.
- Дайте определение правильного графа.
- Запишите формулу суммы степеней графа.
- Дайте определение изолированной вершины графа

- Дайте определение маршрута графа.
- Дайте определение цикла графа
- Сформулируйте понятие связности графа.
- Дайте определение Эйлера графа.
- Дайте понятие дерева и перечислите его свойства.

2) выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. Дан граф

А) Запишите количество ребер и вершин графа;

В) Определить кратчайший путь из вершины 1 в вершину 8 для графа, представленного на рисунке;

С) Запишите номера вершин, имеющих одинаковую степень:

1.		4.	
2.		5.	
3.		6.	

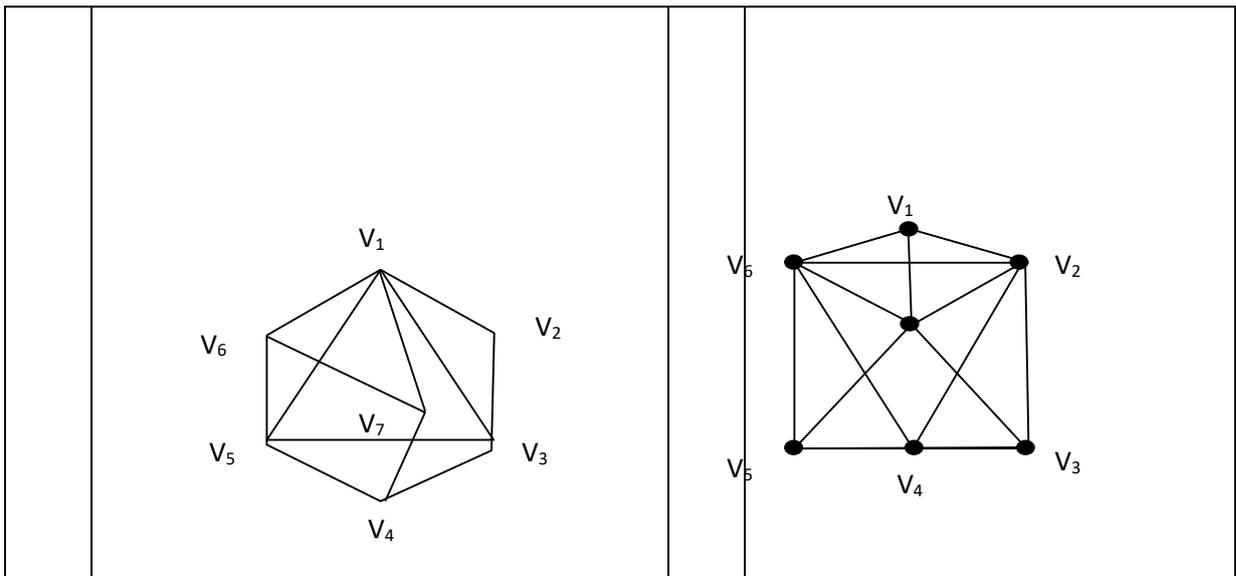
2.. Граф задан диаграммой.

А) Составьте маршруты длины 5 из вершины  $V_2$  в вершину  $V_5$ . Составьте простую цепь, соединяющую эти вершины.

В) Постройте простой цикл, содержащий вершину  $V_4$ .

С) Определите вид заданного графа

7.		10.	
8.		11.	



3. В таблице приведена стоимость перевозок между соседними железнодорожными станциями. Числа, стоящие на пересечениях строк и столбцов означают стоимость проезда между соответствующими соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то станции не являются соседними. Укажите схему, соответствующую таблице.

13.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>B</th> <td>5</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>9</td> <td>3</td> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <th>C</th> <td></td> <td>9</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <th>D</th> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <th>E</th> <td></td> <td>8</td> <td>4</td> <td>2</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>7</td> </tr> <tr> <th>F</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	A		5					B	5		9	3	8		C		9			4		D		3			2		E		8	4	2		7	F					7		16.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>B</th> <td>2</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>3</td> <td>2</td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <th>C</th> <td></td> <td>3</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <th>D</th> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <th>E</th> <td></td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>6</td> </tr> <tr> <th>F</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>6</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	A		2					B	2		3	2	3		C		3			2		D		2			1		E		3	2	1		6	F					6	
	A	B	C	D	E	F																																																																																															
A		5																																																																																																			
B	5		9	3	8																																																																																																
C		9			4																																																																																																
D		3			2																																																																																																
E		8	4	2		7																																																																																															
F					7																																																																																																
	A	B	C	D	E	F																																																																																															
A		2																																																																																																			
B	2		3	2	3																																																																																																
C		3			2																																																																																																
D		2			1																																																																																																
E		3	2	1		6																																																																																															
F					6																																																																																																
14.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>4</td> <td></td> <td>5</td> </tr> <tr> <th>B</th> <td>4</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> <tr> <th>C</th> <td></td> <td>3</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> </tr> <tr> <th>D</th> <td>5</td> <td>6</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	A		4		5	B	4		3	6	C		3			D	5	6			17.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>B</th> <td>4</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>6</td> <td>3</td> <td>6</td> <td></td> </tr> <tr> <th>C</th> <td></td> <td>6</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <th>D</th> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <th>E</th> <td></td> <td>6</td> <td>4</td> <td>2</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>5</td> </tr> <tr> <th>F</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>5</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	A		4					B	4		6	3	6		C		6			4		D		3			2		E		6	4	2		5	F					5																									
	A	B	C	D																																																																																																	
A		4		5																																																																																																	
B	4		3	6																																																																																																	
C		3																																																																																																			
D	5	6																																																																																																			
	A	B	C	D	E	F																																																																																															
A		4																																																																																																			
B	4		6	3	6																																																																																																
C		6			4																																																																																																
D		3			2																																																																																																
E		6	4	2		5																																																																																															
F					5																																																																																																
15.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>1</td> <td>4</td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <th>B</th> <td>1</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <th>C</th> <td>4</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <th>D</th> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> </tr> <tr> <th>E</th> <td>1</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	A		1	4		1	B	1			3		C	4				2	D		3				E	1		2			18.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>A</th> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>3</td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <th>B</th> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>4</td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <th>C</th> <td>3</td> <td>4</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <th>D</th> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td></td> </tr> <tr> <th>E</th> <td></td> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	A			3	1		B			4		1	C	3	4			2	D	1					E		1																													
	A	B	C	D	E																																																																																																
A		1	4		1																																																																																																
B	1			3																																																																																																	
C	4				2																																																																																																
D		3																																																																																																			
E	1		2																																																																																																		
	A	B	C	D	E																																																																																																
A			3	1																																																																																																	
B			4		1																																																																																																
C	3	4			2																																																																																																
D	1																																																																																																				
E		1																																																																																																			

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме записи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое мнимая единица? Как вычисляют степени мнимой единицы? (пример).
- Какое число называется комплексным?
- Какие комплексные числа называются чистыми мнимыми, равными, сопряженными?
- Как геометрически изображаются комплексные числа?
- Как записывается комплексное число в алгебраической форме?
- Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме? (пример).
- Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме? (пример)

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Вычислить  $i^{1276}; i^{90}; i^{7651}; i^{94861}$ .

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а)  $\frac{7-2i}{3+4i}$ ; б)  $(6-i)(2+5i)$ ; в)  $(7-2i)-(4+3i)$ .

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а)  $z_1 = 7 - 7i\sqrt{3}$  б)  $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$  в)  $z_3 = 3i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а)  $z_1 = -5 - 5i$  б)  $z_2 = -\sqrt{3} - i$  в)  $z_3 = -3i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а)  $z = 4(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3})$  б)  $z = 5e^{\frac{3\pi i}{4}}$

Практическая работа № 24. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической и показательной форме записи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое мнимая единица? Как вычисляют степени мнимой единицы? (пример).
- Какое число называется комплексным?
- Какие комплексные числа называются чистыми мнимыми, равными, сопряженными?
- Как геометрически изображаются комплексные числа?
- Что называется модулем и аргументом комплексного числа? Запишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
- Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?
- Как записывается комплексное число в показательной форме?
- Как выполнить переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической? к показательной?
- Как выполнить переход от тригонометрической формы комплексного числа к алгебраической? От показательной?

2) Работа с учебником Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: гл. I, §2, п.п. 5-8.

## Практическая работа № 25. Комплексные числа и действия над ними.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах записи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое мнимая единица? Как вычисляют степени мнимой единицы? (пример).
- Какое число называется комплексным?
- Какие комплексные числа называются чисто мнимыми, равными, сопряженными?
- Как геометрически изображаются комплексные числа?
- Как записывается комплексное число в алгебраической форме?
- Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме? (пример).
- Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме? (пример)
- Что называется модулем и аргументом комплексного числа? Запишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
- Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?
- Как записывается комплексное число в показательной форме?
- Как выполнить переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической? к показательной?
- Как выполнить переход от тригонометрической формы комплексного числа к алгебраической? От показательной?

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

Вариант 1

1. Вычислить  $i^{3455}; i^{7960}; i^{52081}; i^{1232}$ .

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

$$\text{а) } \frac{1+4i}{3i-1}; \quad \text{б) } (4+i)(2-2i); \quad \text{в) } (-6+2i)+(-6-2i)$$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

$$\text{а) } z_1 = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2} \quad \text{б) } z_2 = -1 + i \quad \text{в) } z_3 = -i$$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

$$\text{а) } z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \text{б) } z_2 = 8 - 8i\sqrt{3} \quad \text{в) } z_3 = 2i$$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

$$\text{а) } z = 3\left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{б) } z = 5e^{\frac{2\pi i}{3}}$$

Вариант 2

1. Вычислить  $i^{17185}; i^{20}; i^{9863}; i^{8618}$ .

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

$$\text{а) } \frac{2-3i}{4+5i}; \quad \text{б) } (5-4i)(3+2i); \quad \text{в) } (3+5i)-(6+3i)$$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

$$\text{а) } z_1 = \sqrt{3} + i \quad \text{б) } z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6} \quad \text{в) } z_3 = 7i$$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

$$\text{а) } z_1 = -3\sqrt{3}i + 3i \quad \text{б) } z_2 = 2 + 2i \quad \text{в) } z_3 = -5i$$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

$$\text{а) } z = 8\left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4}\right) \quad \text{б) } z = 2e^{\frac{11\pi i}{6}}$$

## Тема: Основные понятия комбинаторики

### Практическая работа № 26. Понятие факториала. Комбинаторные конструкции, сочетания. Правила комбинаторики

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение решать комбинаторные задачи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1) Дать определение перестановки, сочетания и размещения.

2) Дать определение понятия подстановка.

3) Что называется отображением?

4) Какие виды отображений бывают?

5) Что такое композиция функций?

6) Что называется биномом Ньютона?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

а) В некоторой средней школе имеется три пятых класса, в которых обучаются соответственно 28, 31 и 26 учащихся. Требуется одного из них выбрать для участия в совете школы. Сколькими способами можно сделать выбор?

Решение: По правилу суммы получаем  $28 + 31 + 26 = 85$ .

б) В секции фигурного катания занимаются 14 мальчиков и 18 девочек. Сколькими различными способами из детей, занимающихся в секции, можно образовать спортивные пары.

Решение: По правилу произведения получаем  $14 \cdot 18 = 252$ .

в) Куплено различных 12 книг. На полке можно поставить в ряд ровно 6 книг. Сколькими различными способами можно это сделать?

Решение: Будем считать различными не только те случаи, когда берутся разные книги, но и когда они по-разному расставлены на полке (в различном порядке). Тогда речь идёт о перестановках по 6 из 12. Получаем:  $A_{12}^6 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665280$ .

г) Сколько различных комбинаций может получиться при одновременном бросании трёх игральные кости?

Решение: Каждая игральная кость представляет собой кубик, на гранях которого нанесено от одного до 6 очков. При каждом бросании мы будем получать наборы вида  $a_1 a_2 a_3$ , где  $1 \leq a_i \leq 6, i = 1, 2, 3$  - количество очков, выпавших на соответствующей кости. Речь идёт о перестановках с повторениями по 3 элемента из 6. Получаем:  $\bar{A}_6^3 = 6^3 = 216$ .

д) Сколькими различными способами можно расставить на полке 10 различных книг?

Решение: Здесь, в отличие от примера 2, значение имеет только порядок расставляемых книг. Поэтому речь идёт о перестановках из 10 элементов. Получаем:  $P_{10} = 10! = 3628800$ .

е) В отделе работают 10 сотрудников. Требуется отобрать трёх из них для того, чтобы направить в командировку. Сколькими способами можно это сделать?

Решение: Поскольку имеет значение только то, какие именно сотрудники отобраны, то речь идёт о сочетаниях без повторов по 3 элемента из 10. Получаем:  $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120$ .

#### Практическая работа № 27. Решение комбинаторных задач

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** формировать умение решать комбинаторные задачи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1. Дать определение перестановки, сочетания и размещения.
2. Дать определение понятия подстановка.
3. Что называется отображением?
4. Какие виды отображений бывают?
5. Что такое композиция функций?
6. Что называется биномом Ньютона?

2) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. В цветочном магазине имеются в продаже 5 различных видов цветов. Покупателю требуется составить букет из 7 цветов. Сколькими способами можно это сделать?

2. Музыкальный концерт состоит из 3-х песен и 2-х скрипичных пьес. Сколькими способами можно составить программу концерта так, чтобы он начинался и оканчивался исполнением песни и чтобы скрипичные пьесы не исполнялись одна за другой.

3. Сколько различных 3-х буквенных слов можно образовать, используя буквы составляющие вашу фамилию, причем эти слова должны начинаться и оканчиваться согласными, а в середине должна стоять гласная буква.

4. Запишите разложение бинома  $(x+y)^4$

Тема: Основные понятия Теории вероятностей

Практическая работа № 28. Понятие события и вероятности события. Достоверные и невозможные события. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** решение вероятностных задач

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимопроса.

- Что называют вероятностью события А? (классическое определение вероятности). Какими свойствами обладает вероятность?
- Что называют суммой событий А и В? Как найти вероятность суммы двух несовместных событий? совместных событий?
- Какие события называются независимыми? зависимыми? Как найти вероятность произведения двух независимых событий?
- Что такое условная вероятность? Как вычислить вероятность совместного появления двух зависимых событий?
- По какой схеме решаются задачи на полную вероятность?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. В магазине выставлены для продажи 24 изделия, среди которых 8 изделий некачественные. Какова вероятность того, что взятые случайным образом 2 изделия будут некачественными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 30 – с первого завода, 20 – со второго, 50 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе равна 0,9; на втором – 0,7; на третьем – 0,7. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. В магазине выставлены для продажи 18 изделий, среди которых 6 изделий некачественные. Какова вероятность того, что взятые случайным образом 3 изделия будут некачественными?

2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: 35 – с первого завода, 35 – со второго, 30 – с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе равна 0,7; на втором – 0,8; на третьем – 0,9. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

Практическая работа № 29. Случайная величина, ее функция распределения.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: нахождение числовых характеристик дискретной случайной величины.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листу взаимопроса).

- Что такое случайная величина? Какая случайная величина называется дискретной, а какая – непрерывной?
- Что называют законом распределения дискретной случайной величины (ДСВ)?
- Что такое ряд распределения? Многоугольник распределения?
- Каковы основные числовые характеристики случайной величины?
- Что называют математическим ожиданием ДСВ?
- Что называют дисперсией ДСВ?
- Для чего вводится среднее квадратическое отклонение ДСВ?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Задача: Дано распределение дискретной случайной величины  $X$ . Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

$x_i$	-5	2	3
	4		
$p_i$	0,4	0,3	0,1
	0,2		

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. Дано распределение дискретной случайной величины  $X$ . Найти математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

$x_i$	-3	2	3	5
$p_i$	0,3	0,4	0,1	0,2

2. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения

$X$	0	1	2
$P$	0,3	0,5	0,2

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

3. Монету подбрасывают пять раз. Составить закон распределения случайной величины  $X$  – числа выпадения герба.

Практическая работа № 30. Закон распределения случайной величины  
**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** нахождение числовых характеристик дискретной случайной величины.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листа взаимопроса).

- Что такое случайная величина? Какая случайная величина называется дискретной, а какая – непрерывной?
- Что называют законом распределения дискретной случайной величины (ДСВ)?
- Что такое ряд распределения? Многоугольник распределения?
- Каковы основные числовые характеристики случайной величины?
- Что называют математическим ожиданием ДСВ?
- Что называют дисперсией ДСВ?
- Для чего вводится среднее квадратическое отклонение ДСВ?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)  
 №№1,7, 13, 19, 25.

1. Решить задачу на использование классического определения вероятности:

1.	Из букв слова «вероятность» наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбранная буква будет: А-согласной; В – гласной; С – буква «о».	4.	В урне 6 белых и 4 черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны вынимают еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.
2.	Из урны, содержащей 10 белых шаров и 8 черных, вынимают подряд все находящиеся в ней шары. Найти вероятность того, что вторым по порядку будет вынут белый шар.	5.	Бросаются две монеты. Какова вероятность, что обе монеты упадут «решкой» кверху.

3.	В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Найти вероятность следующих событий: А- сумма номеров вынутых шаров не меньше 7; В-сумма номеров вынутых шаров равна 11; С-сумма номеров вынутых шаров не больше 11.	6.	Все натуральные числа от 1 до 30 написаны на одинаковых карточках и положены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 5?
----	---	----	--

3. Решить задачу на использование классического определения вероятности:

7.	Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность следующих событий: А- появление не менее 4 очков; В- появление не более 4 очков.	10.	Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что абсолютная величина выпавших очков равна 2?
8.	Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность того, что оба раза появиться одинаковое число очков.	11.	В лотерее 1000 билетов. Из них два билета выпадает выигрыш 200 рублей, на 4 билета -100 рублей, на десять – по 20 рублей, на тридцать – по 10 рублей, на пятьдесят - по 5 рублей, на двести – по 1 рублю, остальные билеты без выигрыша. Какова вероятность выигрыша по билету не менее 5 рублей?
9.	Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятности следующих событий: А- сумма выпавших очков равна 6. В- произведение выпавших очков равно 6.	12.	Произвольным образом выбирается двузначное число. Какова вероятность того, что это число окажется: А-кратным 3; В- кратным 6; С- кратным 50.

4. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

13.	В ящике находятся пуговицы различных цветов белых– 50%; красных – 20%; зеленых – 20%; синих - 10%. Какова вероятность того, что взятая наугад пуговица окажется синего или зеленого цвета.	16.	В магазин поступили телевизоры, 60% которых поставило предприятие, 25% - второе и 15% - третье. Какова вероятность того, что купленный телевизор изготовлен на первом и третьем предприятии.
14.	Вероятность того, что стрелок, произведя выстрел выбивает 10 очков, равна 0,4; 9 очков -0,3 и, наконец 8 или меньше очков – 0,3. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет не менее 9 очков.	17.	Вероятность попадания в мишень для первого спортсмена 0,85, а для второго -0,8. Спортсмены независимо друг от друга сделали по одному выстрелу. Найти вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один спортсмен.
15.	При записи фамилий участников	18.	Из колоды в 36 карт наудачу

	соревнований, общее число которых 420 оказалось, что начальной буквой фамилий у 10 из них была «А», у 6-«Е», у 9-«И», у 12-«О», у 5-«У», у 3-«Ю», у всех остальных фамилия начиналась с согласной. Определить вероятность, что фамилия участника начинается с гласной.		вынимается одна. Какова вероятность того, что будет вынута пика или туз?
--	--	--	--

5. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

19.	Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное или кратное трем число очков.	22.	Консультационный пункт университета получает пакеты с контрольными работами из городов А, В, С. Вероятность получения пакета из города А равна 0,6, а из города В- 0,1. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из города С.
20.	Найти вероятность того, что взятое наудачу двузначное число окажется кратным либо 2, либо 5, либо тому и другому одновременно.	23.	Из первого предприятия поступило 200 пробирок, из которых 190 стандартных, а со второго – 300, из которых 280 стандартных. Найти вероятность того, что взятая наугад пробирка будет стандартной.
21.	В ящике имеются 30 шаров белого цвета и 5 черного. Из ящика наудачу берут один за другим 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.	24.	В мастерской два мастера работают независимо друг от друга. Вероятность того, что в течении часа первый мотор не потребует внимание мастера, равна 0,9, для второго мотора эта вероятность того, что в течении часа ни один из моторов не потребует внимания мастера.

6. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

25.	Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один вопрос?	28.	Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго -0,8, для третьего – 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка попадут в цель.
26.	Вероятность того, что в течение одного рабочего дня возникает неполадка в определенном медицинском приборе равна 0,05. Какова вероятность того, что не произойдет ни одной неполадки за 3 рабочих дня?	29.	В урне 5 белых и 10 черных шаров. Из урны вынимается один шар, отмечается его цвет и шар возвращается в урну. После этого из урны берется еще один шар. Найти вероятность того, что оба вынутые шара будут белыми.
27.	Вероятность того, что в летнюю сессию студент сдаст первый экзамен, равна 0,8; второй -0,9; третий – 0,8. Найти вероятность того, что он сдаст только первый экзамен.	30.	В урне 3 белых и 6 черных шаров. Из урны вынимаются сразу два шара. Найти вероятность того, что эти шары будут разных цветов.

7) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1.	2	8	14	20	26
2.	3	9	15	21	27
3.	4	10	16	22	28
4.	5	11	17	23	29
5.	6	12	18	24	30

Тема: Математическое моделирование. Решение задач на оптимизацию функции одной переменной

Практическая работа № 31. Решение задач на оптимизацию функции одной переменной

Цель работы: формировать умение применять графический метод решения задачи линейного программирования.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, по опорному конспекту)

- Что называют целевой линейной функцией?
- Что понимают под оптимизацией целевой линейной функции?
- Как находят оптимальное значение целевой линейной функции при заданных условиях?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1) Найти оптимизацию целевой линейной функции:  $F=x_1+x_2+1 \rightarrow \min$  при

$$\text{ограничениях: } \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ -x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2) Составить оптимальный план достижения максимальной прибыли от реализации изделий видов А и В. Данные производства приведены в таблице:

№ п/п	Вид сырья	Запрос сырья, кг	Норма сырья на 1 единицу, кг	
			Изделие А	Изделие В
1	S <sub>1</sub>	15	6	7
2	S <sub>2</sub>	6	2	2
3	S <sub>3</sub>	10	1	6
Прибыль от реализации одного изделия, д.е.			15	20

Практическая работа №32 . Решение задачи оптимального сочетания продукции некоторого небольшого производства.

Цель работы: формировать умение применять графический метод решения задачи линейного программирования.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, по опорному конспекту)

- Что называют целевой линейной функцией?
- Что понимают под оптимизацией целевой линейной функции?

- Как находят оптимальное значение целевой линейной функции при заданных условиях?
- 2) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Составить оптимальный план достижения максимальной прибыли от реализации изделий видов А и В. Данные производства приведены в таблице:

№ п/п	Вид сырья	Запрос сырья, кг	Норма сырья на 1 единицу, кг	
			Изделие А	Изделие В
1	$S_1$	12	6	9
2	$S_2$	8	3	2
3	$S_3$	10	1	5
Прибыль от реализации одного изделия, д.е.			18	24

Литература.

1. Основная литература:

Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: Учебное пособие / В Т. Т. Лисичкин И. Л. Соловейчик. – СПб: Издательство «Лань». – 5-е издан. стереотип. 464 с. 2011-2014(осн.)

2. Дополнительная литература:

1. Дадаян А. А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2021. - 544 с. ЭБС znanium.com Договор № 5669 эбс от 10.01.2022г