

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ
СИБИРСКИЙ КОЛЛЕДЖ ТРАНСПОРТА И СТРОИТЕЛЬСТВА

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ
учебная дисциплина ОП.02 ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

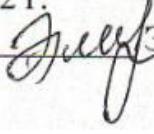
Раздел «Теоретическая механика»

23.02.04 ЭКСПЛУАТАЦИЯ И РЕМОНТ ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫХ
СТРОИТЕЛЬНЫХ ДОРОЖНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ
базовая подготовка среднего профессионального образования

ИРКУТСК 2022

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу
Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.
00a73c5b7b623a969ccad43aa81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00
Подпись соответствует файлу документа



РАССМОТРЕНО:
Цикловой методической
комиссией технической механики и
электротехнических дисциплин
«08» июня 2022 г.
Председатель:  Эмерсали Н.Б.

СОГЛАСОВАНО:
Заместитель директора по УВР
 /А.П.Ресельс
«09» июня 2022 г.

Автор: Л.А.Адамова, преподаватель ФГБОУ ВО ИрГУПС СКТиС

Содержание

	стр.
Предисловие	4
Структура расчетно-графической работы	5
Титульный лист к Расчетно-графической работе	7
Расчетно-графическая работа №1	8
Расчетно-графическая работа №2	21
Расчетно-графическая работа №3	39
Сталь прокатная балка двутавровая	52
Сталь прокатная швеллер	53
Сталь прокатная угловая равнополочная	54
Сталь прокатная угловая неравнополочная	56
Список литературы	58

Предисловие

Предмет «Техническая механика» включает в себя три раздела: для строительных специальностей – теоретическая механика, сопротивление материалов и статика сооружений;

для машиностроительных специальностей - теоретическая механика, сопротивление материалов и детали машин.

Назначение дисциплины – дать будущим техникам основные сведения о законах движения и равновесия материальных тел, о методах расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, о способах образования различного вида геометрически неизменяемых систем и методах их расчета. Знания, полученные при изучении данного предмета, являются основой для освоения смежных специальных дисциплин.

Для закрепления и контроля знаний и умений студентов по предмету «Техническая механика» рекомендуется выдавать индивидуальные домашние расчетно-графические работы.

Настоящее пособие содержит перечень учебной литературы, задания для расчетно-графических работ и методические указания по их выполнению, а также примеры решения задач, близких по содержанию к задачам работы.

Объем и содержание заданий для расчетно-графических работ определены на основании примерной тематики таких работ, рекомендуемых действующей программой.

Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в классном журнале. Срок сдачи работы назначается в соответствии с календарно-тематическим планом преподавателя. Все задания выполняются на листах формата А4 в соответствии со структурой расчетно-графической работы.

Все задания составлены в Международной системе (СИ) единиц физических величин.

Структура расчетно-графической работы.

- титульный лист;
- формулировка задания и исходные данные;
- пояснительная записка;
- расчетная часть;
- графическая часть (графики, схемы, чертежи и т.д.);
- литература;
- выводы, пояснения исполнителя;
- заключение преподавателя.

Критерии оценки выполнения студентом расчетно-графических работ.

№ п/п	Оцениваемые умения	Метод оценки	Границные критерии оценки	
			отлично	неудовлетворительно
1.	Отношение к работе	Наблюдение руководителя, просмотр материалов.	Все материалы представлены в указанный срок, не требуют дополнительного времени на завершение	В отведенное для работы время не уложился
2.	Способность выполнять вычисления и построения эпюров.	Просмотр материалов	Четко выполняет вычисления и построения эпюров	не способен использовать даже простейшие арифметические действия для получения конкретного результата. Большое число ошибок в вычислениях, в построении эпюров требуется доскональная проверка результатов.
3.	Использование всего доступного оборудования	Просмотр материалов, технологический контроль	Грамотно работает с приборами, соблюдает все правила и приемы работы техники безопасности. Может иметь свободный доступ (к приборам без задержки преподавателя).	Не способен без помощи преподавателя выполнять основные операции с приборами. Нет твердых знаний основных частей и правил работы. Не способен оценить роль и значение оборудования, имеющегося в распоряжении.
4.	Умение использовать полученные ранее знания и навыки для решения конкретных задач.	Наблюдение руководителя. Просмотр материалов.	Без дополнительных пояснений (указаний) использует навыки и умения, полученные при изучении дисциплин: «Математика», «Инженерная графика»	Не способен использовать знания не из одного раздела при решении задач разделов смежных дисциплин.

5.	Оформление работы.	Просмотр материалов.	Все материалы, расчеты, построения оформлены согласно принятым требованиям на высоком уровне.	Работа оформлена в высшей степени небрежно. Демонстрируемые вычисления и построения просто не могут привести к дополнительным ошибкам.
6.	Умение отвечать на вопросы, пользоваться профессиональной и общей лексикой при сдаче отчетной работы.	Собеседование.	Грамотно отвечает на поставленные вопросы, используя профессиональную лексику. Может обосновать свою точку зрения по проблеме. Четко видит цель.	Показывает незнание предмета при ответе на вопросы, низкий интеллект, узкий кругозор, ограниченный словарный запас. Четко выраженная неуверенность в ответах и действиях.

Титульный лист к расчетно-графической работ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВПО ИрГУПС)

«Сибирский колледж транспорта и строительства»

**Расчетно-графическая работа №
по дисциплине «Техническая механика»**

Тема:

Вариант №

Выполнил
студент гр.
Ф.И.О.
дата, подпись

Проверил
преподаватель Ф.И.О.
дата, подпись

Иркутск
200N

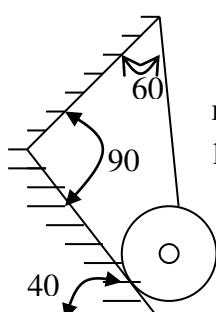
**Теоретическая механика. Статика.
Тема: Плоская система сходящихся сил.
Расчетно-графическая работа №1**

Последовательность выполнения решения

1. Указывают точку (или тело), равновесие которой (которого) рассматривается.
2. Прикладывают к рассматриваемой точке (телу) заданные (известные) силы.
В задачах обычно заданной силой является груз, который направлен вниз (к центру тяжести земли).
При наличии блока груз действует на рассматриваемую точку вдоль нити. Направление действия этой силы устанавливается из чертежа.
3. Мысленно отбрасывают связи, и, пользуясь принципом освобождаемости от связей, заменяют их действия реакциями связей, и прикладывают их к рассматриваемой точке (телу).
Направление реакции стержня заранее неизвестно, поэтому предполагаем стержень растянутым, т.е.
реакцию направляем от рассматриваемой точки (тела).
4. Выбирают положение прямоугольной системы координат. Начало координат совмещают с точкой, равновесие которой рассматривается. Одну из осей (любую) направляют так, чтобы она совпала с направлением одной из неизвестных реакций, а вторую перпендикулярно первой.
Затем определяют углы между реакциями и координатными осями, и указывают их на чертеже.
5. Составляют уравнения проекций сил, сходящихся в рассматриваемой точке, на оси x и y.
$$\sum X = 0$$
$$\sum Y = 0$$

Решают систему двух уравнений с двумя неизвестными.
Знак минус в ответе означает, что направление реакции на чертеже было выбрано неверно, т.е. если стержень предполагается растянутым, то в действительности он будет сжатым, и наоборот.
6. Решают задачу графическим способом.
На основе полученной схемы сил, в выбранном масштабе строят замкнутый силовой многоугольник, и определяют неизвестные реакции.
7. После решения полученные результаты необходимо проверить. Для этого нужно сравнить величины, полученные аналитическим и графическим способами, и подсчитать погрешность.

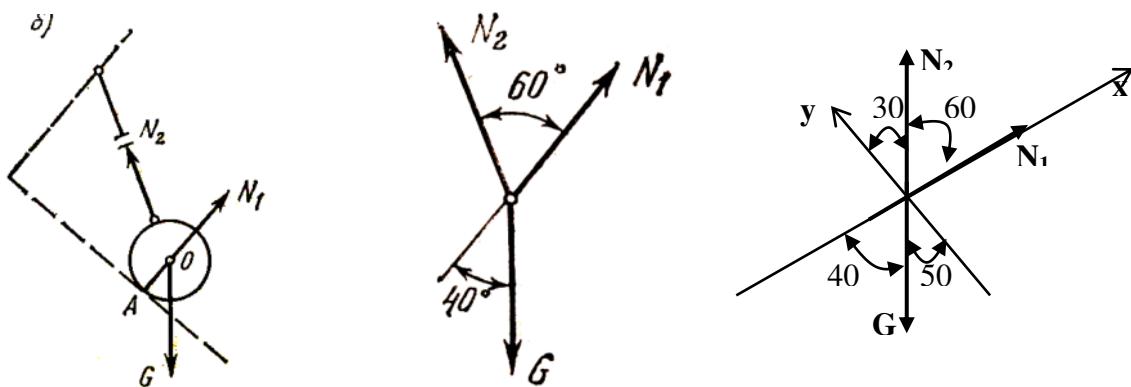
Пример1.
Определить
приведенной на



величину и направление реакций связей для схемы, рисунке, под действием груза G = 30 kN.

Решение:

1. Заменим тело точкой, совпадающей с центром его тяжести. Обозначим ее точкой О.
2. Приложим к точке О активную силу, которой является вес тела, и направим ее вниз.
3. Мысленно отбросим связи - плоскость и нить. Заменим их действие на точку О реакциями связей. Реакция гладкой поверхности (обозначим ее N_2) проходит перпендикулярно к плоскости в точке А, а реакция нити (обозначим ее N_1) - по нити от точки. Линии действия реакций и веса тела пересекаются в точке О, изобразим действующие силы в виде системы сходящихся сил на отдельном чертеже.



4. Выберем положение системы координат. Начало координат совместим с точкой О, ось x совместим с линией действия реакции N_1 , а ось у направим перпендикулярно оси x. Определим углы между осями координат и реакциями N_1 и N_2 .

5. Составим сумму проекций всех сил на координатные оси:

$$\begin{aligned} 1) \sum X &= N_1 + N_2 \cos 60^\circ - G \cos 40^\circ = 0; \\ 2) \sum Y &= N_2 \cos 30^\circ - G \cos 50^\circ = 0 \end{aligned}$$

Решим систему уравнений. Из второго уравнения находим

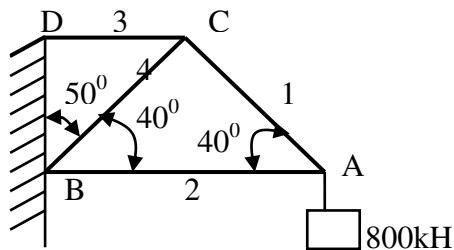
$$N_2 = \frac{G \cos 50^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{30 \cdot 0.643}{0.866} = 22.27 \text{ kH}$$

Из первого уравнения находим

$$N_1 = -N_2 \cos 60^\circ + G \cos 40^\circ = -22.27 \cdot 0.5 + 30 \cdot 0.766 = 11.84 \text{ kH}$$

Пример 2.

Ферма ABCD изготовлена из четырех шарнирно соединенных между собой стержней. На опоре ферма закреплена при помощи шарниров. К шарниру A прикреплен груз, масса которого известна.



Решение:

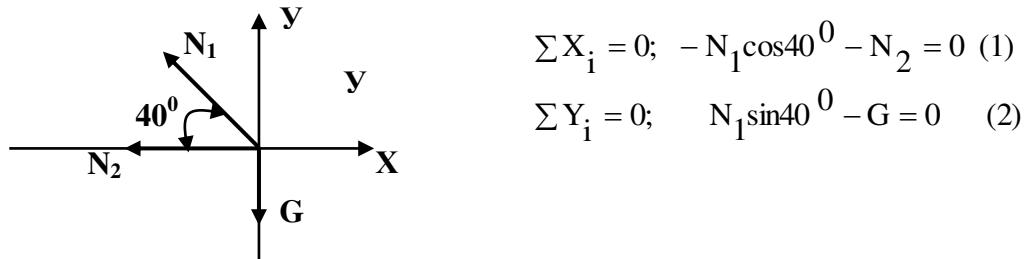
Ферма – стержневая конструкция, состоящая из прямолинейных стержней с шарнирами на концах.

Узел - это место, где сходятся несколько стержней.

Решаем задачу методом вырезания узлов. Сначала нумеруем стержни.

1. Начинаем рассматривать ферму с того узла, в котором сходятся не более двух стержней с неизвестными усилиями. Вырезав узел, необходимо заменить действие отброшенной части фермы усилиями, действующими вдоль стержней, считая при этом, что все стержни растянуты, а затем составить уравнения равновесия.

Вырежем узел A, заменив действие на узел отброшенной части фермы силами N_1 и N_2 , направленными вдоль стержней 1 и 2 от узла A, предполагая, что стержни растянуты. Расположим оси координат так, чтобы ось X совпала с направлением силы N_2 . Составим два уравнения равновесия:



Из уравнения (2) находим N_1 :

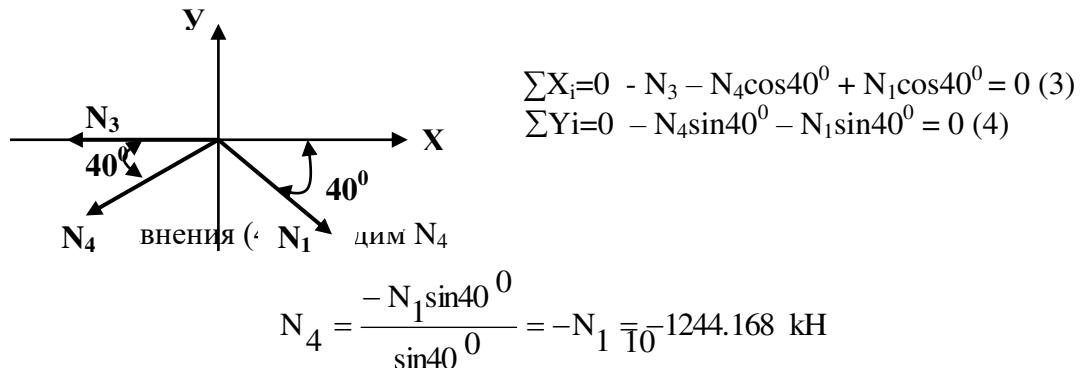
$$N_1 = \frac{G}{\sin 40^\circ} = \frac{800}{0.643} = 1244.168 \text{ kN}$$

Из уравнения (1) находим N_2

$$N_2 = -N_1 \cos 40^\circ = -1244.168 * \cos 40^\circ = -1244.168 * 0.766 = -953.03 \text{ kN}$$

Стержень 1 растянут, а стержень 2 сжат (т.к. значение реакции получилось с отрицательным знаком).

2. Вырежем узел С, заменив действие на узел отброшенной части фермы силами $N_1=1244.168$ kN, N_3 и N_4 : проведя одну из осей координат через неизвестное усилие, и составим уравнения равновесия:



Из уравнения (3) находим N_3

$$N_3 = -N_4 \cos 40^\circ + N_1 \cos 40^\circ = -(-1244.168) * 0.766 + 1244.168 * 0.766 = \\ = 953.033 + 953.033 = 1906.065 \text{ кН}$$

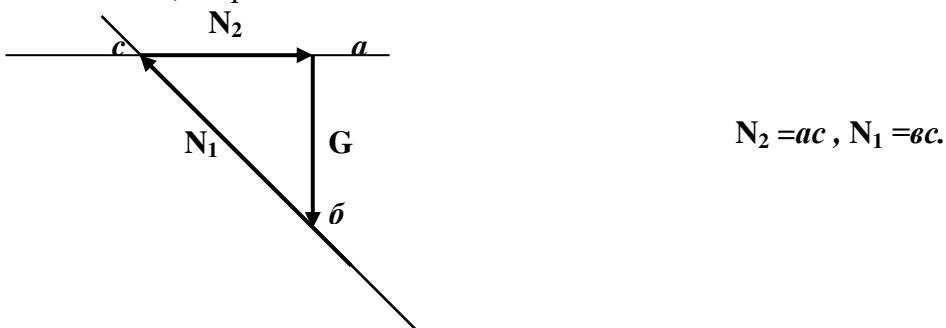
3. Графический способ решения.

Из трех сил, действующих на узел А, известна сила G по модулю и по направлению.

Выбираем масштаб сил, например 100 кН в одном сантиметре ($\mu_{\text{сил}} 100 \text{ кН/см}$) и строим силовой треугольник (смотри рис.). Из произвольной точки a в принятом масштабе откладываем отрезок ab , равный силе $G = 800 \text{ кН}$. Из начала и конца отрезка ab проводим прямые, параллельные стержням 1 и 2, до их пересечения в точке c .

Получаем замкнутый силовой треугольник abc , в котором вектор $ab = G$, вектор $bc = N_1$ и вектор $ca = N_2$. Измерив длины сторон bc и ca (см) и умножив на масштаб 100 кН/см , находим усилия в стержнях 1 и 2:

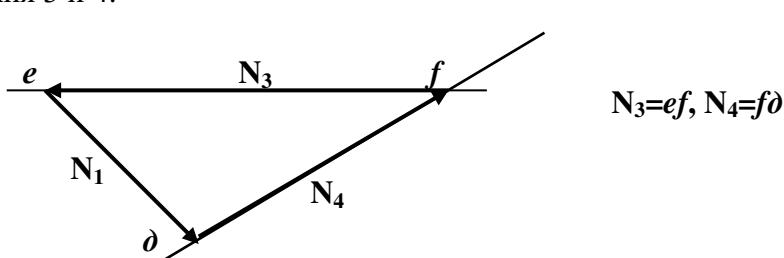
$N_1 = 12,5 \text{ см} * \mu_{\text{сил}} = 1250 \text{ кН}$, $N_2 = 9,5 \text{ см} * \mu_{\text{сил}} = 950 \text{ кН}$. Мысленно перенеся, направление найденных реакций на соответствующие стержни конструкции, видим, что сила N_1 направлена от узла, а это значит, что стержень 1 растянут; сила N_2 направлена к узлу и, следовательно, стержень 2 сжат.



Рассматриваем узел С. Из трех сил, действующих на этот узел, известна сила N_1 по модулю и по направлению. Выбираем масштаб, и строим силовой многоугольник (треугольник). Из произвольной точки e в принятом масштабе откладываем отрезок ed , равный силе

$N_1 = 1244.168 \text{ кН}$. Из начала и конца отрезка ed проводим прямые, параллельные стержням 3 и 4, до их пересечения в точке f . Получаем замкнутый силовой треугольник edf , в котором вектор $ed = N_1$, вектор $ef = N_3$, $fd = N_4$.

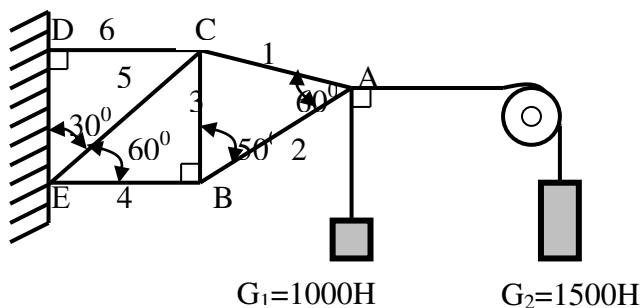
Измерив длины сторон ef и fd (см) и умножив на масштаб, находим усилия в стержнях 3 и 4.



Пример 3.

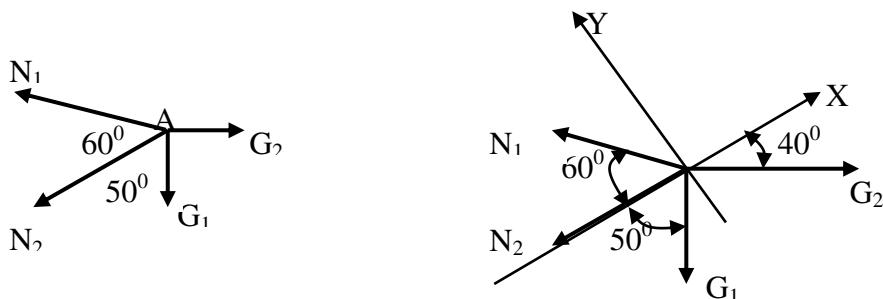
Определить усилия в стержнях фермы аналитическим и графическим способами. Составить сводную таблицу результатов и вычислить погрешность.

Решение:



1. Решаем задачу **аналитическим способом**.

Воспользуемся методом вырезания узлов. Сначала вырезаем узел A, т.к. в этом узле сходится не более двух стержней с неизвестными усилиями. Заменяем действие отброшенной части на оставшуюся реакциями, направленными вдоль стержней фермы. Прикладываем к данной точке заданные силы G_1 и G_2 .



Расположим оси координат так, чтобы одна из осей проходила через одну из неизвестных величин. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum X_j = 0 - N_2 - N_1 \cos 60^\circ - G_1 \cos 50^\circ + G_2 \cos 40^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad N_1 \cos 30^\circ - G_1 \cos 40^\circ - G_2 \cos 50^\circ = 0 \quad (2)$$

Из (2) находим неизвестное N_1 :

$$N_1 = \frac{G_1 \cos 40^\circ + G_2 \cos 50^\circ}{\cos 30^\circ};$$

Из уравнения (1) находим N_2 :

$$N_2 = -N_1 \cos 60^\circ - G_1 \cos 50^\circ + G_2 \cos 40^\circ;$$

$$N_z = -1998 * 0.5 - 1000 * 0.643 + 1500 * 0.766 = -493 \text{ H}$$

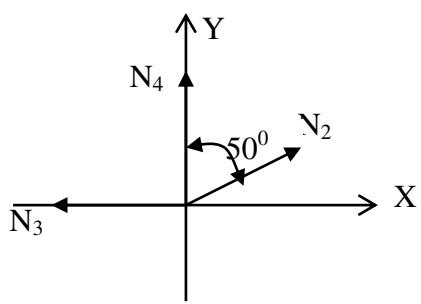
Знак минус указывает на то, что направление силы N_2 было выбрано неверно, значит, второй стержень работает на сжатие.

Рассматриваем узел В. Заменяем действие отброшенной части на оставшуюся, силами N_3 и N_4 , проведем ось X через неизвестную силу N_3 .

Составляем уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил:

$$\sum X_j = 0 \quad N_2 \cos 40^\circ - N_3 = 0 \quad (3)$$

$$\sum Y_i = 0 \quad N_4 + N_2 \cos 50^\circ = 0 \quad (4)$$



Из (3) уравнения находим N_3 :

$$N_3 = N_2 \cos 40^\circ = (-493) * 0.766 = -377.64 \text{ Н}$$

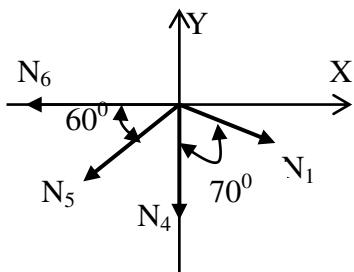
N_4 находим из уравнения (4):

$$N_4 = -N_2 \cos 50^\circ = -(-493) * 0.643 = 316.99 \text{ Н}$$

Знак минус у значения N_3 указывает, что на самом деле стержень 3 сжат силой 377.64 Н, соответственно стержень 4 будет растянут с силой равной 316.99 Н

Вырезаем узел С.

Составляем уравнения равновесия:



$$\sum X_i = 0 - N_6 - N_5 \cos 60^\circ + N_1 \cos 20^\circ = 0 \quad (5)$$

$$\sum Y_i = 0 - N_4 - N_1 \cos 70^\circ - N_5 \cos 30^\circ = 0 \quad (6)$$

Находим усилия в стержнях из уравнений (5) и (6)

$$N_5 = \frac{-N_4 - N_1 \cos 70^\circ}{\cos 70^\circ} = \frac{-316.99 - 1998 * 0.342}{0.342} = -2924.87 \text{ Н}$$

$$N_6 = -N_5 \cos 60^\circ + N_1 \cos 20^\circ = -(-2924.87) * 0.5 + 1998 * 0.939 = 3338.56 \text{ Н}$$

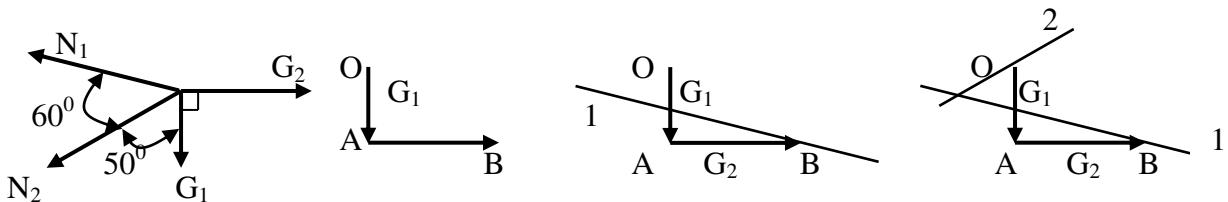
Знак минус у значения N_5 показывает, что на самом деле стержень 5 сжат силой 2924.87 Н. Сила в стержне 6 равна 3338.56 Н, усилие получилось со знаком плюс, значит, стержень 6 растянут.

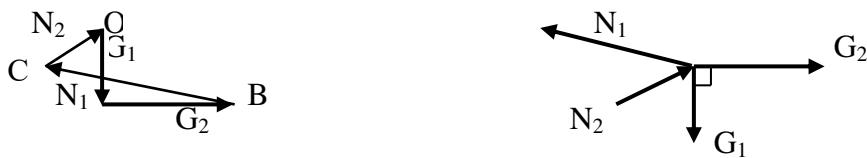
Графический способ.

Рассматриваем узел А. Так как этот узел находится в равновесии, то многоугольник из двух заданных и двух искомых сил должен быть замкнутым. Выбираем масштаб сил $\mu_{\text{сил}} = 1000 \text{ Н/см}$ и, выбрав произвольную точку О, начнем строить замкнутый многоугольник сил. Сначала отложим все известные силы: G_1 (отрезок $OA=1\text{см}$); G_2 (отрезок $AB=1,5\text{см}$). Силы N_1 и N_2 неизвестны, но известны их направления (направлены вдоль стержней 1 и 2). Поэтому, зная, что силовой многоугольник должен быть замкнут, из точки В проводим прямую, параллельную стержню 1, а из точки О - прямую, параллельную стержню 2. Обозначив буквой С точку пересечения этих прямых и указав стрелками направление искомой силы от В к С, а направление силы от С к О, получим замкнутый силовой многоугольник OABC. Измерив длины отрезков BC и CO , получим $BC=2\text{см}$, $CO=0,5\text{см}$. С учетом масштаба построения найдем:

$$N_1 = BC * \mu_{\text{сил}} = 2 * 1000 = 2000 \text{ Н}$$

$$N_2 = CO * \mu_{\text{сил}} = 0,5 * 1000 = 500 \text{ Н}$$

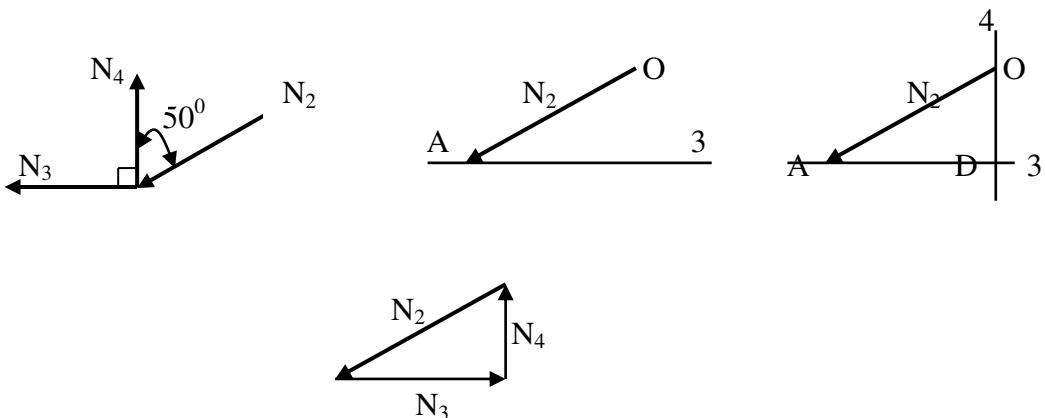




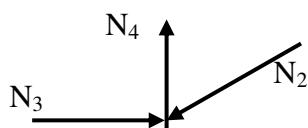
Осталось выяснить, растянуты или сжаты стержни 1 и 2. Для этого перенесем силы N_1 и N_2 из многоугольника сил к соответствующим стержням, в результате чего найдем, что стержень 1 растянут, т.к. направлен от узла, а стержень 2 сжат (направлен к узлу).

$$\begin{aligned}N_1 &= 2000 \text{ Н;} \\N_2 &= 500 \text{ Н.}\end{aligned}$$

Узел В.



Узел находится в равновесии, поэтому многоугольник (треугольник) из тех сил - одной известной N_2 и двух искомых должен быть замкнутым. Выбираем масштаб исходя из известной силы $\mu_{\text{сил}} = 100 \text{ Н/см}$. Выбираем произвольную точку О начиная строить замкнутый треугольник сил. Сначала отложим известную силу N_2 (отрезок OA=5 см). Силы N_3 и N_4 неизвестны, но известны их направления (направлены вдоль стержней 3 и 4). Зная, что силовой многоугольник должен быть замкнут, из точки А проводим линию параллельную стержню 3, а из точки О прямую параллельную стержню 4. Обозначим точку пересечения этих линий буквой D и укажем направление искомых сил (N_3 от А к D, а N_4 от D к О). Измеряем длины отрезков AD и DO, получим $AD=3,7 \text{ см}$, $CO=3,2 \text{ см}$. С учетом масштаба построения найдем: $N_3 = AD * \mu_{\text{сил}} = 370 \text{ Н}$, $N_4 = DO * \mu_{\text{сил}} = 320 \text{ Н}$. Выясняем, растянуты или сжаты стержни 3 и 4. Для этого перенесем силы N_3 и N_4 из многоугольника сил к соответствующим стержням, в результате чего найдем, что стержень 3 сжат, а стержень 4 растянут. $N_3 = -370 \text{ Н}$, $N_4 = 320 \text{ Н}$.



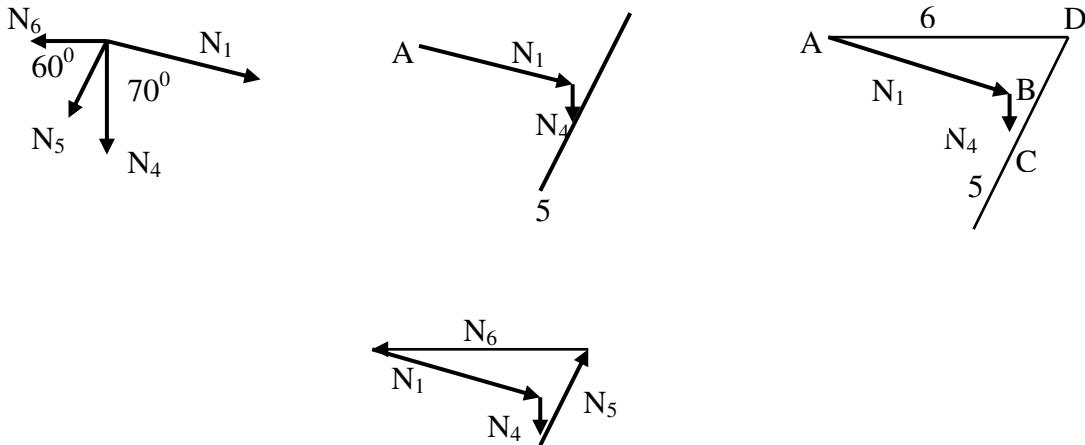
Узел С.

Так как узел С находится в равновесии, то многоугольник из двух известных N_1 и N_4 и двух неизвестных N_5 и N_6 сил должен быть замкнут. Примем масштаб сил $\mu_{\text{сил}} = 400 \text{ Н/см}$ и, выбрав произвольную точку А, начнем строить замкнутый многоугольник сил. Откладываем известные силы N_1 (отрезок AB=5 см), N_4 (отрезок BC=0,8 см). Из точки С проводим линию параллельную 5 стержню, а из точки А проводим прямую параллельную

стержню 6. Обозначим точку пересечения этих двух линий буквой D, и укажем стрелками направление силы N_5 от C к D, а направление силы N_6 от D к A. Измерим длины отрезков CD и DA, получим $CD=7,3$ см., $DA=8,3$ см. С учетом масштаба построения найдем:

$$N_5 = CD * \mu_{\text{сил}} = 7,3 * 400 = 2920 \text{ Н},$$

$$N_6 = DA * \mu_{\text{сил}} = 8,3 * 400 = 3320 \text{ Н.}$$



Выясним, растянуты стержни или сжаты. Для этого перенесем силы N_5 и N_6 из многоугольника сил к соответствующим стержням, в результате чего установим, что стержень 5 сжат, а стержень 6 растянут.

$$N_5 = -2920 \text{ Н}, N_6 = 3320 \text{ Н.}$$

Составляем сводную таблицу результатов:

Усилия в стержнях	$N_1, \text{Н}$	$N_2, \text{Н}$	$N_3, \text{Н}$	$N_4, \text{Н}$	$N_5, \text{Н}$	$N_6, \text{Н}$
Аналитический	1998	-493	-377,64	316,99	-2924,87	3338,56
Графический	2000	-500	-370	320	-2920	3320
Погрешность %	0,1	1,4	2,06	0,94	0,16	0,56

Погрешность вычислить можно с помощью формулы:

$$\delta = \frac{N_{\text{граф.}} - N_{\text{аналит.}}}{N_{\text{граф.}}} * 100\%$$

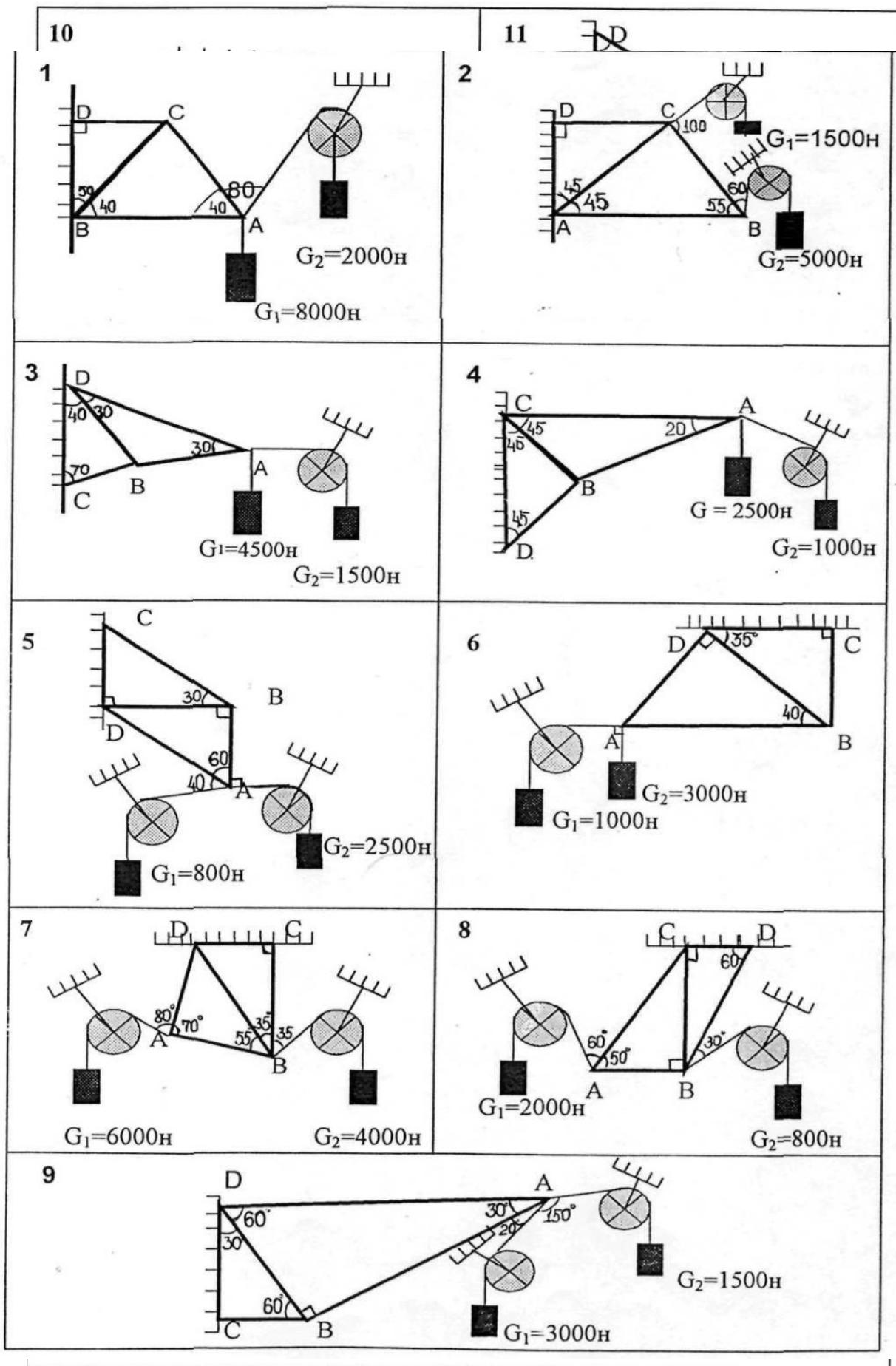
$$\delta = \frac{N_{1\text{граф.}} - N_{2\text{анали}}}{N_{1\text{граф.}}} = \frac{|1998 - 2000|}{2000} * 100\% = 0,1$$

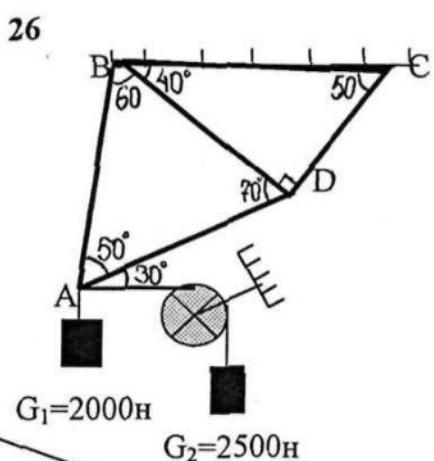
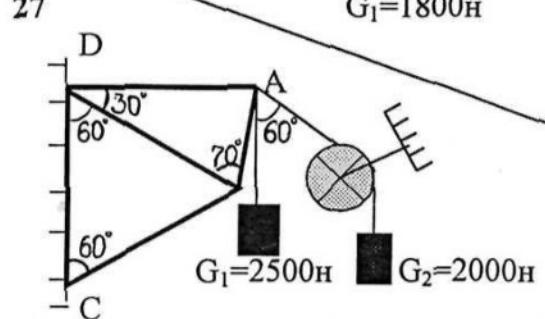
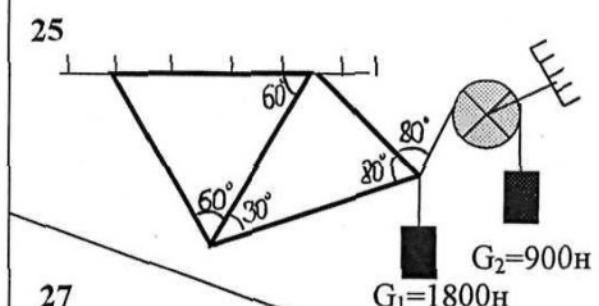
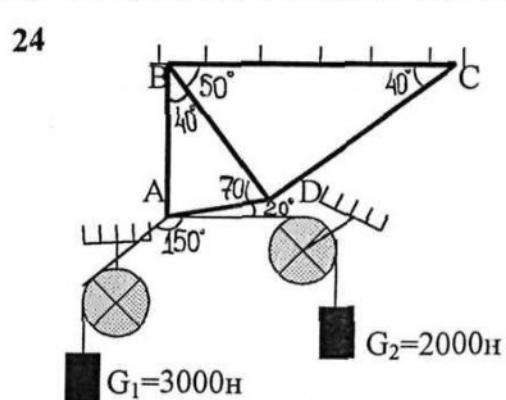
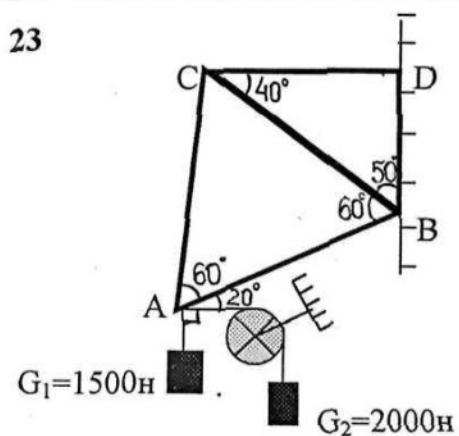
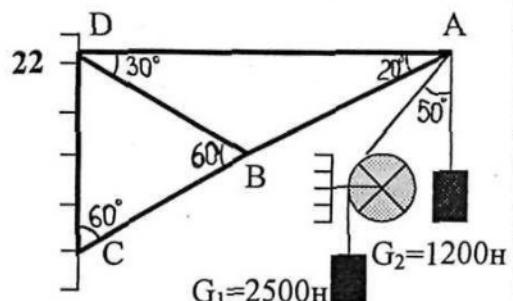
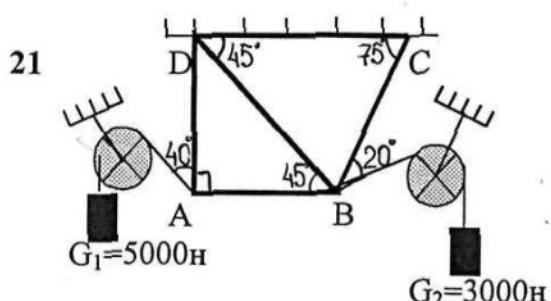
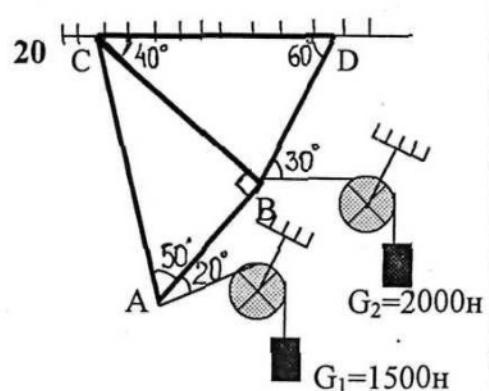
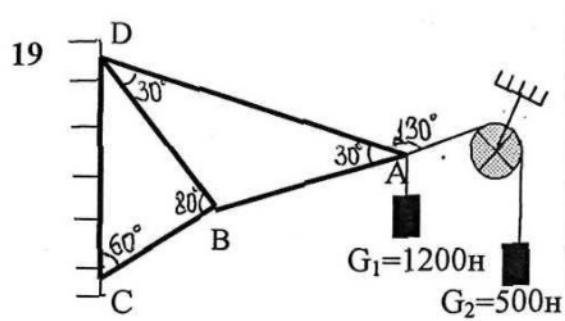
$$\delta = \frac{N_{\text{2граф}} - N_{\text{2аналит}}}{N_{\text{2граф}}} = \frac{|500 - 493|}{500} * 100\% = 1,4$$

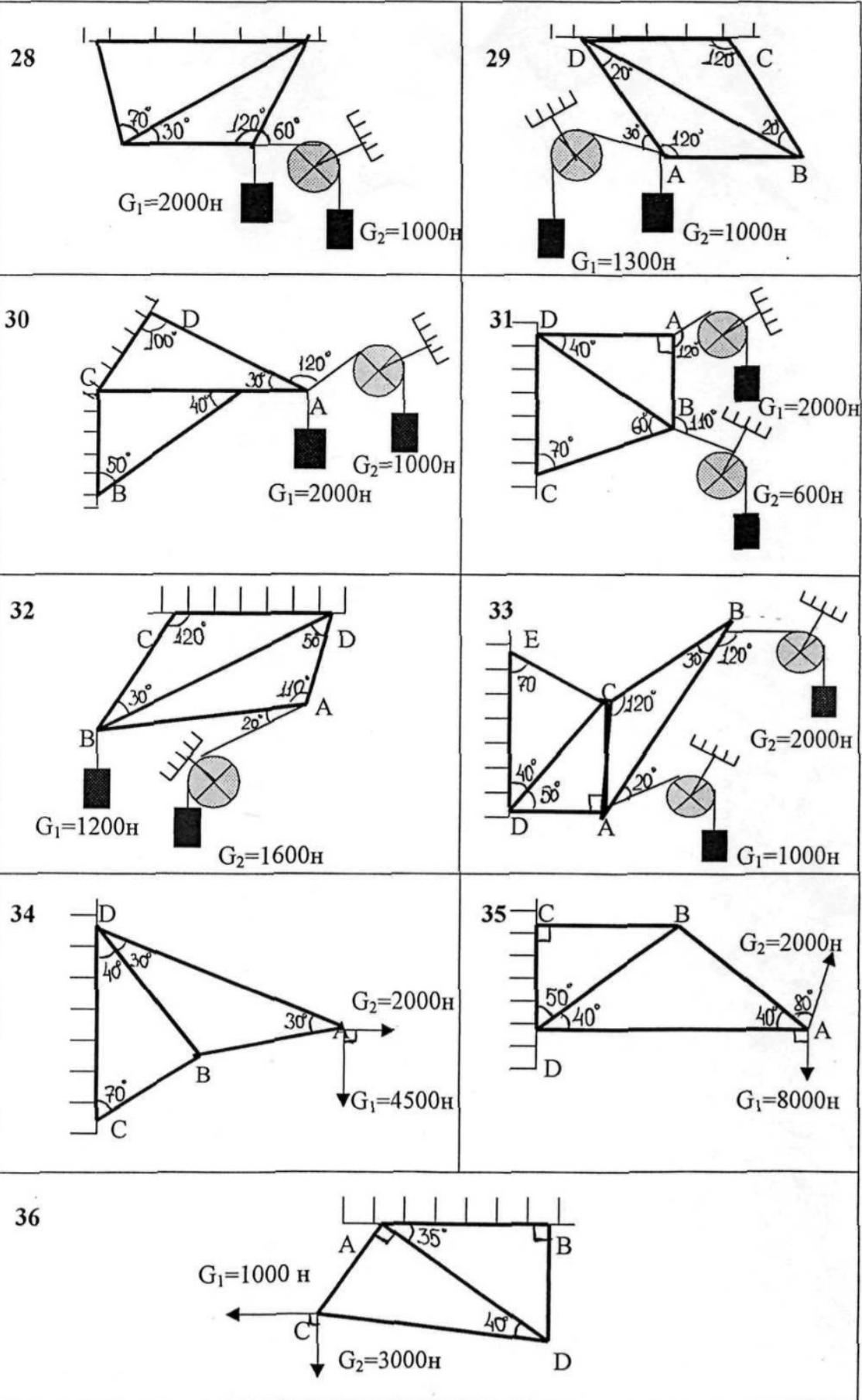
Таким образом, находят погрешности $\delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6$. Погрешность не должна превышать 7%. Если погрешность более 7%, то надо искать ошибку, либо в аналитическом, либо в графическом способе решения.

Задание к расчетно-графической работе №1:

Определить усилия в стержнях фермы аналитическим и графическим способами.
Задание выбрать согласно своего варианта.







Теоретическая механика. Статика
Тема: Плоская система произвольно расположенных сил
Расчетно-графическая работа №2

Последовательность решения.

1. Освобождаются от опор и заменяют их действие на балку опорными реакциями. В шарнирно-неподвижной опоре в общем случае действия нагрузки возникают две реакции : горизонтальная H_A и вертикальная V_A . В шарнирно-подвижной опоре при любой нагрузке возникает одна реакция – по направлению опорного стержня V_B , то есть реакция перпендикулярна опорной плоскости.
2. Определяют плечо силы, не перпендикулярной оси балки. Плечо силы определяется относительно обеих опор. Для этого из каждой точки опоры опускают на силу или линию ее действия перпендикуляры – они являются плечами силы относительно левой и правой опоры. Рассматривая прямоугольный треугольник, образованный осью балки, линией действия силы и перпендикуляром, находят величину каждого плеча.
3. Составляют уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0 \\ \sum M_B &= 0 \\ \sum X &= 0\end{aligned}$$

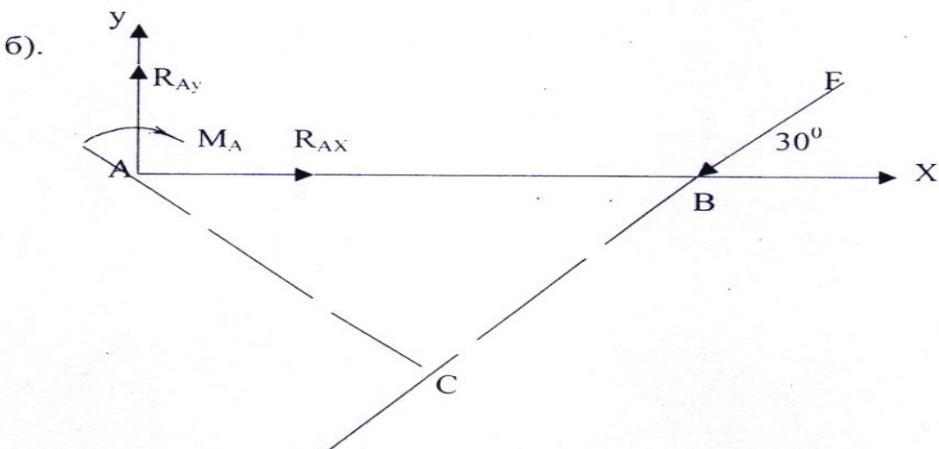
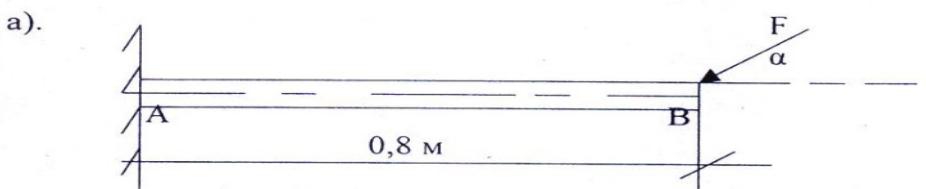
Решая уравнения, находят неизвестные реакции V_A , H_A , V_B .

4. Выполняют проверку решения по уравнению

$$\sum Y = 0$$

Задача 1.

Жестко защемленная балка АВ нагружена силой $F = 4$ кН, как показано на рисунке. Определить реакции заделки, если $\alpha = 30^\circ$.



Решение

Освободим балку АВ от связи и заменим её действие на балку силами реакции R_{Ay} и R_{Ax} и моментом M_A (рис. (б)). Расположив оси координат, как показано на рис. (б), для уравновешенной системы сил и момента составим три уравнения.

$$\sum M_A = 0 ;$$

$$\sum Y_i = 0 ;$$

$$\sum X_i = 0$$

$$\sum M_A = M_A + F \cdot AC = 0 ; \text{ где } AC = AB \sin 30^\circ$$

$$M_A = -F \cdot AB \sin 30^\circ = -4 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = -1,6 \text{ кНм}$$

$$\sum Y_i = R_{Ay} - F \cos 60^\circ = 0$$

$$R_{Ay} = F \cos 60^\circ = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ кН}$$

$$\sum X_i = R_{Ax} - F \cos 30^\circ = 0$$

$$R_{Ax} = F \cos 30^\circ = 4 \cdot 0,866 = 3,46 \text{ кН}$$

Для проверки правильности решения составим уравнение моментов относительно точки В.

$$\sum M_B = 0;$$

$$\sum M_B = M_A + R_{Ay} \cdot 0,8 = 0$$

$$-1,6 + 2 \cdot 0,8 = -1,6 = 1,6 = 0 ; 0 = 0$$

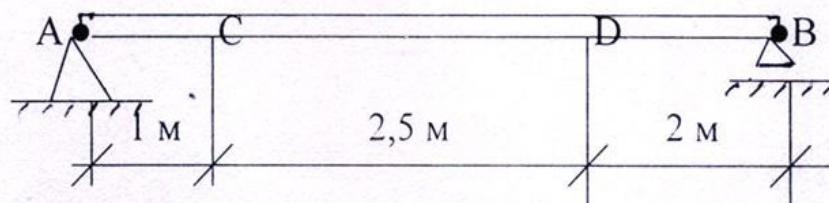
Задача решена правильно.

Задача 2.

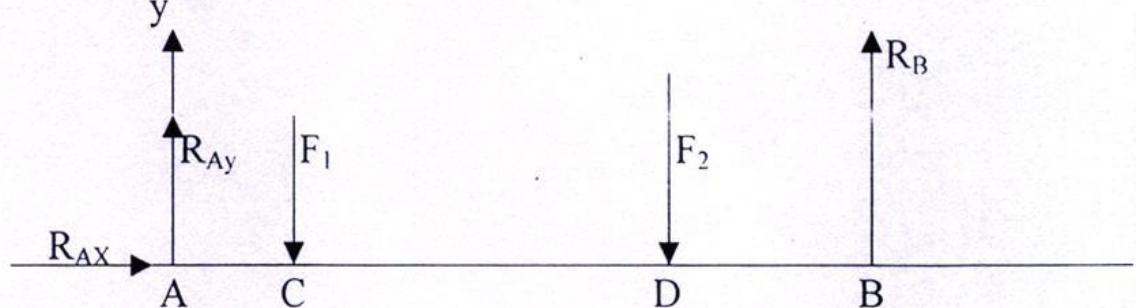
На горизонтальную балку АВ, левый конец которой имеет шарнирно-неподвижную опору, а правый – шарнирно-подвижную, в точках С и Д поставлены два груза $F_1 = 10$ кН и $F_2 = 20$ кН (рис.,(а))/

Определить реакции опор балки.

a).



б).



Решение.

Рассмотрим равновесие балки АВ, на которую в точках С и D действуют две вертикальные нагрузки F_1 и F_2 (рис.(б)). Освобождаем балку от связей и заменим их действие реакциями. В месте шарнирно-неподвижной опоры А возникает реакция R_{Ay} и R_{Ax} , а в месте шарнирно-подвижной опоры В возникает вертикальная реакция R_B . Составим систему уравнений равновесия, расположив пересечение осей координат в точке А, а ось X направляем вдоль продольной оси балки.

Принимаем для одного уравнения за центр моментов точку А, а для другого – точку В.
Условие равновесия:

$$\Sigma M_A = 0;$$

$$\Sigma M_B = 0;$$

$$\Sigma X_i = 0$$

$$\Sigma M_A = F_1 \cdot AC + F_2 \cdot AD - R_B \cdot AB = 0$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot AC + F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{10 \cdot 1 + 20 \cdot 3,5}{5} = 16 \text{ кН}$$

$$\Sigma M_B = -F_2 \cdot DB - F_1 \cdot CB + R_{Ay} \cdot AB = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_2 \cdot DB + F_1 \cdot CB}{AB} = \frac{20 \cdot 1,5 + 10 \cdot 4}{5} = 14 \text{ кН}$$

$$\Sigma X_i = R_{Ax} = 0; R_{Ax} = 0$$

Проверим правильность решения, составив уравнение проекций сил на вертикальную ось у .

$$\Sigma Y_i = 0;$$

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_1 - F_2 + R_B = 0$$

Подставляя в это уравнение числовые значения, получаем тождество,

$$14 - 10 - 20 + 16 = 0;$$

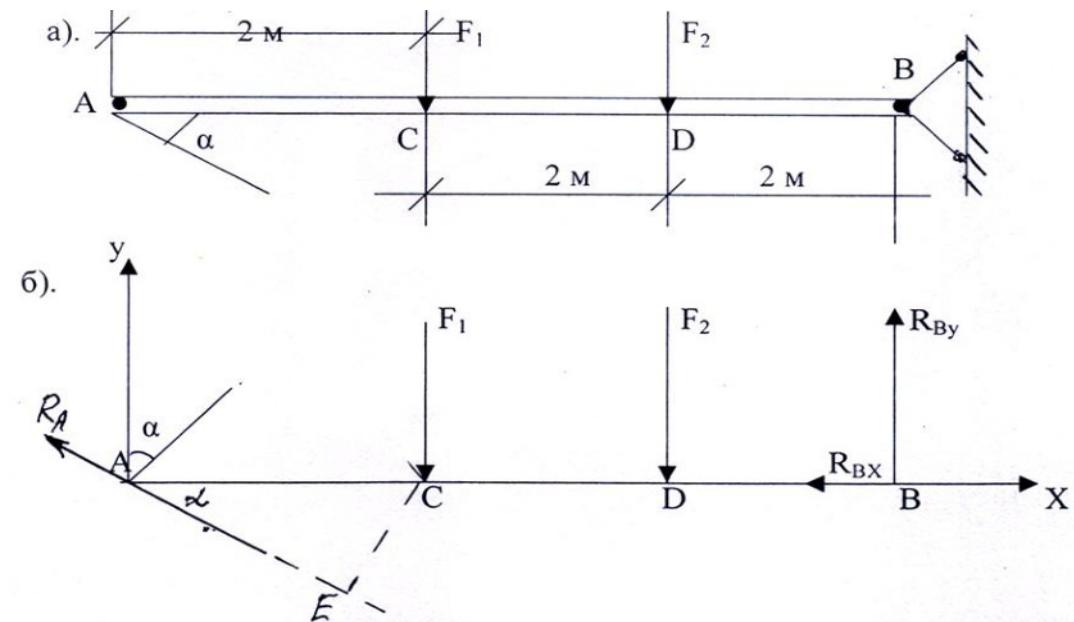
$$0 = 0$$

значит задача решена правильно.

Ответ: реакции опор: $R_{Ay} = 14 \text{ кН}$ и $R_B = 16 \text{ кН}$

Задача 3.

Горизонтальная балка имеет в точке А шарнирно-подвижную опору, плоскость которой наклонена к горизонту под углом $\alpha = 24^\circ$ (рис.(а)), а в точке В – шарнирно-неподвижную опору. Балка нагружена в точках С и D двумя сосредоточенными силами $F_1 = 24 \text{ кН}$ и $F_2 = 30 \text{ кН}$. Определить реакции опор.



Решение:

Освобождаем балку АВ от связей, их действие на балку заменяем силами реакций. Реакция подвижного шарнира R_A направлена не параллельно вертикальным нагрузкам, а под углом α к вертикали – перпендикулярно к опорной поверхности шарнира (рис.(б)). Реакцию неподвижного шарнира (т. В) заменяем двумя составляющими R_{Bx} и R_{By} .

Расположив оси X и Y, как показано на рис.(б), составляем уравнение равновесия:

$$\Sigma M_A = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0;$$

$$\Sigma X_i = 0$$

$$\Sigma M_A = F_1 \cdot AC + F_2 \cdot AD - R_{By} \cdot AB = 0$$

$$R_{By} = \frac{F_1 \cdot AC + F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{24 \cdot 2 + 30 \cdot 4}{6} = 28 \text{ kH}$$

$$\Sigma Y_i = R_A \cos \alpha - F_1 - F_2 + R_{By} = 0$$

$$R_A = \frac{F_1 + F_2 - R_{By}}{\cos \alpha} = \frac{24 + 30 - 28}{\cos 24^\circ} = 28,7 \text{ kH}$$

$$\Sigma X_i = -R_{Bx} + R_A \sin \alpha = 0$$

$$R_{Bx} = R_A \sin \alpha = 28,7 \cdot \sin 24^\circ = 12,1 \text{ kH}$$

Проверку решения производим при помощи уравнения моментов относительно точки С.

$$\Sigma M_C = 0;$$

$$\Sigma M_C = R_A \cdot CE + F_2 \cdot CD - R_{By} \cdot CB = 0$$

$$28,7 \cdot 2 \cdot \cos \alpha + 30 \cdot 2 - 28 \cdot 4 = 112 - 112 = 0;$$

$$0 = 0$$

Задача решена правильно.

Ответ: реакции опор: $R_A = 28,7 \text{ kH}$; $R_{By} = 28 \text{ kH}$; $R_{Bx} = 12,1 \text{ kH}$

Задача 4.

На консольную балку, имеющую в точке А шарнирно-неподвижную, а в точке В шарнирно-подвижную опору, действуют две нагрузки (рис.(а)): в точке D – сосредоточенная нагрузка $F = 8 \text{ kH}$, а на участке СВ – равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2 \text{ kH/m}$. Определить реакции опор.

Решение:

В этой задаче, кроме сосредоточенной силы F_1 , на участке СВ действует равномерно распределенная нагрузка, интенсивность которой q . Полная величина этой нагрузки (её равнодействующая) равна F_q и приложена в точке О посередине участка СВ (рис.(б)), т. е. $CO = OB = \frac{CB}{2}$

Реакция R_D подвижного шарнира направлена вертикально (перпендикулярно к опорной поверхности). Реакция R_A неподвижного шарнира направлена вертикально. Таким образом, на балку действует система параллельных сил (см. рис.(б)).

Составим два уравнения моментов относительно точек В и А:

$$\Sigma M_A = 0;$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$\Sigma M_A = F \cdot AO - R_B \cdot AB + F \cdot AD = 0$$

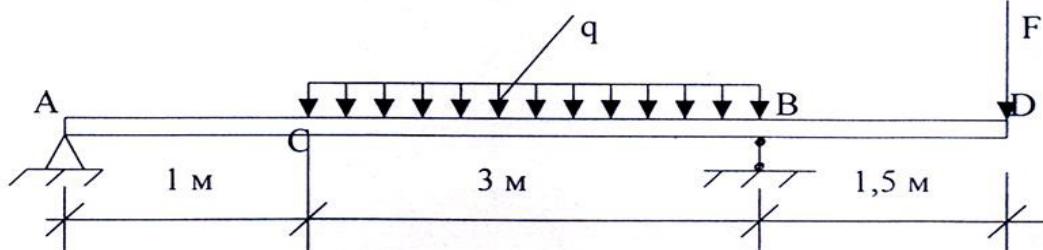
$$R_B = \frac{F \cdot AO + F \cdot AD}{AB} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2,5 + 8 \cdot 5,5}{4} = 14,75 \text{ kH}$$

$$\Sigma M_B = F \cdot BD - F \cdot OB + R_A \cdot AB = 0$$

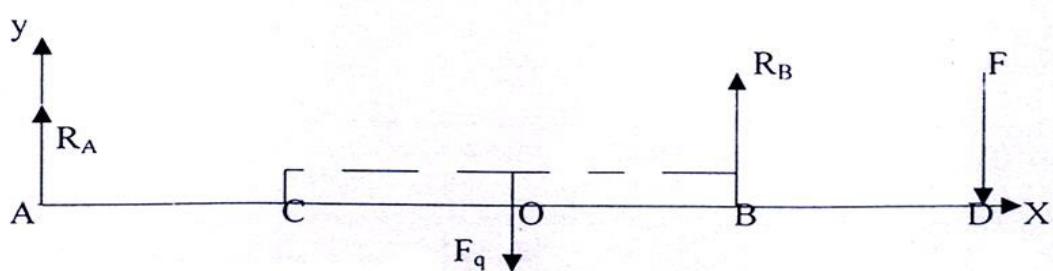
$$R_A = \frac{F_\gamma \cdot OB - F \cdot BD}{AB} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1,5 - 8 \cdot 1,5}{4} = -0,75 \text{ кН}$$

Отрицательное значение реакции R_A означает, что она направлена вниз, а не вверх, как показано на рис.(б), потому что момент силы F относительно опоры В больше, чем

a).



б).



момент равномерно распределенной нагрузки.

Для проверки решения используем уравнение проекций на ось Y.

$$\sum Y_i = 0;$$

$$\sum Y_i = RA - F\gamma + RB - F = 0$$

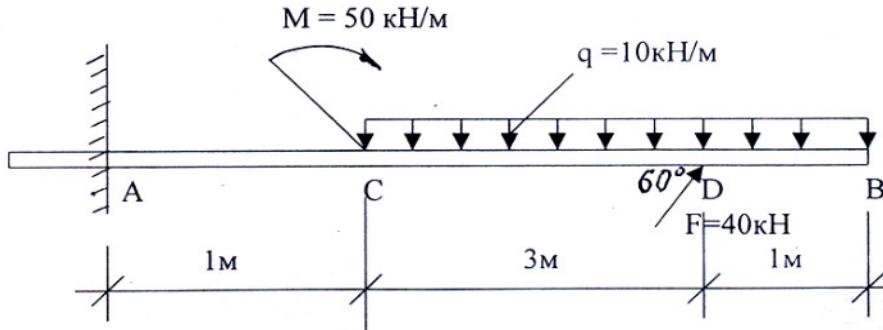
$$-0,75 - 2 \cdot 3 + 14,75 - 8 = -14,75 + 14,75 = 0;$$

$$0 = 0$$

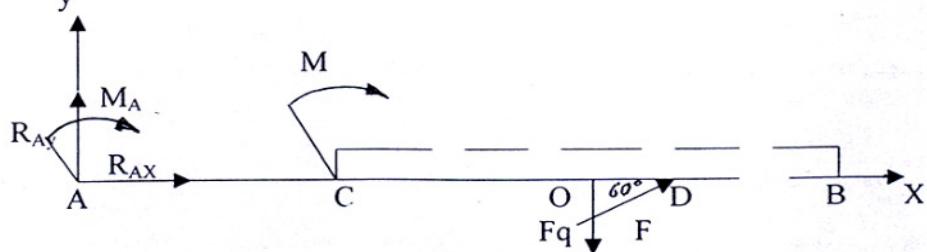
Таким образом, реакции найдены верно, и реакция шарнира А равна $R_A = 0,75$ кН и направлена вертикально вниз; реакция шарнира В равна $R_B = 14,25$ кН и направлена вертикально вверх.

Задача 5. Консольная балка АВ, жестко заделанная у левого конца, нагружена, как показано на рис.(а). Определить реакции заделки и реактивный момент.

а).



б).



Решение.

На балку действуют три нагрузки: в точке С момент, действующий по ходу часовой стрелки, на участке CB – равномерно распределенная нагрузка, которую заменим сосредоточенной силой F_q приложенной к точке О

$$CO = OB = \frac{CB}{2} = 2m,$$

в точке D приложена сосредоточенная сила F под углом к продольной оси балки 60^0 . Равновесие балки обеспечивается жесткой заделкой у точки А.

Освободив балку от связи, заменим её действие силой – реакцией связи и реактивным моментом M_A . Но так как реакцию R_A заделки сразу определить нельзя, заменим R_A её составляющими R_{Ax} и R_{Ay} совместив их с осями x и y (см. рис.(б)). Составим уравнения равновесия – уравнение моментов относительно точки А уравнения проекций на оси x и y.

$$\Sigma M_A = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0;$$

$$\Sigma X_i = 0$$

$$\Sigma M_A = M_A + M + F\gamma \cdot AO - F \cdot AD \sin 60^0 = 0$$

$$M_A = -M - F\gamma \cdot AO = F \cdot AD \sin 60^0 = -50 - 10 \cdot 4 \cdot 3 + 40 \cdot 4 \cdot 0,866 = -31,44 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F\gamma + F \cos 30^0 = 0$$

$$R_{Ay} = F\gamma - F \cos 30^0 = 10 \cdot 4 - 40 \cdot 0,866 = 5,36 \text{ кН.}$$

$$\Sigma X_i = R_{Ax} + F \cos 60^0 = 0$$

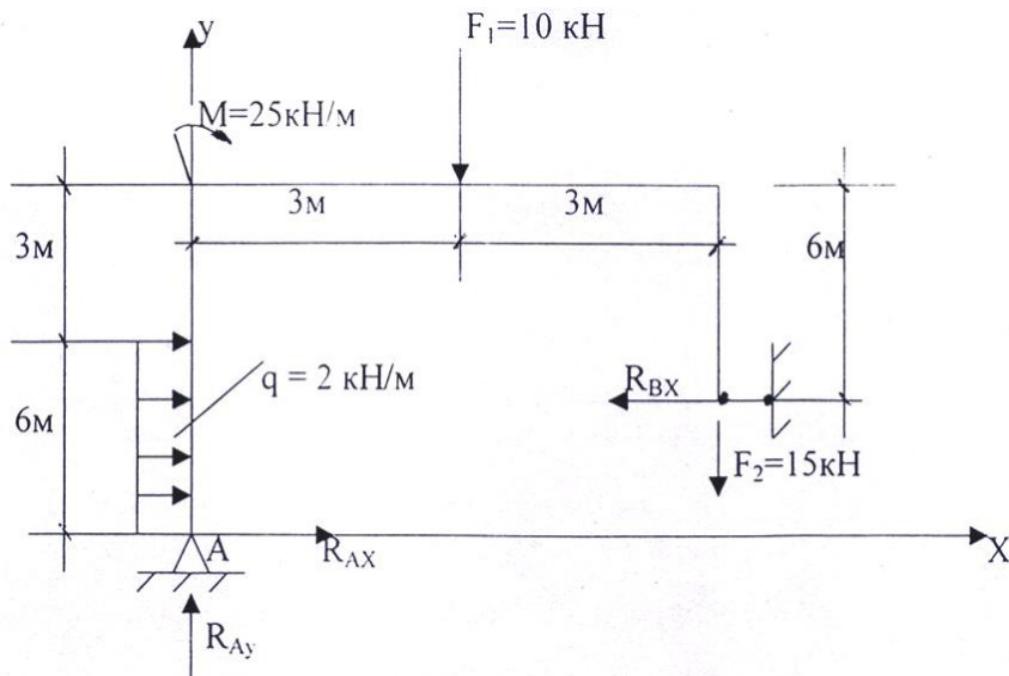
$$R_{Ax} = -F \cos 60^0 = -40 \cdot 0,5 = -20 \text{ кН.}$$

Проверка: $\Sigma M_B = 0$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= -F\gamma \cdot 2 + F \cdot 1 \cdot \sin 60^0 + M_A + R_{Ay} \cdot 5 = 0 \\ -10 \cdot 4 \cdot 2 + 40 \cdot 0,866 + 50 - 31,44 + 5,36 \cdot 5 &= 111,44 - 111,44 = 0; \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Задача 6.

Определить опорные реакции рамы, изображенной на рисунке.



Решение:

Освобождаем, мысленно, раму от связей, их действие на раму заменяем силами реакций. Реакция неподвижного шарнира выражаем горизонтальной и вертикальной составляющими R_{Ay} и R_{Ax} . Реакция подвижного шарнира R_{Bx} перпендикулярна опорной поверхности.

Составим уравнения равновесия.

$$\Sigma M_A = 0 ;$$

$$\Sigma X_i = 0 ;$$

$$\Sigma M_B = 0 .$$

$$\Sigma M_A = g \cdot 6 \cdot 3 + M + F_1 \cdot 3 - R_{Bx} \cdot 3 + F_2 \cdot 6 = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{\gamma \cdot 6 \cdot 3 + M + F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 6}{3} = 60,33 \text{ kH}$$

$$\Sigma X_i = R_{Ax} + \gamma \cdot 6 - R_{Bx} = 0$$

$$R_{Ax} = R_{Bx} - \gamma \cdot 6 = 60,33 - 12 = 48,33 \text{ kH}$$

$$\Sigma M_B = - F_1 \cdot 3 + M + R_{Ay} \cdot 6 - R_{Ax} \cdot 3 = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_1 \cdot 3 - M + R_{Ax} \cdot 3}{6} = \frac{10 \cdot 3 - 25 + 48,33 \cdot 3}{6} = 25 \text{ kH}$$

Проверка: $\Sigma Y_i = 0$

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_1 - F_2 = 0$$

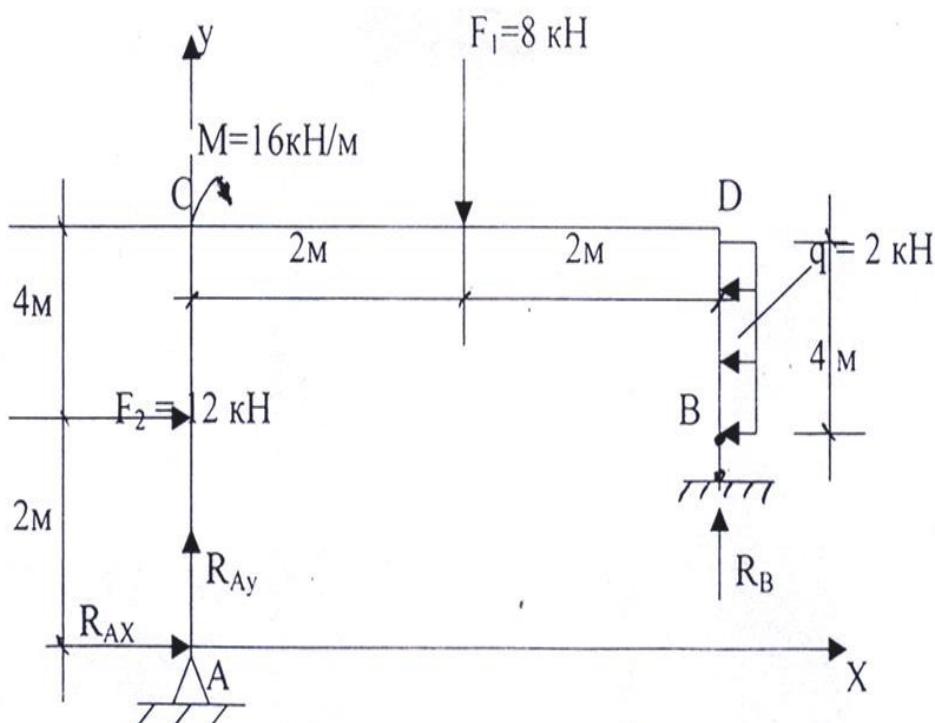
$$25 - 10 - 15 = 0;$$

$$0 = 0$$

Задача решена правильно.

Задача 7.

Определить опорные реакции рамы, изображенной на рисунке.



Решение:

Освобождаем, мысленно, раму от связей, их действие на раму заменяем силами реакций. Реакция неподвижного шарнира выражаем горизонтальной и вертикальной

составляющими R_{Ax} и R_{Ay} . Реакция подвижного шарнира R_B перпендикулярна опорной поверхности. Составим уравнения равновесия:

$$\Sigma M_A = 0 ;$$

$$\Sigma X_C = 0 ;$$

$$\Sigma M_B = 0.$$

$$\Sigma M_A = F_2 \cdot 2 + F_1 \cdot 2 - q \cdot 4 \cdot 4 - R_B \cdot 4 + M = 0$$

$$R_B = \frac{F_2 \cdot 2 + F_1 \cdot 2 - q \cdot 4 \cdot 4 + M}{4} = \frac{12 \cdot 2 + 8 \cdot 2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 + 16}{4} = 6\kappa H$$

$$\Sigma X_C = -R_{Ax} \cdot 6 + M - F_2 \cdot 4 + F_1 \cdot 2 + q \cdot 4 \cdot 2 - R_B \cdot 4 = 0$$

$$R_{Ax} = \frac{M - F_2 \cdot 4 + F_1 \cdot 2 + q \cdot 4 \cdot 2 - R_B \cdot 4}{6} = \frac{16 - 12 \cdot 4 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 - 6 \cdot 4}{6} = -4\kappa H$$

$$\Sigma M_B = -q \cdot 4 \cdot 2 - F_1 \cdot 2 + M + R_{Ay} \cdot 4 - R_{Ax} \cdot 2 = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{q \cdot 4 \cdot 2 + F_1 \cdot 2 - M + R_{Ax} \cdot 2}{4} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 2 + 8 \cdot 2 - 16 - 4 \cdot 2}{4} = 2\kappa H$$

Проверка:

$$\Sigma Y_i = 0 ;$$

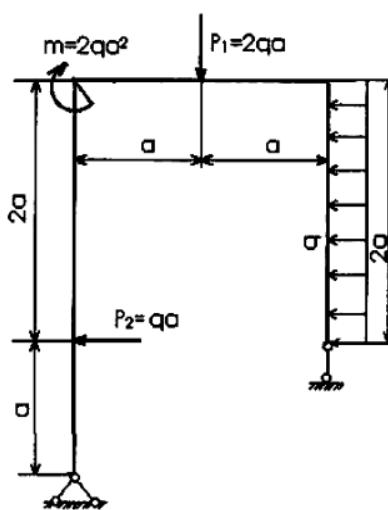
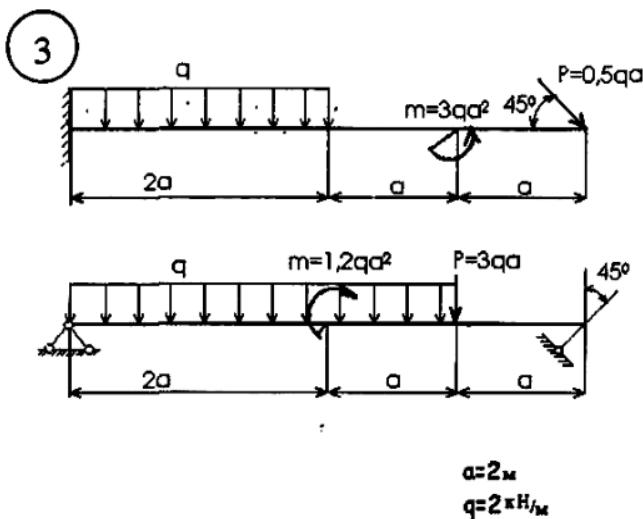
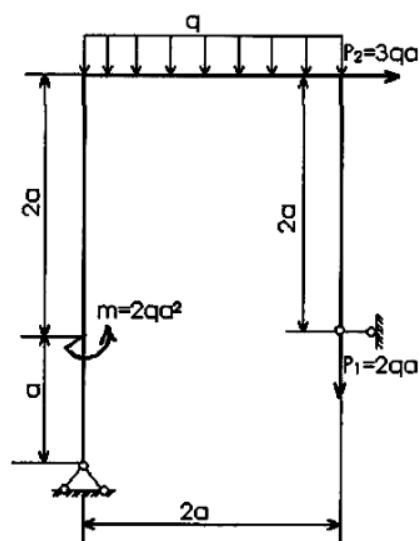
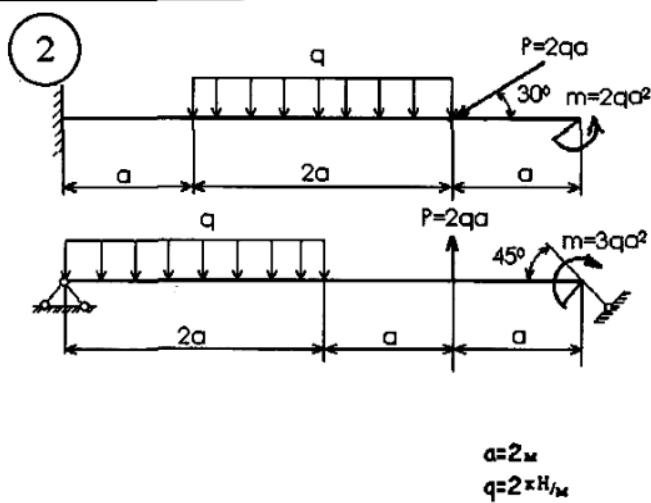
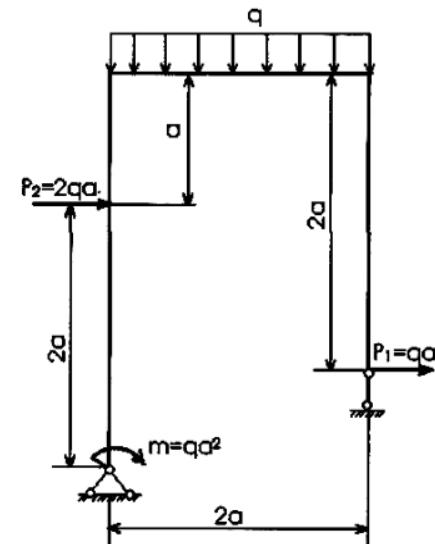
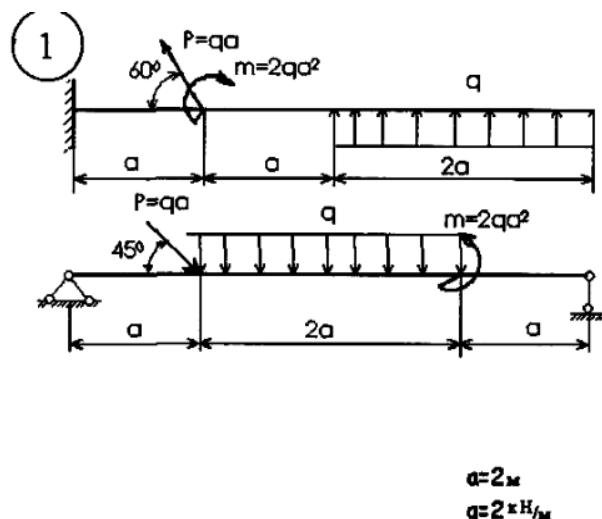
$$\Sigma X_i = 0$$

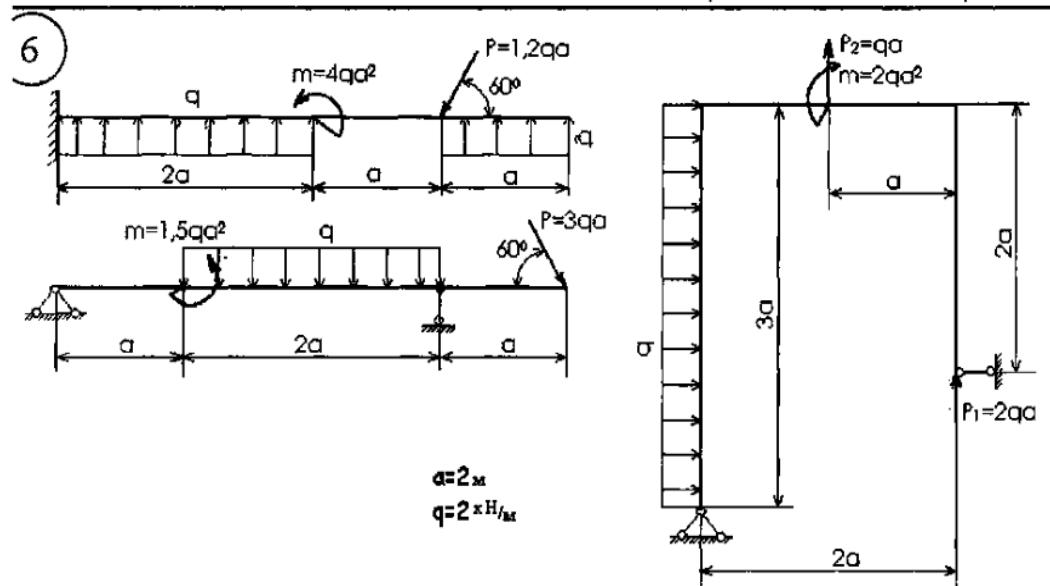
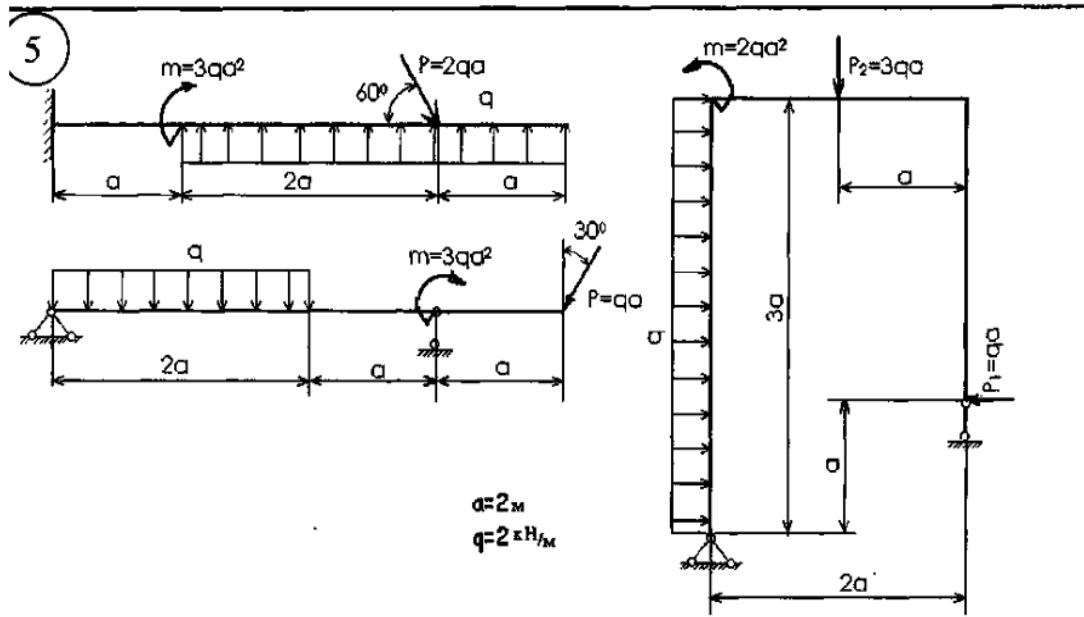
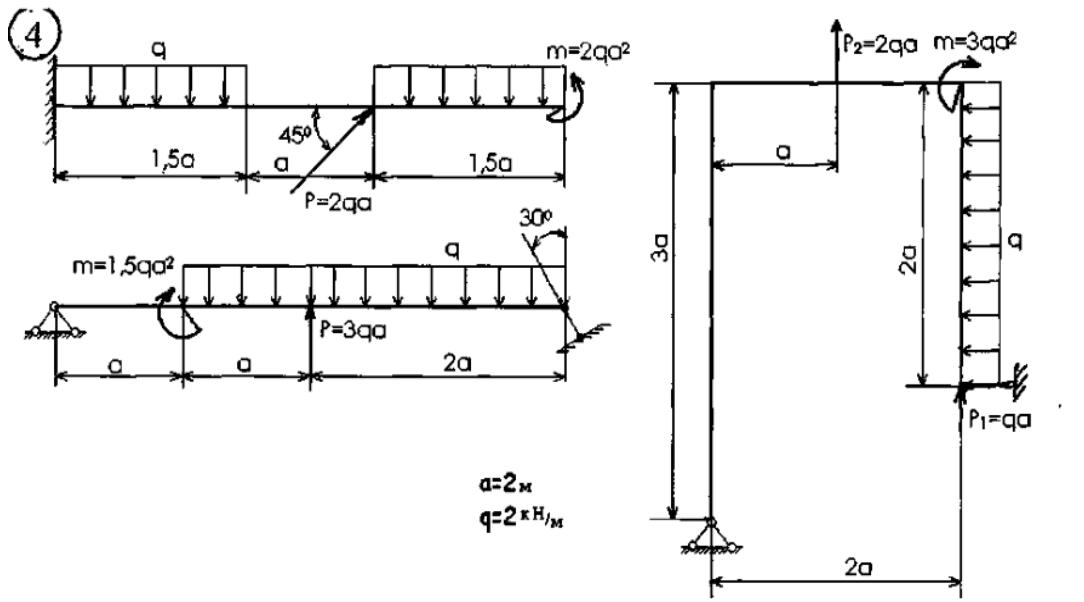
$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_1 + R_B = 0; \quad 2 - 8 + 6 = 0; \\ 0 = 0$$

$$\Sigma X_i = R_{Ax} + F_2 - q \cdot 4 = 0; \quad -4 + 12 - 2 \cdot 4 = 0; \\ 0 = 0$$

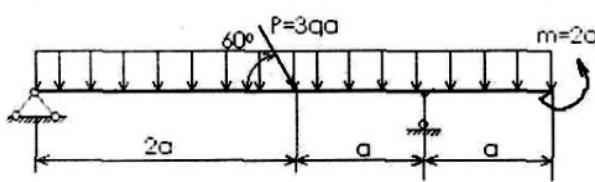
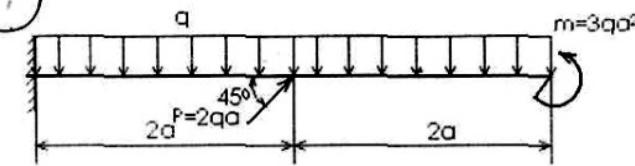
Задание к расчетно-графической работе №2:

Определить опорные реакции простых балок и рамы. Данные выбрать согласно своего варианта.

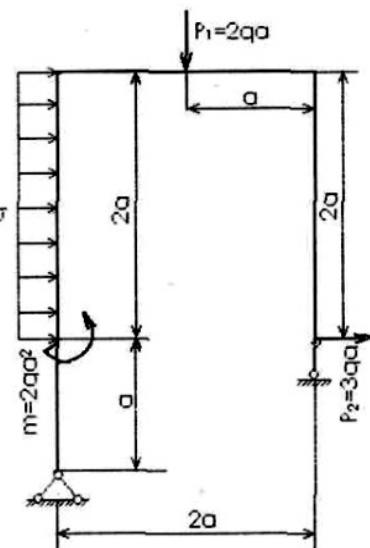




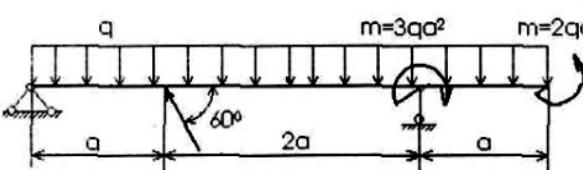
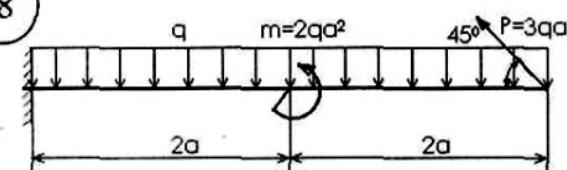
7



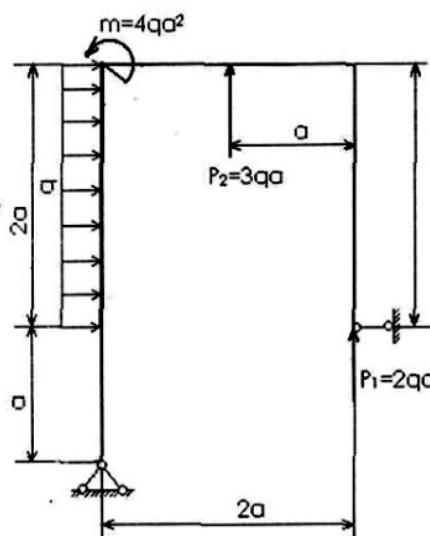
$$a=2m \\ q=2\pi H/m$$



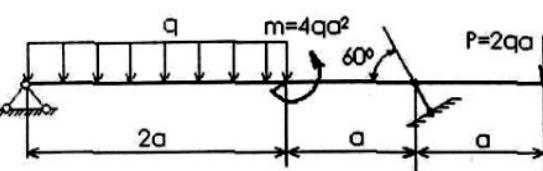
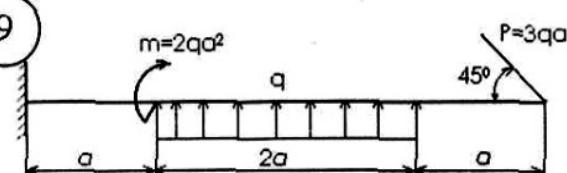
8



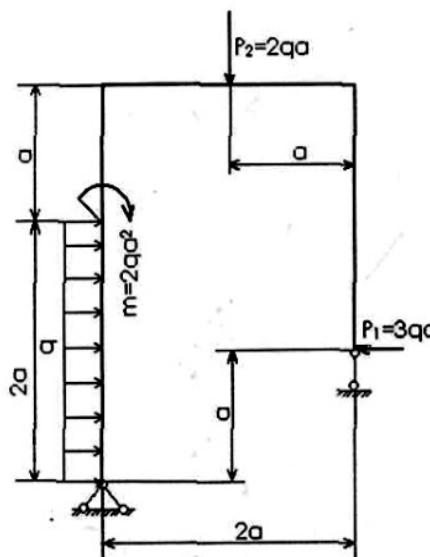
$$a=2m \\ q=2\pi H/m$$

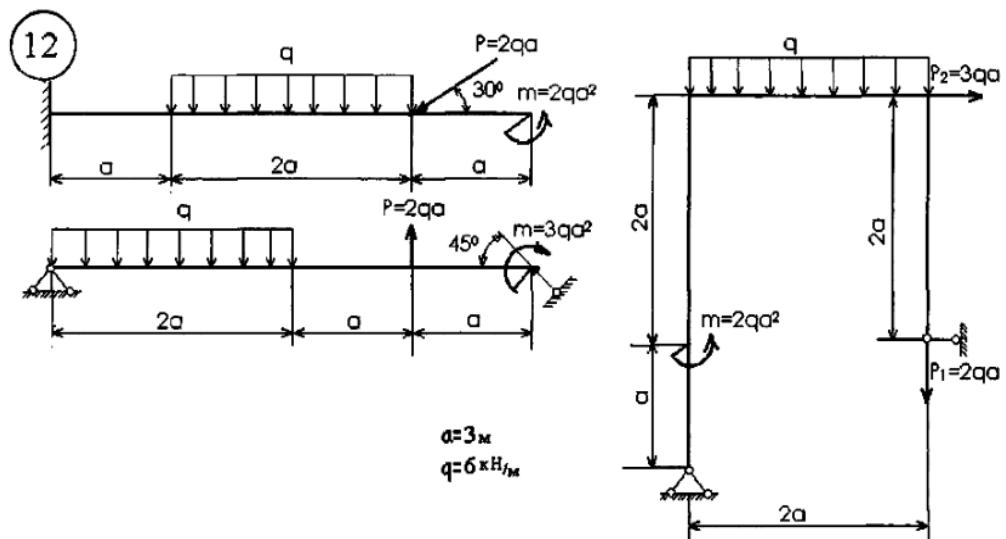
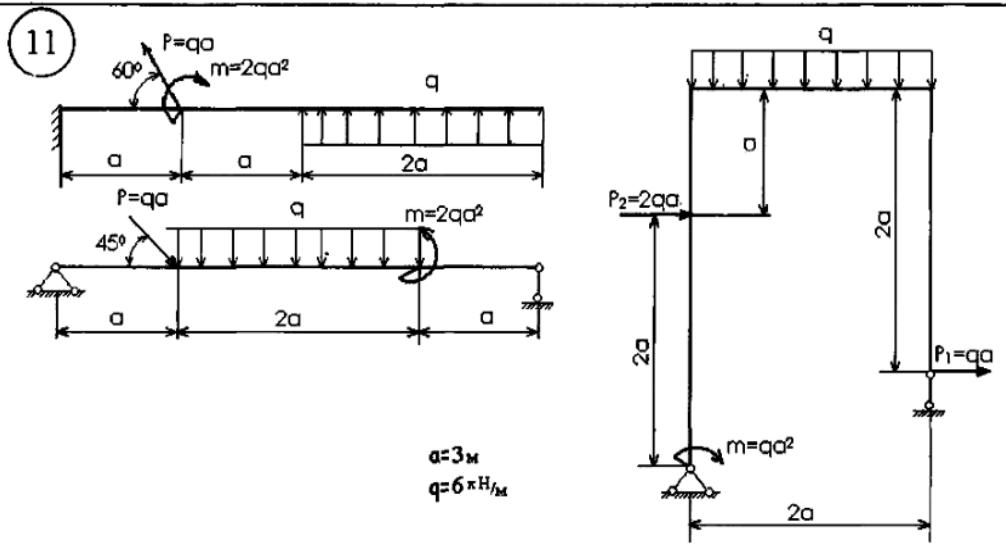
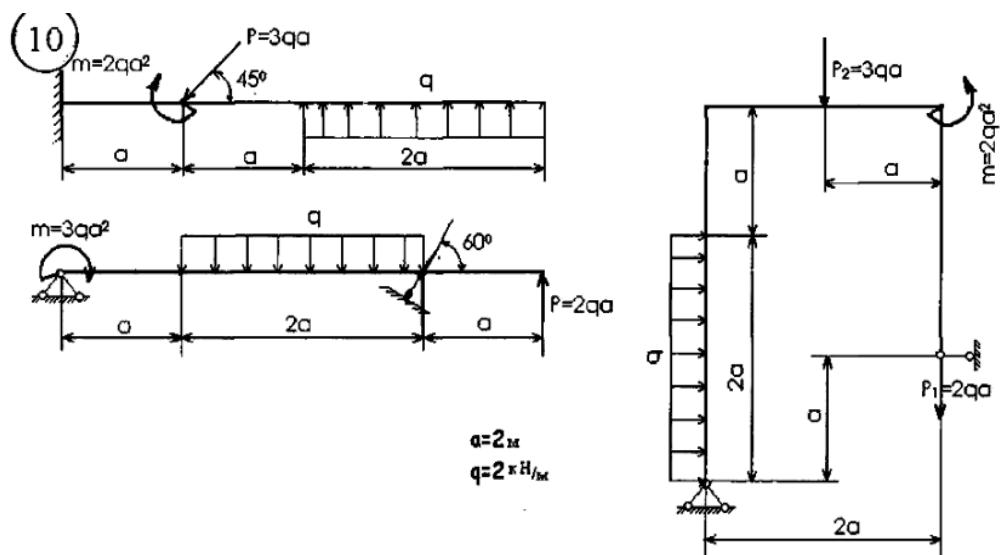


9

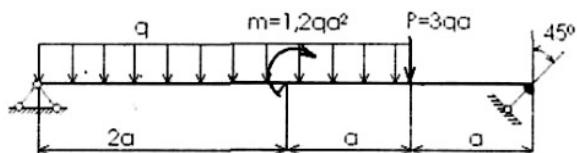
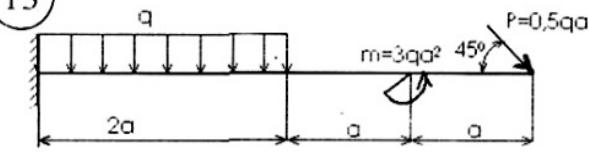


$$a=2m \\ q=2\pi H/m$$



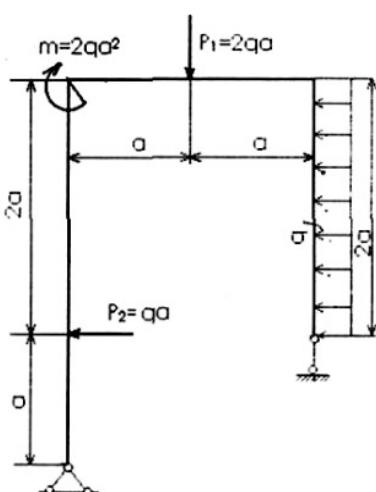


13

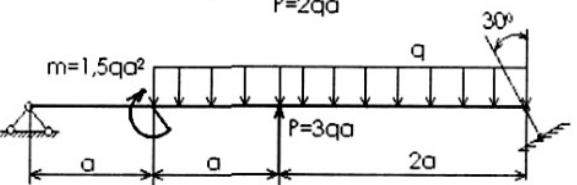
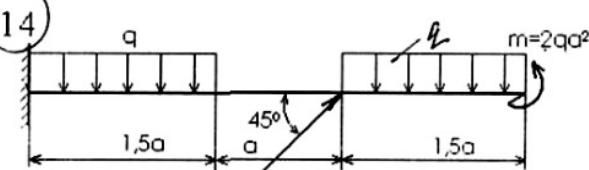


$$\alpha = 3 \text{ m}$$

$$q = 6 \text{ kN/m}$$

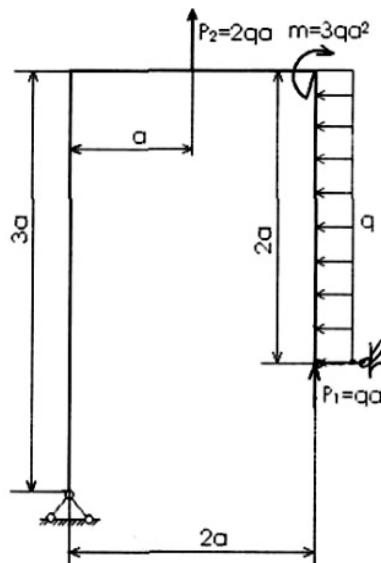


14

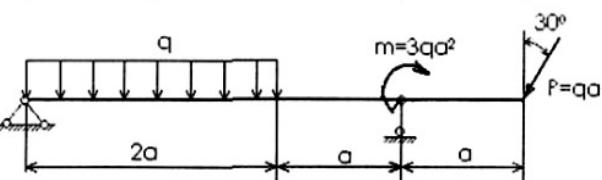
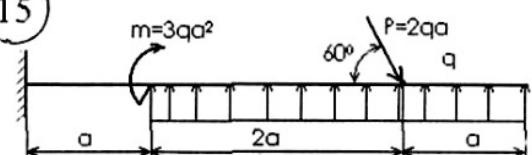


$$\alpha = 3 \text{ m}$$

$$q = 6 \text{ kN/m}$$

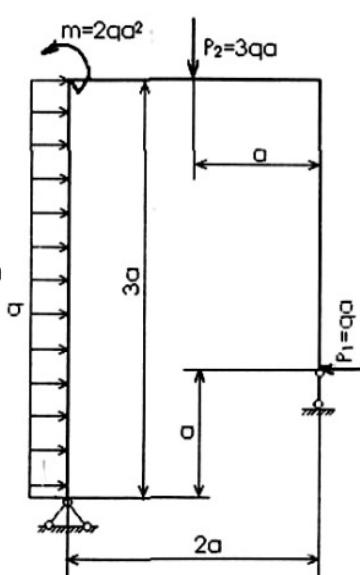


15

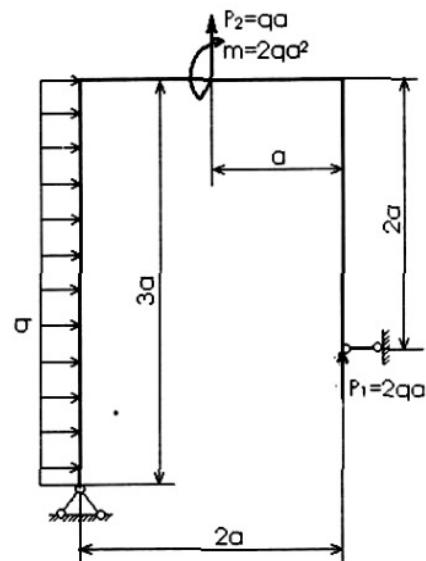
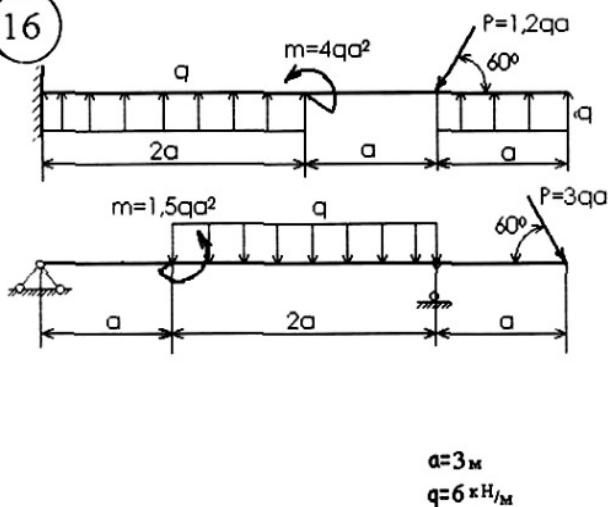


$$\alpha = 3 \text{ m}$$

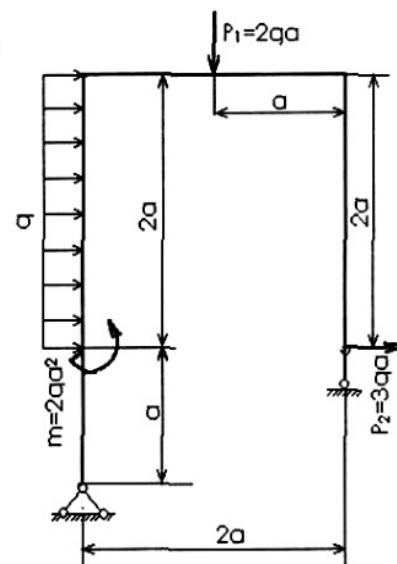
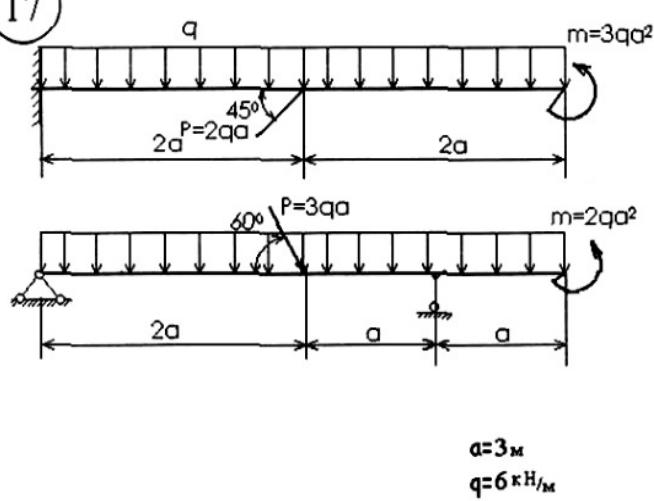
$$q = 6 \text{ kN/m}$$



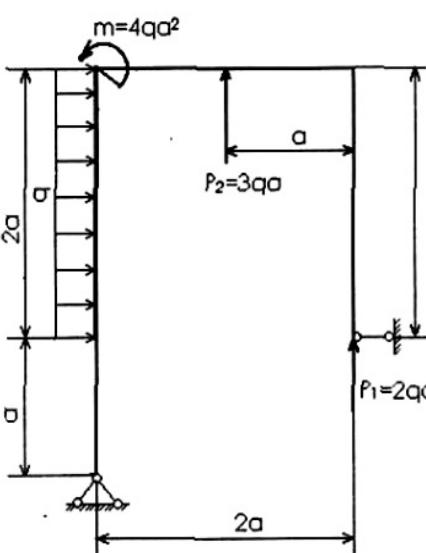
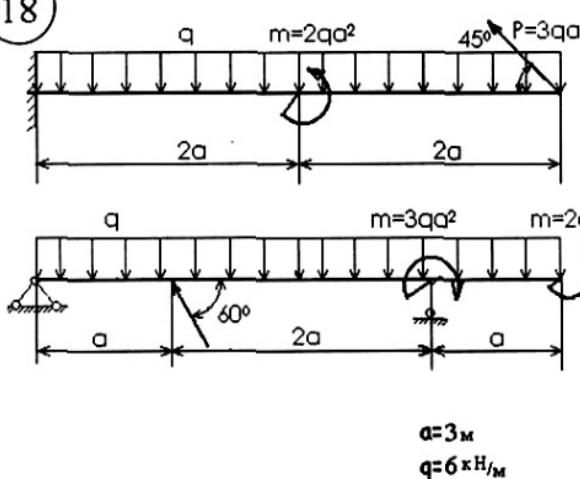
16



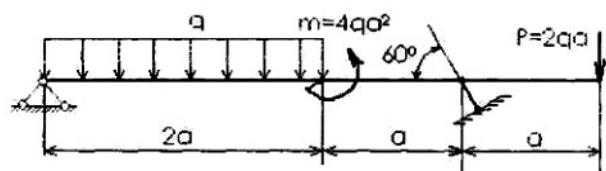
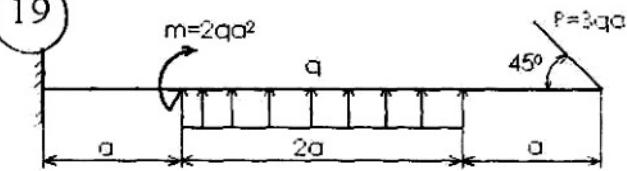
17



18

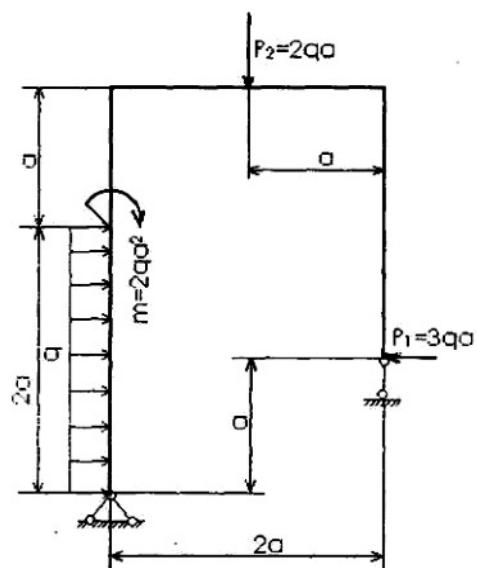


19

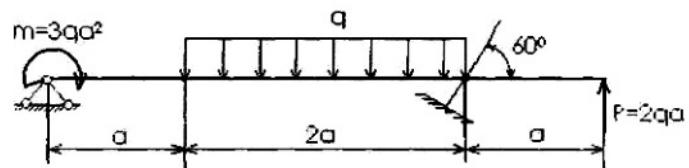
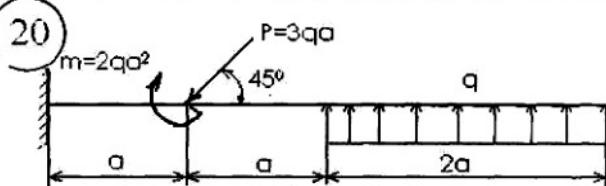


$$a=3\text{m}$$

$$q=6\text{ kN/m}$$

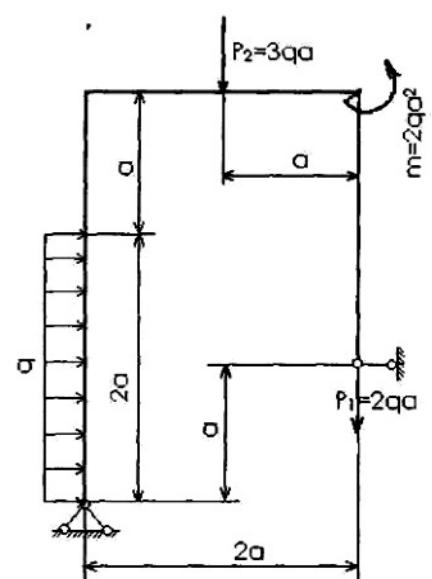


20

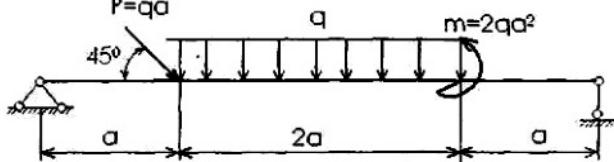
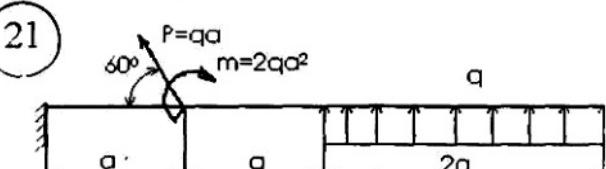


$$a=3\text{m}$$

$$q=6\text{ kN/m}$$

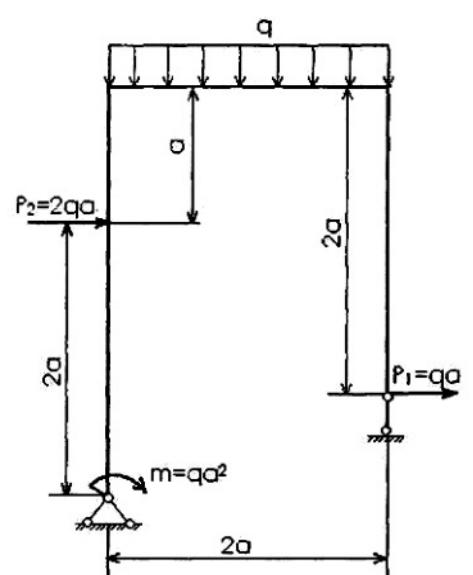


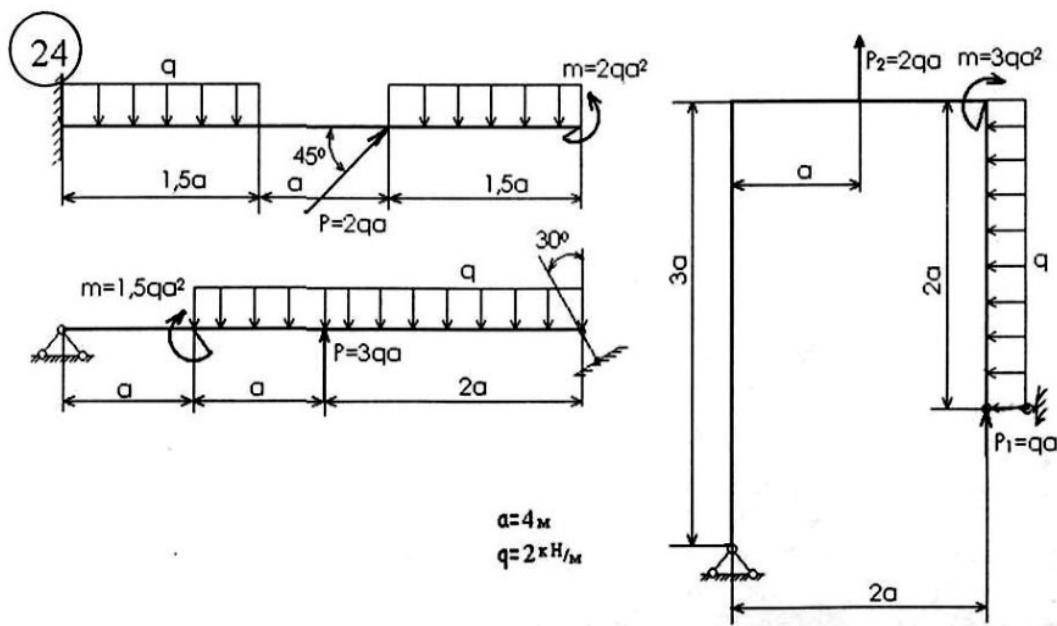
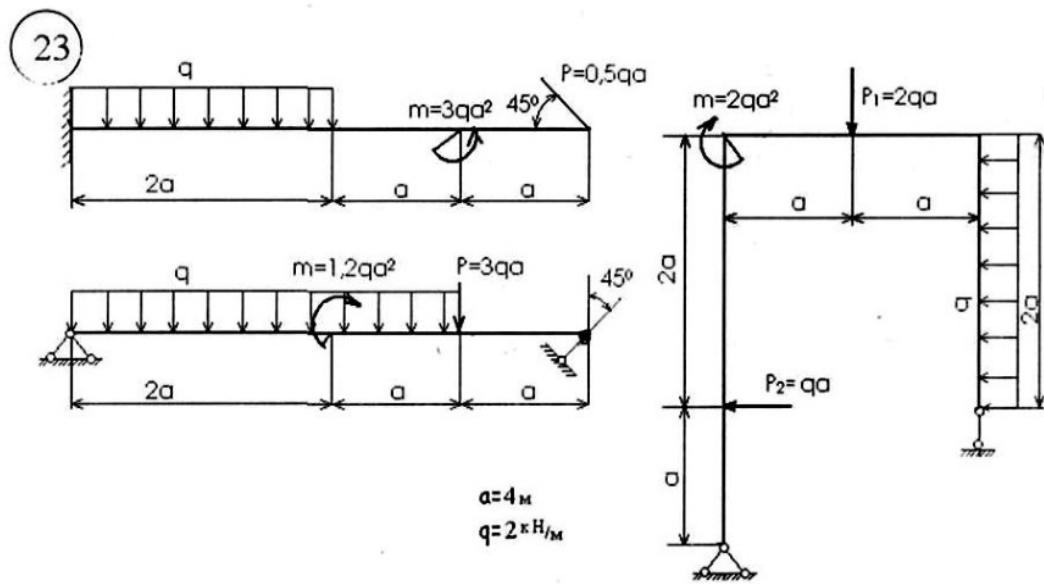
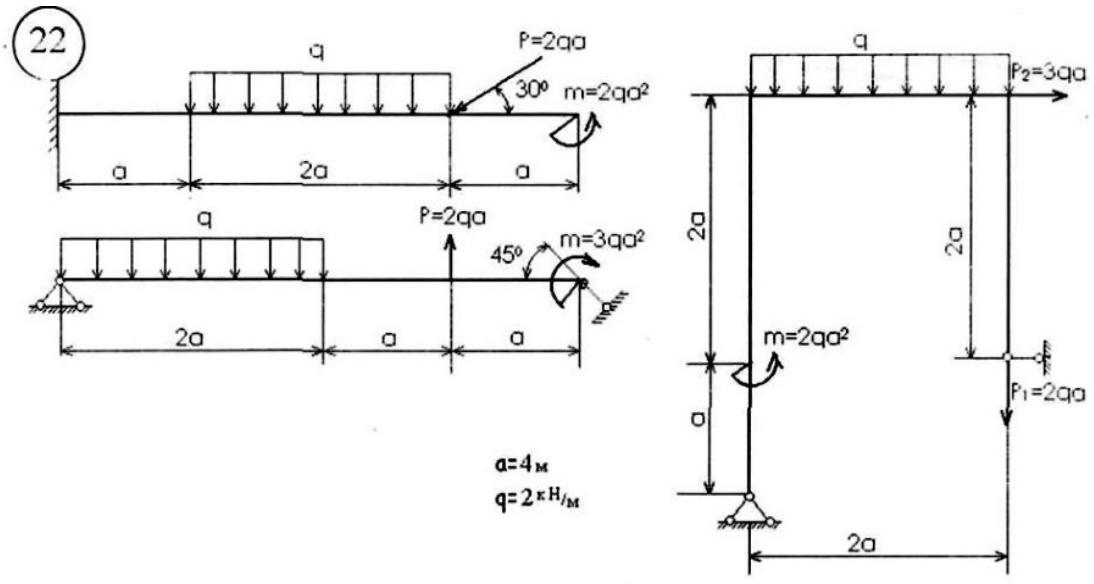
21

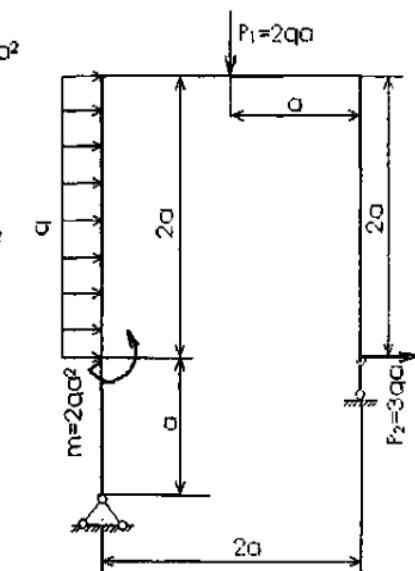
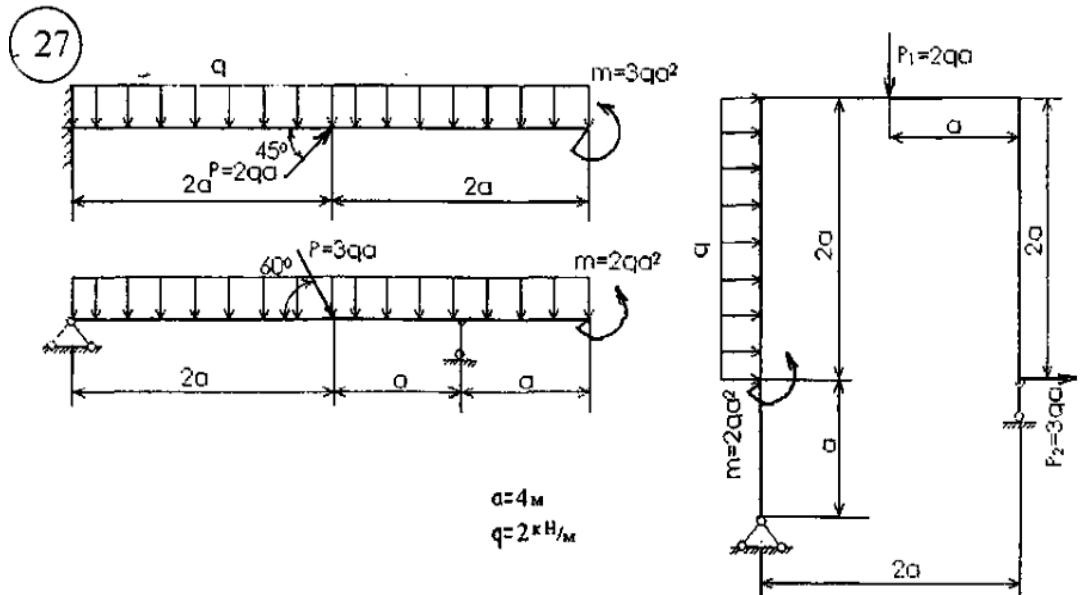
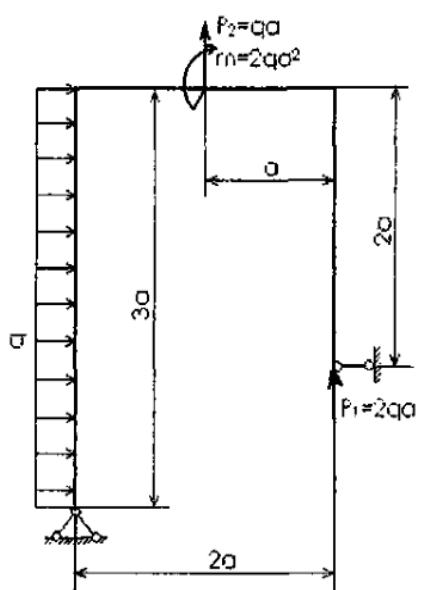
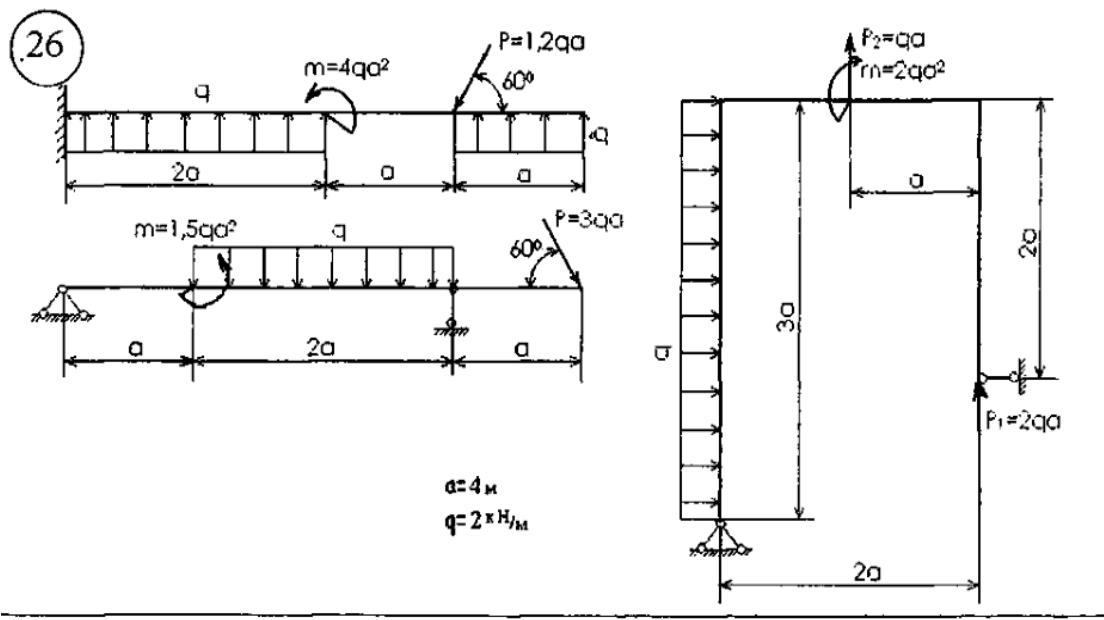
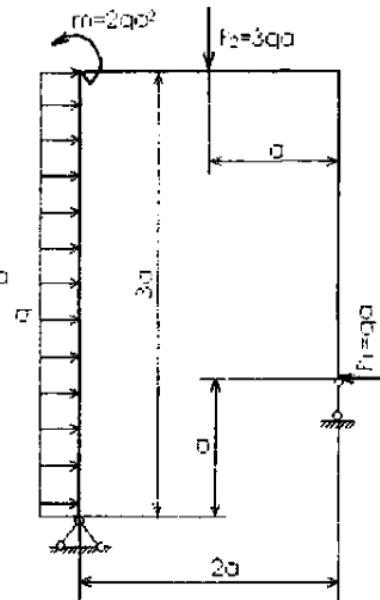
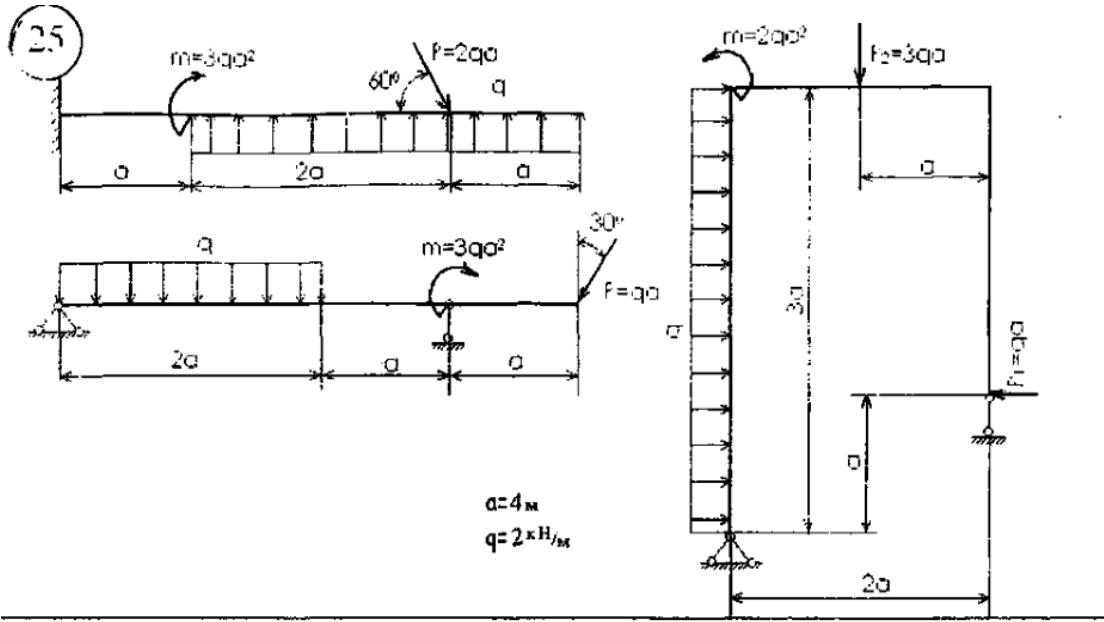


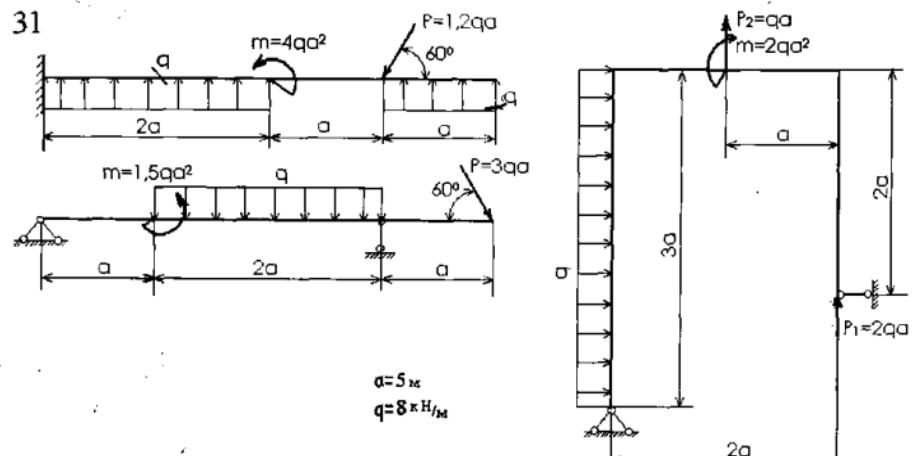
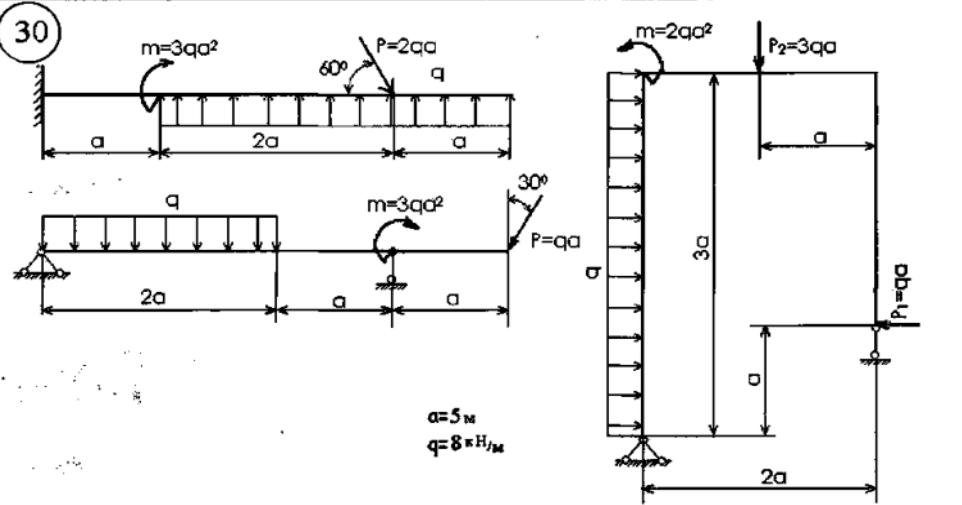
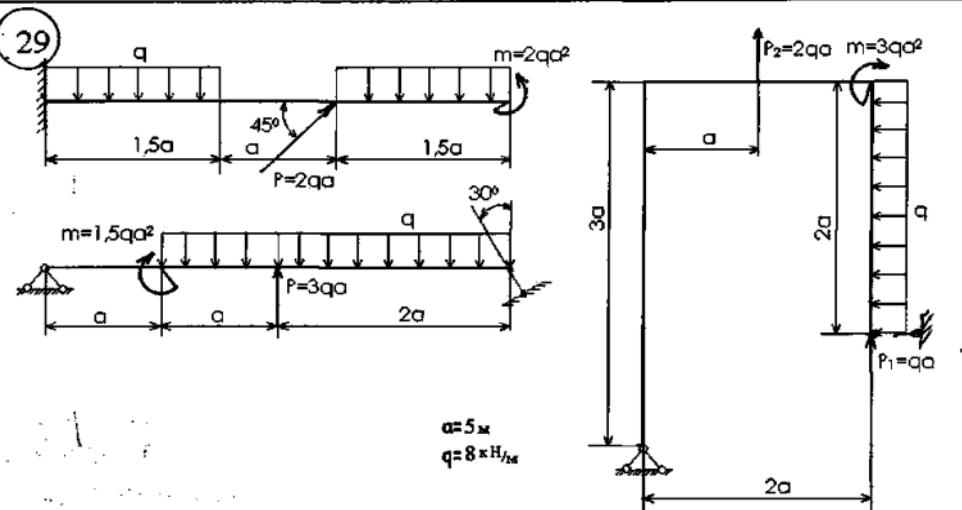
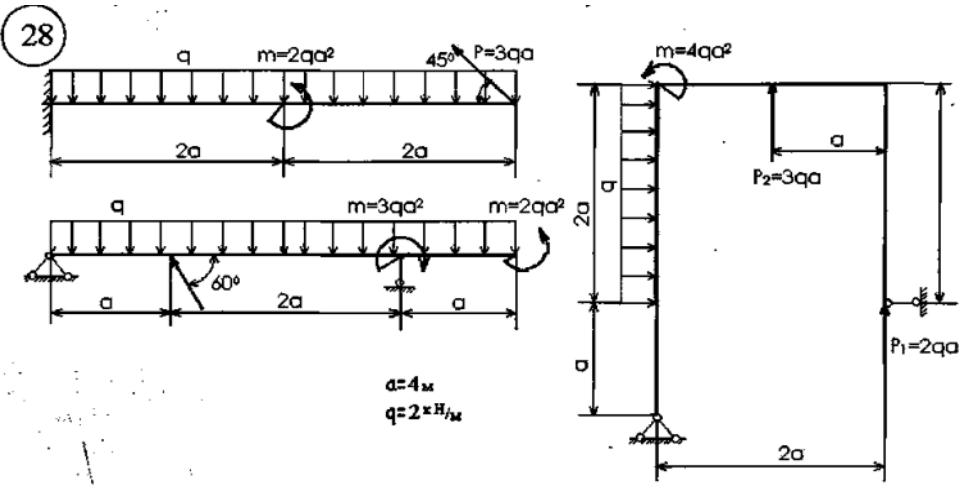
$$a=4\text{m}$$

$$q=2\text{ kN/m}$$









Теоретическая механика. Статика.

Тема: Центр тяжести

Расчетно-графическая работа №3

Последовательность решения задачи.

1. Разбивают сечение на простые фигуры. Такими фигурами являются стандартные профили прокатной стали, или простые геометрические фигуры. Простые фигуры, образующие сечение, обозначают цифрами 1, 2, 3, ..., n.
2. Пользуясь таблицами ГОСТов, указывают центры тяжести каждого профиля (фигуры) и обозначают их $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$.
3. Выбирают систему координатных осей. В задачах для самостоятельной работы все сечения имеют одну ось симметрии, поэтому рекомендуется одну из координатных осей совмещать с ней. Вторую ось координат направляют перпендикулярно к первой так, чтобы она пересекла центры тяжести одной или большего числа фигур. При этом начало координат может совпасть с центром тяжести одной из фигур или не совпасть с ним. Вторую ось можно направить так, чтобы она прошла через нижнюю (крайнюю) точку сечения. В первом случае вычисления окажутся более простыми.
4. Выписывают формулы для определения координат центра тяжести сечения:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + \dots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}$$

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + \dots + A_n x_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}$$

Пользуясь таблицами ГОСТов, определяют площади профилей прокатной стали $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, координаты центров тяжести их x_1, x_2, \dots, x_n , и y_1, y_2, \dots, y_n относительно выбранных осей координат. Количество слагаемых в числителе и знаменателе формул зависит от числа профилей, из которых состоит сечение. Полученные величины подставляем в формулу и находим x_c и y_c . Следует помнить, что если координатная ось x совмещена с осью симметрии, то $y_c=0$, а если ось y совмещена с осью симметрии, то $x_c=0$.

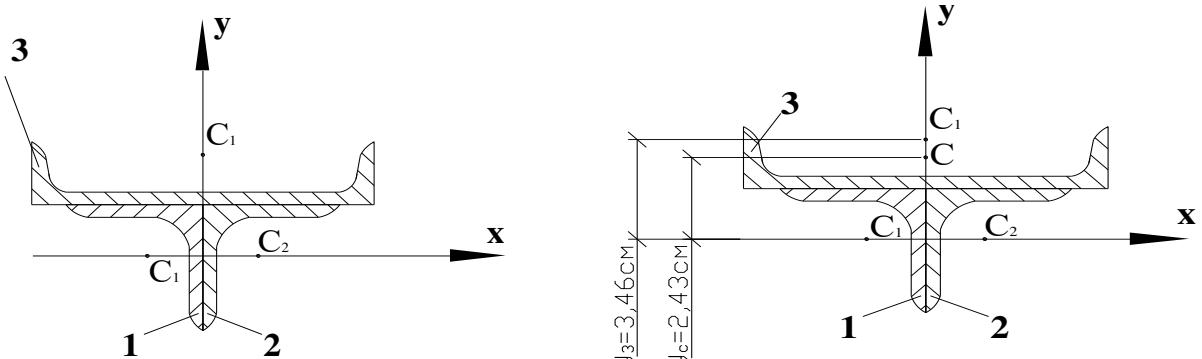
5. указывают положение центра тяжести на рисунке, придерживаясь определенного масштаба, и показывают расстояние от центра тяжести до координатных осей.

Для проверки решения можно изменить положение координатных осей (или одной оси) и найти координаты центра тяжести относительно новых осей.

Положение центра тяжести не зависит от того, как выбрана система координатных осей.

Задача.

Определить координаты центра тяжести сечения, показанного на рисунке. Сечение состоит из двух уголков 56x4 и швеллера №18. проверить правильность определения положения центра тяжести. Указать положение его на сечении.



Решение:

1. Разобьем сечение на профили проката. Оно состоит из двух уголков 56x4 и швеллера №18. Обозначим их 1, 2, 3.
2. пользуясь таблицами ГОСТа, укажем центры тяжести каждого профиля и обозначим их C_1, C_2, C_3 .
3. Выберем систему координатных осей. Ось y совмести с осью симметрии, а ось x проведем через центры тяжести уголков.
4. определим координаты центра тяжести всего сечения. Так как ось y совпадает с осью симметрии, то она проходит через центр тяжести сечения, поэтому $x_c=0$. Координату y_c находим по формуле

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

Пользуясь таблицами ГОСТОв, определим площади каждого профиля и координаты центров их тяжести:

$$\begin{aligned} A_1 &= 4,38 \text{ см}^2, y_1 = 0, A_2 = 4,38 \text{ см}^2, y_2 = 0, \\ A_3 &= 20,7 \text{ см}^2, y_3 = z_0^{y_2} + z_0^{us} = 1,52 + 1,94 = 3,46 \text{ см}. \end{aligned}$$

Координаты y_1 и y_2 равны нулю, так как ось x проходит через центры тяжести уголков.

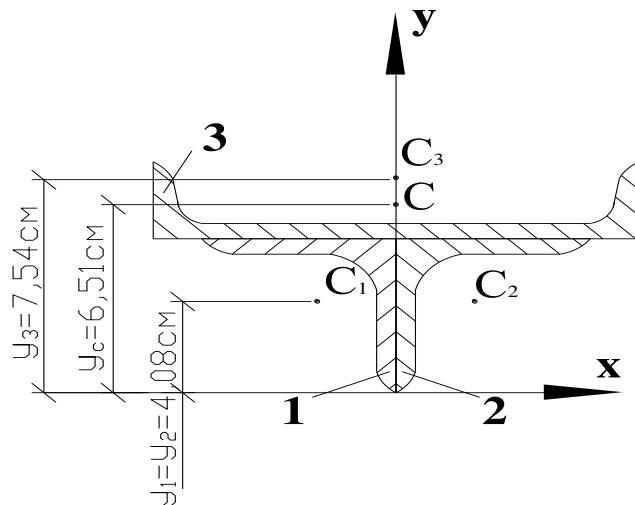
Так как $A_1=A_2$ и $y_1=y_2$, то формула для определения y_c примет вид

$$y_c = \frac{2A_1 y_1 + A_3 y_3}{2A_1 + A_3}$$

Подставим полученные значения в формулу для определения y_c :

$$y_c = \frac{2 \cdot 4,38 \cdot 0 + 20,7 \cdot 3,46}{2 \cdot 4,38 + 20,7} = \frac{71,62}{29,46} = 2,43 \text{ см}$$

5. Укажем центр тяжести сечения на рисунке и обозначим его буквой С. Покажем расстояние от оси x до точки С.



Выполним проверку. Для этого ось x проведем по нижнему краю пера уголка (см рисунок). Ось y оставим, как в первом решении. Тогда:

$$x_c=0; y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}.$$

Площади профилей остаются такими же, а координаты центров тяжести уголка и швеллера изменятся. Выпишем их:

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 = 4,38 \text{ см}^2; y_1 = y_2 = b_{y_2} - z_0^{y_2} = 5,6 - 1,52 = 4,08 \text{ см}; \\ A_2 &= 4,38 \text{ см}^2; y_3 = b_{y_2} + z_0^{us} = 5,6 + 1,94 = 7,54 \text{ см} \end{aligned}$$

Определяем координату центра тяжести

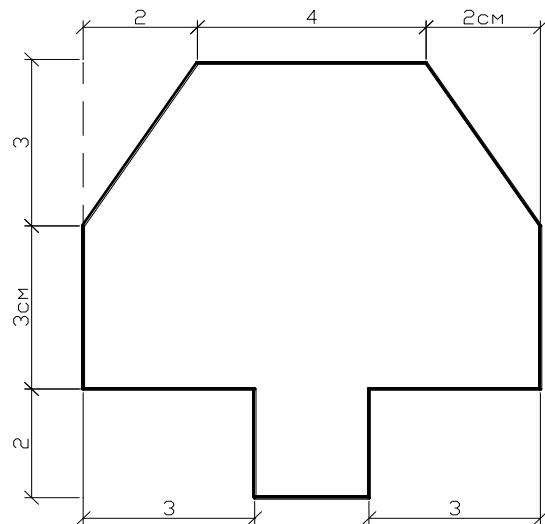
$$y_c = \frac{2 \cdot 4,38 \cdot 4,08 + 20,7 \cdot 7,54}{2 \cdot 4,38 + 20,7} = 6,51 \text{ см}$$

По найденным координатам x_c и y_c нанесем на рисунок точку С. Найденное двумя способами положение центра тяжести, находится в одной и той же точке. Проверим это. Разница между координатами y_c , найденными при 1-м и 2-м решениях, составляет $6,51 - 2,43 = 4,08 \text{ см}$, т.е. равна расстоянию между осями x при первом и втором решении: $5,6 - 1,52 = 4,08 \text{ см}$.

Ответ: $y_c = 2,43 \text{ см}$, если ось проходит через центры тяжести уголков, или $y_c = 6,51 \text{ см}$, если ось x проходит по нижнему краю пера уголка.

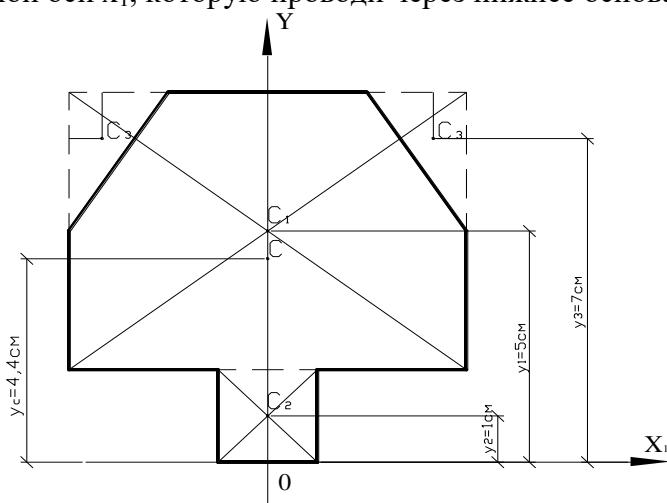
Задача.

Определить положение центра тяжести плоской фигуры. Размеры указаны в сантиметрах.



Решение:

Данная фигура симметрична относительно оси Y , следовательно, центр тяжести фигуры лежит на этой оси. Требуется найти величину ординаты центра тяжести от вспомогательной оси x_1 , которую проводи через нижнее основание фигуры.



Дополним верхнюю часть фигуры до прямоугольника, а затем разобьем всю фигуру на четыре элементарные фигуры: прямоугольник размерами 8x6 см, квадрат размерами 2x2 см и два треугольника.

Нанесем на указанные фигуры их центры тяжести соответственно C_1 , C_2 , C_3 . определим площади этих элементарных фигур и их ординаты центров тяжести:

$$A_1=8 \cdot 6 = 48 \text{ см}^2, y_1=5 \text{ см},$$

$$A_2=2 \cdot 2 = 4 \text{ см}^2, y_2=1 \text{ см},$$

$$A_3=\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ см}^2, y_3=7 \text{ см.}$$

Определяем ординату центра тяжести сечения заданной фигуры:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + 2A_3 y_3}{A_1 + A_2 + 2A_3}$$

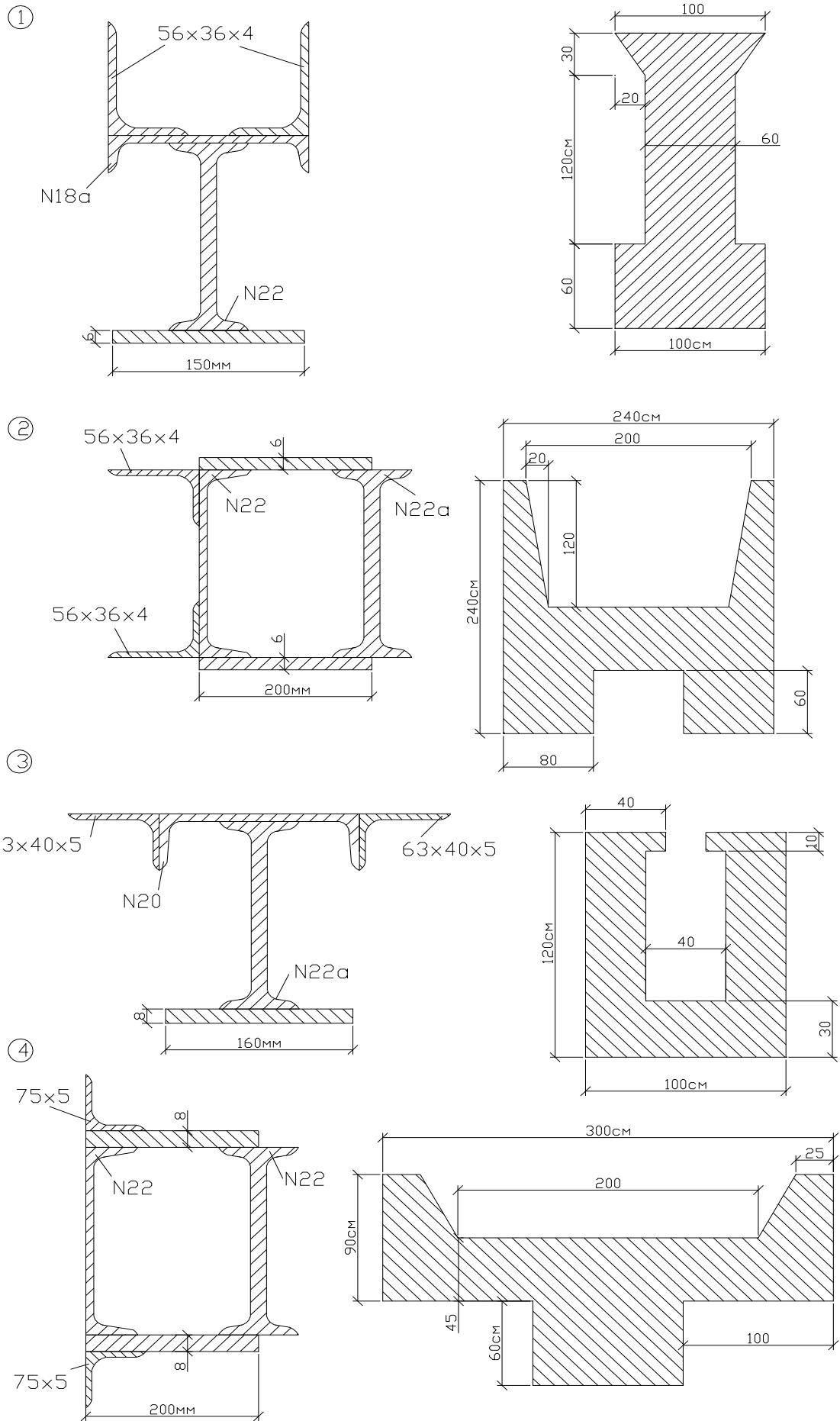
$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + 2A_3 y_3}{A_1 + A_2 + 2A_3} = \frac{48 \cdot 5 + 4 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot 7}{48 + 4 - 2 \cdot 3} = 4,4 \text{ см}$$

По вычисленной ординате $y_c=4,4$ см наносим на рисунок положение центра тяжести и ось x.

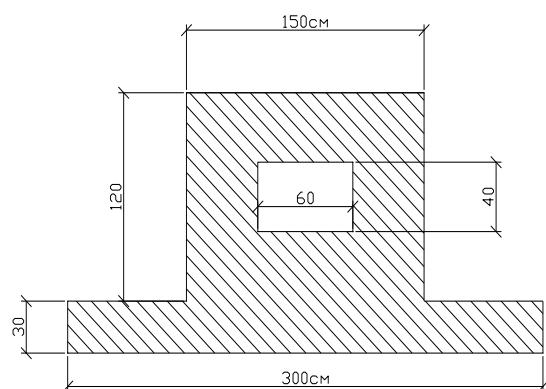
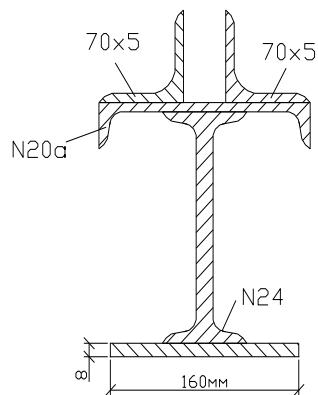
Задание для расчетно-графической работы №3:

Определить координаты центра тяжести сечения по данным своего варианта.

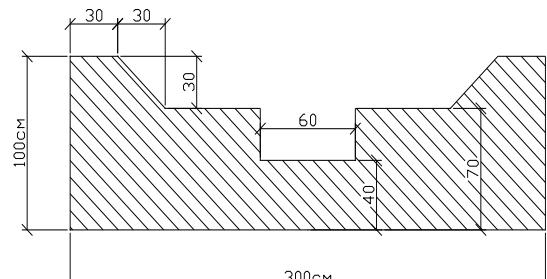
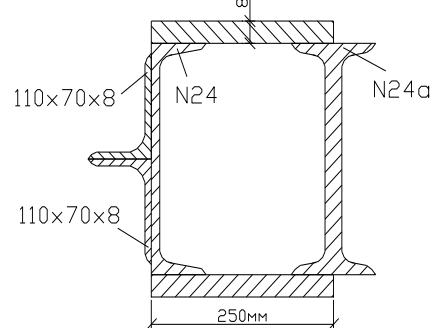
Показать положение центра тяжести на сечении. Чертеж выполнить в масштабе, на миллиметровой бумаге с обязательным соблюдением всех размеров.



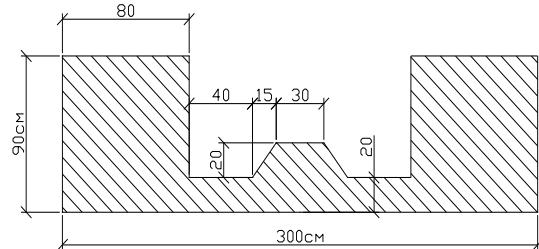
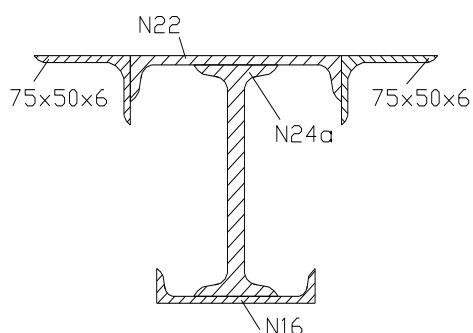
(5)



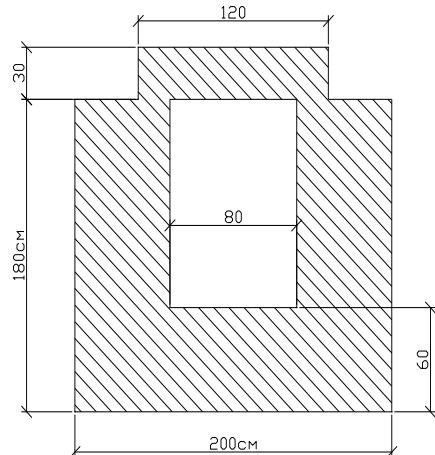
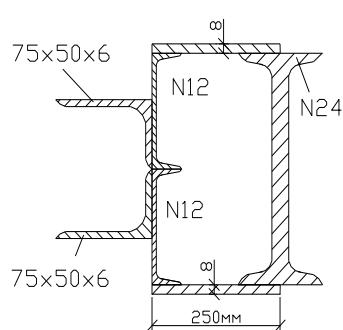
(6)

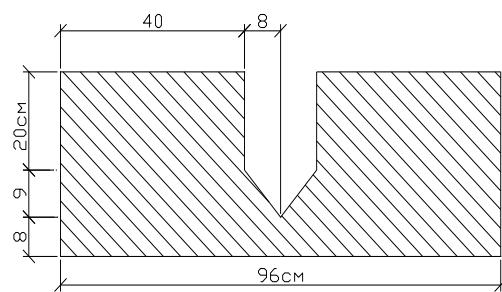
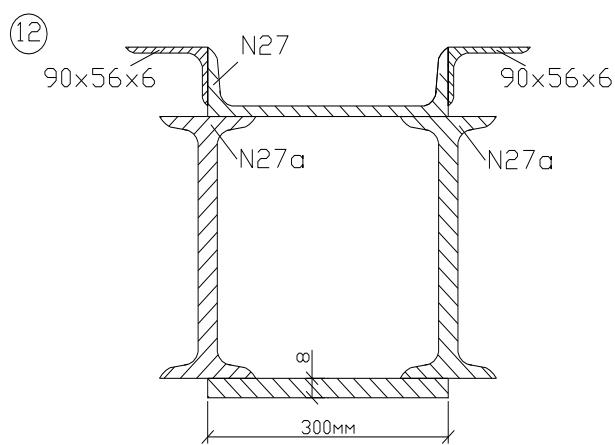
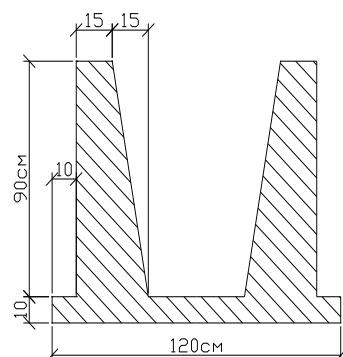
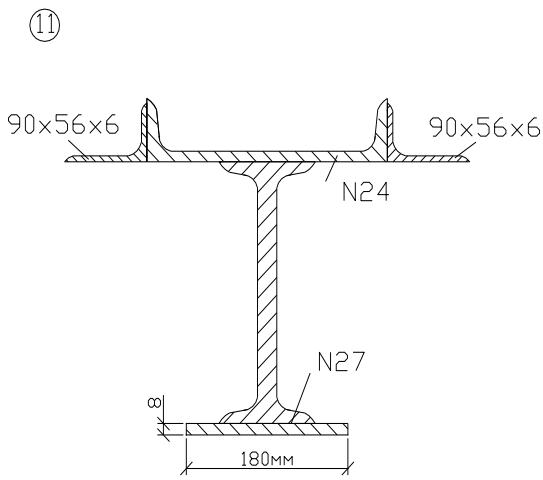
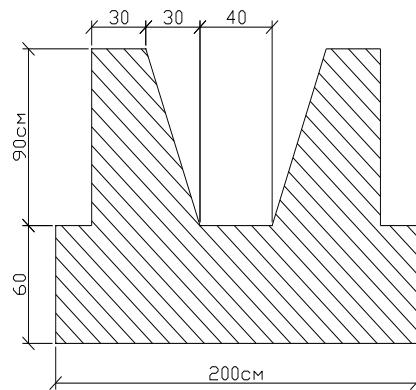
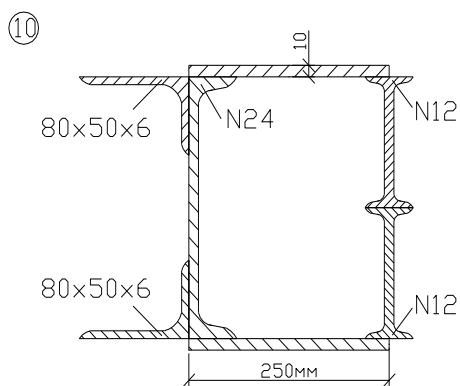
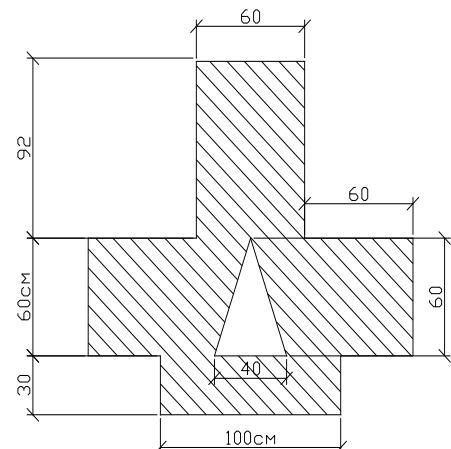
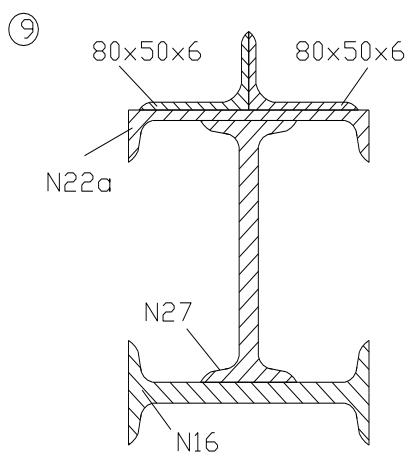


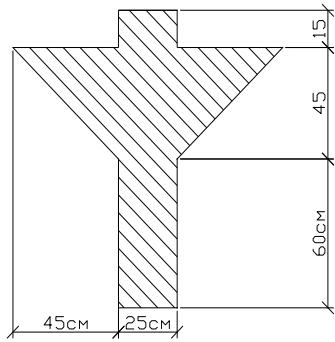
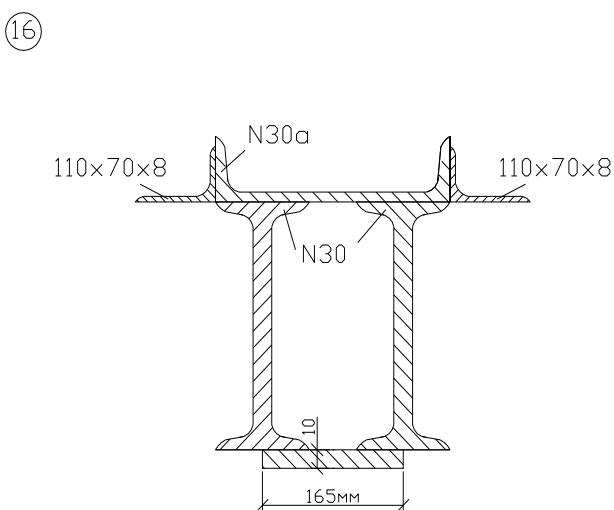
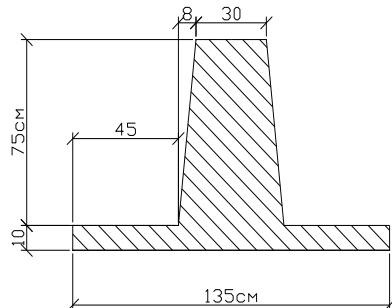
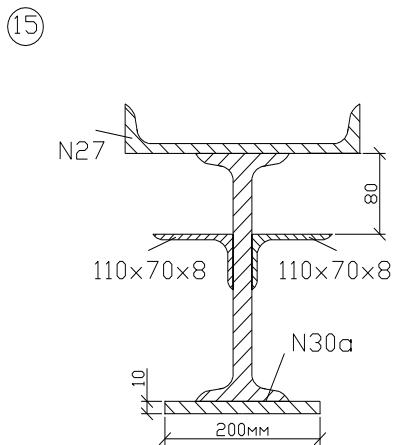
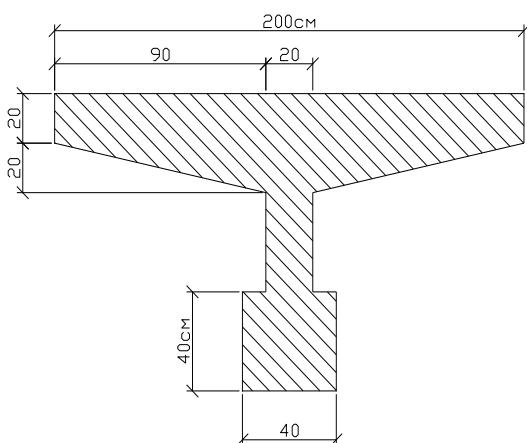
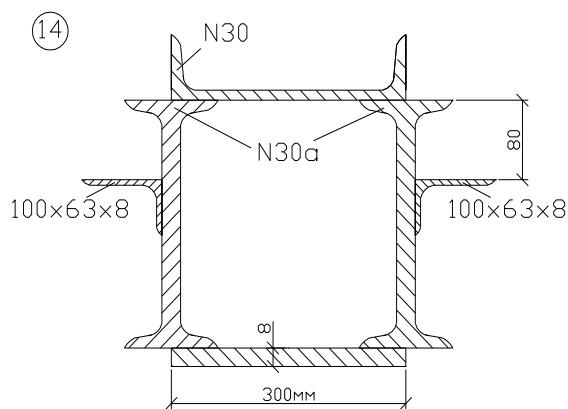
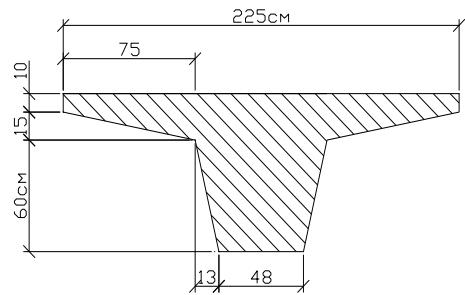
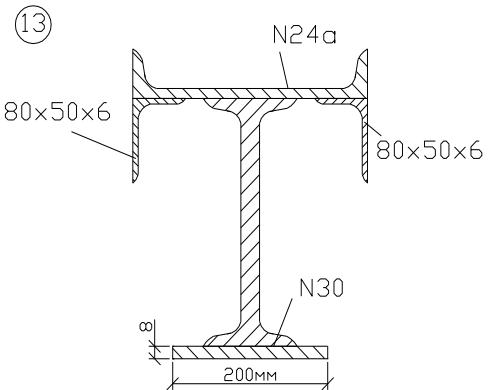
(7)

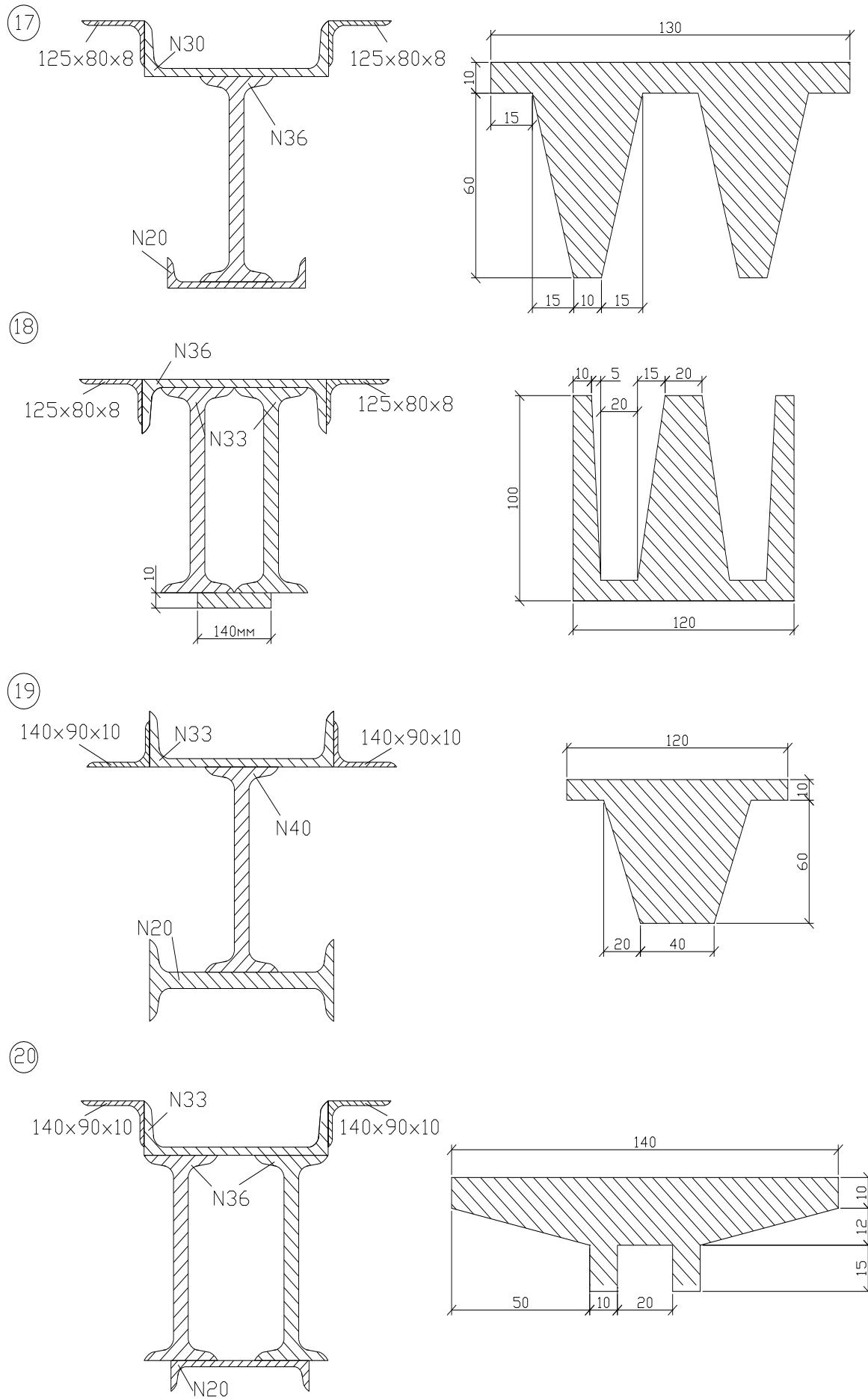


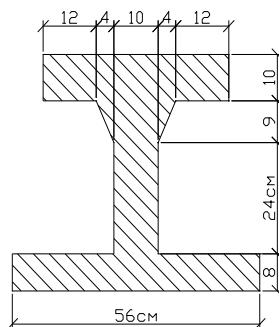
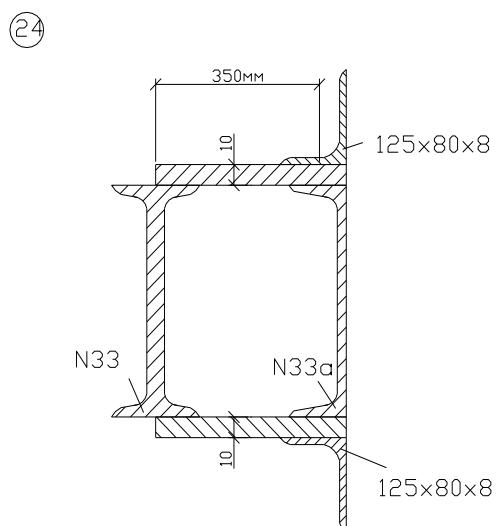
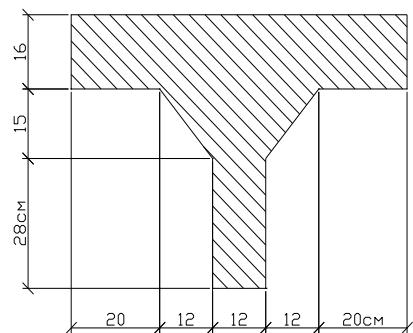
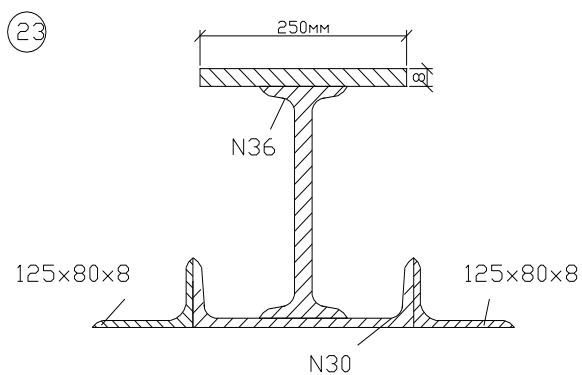
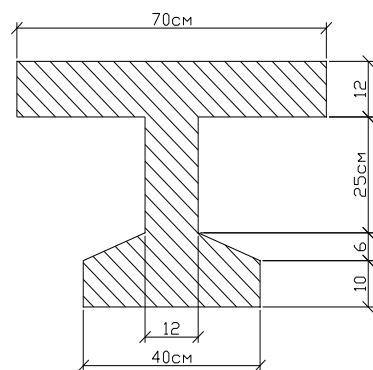
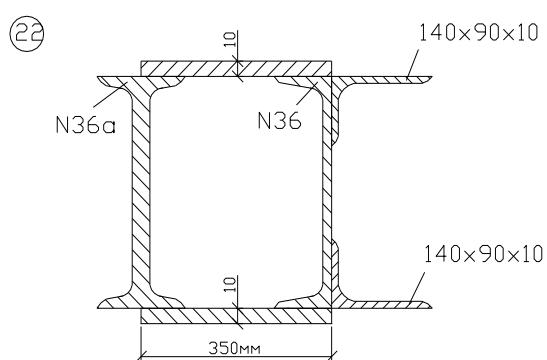
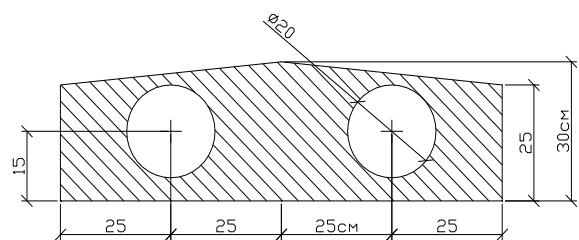
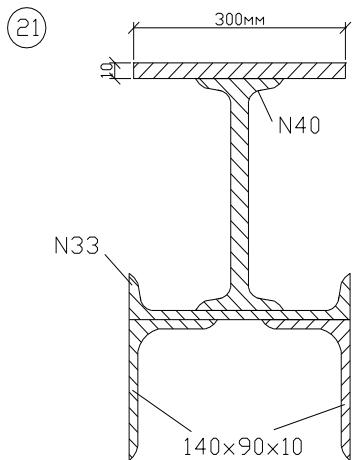
(8)



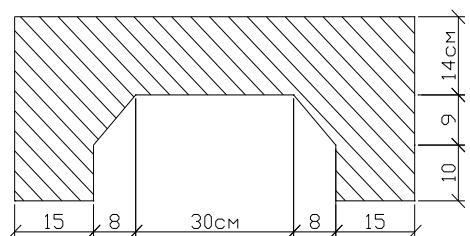
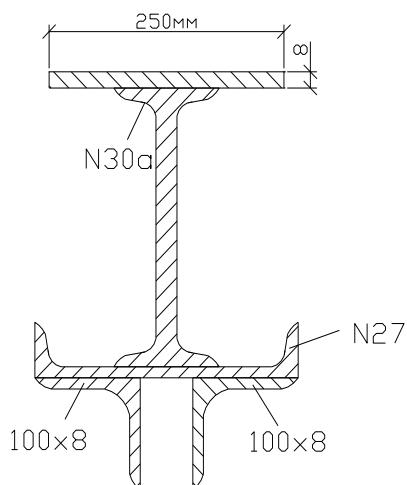




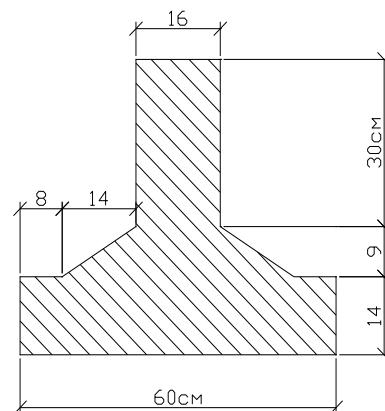
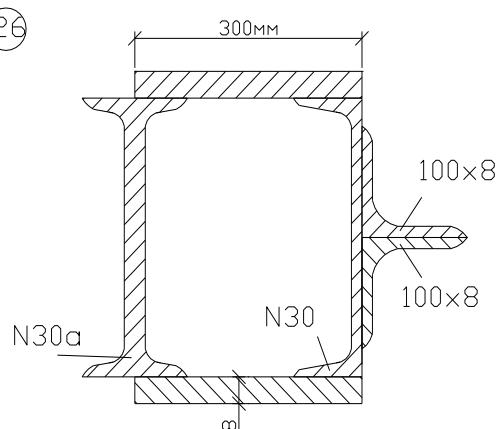




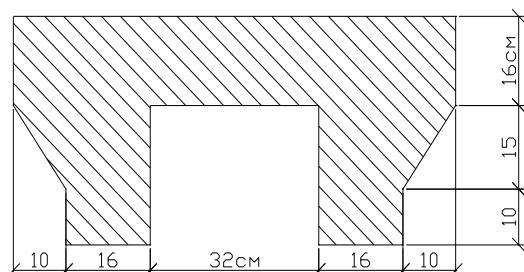
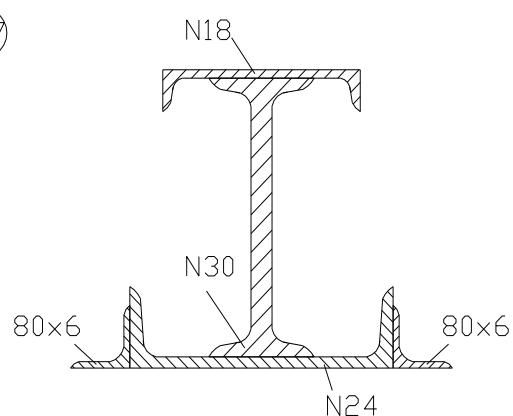
(25)



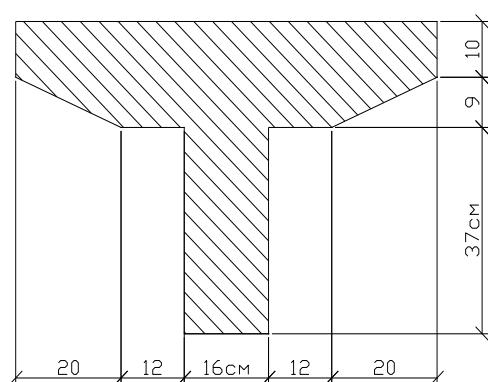
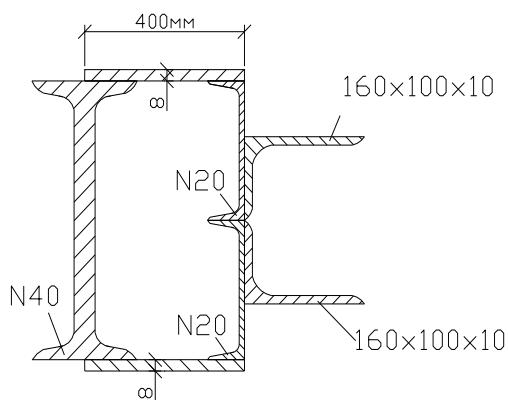
(26)

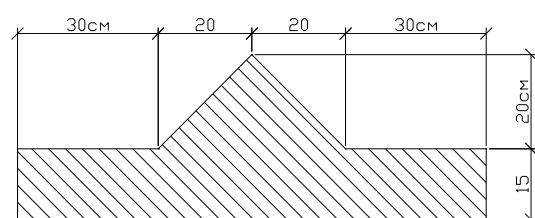
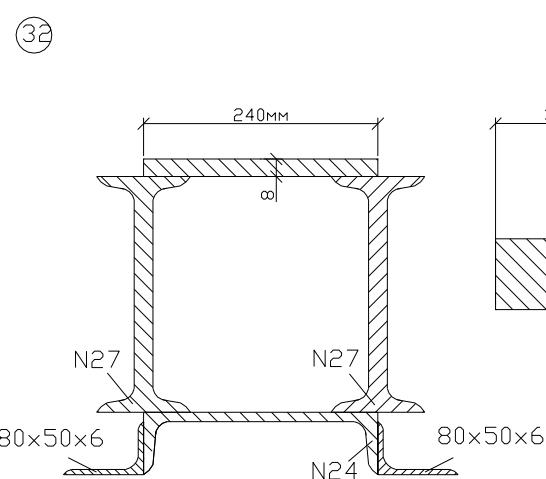
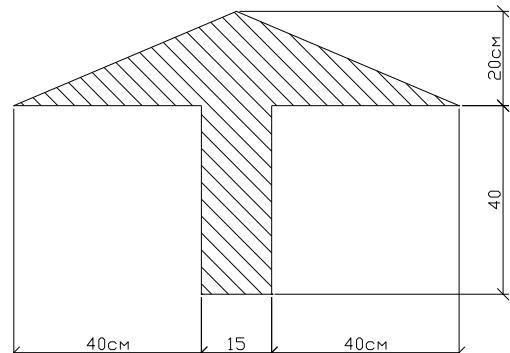
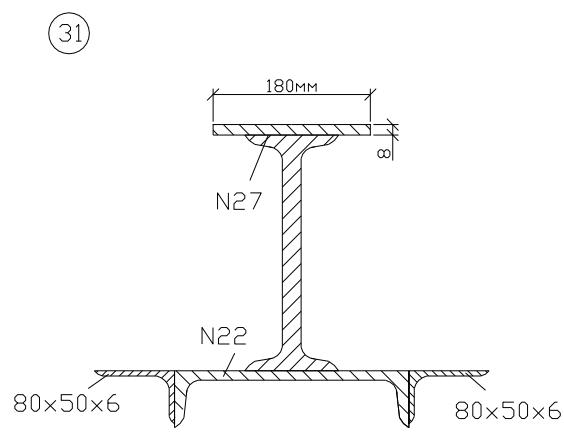
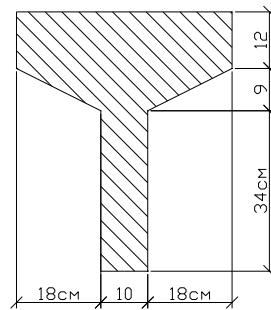
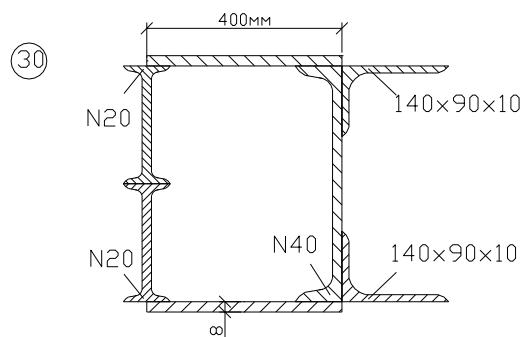
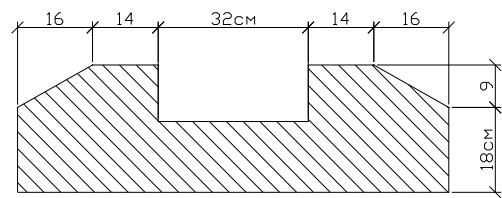
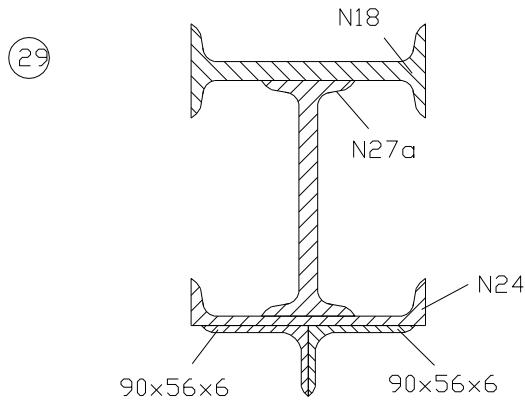


(27)

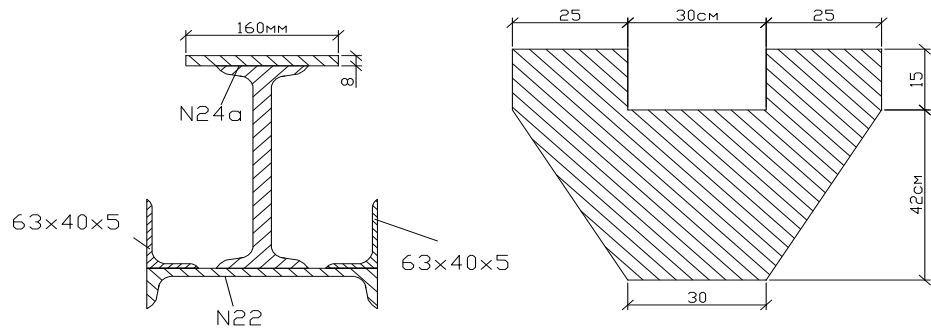


(28)

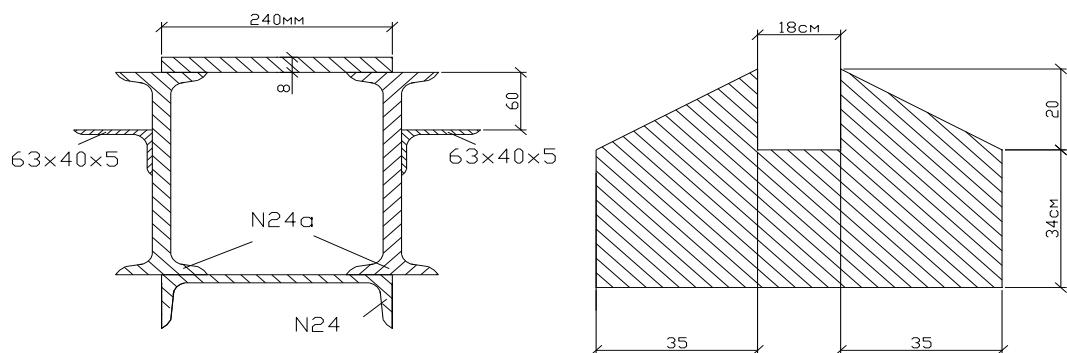




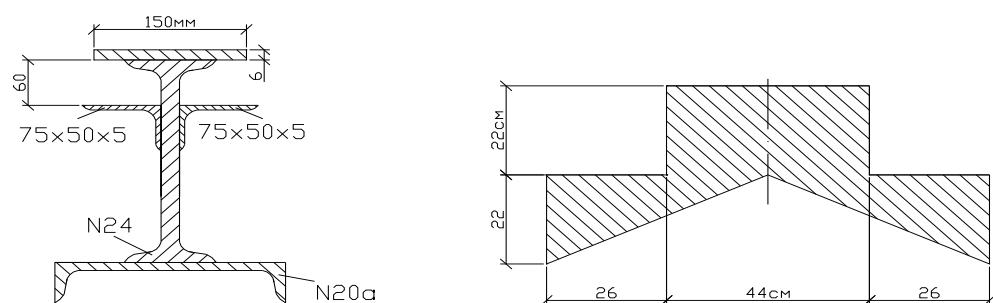
(33)



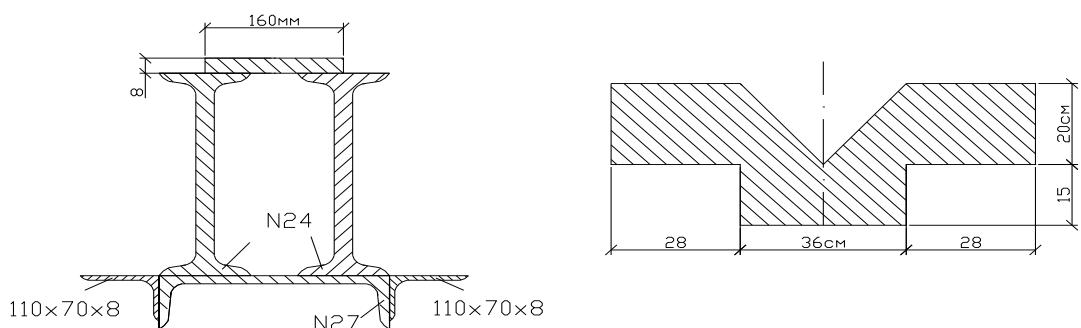
(34)



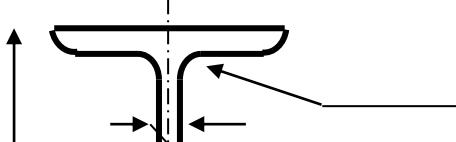
(35)

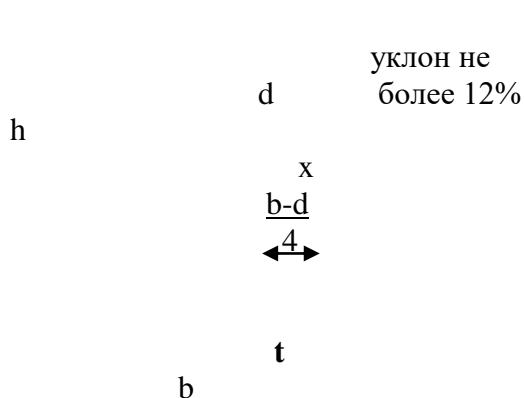


(36)



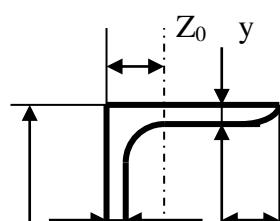
Сталь прокатная – балки двутавровые



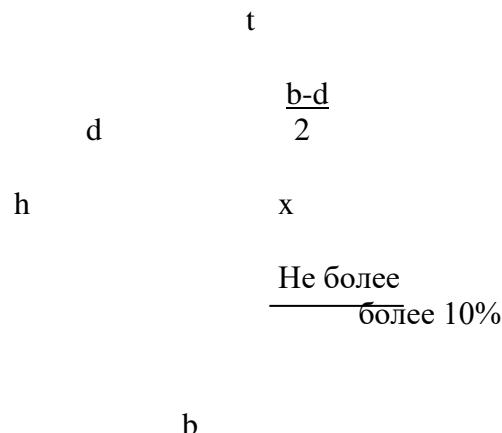


h – высота балки
 b – ширина полки
 t – средняя толщина полки
 J - момент инерции
 W – момент сопротивления
 S – статический момент сопротивления
 i – радиус инерции
 d - толщина стенки

№ пр- ля	Масса 1м длины проката	Размеры				Площадь сечения	Справочные величины для осей						
		h	b	d	T		x-x			y-y			
							J _x	W _x	i _x	S _x	J _y	W _y	
	кг	мм				см ²	см ⁴	см ³	см	см ³	см ⁴	см ³	
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,4	18,4	
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	
40	57,0	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,4	
45	66,5	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	
50	78,5	500	170	10,0	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	
55	92,6	550	180	11,0	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	
60	108	600	190	12,0	17,8	130	70806	2560	23,6	1491	1725	182	
												3,54	

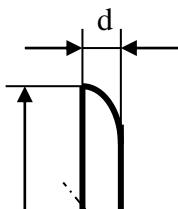


Сталь прокатная швеллеры



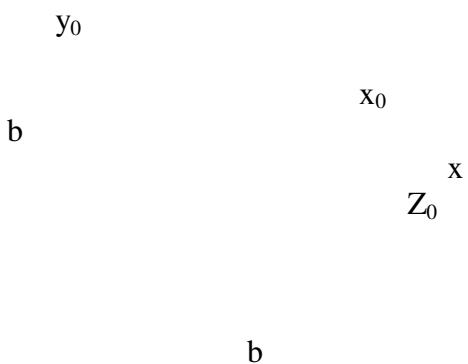
h - высота швеллера;
 b-ширина полки;
 d- толщина стенки;
 t- средняя толщина полки;
 J- момент инерции;
 W- момент сопротивления;
 i- радиус инерции;
 S- статический момент полусечения;
 z_0 – расстояние от оси у-у до наружной
грани стенки;

№ пр- ля	Масса 1 м длины прока- та	размеры				S сечени- я	Справочные величины для осей								
		h	b	d	t		x-x				y-y			Z_0	
							J_x	W_x	i_x	S_x	J_y	W_y	i_y		
	кг	мм				см ²	см ⁴	см ³	см	см ³	см ⁴	см ³	см	см	
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24	
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80	
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	
40	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,73	



Сталь прокатная угловая

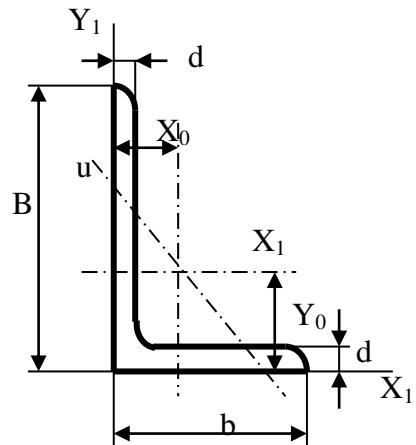
равнополочная



b- ширина полки;
d- толщина полки;
J- момент инерции;
i- радиус инерции;
 Z_0 - расстояние от центра тяжести до полки ;

№ пр-ля	размеры		S профи- ля	Масса 1 м длины проката	Справочные величины для осей									
	b	d			x-x		x ₀ x ₀		y ₀ - y ₀		x ₁ -x ₁	z ₀ +d		
					J _x	i _x	J _{x0} max	i _{x0} max	J _{y0} min	i _{y0} min				
	мм	см ²	кг	см ⁴	см	см	см ⁴	см	см ⁴	см	см ⁴	см		
2	20	3	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60		
		4	1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64		
2,5	25	3	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73		
		4	1,86	1,46	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76		
2,8	28	3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80		
3,2	32	3	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89		
		4	2,43	1,91	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94		
3,6	36	3	2,10	1,65	2,59	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99		
		4	2,75	2,16	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04		
4	40	3	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09		
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,59	1,90	0,78	8,53	1,13		
4,5	45	3	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21		
		4	3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26		
		5	4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30		
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	20,4	1,33		
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38		
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42		
5,6	56	4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52		
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57		
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69		
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74		
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78		
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88		
		5	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90		
		6	8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94		
7,5	75	5	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02		
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06		
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10		
		8	11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113	2,15		
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18		
8	80	5,5	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17		
		6	9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,8	1,58	102	2,19		
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23		
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27		
9	90	6	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43		
		7	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47		
		8	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51		
		9	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55		

10	100	6,5	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16	29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
11	110	7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
12,5	125	8	19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		9	22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53
		14	33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
		16	37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68
14	140	9	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78
		10	27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82
		12	32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90



Сталь прокатная угловая неравнополочная

B – ширина большей полки

b – ширина меньшей полки

d – толщина полки

J – момент инерции

i – радиус инерции

X₀-Y₀ – расстояния от центра тяжести до полок

№ про- ля	размеры			Площадь профиля	Масса 1 м длины проката	Справочные величины для осей												
						x-x		y-y		x ₁ -x ₁		y ₁ -y ₁		u-u				
	MМ	Cм ²	кг			см	см ⁴	см	см ⁴	см	см ⁴	см	см ⁴	см	см			
5,6/3,6	56	36	4	3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,406		
			5	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404		
6,3/3,6	63	40	4	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397		
			5	4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,73	0,86	0,396		
			6	5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393		
			8	7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386		
7/4,5	70	45	5	5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406		
7,5/5	75	50	5	6,11	4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436		
			6	7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435		
			8	9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,403		
8/5	80	50	5	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,378		
			6	7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386		
9/5,6	90	56	5,5	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384		
			6	8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384		
			8	11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380		

10/6,3	100	63	6 7 8 10	9,59 11,1 12,6 15,5	7,53 8,70 9,87 12,1	98,3 113 127 154	3,2 3,19 3,18 3,15	30,6 35,0 39,2 47,1	1,79 1,78 1,77 1,75	198 232 266 333	3,23 3,28 3,32 3,40	49,9 58,7 67,6 85,8	1,42 1,46 1,50 1,58	18,2 20,8 23,4 28,3	1,38 1,37 1,36 1,35	0,393 0,392 0,391 0,387
11/7	110	70	6,5 8	11,4 13,9	8,98 10,9	142 172	3,53 3,51	45,6 54,6	2 1,98	286 353	3,55 3,61	74,3 92,3	1,58 1,64	26,9 32,3	1,53 1,52	0,402 0,400
12,5/8	125	80	7 8 10 12	14,1 16,0 19,7 23,4	11 12,5 15,5 18,3	227 256 312 365	4,01 4 3,98 3,95	73,7 83,0 100 117	2,29 2,28 2,26 2,24	452 518 649 781	4,01 4,05 4,14 4,22	119 137 173 210	1,8 1,84 1,92 2	43,4 48,8 59,3 69,5	1,76 1,75 1,74 1,72	0,407 0,406 0,404 0,400
14/9	140	90	8 10	18,0 22,2	14,1 17,5	364 444	4,49 4,47	120 146	2,58 2,56	727 911	4,49 4,58	194 245	2,03 2,12	70,3 85,5	1,98 1,96	0,411 0,409

Список литературы

- . А.И. Аркуша Техническая механика Теоретическая механика.
Сопротивление материалов Учебник 7-е издание. М. Высшая школа
2008
2. В.И. Сетков. Техническая механика для строительных специальностей – М:
Издательский центр «Академия» 2009.
3. В.И. Сетков. Сборник задач по технической механике. –М: Издательский центр
«Академия» 2009.
4. В.П. Олофинская. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических
и тестовых заданий. –М: Форум: ИНФРА-М, 2010.

Дополнительные источники:

1. В.П. Олофинская. Техническая механика. Сборник тестовых заданий.-М: Форум –
ИНФРА- М, 2008.