ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

СИБИРСКИЙ КОЛЛЕДЖ ТРАНСПОРТА И СТРОИТЕЛЬСТВА

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

ОП.03 ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

РАЗДЕЛ «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

23.02.04 ЭКСПЛУАТАЦИЯ И РЕМОНТ ПОДЪЕМНО-ТРАНСПОРТНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ ДОРОЖНЫХ МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ

базовая подготовка среднего профессионального образования

ИРКУТСК 2022

РАССМОТРЕНО:
Цикловой методической комиссией технической механики и электротехнических дисциплин
«08» июня 2022 г.
Председатель: _____ Эмерсали Н.Б.

СОГЛАСОВАНО:
Заместитель директора по УВР
_____ /А.П.Ресельс
«09» июня 2022 г.

Автор: Л.А.Адамова, преподаватель ФГБОУ ВО ИрГУПС СКТиС

Содержание

Предисловие

Предмет «Техническая механика» включает в себя три раздела: для строительных специальностей – теоретическая механика, сопротивление материалов и статика сооружений;
для машиностроительных специальностей - теоретическая механика, сопротивление материалов и детали машин.

Назначение дисциплины – дать будущим техникам основные сведения о законах движения и равновесия материальных тел, о методах расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, о способах образования различного вида геометрически неизменяемых систем и методах их расчета. Знания, полученные при изучении данного предмета, являются основой для освоения смежных специальных дисциплин.

Для закрепления и контроля знаний и умений студентов по предмету «Техническая механика» рекомендуется выдавать индивидуальные домашние расчетно-графические работы.

Настоящее пособие содержит перечень учебной литературы, задания для расчетно-графических работ и методические указания по их выполнению, а также примеры решения задач, близких по содержанию к задачам работы.

Объем и содержание заданий для расчетно-графических работ определены на основании примерной тематики таких работ, рекомендуемых действующей программой.

Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в классном журнале. Срок сдачи работы назначается в соответствии с календарно-тематическим планом преподавателя. Все задания выполняются на листах формата А4 в соответствии со структурой расчетно-графической работы.

Все задания составлены в Международной системе (СИ) единиц физических величин.

Структура расчетно-графической работы.

- титульный лист;
- формулировка задания и исходные данные;
- пояснительная записка;
- расчетная часть;
- графическая часть (графики, схемы, чертежи и т.д.);
- литература;
- выводы, пояснения исполнителя;
- заключение преподавателя.

Критерии оценки выполнения студентом расчетно-графических работ.

№ п/п	Оцениваемые умения	Метод оценки	Граничные критерии оценки	
			отлично	неудовлетворительно
1.	Отношение к работе	Наблюдение руководителя, просмотр материалов.	Все материалы представлены в указанный срок, не требуют дополнительного времени на завершение	В отведенное для работы время не уложился
2.	Способность выполнять	Просмотр	Четко выполняет	не способен

	вычисления и построения эпюр.	материалов	вычисления и построения эпюр	использовать даже простейшие арифметические действия для получения конкретного результата. Большое число ошибок в вычислениях, в построении эпюр требуется доскональная проверка результатов.
3.	Использование всего доступного оборудования	Просмотр материалов, технологический контроль	Грамотно работает с приборами, соблюдает все правила и приемы работы техники безопасности. Может иметь свободный доступ (к приборам без задержки преподавателя).	Не способен без помощи преподавателя выполнять основные операции с приборами. Нет твердых знаний основных частей и правил работы. Не способен оценить роль и значение оборудования, имеющегося в распоряжении.
4.	Умение использовать полученные ранее знания и навыки для решения конкретных задач.	Наблюдение руководителя. Просмотр материалов.	Без дополнительных пояснений (указаний) использует навыки и умения, полученные при изучении дисциплин: «Математика», «Инженерная графика»	Не способен использовать знания не из одного раздела при решении задач разделов смежных дисциплин.
5.	Оформление работы.	Просмотр материалов.	Все материалы, расчеты, построения оформлены согласно принятым требованиям на высоком уровне.	Работа оформлена в высшей степени небрежно. Демонстрируемые вычисления и построения просто не могут привести к дополнительным ошибкам.
6.	Умение отвечать на вопросы, пользоваться профессиональной и общей лексикой при сдаче отчетной работы.	Собеседование.	Грамотно отвечает на поставленные вопросы, использую профессиональную лексику. Может обосновать свою точку зрения по проблеме. Четко видит цель.	Показывает незнание предмета при ответе на вопросы, низкий интеллект, узкий кругозор, ограниченный словарный запас. Четко выраженная неуверенность в ответах и действиях.

Титульный лист к расчетно-графической работе

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВПО ИрГУПС)

«Сибирский колледж транспорта и строительства»

Расчетно-графическая работа №
по дисциплине «Техническая механика»
Тема:

Вариант №

Выполнил
студент гр.
Ф.И.О.
дата, подпись

Проверил
преподаватель Ф.И.О.
дата, подпись

Иркутск

Сопротивление материалов
Тема: Растяжение и сжатие.
Расчетно-графическая работа №4

Последовательность решения задачи.

1. Разбиваем брус на участки. Границами участков являются те места, где либо приложены внешние силы, либо изменяется площадь поперечного сечения, а также начало и конец бруса. Так как силы, нагружающие брус, расположены по его центральной продольной оси, то в поперечных сечениях возникает лишь один внутренний силовой фактор – продольная сила N, т.е. имеет место растяжение (сжатие) бруса.
2. На каждом из участков применяем метод сечений, проводя мысленно сечение в пределах каждого из участков, будем отбрасывать закрепленную часть бруса, а для оставшейся части составляем уравнение равновесия $\sum Z_i = 0$, из которого и определяем продольную силу N. При растяжении продольная сила положительна, а при сжатии отрицательна.
3. Строим эпюру продольных сил N. Проводим параллельно оси бруса базовую(нулевую) линию эпюры, откладываем перпендикулярно ей в произвольном масштабе полученные значения N.
4. Определяем нормальные напряжения на каждом участке бруса по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

где N – продольная сила, Н
А – площадь поперечного сечения м^2

5. Строим эпюру нормальных напряжений σ.
6. Определяем перемещение свободного конца бруса:

$$\Delta L = \sum \Delta L_i$$

где ΔL_i-перемещение каждого участка бруса, определяется по закону Гука

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

где E- модуль упругости, МПа.

7. Определяем относительную продольную деформацию по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \bullet 100$$

где L_0-длина бруса до деформации, м.

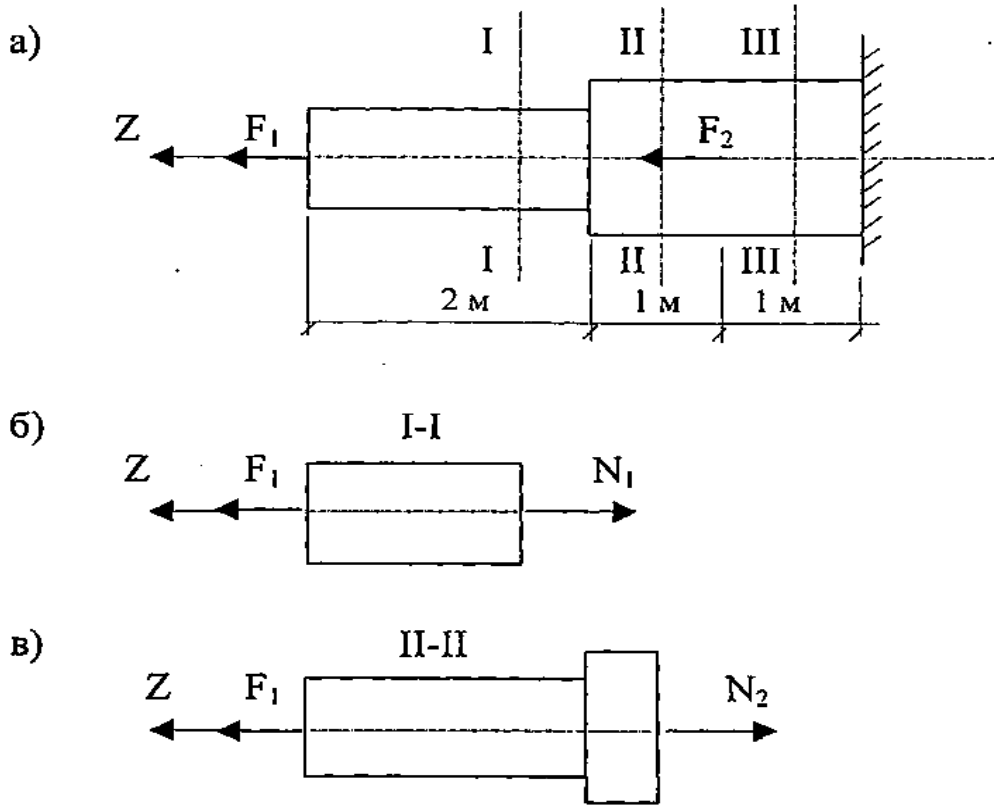
8. Определяем коэффициент запаса прочности, и производим проверку прочности.

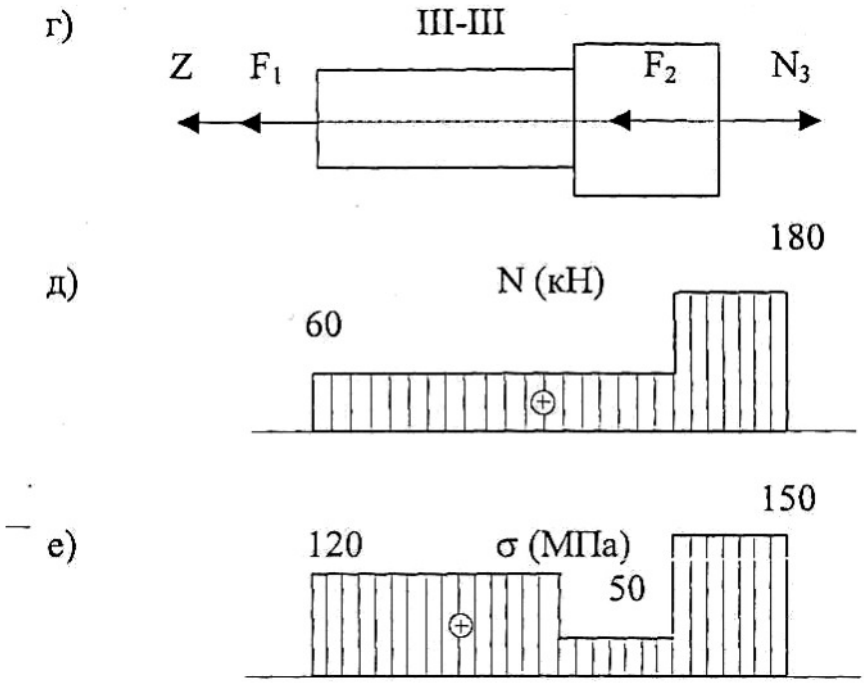
$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}}$$

Где σ_T – предел текучести материала, МПа,
σ_{max} – максимальное напряжение, МПа.

Задача 1

Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений по длине ступенчатого бруса, нагруженного силами F_1 =60 кН; F_2 = 120 кН. Материал бруса сталь E = 200 ГПа; A_1 = 5 см^2; A_2 = 12 см^2.





Решение:

Разобьем брус на отдельные участки, начиная от свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы и место изменения размеров поперечного сечения.

Применяя метод сечений, будем оставлять левую часть бруса, а правую отсеченную часть бруса отбрасывать, при этом отпадает надобность в предварительном определении реакции заделки.

Проведем произвольное сечение I-I на участке АС и рассмотрим равновесие оставленной части, изображенной отдельно на рисунке. Продольная сила в этом сечении N_i; ее находим, проектируя на ось Z бруса внешние и внутренние силы, действующие на оставленную часть.

$$\sum Z = 0;$$
$$F_1 - N_1 = 0$$
$$N_1 = F_1;\ N_1 = 60кН.$$

Проводя сечение на участке II-II и рассматривая равновесие левой отсеченной части, изображенной на рисунке.

$$\sum Z = 0;$$
$$F_1 - N_2 = 0;$$
$$N_2 = 60кН.$$

Проводя сечение на участке Ш-Ш и рассматривая равновесие левой отсеченной части, изображенной на рисунке
сечение III – III .

$$\sum Z = 0;$$
$$F_1 + F_2 - N_3 = 0$$
$$N_3 = F_1 + F_2;$$
$$N_3 = 60 + 120 = 180кН$$

Анализируя выражения усилий N_1 , N_2 и N_3 замечаем, что продольная сила в поперечном сечении прямого бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных с одной стороны (в данном случае - слева) от рассматриваемого сечения.

Сформулированный вывод имеет большое практическое значение. Он позволяет определять продольную силу, не прибегая каждый раз к изображению отсеченной части бруса и составлению уравнений равновесия.

Построение эпюры внутренних силовых факторов.

Графическое изображение закона изменения внутреннего силового фактора вдоль оси бруса называется эпюрой. В науке "Сопротивление материалов" для выполнения основных расчетов прикладного назначения чрезвычайно важно определить величину наибольшего внутреннего силового фактора и "опасное сечение", в котором он действует. Наиболее удобно эта задача решается построением эпюры, которая дает наглядное представление об изменении внутреннего силового фактора вдоль оси бруса.
Для построения эпюры проводим параллельно оби бруса нулевую линию (базисную линию), и откладываем перпендикулярно ей в выбранном масштабе найденные значения N. Положительные - вверх, отрицательные - вниз; а для вертикально расположенного бруса положительные - вправо, отрицательные - влево. Соединяем полученные точки прямыми, параллельными базисной линии и указываем алгебраические знаки. Построенную эпюру заштриховываем линиями, перпендикулярными оси. По этим линиям можно судить о значении продольной силы в соответствующих поперечных сечениях бруса. В сечениях, где приложены внешние силы (на границах участков) внутренняя сила меняется скачкообразно (см.рисунок в точке С), причем размер скачка равен соответствующей внешней силе. Скачок на уровне заделки характеризует значение реакции.

Для вычисления напряжении по формуле $\sigma = N/A$, брус приходится разбивать на большее число участков. Их границы определяются не только сечениями, где приложены внешние силы, но и сечениями, где меняются поперечные размеры бруса.
Пользуясь эпюрой N, находим σ на каждом участке:

$$\sigma_{AD} = N_1/A_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ Н} / 5 \cdot 10^{-4} \text{м}^2 = 12 \cdot 10^7 \text{ Па} = 120 \text{ МПа}$$
$$\sigma_{DC} = N_1/A_2 = 60 \cdot 10^3 \text{ Н} / 12 \cdot 10^{-4} \text{м}^2 = 5 \cdot 10^7 \text{ Па} = 50 \text{ МПа}$$
$$\sigma_{CB} = N_2/A_2 = 180 \cdot 10^3 \text{ Н} / 12 \cdot 10^{-4} \text{м}^2 = 15 \cdot 10^7 \text{ Па} = 150 \text{ МПа}$$

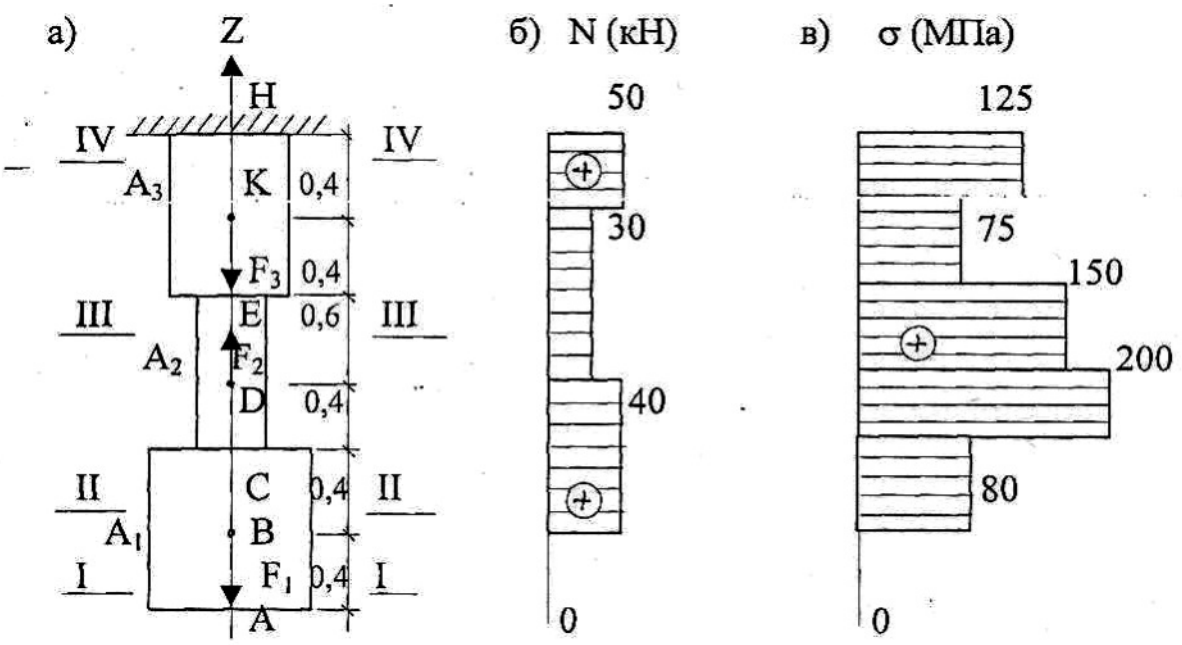
Построение эпюры см. рисунок.
Определение перемещений следует начинать от защемленного конца.
$\Delta l_{BC} = \sigma_{CB} \cdot l_{BC} / E = 150 \cdot 10^6 \cdot 1/ 200 \cdot 10^9 = 0{,}75$ мм
$\Delta l_{CD} = \sigma_{DC} \cdot l_{CD} / E = 50 \cdot 10^6 \cdot 1/ 200 \cdot 10^9 = 0{,}25$ мм
$\Delta l_{AD} = \sigma_{AD} \cdot l_{AD} / E = 120 \cdot 10^6 \cdot 1/ 200 \cdot 10^9 = 1{,}2$ мм
Абсолютное перемещение т. А относительно т. В найдем, просуммировав величины:
$\Delta l_{AB} = \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{AD} = 0{,}75$ мм $+ 0{,}25$ мм $+ 1{,}2$ мм $= 2{,}2$ мм

Задача 2

Порядок выполнения см. пример 1.

Для ступенчатого бруса построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений и определить абсолютное перемещение бруса, под действием сил $F_1 = 40$ кН;
$F_2 = 10$ кН; $F_3 = 20$ кН; $A_1 = 5$ см^2; $A_2 = 2$ см^2;

$A_3 = 4$ см^2 (см.рисунок (а)). Брус выполнен из стали, E = 200 ГПа.



Разбиваем брус на четыре участка, границы которых совпадают с сечениями, где приложены внешние силы. По аналогии с примером 1 определяем значения продольной силы на каждом участке, начиная от свободного конца бруса.

На участке AB сечение I-I

$N_1 = 0$, т.к. на участке AB не действуют внешние силы.

На участке BD сечение II-II

$N_2 - F_1 = 0$; $N_2 = F_1 = 40$кН.

На участке DK сечение III-III

$N_3 - F_1 + F_2 = 0$; $N_3 = F_1 - F_2$;

$N_3 = 40 - 10 = 30$кН.

На участке KH сечение IV - IV

$N_4 - F_1 + F_2 - F_3 = 0$; $N_4 = F_1 - F_2 + F_3$;

$N_4 = 40 - 10 + 20 = 50$кН.

Эпюра продольных сил построена на рис. (б). Из нее видно, что реакция заделки равна 50 кН и направлена вверх.

Для вычисления напряжений по формуле σ=N/A брус приходится разбивать на большее число участков. Их границы определяются не только сечениями, где приложены внешние силы, но и сечениями, где меняются поперечные размеры бруса. Пользуясь эпюрой N находим:

$\sigma_{AB} = 0$;

$\sigma_{BC} = N_2 / A_1 = 40 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^7$Па = 80 МПа

$\sigma_{CD} = N_2 / A_2 = 40 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^{-4} = 20 \cdot 10^7$Па = 200 МПа

$\sigma_{DE} = N_3 / A_2 = 30 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^{-4} = 15 \cdot 10^7$Па = 150 МПа

$\sigma_{EK} = N_3 / A_3 = 30 \cdot 10^3 / 4 \cdot 10^{-4} = 7{,}5 \cdot 10^7$Па = 75 МПа

$\sigma_{KH} = N_4 / A_3 = 50 \cdot 10^3 / 4 \cdot 10^{-4} = 12{,}5 \cdot 10^7$Па = 125 МПа

Эпюра нормальных напряжений представлена на рис.(в). Каждая ее ордината характеризует в принятом масштабе значение напряжений в соответствующем поперечном сечении бруса.

Определение перемещений необходимо начинать от неподвижного конца, т.е. от заделки.

$\Delta l_{HK} = \sigma_{HK} \cdot l_{HK} / E = 125 \cdot 10^6 \cdot 0{,}4 / 200 \cdot 10^9 = 0{,}25 \cdot 10^{-3}$м = 0,25 мм

$\Delta l_{KE} = \sigma_{KE} \cdot l_{KE} / E = 75 \cdot 10^6 \cdot 0,4 / 200 \cdot 10^9 = 0,15 \cdot 10^{-3}$м = 0,15 мм
$\Delta l_{ED} = \sigma_{ED} \cdot l_{ED} / E = 150 \cdot 10^6 \cdot 0,6 / 200 \cdot 10^9 = 0,45 \cdot 10^{-3}$м = 0,45 мм
$\Delta l_{DC} = \sigma_{DC} \cdot l_{DC} / E = 200 \cdot 10^6 \cdot 0,4 / 200 \cdot 10^9 = 0,4 \cdot 10^{-3}$м = 0,4 мм
$\Delta l_{CB} = \sigma_{CB} \cdot l_{CB} / E = 80 \cdot 10^6 \cdot 0,4 / 200 \cdot 10^9 = 0,16 \cdot 10^{-3}$м = 0,16 мм
$\Delta l_{AB} = 0$;
$\Delta l_{AH} = \Delta l_{HK} + \Delta l_{KE} + \Delta l_{ED} + \Delta l_{DC} + \Delta l_{CB} + \Delta l_{AB} =$
$\Delta l_{AH} = 0,25 + 0,15 + 0,45 + 0,4 + 0,16 = 1,41$мм

Задача 3
Порядок выполнения см. пример 1, 2.
$F_1 = 90$ кН; $F_2 = 50$ кН; $F_3 = 60$ кН;
$A_1 = 5$ см^2; $A_2 = 7$см^2; $A_3 = 10$ см^2; E = 200 ГПа.

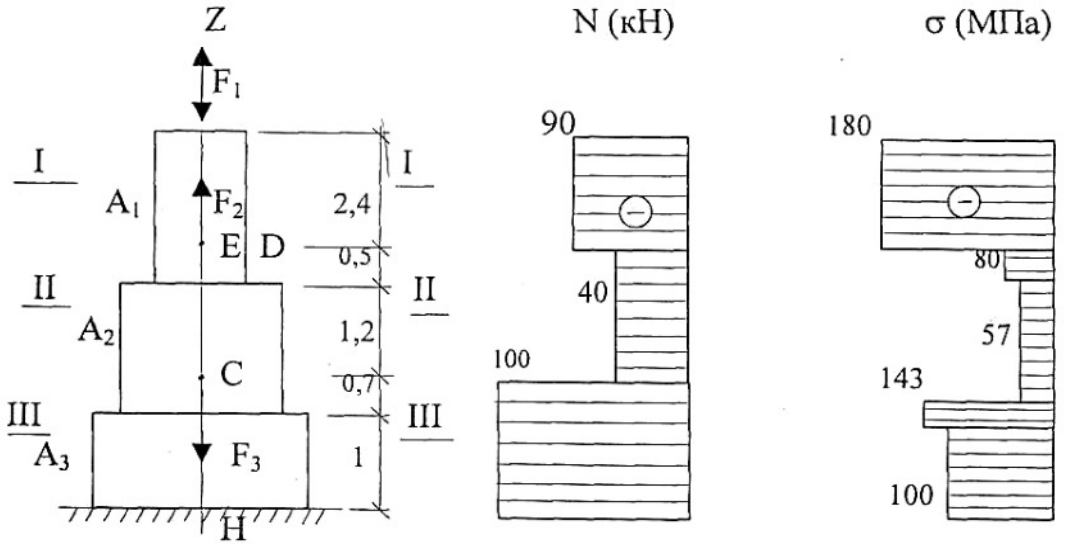
Решение:

1. Расчет продольных сил $\sum Z = 0$.

$-N_1 - F_1 = 0$; $N_1 = -F_1 = -90$кН;
$-N_2 - F_1 + F_2 = 0$; $N_2 = F_2 - F_I = 50 - 90 = -40$кН;
$-N_3 - F_1 + F_2 - F_3 = 0$; $N_3 = -F_1 + F_2 - F_3 = -90 + 50 - 60 = -100$ кН;

2. Расчет нормальных напряжений.

$\sigma_{KE} = N_1 / A_1 = -90 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^{-4} = -18 \cdot 10^7$ПА $= -180$ МПА
$\sigma_{ED} = N_2 / A_1 = -40 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^{-4} = -8 \cdot 10^7$ПА $= -80$ МПА
$\sigma_{DC} = N_2 / A_2 = -40 \cdot 10^3 / 7 \cdot 10^{-4} = -5,7 \cdot 10^7$ПА $= -57$ МПА
$\sigma_{CB} = N_3 / A_2 = -100 \cdot 10^3 / 7 \cdot 10^{-4} = -14,3 \cdot 10^7$ПА $= -143$ МПА
$\sigma_{BH} = N_3 / A_3 = -100 \cdot 10^3 / 10 \cdot 10^{-4} = -10 \cdot 10^7$ПА $= -100$ МПА



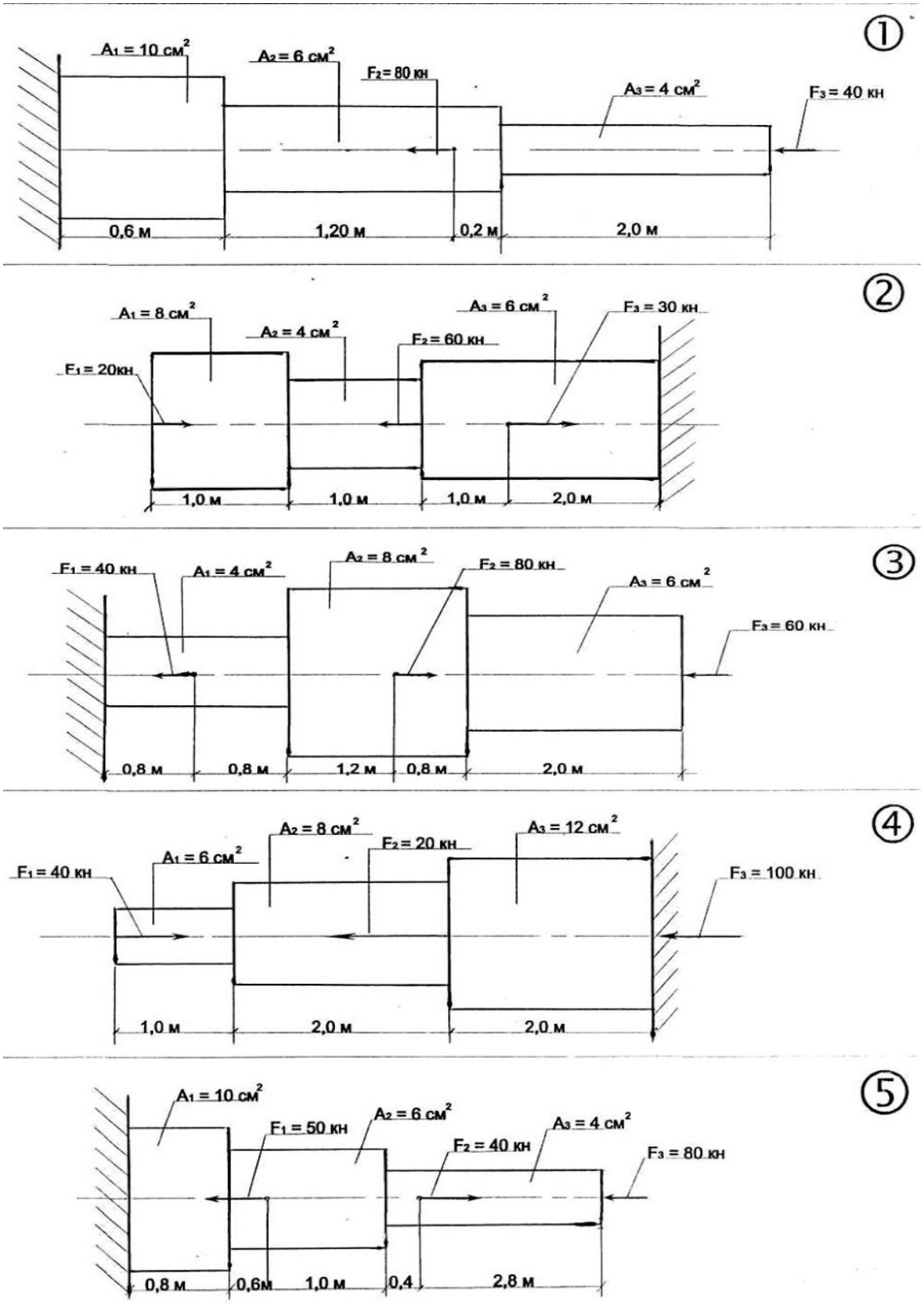
3. Расчет перемещений бруса.

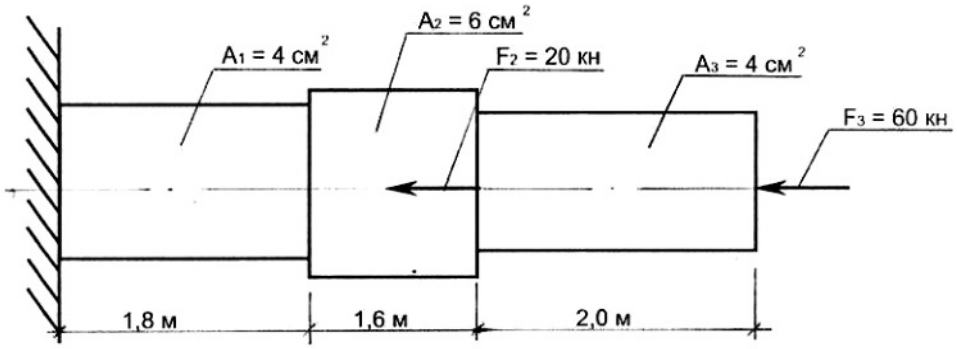
$\Delta l_{HB} = \sigma_{BH} \cdot l_{HB} / E = -100 \cdot 10^6 \cdot 1 / 200 \cdot 10^9 = -0,5 \cdot 10^{-3}$ м = -0,5 мм
$\Delta l_{CB} = \sigma_{BC} \cdot l_{CB} / E = -143 \cdot 10^6 \cdot 0,7 / 200 \cdot 10^9 = -0,5 \cdot 10^{-3}$ м = -0,5 мм
$\Delta l_{CD} = \sigma_{DC} \cdot l_{CD} / E = -57 \cdot 10^6 \cdot 1,2 / 200 \cdot 10^9 = -0,342 \cdot 10^{-3}$ м = -0,342 мм
$\Delta l_{ED} = \sigma_{DE} \cdot l_{ED} / E = -80 \cdot 10^6 \cdot 0,5 / 200 \cdot 10^9 = -0,2 \cdot 10^{-3}$ м = -0,2 мм
$\Delta l_{EK} = \sigma_{KE} \cdot l_{EK} / E = -180 \cdot 10^6 \cdot 2,4 / 200 \cdot 10^9 = -2,16 \cdot 10^{-3}$ м = -2 ,16мм
$\Delta l_{HK} = -0,5 - 0,5 - 0,342 - 0,2 - 2,16 = -3,702$ мм

Абсолютное укорочение бруса на 3,702 мм

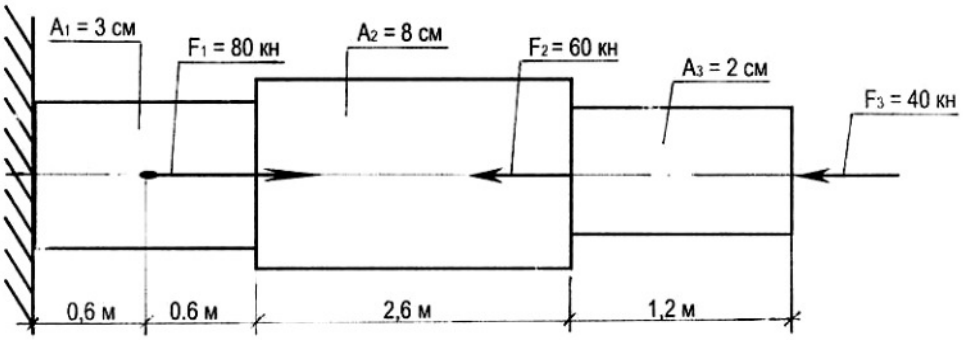
Задание к расчетно-графической работе №4:

Для ступенчатого бруса определить продольные силы N и нормальные напряжения σ. Построить эпюры N и σ. Определить абсолютную и относительную деформации бруса, а также коэффициент запаса прочности. Материал бруса сталь, модуль упругости E= $2\cdot10^5$ МПа, предел текучести σ_T=240МПа. Схему выбрать согласно своего варианта.

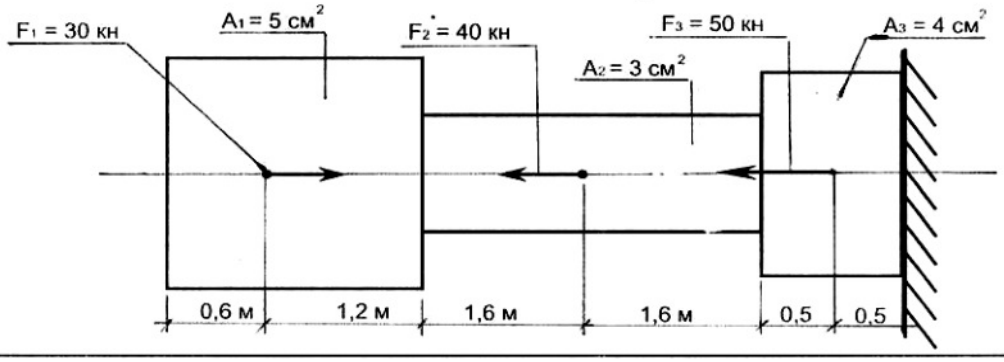



A₁ = 4 см²
A₂ = 6 см²
F₂ = 20 кн
A₃ = 4 см²
F₃ = 60 кн
1,8 м
1,6 м
2,0 м

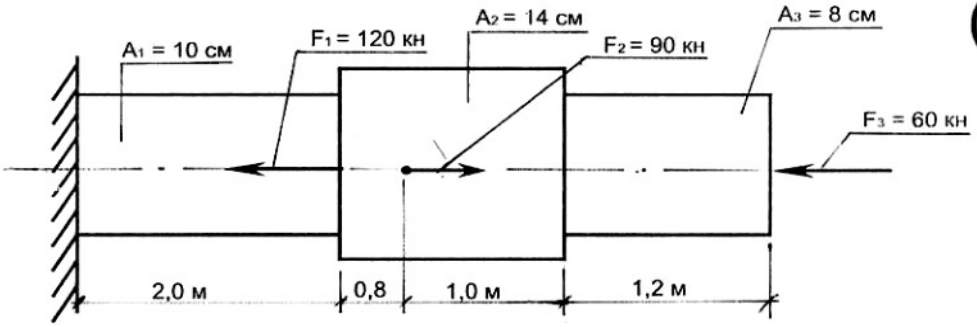
⑥


A₁ = 3 см
F₁ = 80 кн
A₂ = 8 см
F₂ = 60 кн
A₃ = 2 см
F₃ = 40 кн
0,6 м
0.6 м
2,6 м
1,2 м

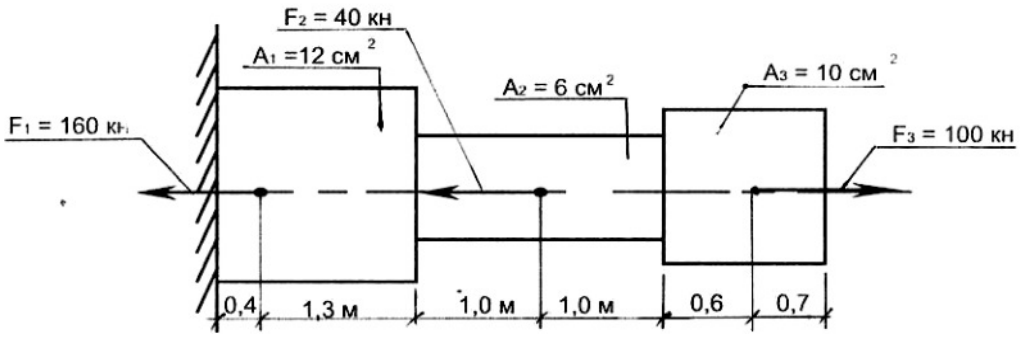
⑦


F₁ = 30 кн
A₁ = 5 см²
F₂ = 40 кн
F₃ = 50 кн
A₃ = 4 см²
A₂ = 3 см²
0,6 м
1,2 м
1,6 м
1,6 м
0,5
0,5

⑧

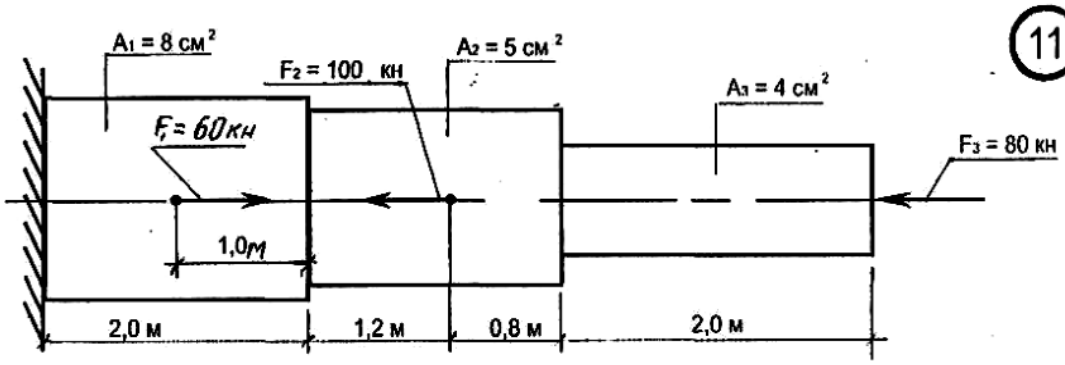

A₁ = 10 см
F₁ = 120 кн
A₂ = 14 см
F₂ = 90 кн
A₃ = 8 см
F₃ = 60 кн
2,0 м
0,8
1,0 м
1,2 м

⑨

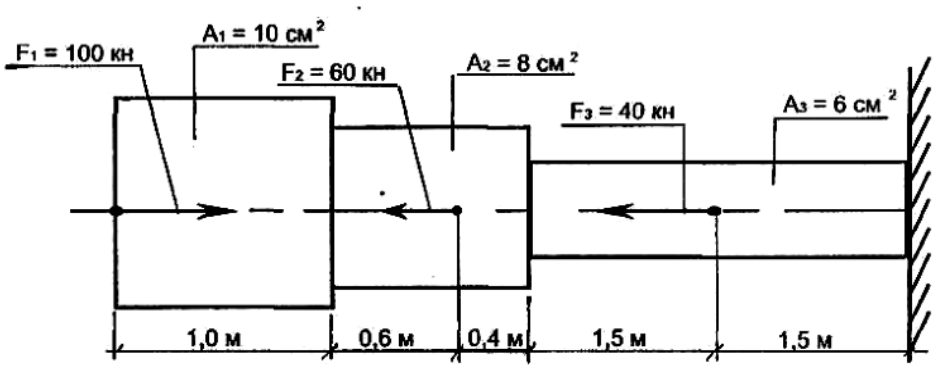

F₂ = 40 кн
A₁ =12 см²
A₂ = 6 см²
A₃ = 10 см²
F₁ = 160 кн
F₃ = 100 кн
0,4
1,3 м
1,0 м
1,0 м
0,6
0,7

⑩

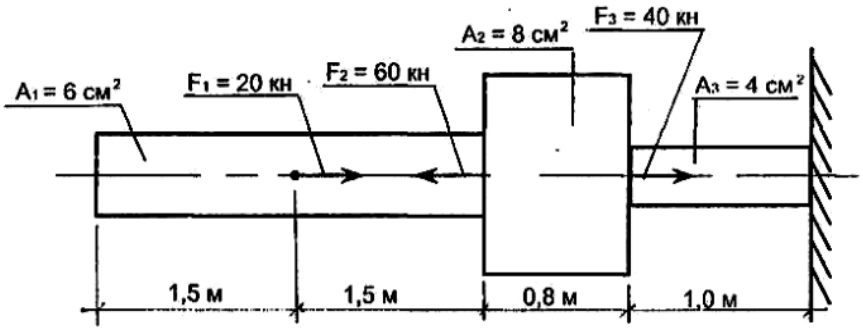
11


A₁ = 8 см²
F₂ = 100 кН
A₂ = 5 см²
A₃ = 4 см²
F₁ = 60кН
F₃ = 80 кН
1,0м
2,0 м
1,2 м
0,8 м
2,0 м

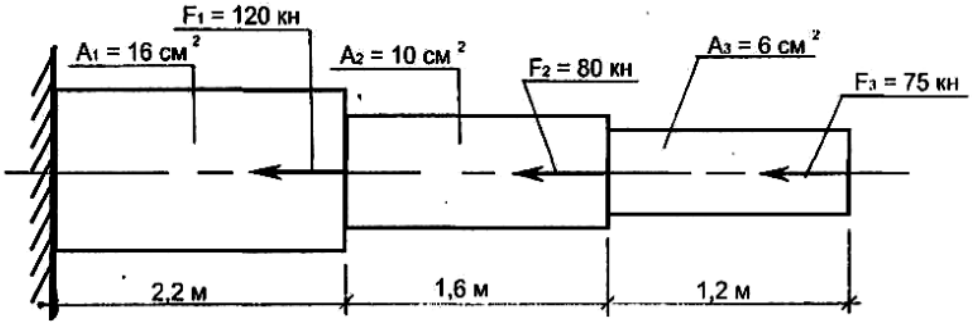
12


F₁ = 100 кН
A₁ = 10 см²
F₂ = 60 кН
A₂ = 8 см²
F₃ = 40 кН
A₃ = 6 см²
1,0 м
0,6 м
0,4 м
1,5 м
1,5 м

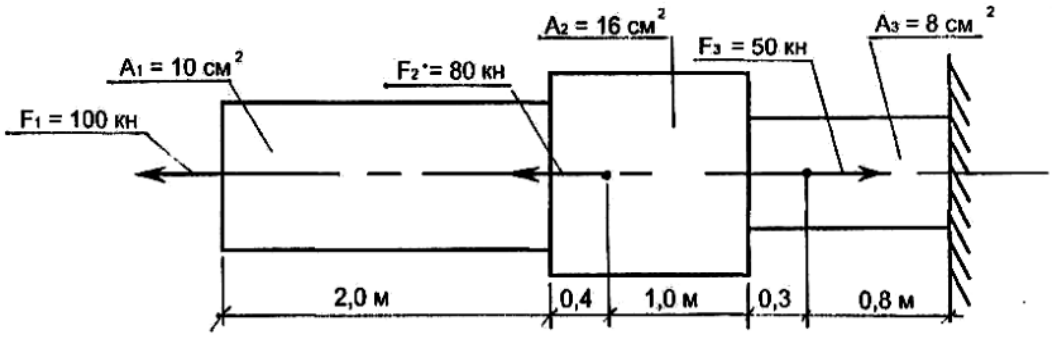
13


A₂ = 8 см²
F₃ = 40 кН
A₁ = 6 см²
F₁ = 20 кН
F₂ = 60 кН
A₃ = 4 см²
1,5 м
1,5 м
0,8 м
1,0 м

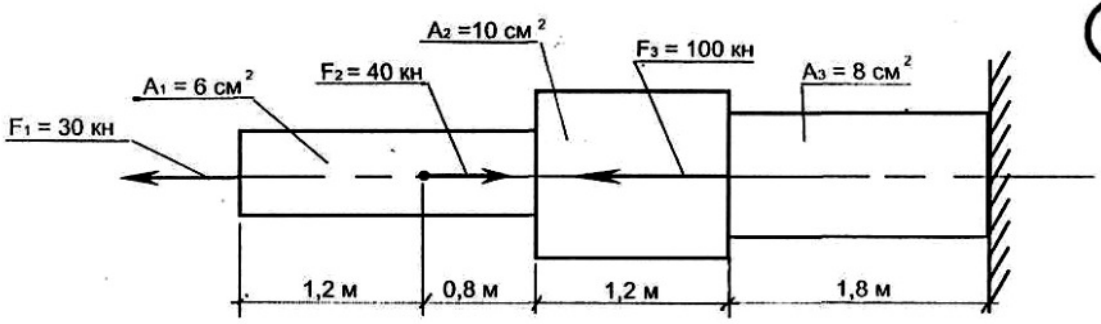
14


F₁ = 120 кН
A₁ = 16 см²
A₂ = 10 см²
F₂ = 80 кН
A₃ = 6 см²
F₃ = 75 кН
2,2 м
1,6 м
1,2 м

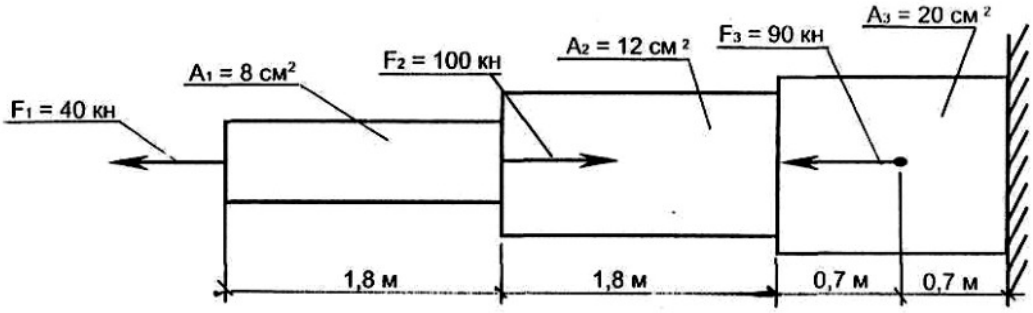
15


A₂ = 16 см²
A₃ = 8 см²
F₃ = 50 кН
A₁ = 10 см²
F₂ = 80 кН
F₁ = 100 кН
2,0 м
0,4
1,0 м
0,3
0,8 м

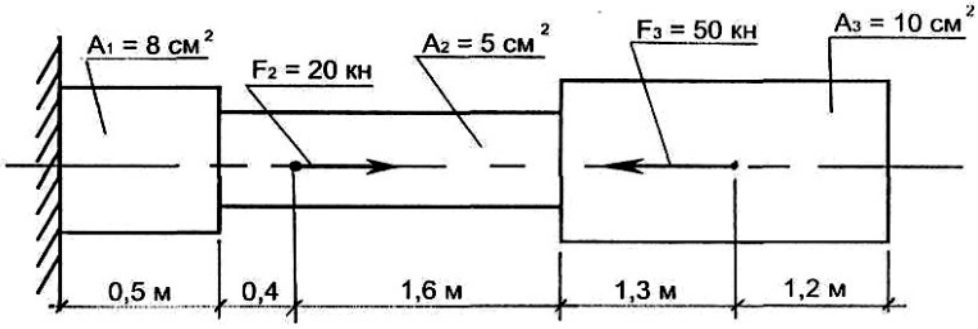
16


A₂ =10 см²
F₃ = 100 кн
A₃ = 8 см²
F₂ = 40 кн
A₁ = 6 см²
F₁ = 30 кн
1,2 м
0,8 м
1,2 м
1,8 м

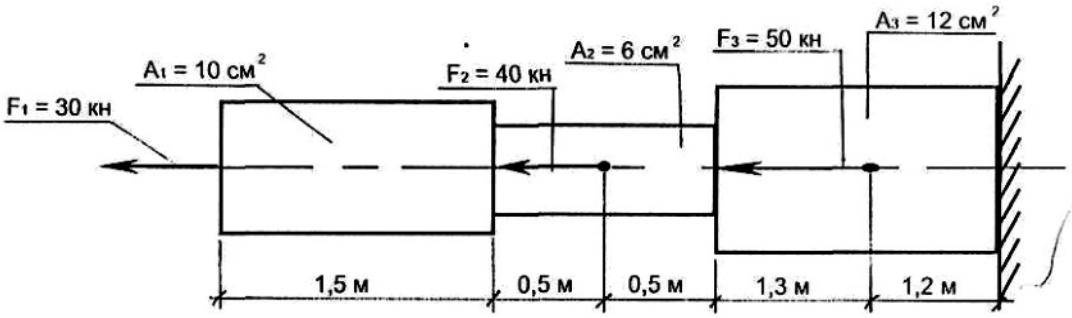
17


A₃ = 20 см²
F₃ = 90 кн
A₂ = 12 см²
F₂ = 100 кн
A₁ = 8 см²
F₁ = 40 кн
1,8 м
1,8 м
0,7 м
0,7 м

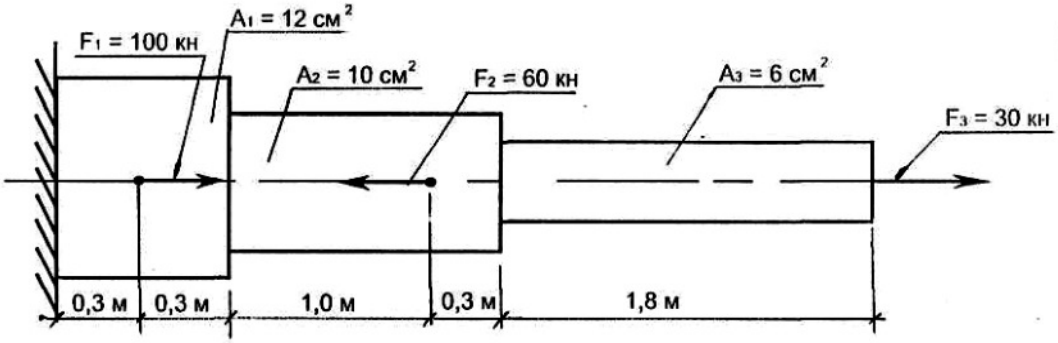
18


A₁ = 8 см²
F₂ = 20 кн
A₂ = 5 см²
F₃ = 50 кн
A₃ = 10 см²
0,5 м
0,4
1,6 м
1,3 м
1,2 м

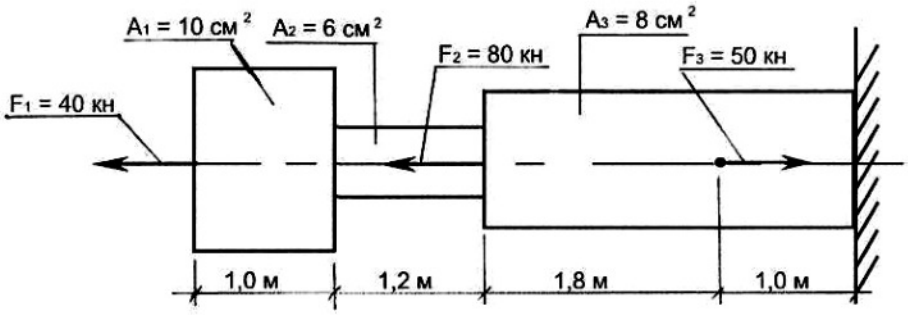
19


A₃ = 12 см²
F₃ = 50 кн
A₂ = 6 см²
A₁ = 10 см²
F₂ = 40 кн
F₁ = 30 кн
1,5 м
0,5 м
0,5 м
1,3 м
1,2 м

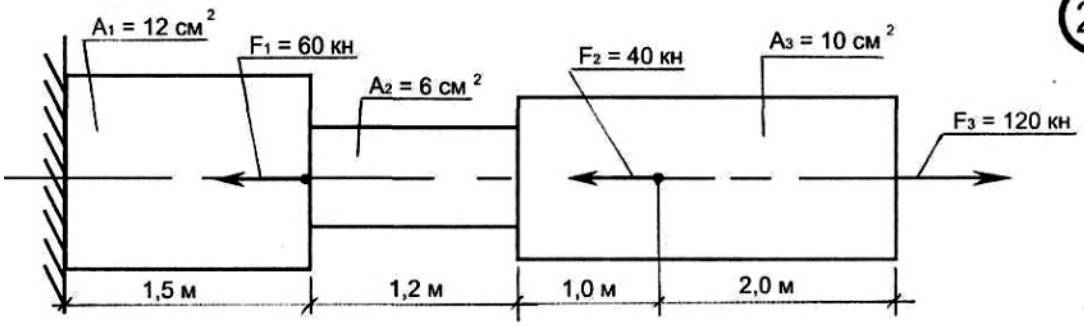
20


A₁ = 12 см²
F₁ = 100 кн
A₂ = 10 см²
F₂ = 60 кн
A₃ = 6 см²
F₃ = 30 кн
0,3 м
0,3 м
1,0 м
0,3 м
1,8 м

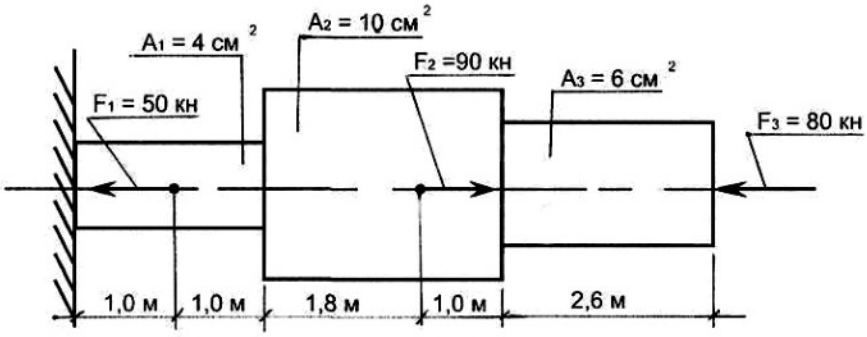
21


A₁ = 10 см²
A₂ = 6 см²
A₃ = 8 см²
F₂ = 80 кН
F₃ = 50 кН
F₁ = 40 кН
1,0 м
1,2 м
1,8 м
1,0 м

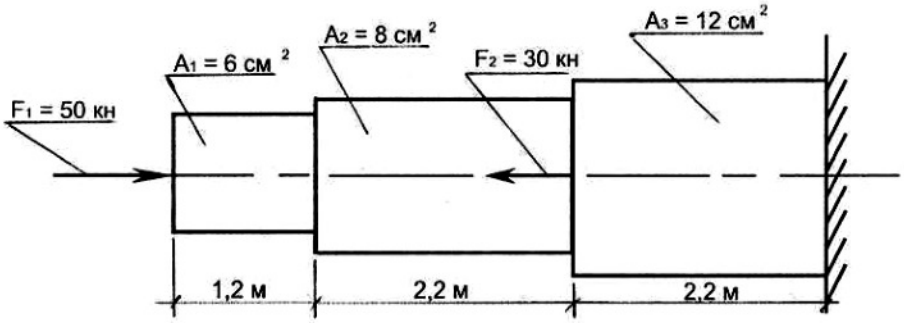
22


A₁ = 12 см²
F₁ = 60 кН
A₂ = 6 см²
F₂ = 40 кН
A₃ = 10 см²
F₃ = 120 кН
1,5 м
1,2 м
1,0 м
2,0 м

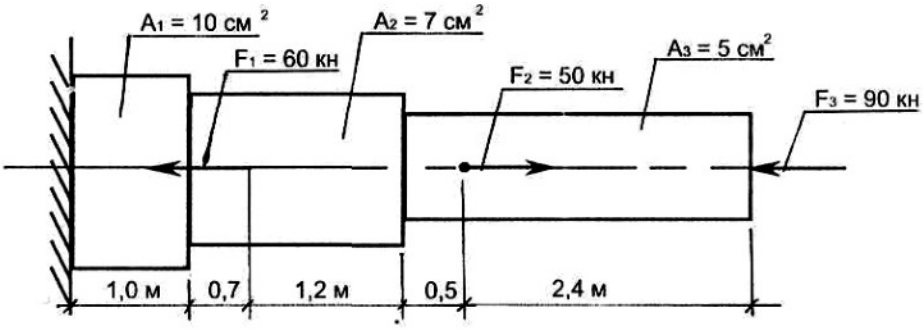
23


A₁ = 4 см²
A₂ = 10 см²
F₂ =90 кН
A₃ = 6 см²
F₁ = 50 кН
F₃ = 80 кН
1,0 м
1,0 м
1,8 м
1,0 м
2,6 м

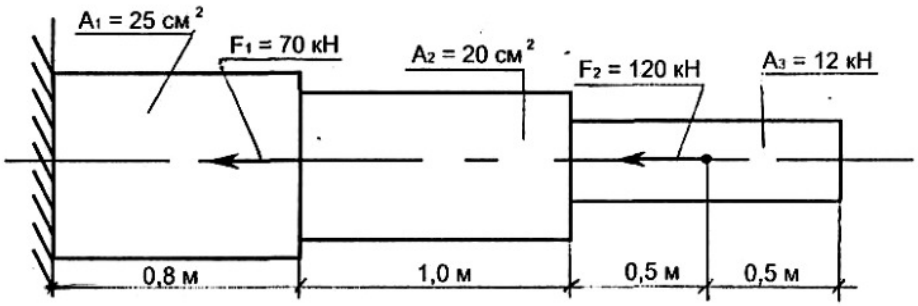
24


A₃ = 12 см²
A₂ = 8 см²
A₁ = 6 см²
F₂ = 30 кН
F₁ = 50 кН
1,2 м
2,2 м
2,2 м

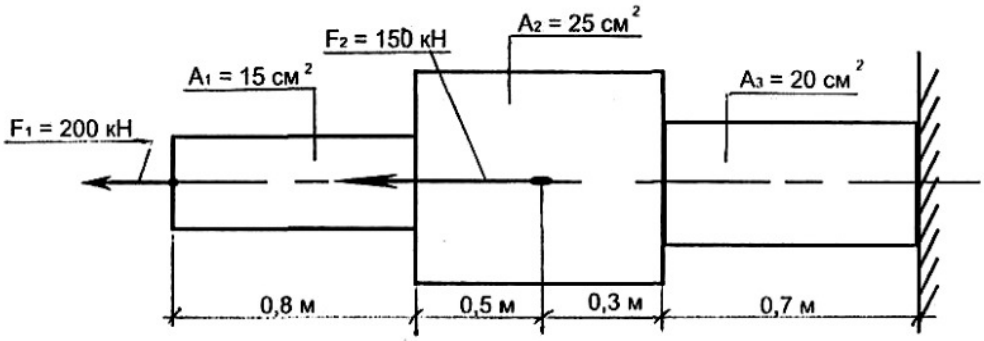
25


A₁ = 10 см²
A₂ = 7 см²
F₁ = 60 кН
A₃ = 5 см²
F₂ = 50 кН
F₃ = 90 кН
1,0 м
0,7
1,2 м
0,5
2,4 м

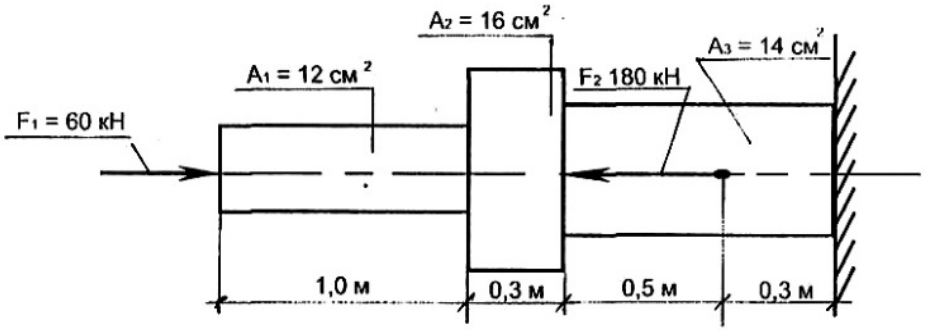
26


A₁ = 25 см²
F₁ = 70 кН
A₂ = 20 см²
F₂ = 120 кН
A₃ = 12 кН
0,8 м
1,0 м
0,5 м
0,5 м

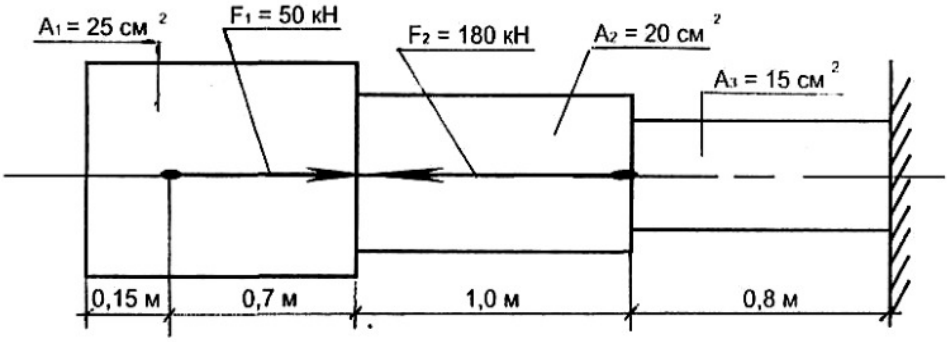
27


F₂ = 150 кН
A₂ = 25 см²
A₁ = 15 см²
A₃ = 20 см²
F₁ = 200 кН
0,8 м
0,5 м
0,3 м
0,7 м

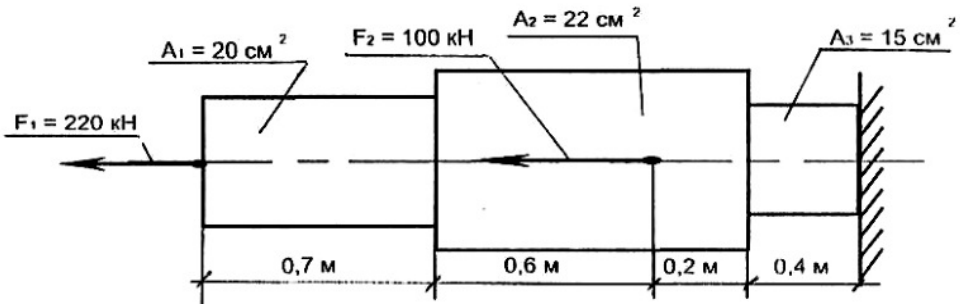
28


A₂ = 16 см²
A₃ = 14 см²
A₁ = 12 см²
F₂ 180 кН
F₁ = 60 кН
1,0 м
0,3 м
0,5 м
0,3 м

29


A₁ = 25 см²
F₁ = 50 кН
F₂ = 180 кН
A₂ = 20 см²
A₃ = 15 см²
0,15 м
0,7 м
1,0 м
0,8 м

30


A₂ = 22 см²
A₁ = 20 см²
F₂ = 100 кН
A₃ = 15 см²
F₁ = 220 кН
0,7 м
0,6 м
0,2 м
0,4 м

Сопротивление материалов

Тема: Определение главных центральных моментов инерции сечения.

Расчетно-графическая работа №5

Последовательность решения задачи.

1. Определяют положение центра тяжести сечения.
2. Проводят оси через центры тяжести каждого профиля проката или простой геометрической фигуры. Для первой фигуры проведем оси x_1 и y_1, для второй – x_2 и y_2 и т.д.
3. Проводят главные центральные оси. Они проходят через центр тяжести всего сечения. Одну из главных центральных осей совмещают с осью симметрии (в задании все сечения имеют такую ось), а вторую проводят через центр тяжести сечения перпендикулярно к первой. Обозначают вертикальную ось через *v*, а горизонтальную – через u.
4. Находят моменты инерции сечения относительно главных центральных осей. В общем виде момент инерции сечения определяют по формулам:
относительно оси u
$$J_u = J_u^I + J_u^{II} + J_u^{III} + ... + J_u^n,$$
относительно оси *v*
$$J_v = J_v^I + J_v^{II} + J_v^{III} + ... + J_v^n,$$
где J_uи J_v – моменты инерции сечения относительно главных центральных осей u и *v* (главные моменты инерции); J_u^I, J_u^{II}, …, J_u^n- моменты инерции простых фигур (1, 2,…, n) относительно главной центральной оси u: J_v^I, J_v^{II}, …, J_v^n – моменты инерции простых фигур относительно оси *v*.

Моменты инерции простых фигур относительно оси u определяют по формулам:
$$J_u^I = J_{x_1}^I + a_1^2 \bullet A_1; \quad J_u^{II} = J_{x_2}^{II} + a_2^2 \bullet A_2; \; .... \text{ и } J_u^n = J_{x_n}^n + a_n^2 \bullet A_n;$$
относительно оси *v*
$$J_v^I = J_{v_1}^I + d_1^2 \bullet A_1; \quad J_v^{II} = J_{v_2}^{II} + d_2^2 \bullet A_2; \ldots \text{ и } J_v^n = J_{v_n}^n + d_n^2 \bullet A_n;$$
где $J_x^I, J_x^{II}, ..., J_{x_n}^n$ - моменты инерции простых фигур (1, 2, …, n) относительно собственных центральных осей (x_1, x_2, …, x_n). Они определяются по таблицам ГОСТов для профилей прокатной стали, и по формулам для простых геометрических фигур;
$J_y^I, J_y^{II}, ..., J_{y_n}^n$ - моменты инерции простых фигур относительно собственных центральных осей (y_1, y_2, …, y_n);
a_1, a_2, …, a_n - расстояния от главной центральной оси **u** до центральных осей x_1, x_2, …, x_n;
d_1, d_2, …, d_n – то же, от оси ***v*** до осей y_1, y_2, …, y_n;
A_1, A_2, …., A_n – площади сечений профилей прокатной стали или простых геометрических фигур.

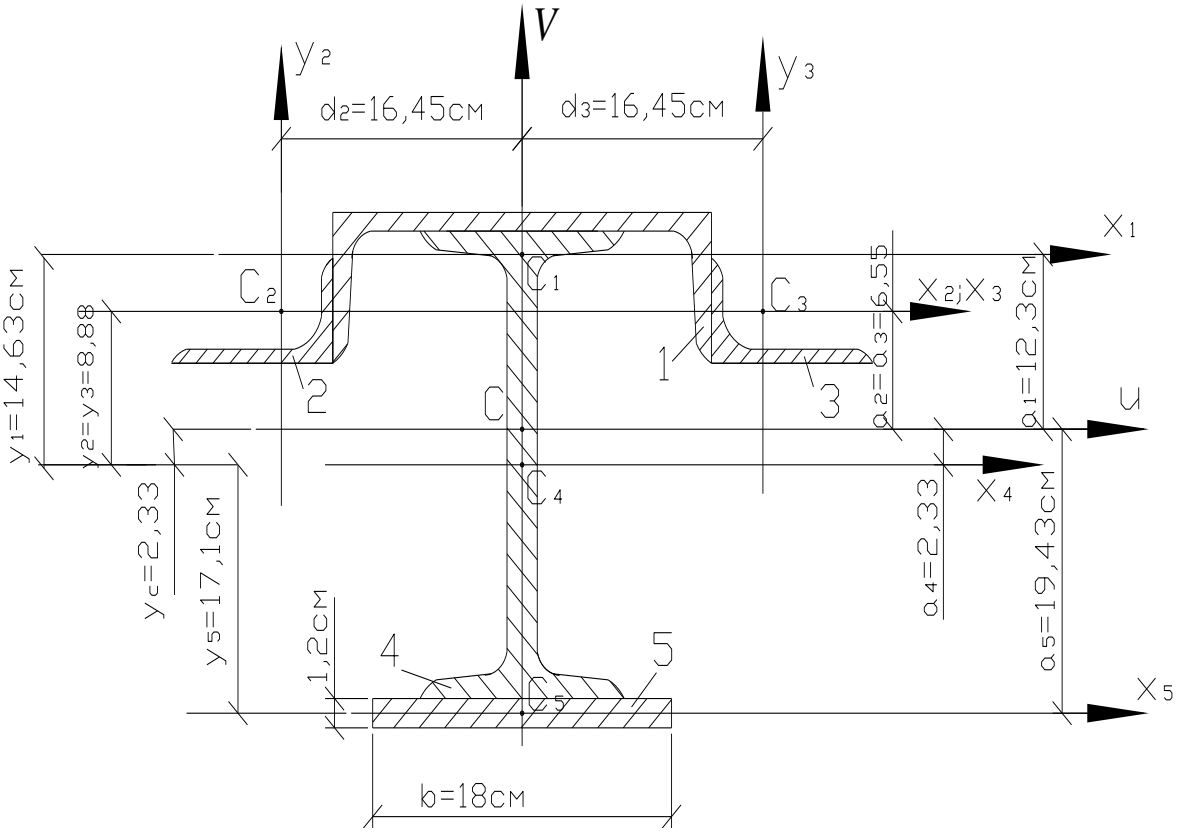
Если главная центральная ось совпадает с собственной центральной осью какого-нибудь профиля или фигур, то момент инерции ее относительно главной центральной оси равен моменту инерции относительно собственной оси, так как расстояние между этими осями равно нулю.

При определении геометрических характеристик необходимо учитывать, что профили проката на заданном сечении могут быть ориентированы иначе, чем в таблицах ГОСТов. Например, вертикальная по ГОСТу ось y на заданном сечении может оказаться горизонтальной, а горизонтальная по ГОСТу ось x – вертикальной. Поэтому необходимо внимательно следить за тем, относительно каких осей следует

брать геометрические характеристики. На это будет обращено особое внимание в рассматриваемых примерах.

Задача.

Определить координаты центра тяжести сечения, составленного из прокатных профилей. Сечение состоит из двутавра №33, швеллера №27, двух уголков 90 х 56 х 6 и листа сечением 12 х 180 мм.



Решение:

1. Разобьем сечение на прокатные профили и обозначим их 1, 2, 3, 4, 5.
2. Использую таблицы сортамента укажем центры тяжести каждого профиля и обозначим их C_1, C_2, C_3, C_4, C_5.
3. Выбираем систему координатных осей. Ось у совместим с осью симметрии, а ось х направим перпендикулярно оси у и проведем через центр тяжести двутавра.
4. Записываем формулы для определения координат центра тяжести сечения: x_c=0. так как ось у совпадает с осью симметрии;

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}$$

Учитывая, что A_2=A_3, а также, что y_2=y_3, получим:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + 2A_2 y_2 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + 2A_2 + A_4 + A_5}$$

Определим площади и координаты центров тяжести отдельных профилей проката, используя таблицы сортамента:

A_1=35,2 см^2; A_2=A_3=8,54 см^2; A_4=53,8 см^2; A_5=1,2•18=21,6 см^2;

$y_1=h_{дв}/2+d_{шв}-z_0^{шв}$=33/2+0,6-2,47=14,63 см;

$y_2=y_3=h_{дв}/2+d_{шв}-b_{шв}+x_0^{уг}$ =33/2+0,6-9,5+1,28=8,88 см;
y_4=0, так как ось x проходит через центр тяжести двутавра;

$$y_5=-\left(\frac{h_{дв}}{2}+\frac{\delta_{листа}}{2}\right)=-\left(\frac{33}{2}+\frac{1,2}{2}\right)=-17,1см.$$

Подставим полученные значения в формулу для определения y_c:

$$y_c=\frac{35,2\bullet 14,63+2\bullet 8,54\bullet 8,88+53,8\bullet 0+21,6\bullet(-17,1)}{35,2+2\bullet 8,54+53,8+21,6}=\frac{297,3}{127,7}=2,33см.$$

Укажем положение центра тяжести сечения С (см. рисунок).

5. Для каждого профиля проведем центральные оси x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.
6. Проведем главные центральные оси. Вертикальную ось ***v*** совместим с осью симметрии, а горизонтальную ось **u** проведем через центр тяжести сечения С перпендикулярно оси ***v*.**
7. Момент инерции сечения относительно оси **u** определится по формуле

$$J_u=J_u^{шв}+J_u^{уг}+J_u^{уг}+J_u^{дв}+J_u^{листа}.$$

Учитывая, что уголки одинаковые и расположены на одинаковом расстоянии от оси **u**, получим

$$J_u=J_u^{шв}+2J_u^{уг}+J_u^{дв}+J_u^{листа}. \qquad (а)$$

Определим значение каждого слагаемого.
Момент инерции швеллера №27 относительно оси **u**

$$J_u^{шв}=J_{x_1}^{шв}+a_1^2\bullet A_{шв}=262+12,3^2\bullet 35,2=5587см^4,$$

где $J_{x_1}^{шв}=J_{y_{табл}}^{шв}=262см^4$ - момент инерции швеллера относительно центральной оси x_1, совпадающей с осью y ГОСТа; $a_1=y_1-y_c$=14,63-2,33=12,3 см – расстояние между осями x_1 и **u**; $A_{шв}$=35,2 см^2.

Момент инерции уголка 90 x 56 x 6 относительно оси **u**

$$J_u^{уг}=J_{x_2}^{уг}+a_2^2\bullet A_{уг}=21,2+6,55^2\bullet 8,54=388см^4,$$

где $J_{x_2}^{уг}=J_{y_{табл}}^{уг}=21,2см^4$ - момент инерции уголка относительно центральной оси, совпадающей с осью y ГОСТа;
$a_2=y_2-y_c$=8,88-2,33=6,55 см – расстояние между осями x_2 и **u**;
$A_{уг}$=8,54 см^2.

Момент инерции двутавровой балки № 33 относительно оси **u**

$$J_u^{дв}=J_{x_4}^{дв}+a_4^2\bullet A_{дв}=9840+2,33^2\bullet 53,8=10132см^4,$$

где $J_{x_4}^{дв}=J_{x_{табл}}^{дв}=9840см^4$ - момент инерции двутавра относительно центральной оси x_4, которая совпадает с осью x ГОСТа;
$a_4=y_c$=2,33 см – расстояние между осями x_4 и **u**;
$A_{дв}$=53,8 см^2.

Момент инерции листа (прямоугольника) 12 x 180 мм относительно оси **u**

$$J_u^{листа}=J_{x_5}^{листа}+a_5^2\bullet A_{листа}=2,59+19,43^2\bullet 21,6=8157см^4$$

где $J_{x_5}^{листа}=\frac{b\delta^3}{12}=\frac{18\bullet 1,2^3}{12}=2,59см^4$ - момент инерции листа относительно оси x_5;
$a_5=y_5+y_c$=17,1+2,33=19,43 см – расстояние между осями x_5 и **u**;
$A_{листа}$=18•1,2=21,6 см^2.

Подставим полученные значения в формулу (а):

$$J_u=5587+2\bullet 388+10132+8157=24652\,см^4.$$

8. Определим момент инерции сечения относительно оси ***v***

$$J_v = J_v^{шв} + 2J_v^{уг} + J_v^{дв} + J_v^{листа} \quad (б)$$

Момент инерции швеллера № 27 относительно оси ***v*** равен:

$$J_v^{шв} = J_{y_1}^{шв} = J_{x_{табл}}^{шв} = 4160 см^4 \text{ (см.таблицу ГОСТа)}$$

Момент инерции уголка 90 х 56 х 6 относительно оси ***v*** равен:

$$J_v^{уг} = J_{y_2}^{уг} + d_2^2 \bullet A_{уг} = 70{,}6 + 16{,}45^2 \bullet 8{,}54 = 2382 см^4$$

где $J_{y_2}^{уг} = J_{x_{табл}}^{уг} = 70{,}6 см^4$ - момент инерции уголка относительно центральной оси y_2, совпадающей с осью х ГОСТа;

$d_2=(h_{шв}/2)+y_0^{уг}=(27/2)+2{,}95=16{,}45$ см – расстояние между осями y_2 и осью ***v***;

$A_{уг}=8{,}54$ см^2.

Момент инерции двутавровой балки № 33 относительно оси ***v***

$$J_v^{дв} = J_{y_4}^{дв} = J_{y_{табл}}^{дв} = 419 см^4 \text{ (см. таблицы ГОСТа)}$$

Момент инерции листа 12 х 180 мм относительно оси ***v***

$$J_v^{листа} = J_{y_5}^{листа} = \frac{b^3\delta}{12} = \frac{18^3 \bullet 1{,}2}{12} = 583 см^4$$

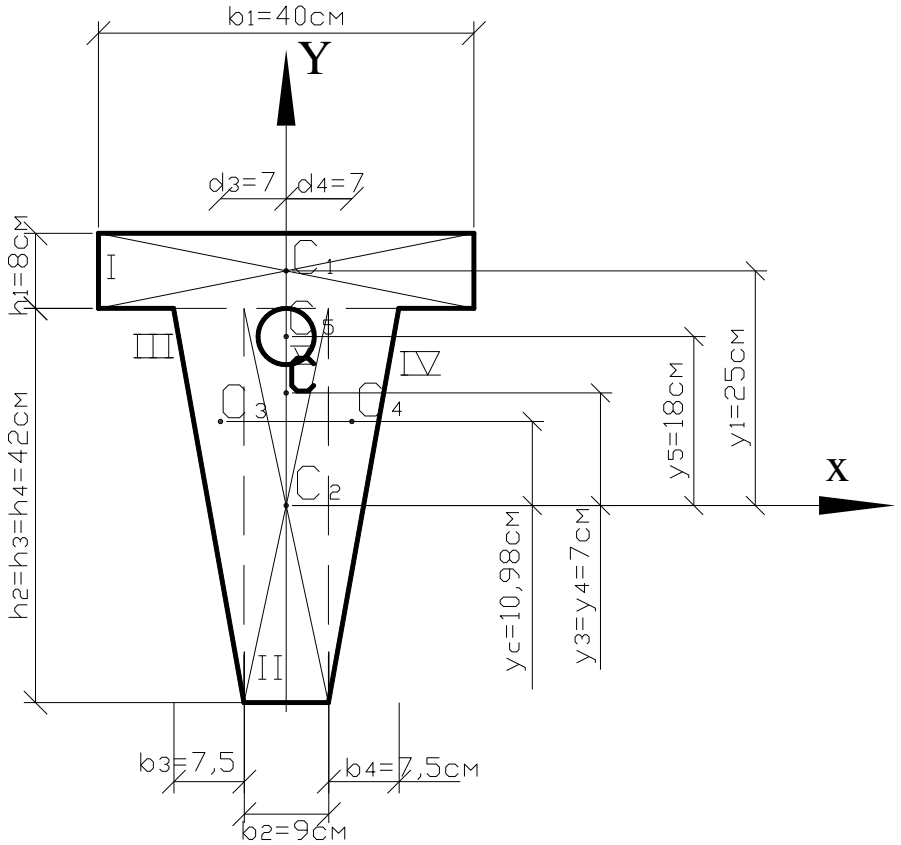
Подставим полученные значения в выражение (б):

$$J_v = 4160 + 2 \bullet 2382 + 419 + 583 = 9926 см^4.$$

Ответ: J_u=24650 см^4, J_v=9926 см^4.

Задача

Определить моменты инерции сечения, составленного из простых геометрических фигур, относительно главных центральных осей.



Решение:

1. Определяем положение центра тяжести сечения:

Представим сечение состоящим из пяти фигур: двух прямоугольников, двух треугольников и круга. Эти фигуры обозначим цифрами I, II, III, IV, V.

Укажем центры тяжести простых фигур C_1, C_2, C_3, C_4, C_5.

Выберем вспомогательную систему координат. Ось x проведем через центр тяжести C_2 прямоугольника, а ось y совместим с осью симметрии сечения.

Определим координаты центра тяжести сечения. Координата x_c=0, так как ось y совпадает с осью симметрии. Координату y_c определяем по формуле

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + 2A_3 y_3 - A_5 y_5}{A_1 + A_2 + 2A_3 - A_5}$$

Определяем площади фигур и координаты их центров тяжести относительно вспомогательной оси x:

$$A_1=40\bullet 8=320 \text{ см}^2;\ y_1=\frac{42}{2}+\frac{8}{2}=25 \text{ см};$$

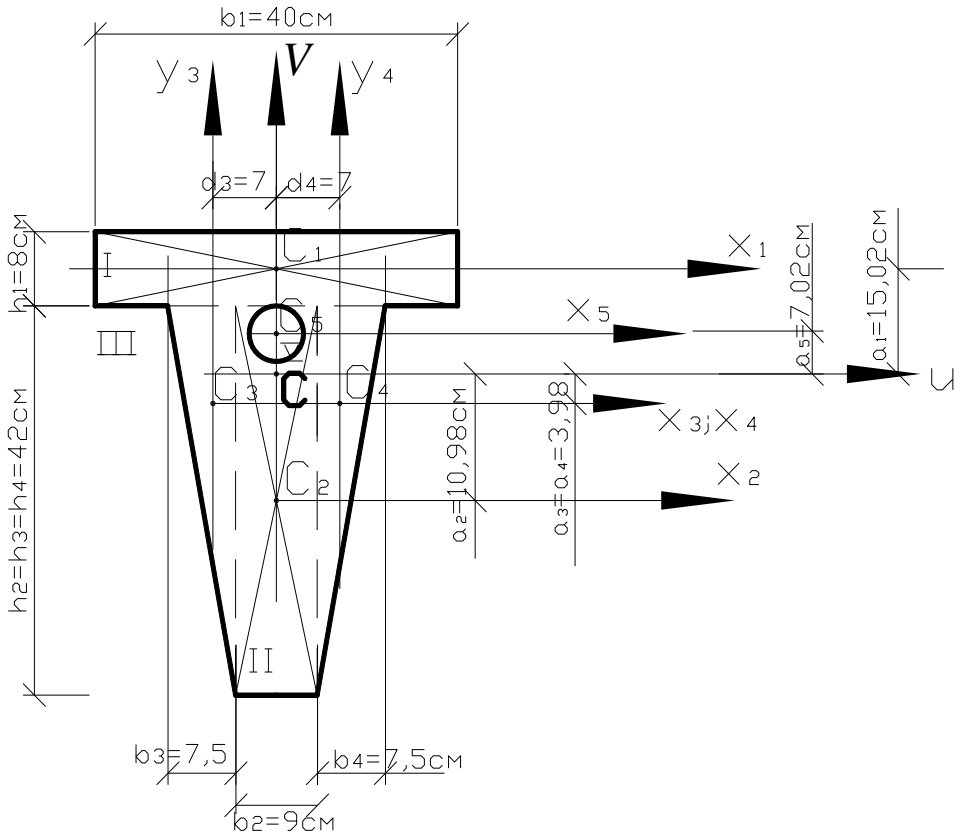
$$A_2=9\bullet 42=378 \text{ см}^2;\ y_2=0;$$

$$A_3=A_4=\frac{1}{2}\bullet 7{,}5\bullet 42=157{,}5 \text{ см}^2;\ y_3=y_4=\frac{2}{3}\bullet 42-\frac{42}{2}=28-21=7 \text{ см};$$

$$A_5=(3{,}14\bullet 6^2)/4=28{,}3 \text{ см}^2;\ y_5=21-3=18 \text{ см}.$$

Подставим числовые значения в формулу для определения y_c:

$$y_c = \frac{320\bullet 25+378\bullet 0+2\bullet 157{,}5\bullet 7-28{,}3\bullet 18}{320+378+2\bullet 157{,}5-28{,}3}=10{,}98 см.$$



2. Для каждой фигуры проведем центральные оси x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5, причем оси x_3 и x_4 совпали.

3. Проведем главные центральные оси. Вертикальную ось ***v*** совместим с осью симметрии, а горизонтальную ось **u** проведем через центр тяжести сечения С перпендикулярно оси ***v***.
4. Момент инерции сечения относительно оси **u** определим по формуле

$$J_u = J_u^I + J_u^{II} + 2J_u^{III} - J_u^V.$$

Определим значение каждого слагаемого.

Момент инерции первой фигуры – прямоугольника - равен

$$J_u^I = J_{x_1}^I + a_1^2 \bullet A_1 = \left[\frac{\left(b_1 h_1^3\right)}{12}\right] + a_1^2 A_1 = \left[\frac{\left(40 \bullet 8^3\right)}{12}\right] + 15{,}02^2 \bullet 400 = 91947\ см^4$$

Момент инерции второго прямоугольника

$$J_u^{II} = J_{x_2}^{II} + a_2^2 \bullet A_2 = \left[\frac{\left(b_2 h_2^3\right)}{12}\right] + a_2^2 A_2 = \left[\frac{\left(9 \bullet 42^3\right)}{12}\right] + 10{,}98^2 \bullet 378 = 101138\ см^4$$

Момент инерции треугольника

$$J_u^{III} = J_{x_3}^{III} + a_3^2 \bullet A_3 = \left[\frac{\left(b_3 h_3^3\right)}{36}\right] + a_3^2 A_3 = \left[\frac{\left(7{,}5 \bullet 42^3\right)}{36}\right] + \left(-3{,}98\right)^2 \bullet 157{,}5 = 17930\ см^4$$

Момент инерции круга

$$J_u^V = J_{x_5}^V + a_5^2 \bullet A_5 = \left[\frac{\left(\pi d^4\right)}{64}\right] + a_5^2 A_5 = \left[\frac{\left(3{,}14 \bullet 6^4\right)}{64}\right] + 7{,}02^2 \bullet 28{,}3 = 1459\ см^4$$

Подставляем числовые значения в формулу для определения J_u:

$$J_u = 91947 + 101138 + 2 \bullet 17930 - 1459 = 227486\ см^4.$$

5. Определим момент инерции сечения относительно оси ***v***:

$$J_v = J_v^I + J_v^{II} + 2J_v^{III} - J_v^V$$

где

$$J_v^I = \left[\frac{\left(h_1 b_1^3\right)}{12}\right] = \left[\frac{\left(8 \bullet 42^3\right)}{12}\right] = 42667\ см^4$$

$$J_v^{II} = \left[\frac{\left(h_2 b_2^3\right)}{12}\right] = \left[\frac{\left(42 \bullet 9^3\right)}{12}\right] = 2552\ см^4$$

$$J_v^{III} = J_{y_3}^{III} + d_3^2 \bullet A_3 = \left[\frac{\left(b_3 h_3^3\right)}{36}\right] + d_3^2 A_3 = \left[\frac{\left(42 \bullet 7{,}5^3\right)}{36}\right] + 7^2 \bullet 157{,}5 = 8210\ см^4$$

$$J_u^V = \left[\frac{\left(\pi d^4\right)}{64}\right] = \left[\frac{\left(3{,}14 \bullet 6^4\right)}{64}\right] = 64 см^4$$

Подставим числовые значения в формулу для определения J_v:

$$J_v = 4267 + 2552 + 2 \bullet 8210 - 64 = 61575\ см^4.$$

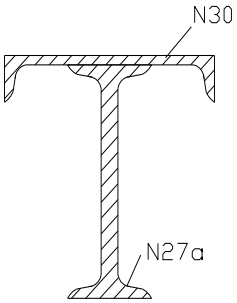
Ответ: J_u=227486 см^4, J_v=61575 см^4.

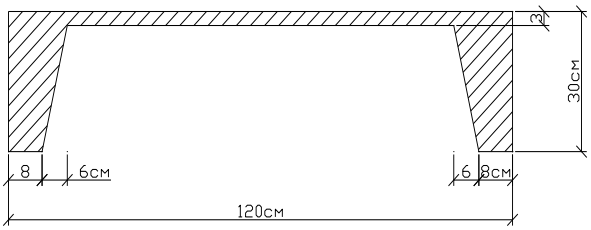
Задание для расчетно-графической работы №5:

Задача 1. Определить моменты инерции сечения, составленного из профилей прокатной стали, относительно главных центральных осей по данным своего варианта.

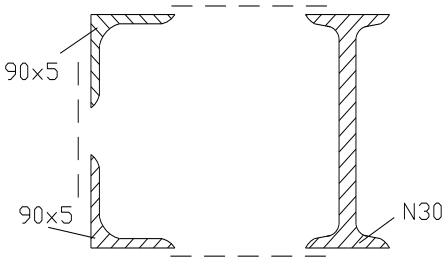
Задача 2. определить моменты инерции сечения, составленного из простых геометрических фигур, относительно главных центральных осей по данным своего варианта.

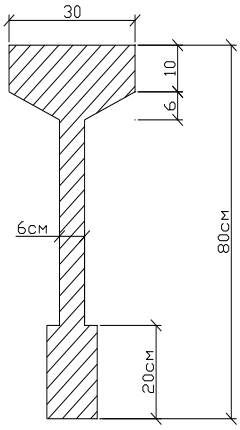
①


N30
N27a

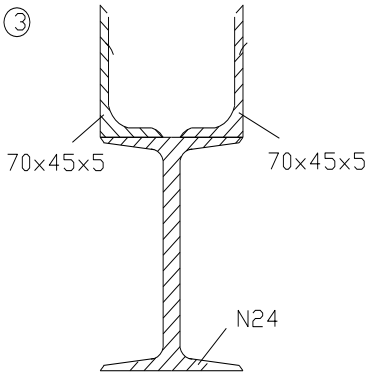

3
30см
8
6см
6
8см
120см

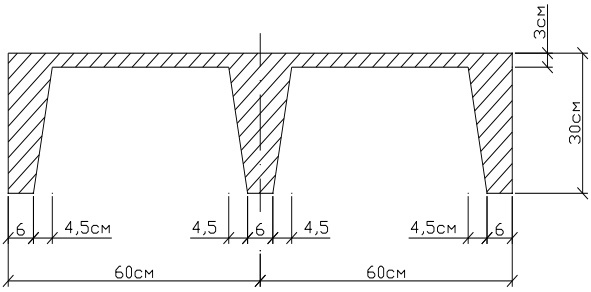
②


90x5
90x5
N30

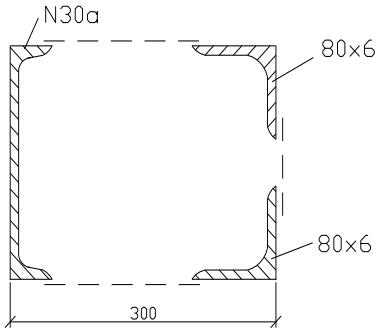

30
10
6
6см
80см
20см

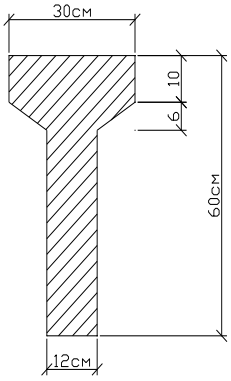
③


70x45x5
70x45x5
N24

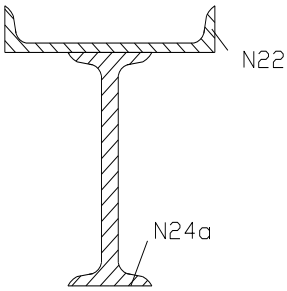

3см
30см
6
4,5см
4,5
6
4,5
4,5см
6
60см
60см

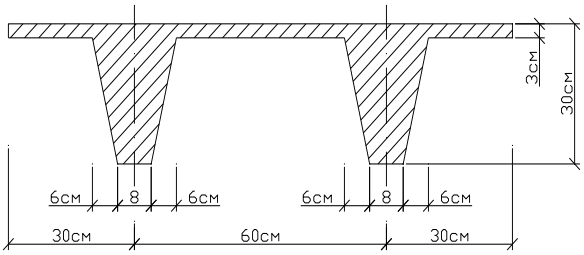
④


N30a
80x6
80x6
300

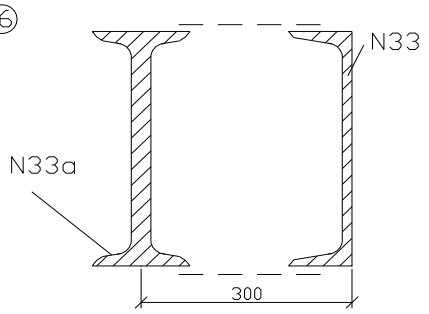

30см
10
6
60см
12см

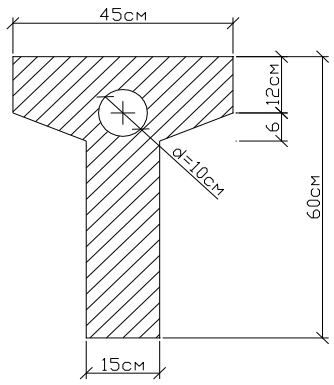
⑤


N22
N24a

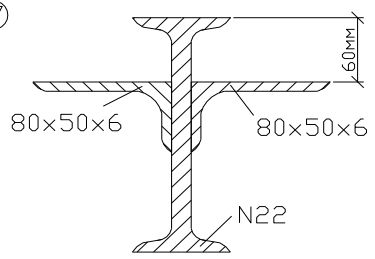

3см
30см
6см
8
6см
6см
8
6см
30см
60см
30см

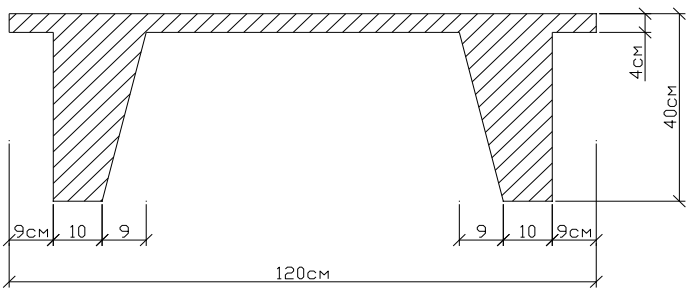
⑥


N33
N33a
300

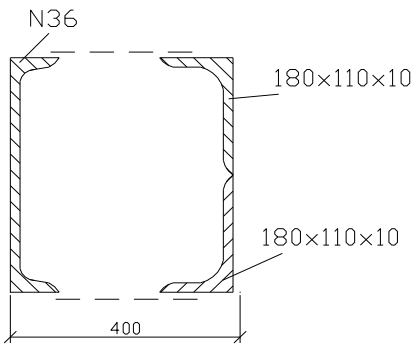

45см
12см
6
d=10см
60см
15см

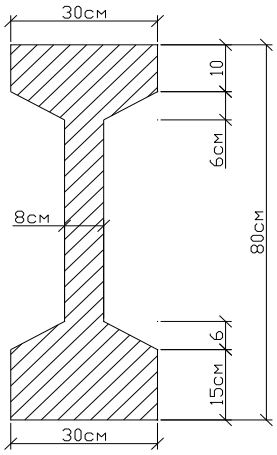
⑦


60мм
80×50×6
80×50×6
N22

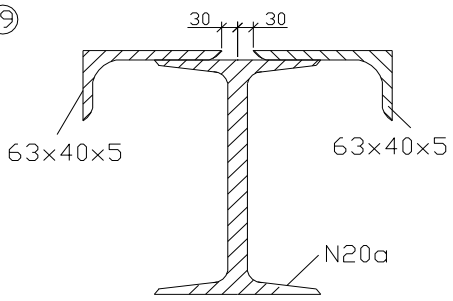

4см
40см
9см
10
9
9
10
9см
120см

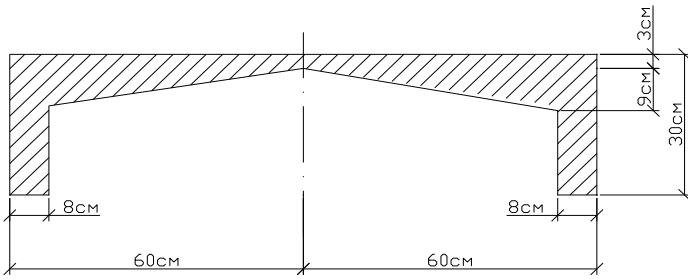
⑧


N36
180×110×10
180×110×10
400

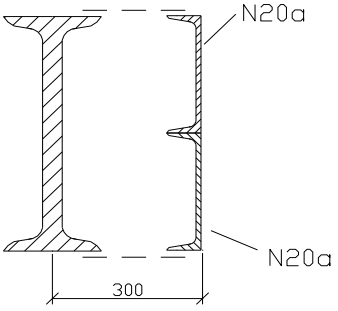

30см
10
6см
8см
80см
6
15см
30см

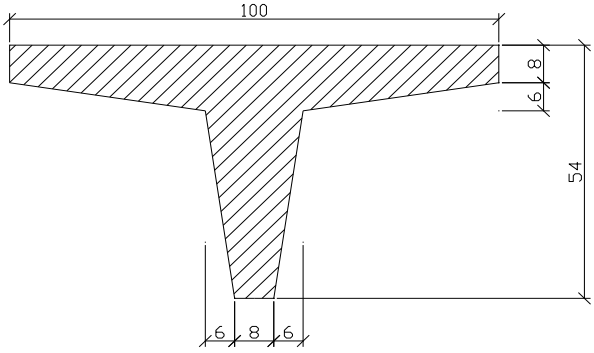
⑨


30
30
63×40×5
63×40×5
N20a

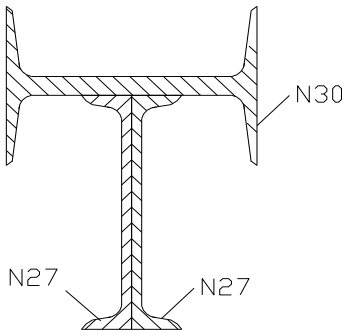

3см
9см
30см
8см
8см
60см
60см

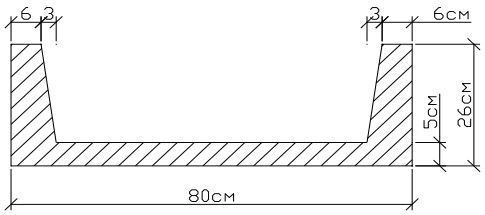
⑩


N20a
N20a
300

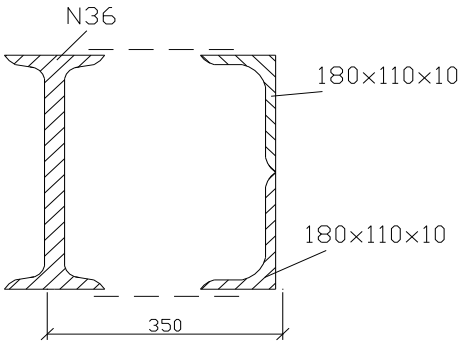

100
8
6
54
6
8
6

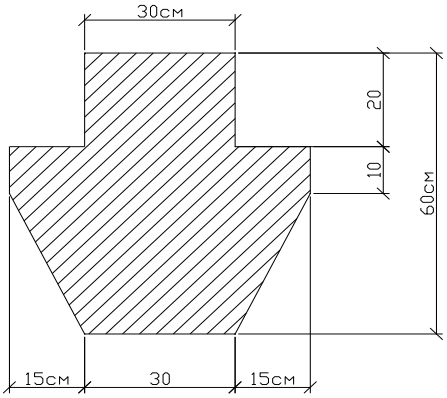
11


N30
N27
N27

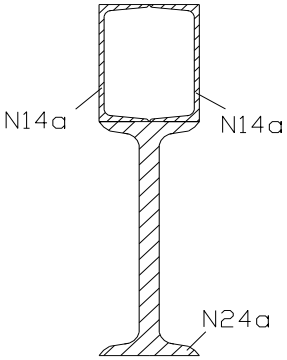

6
3
3
6см
5см
26см
80см

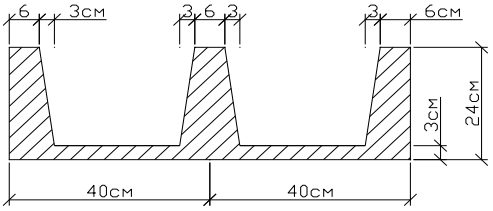
12


N36
180×110×10
180×110×10
350

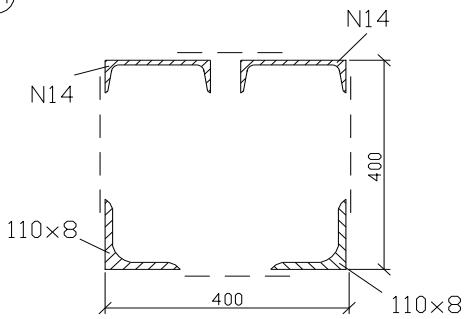

30см
20
10
60см
15см
30
15см

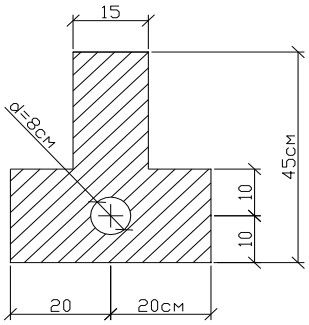
13


N14a
N14a
N24a

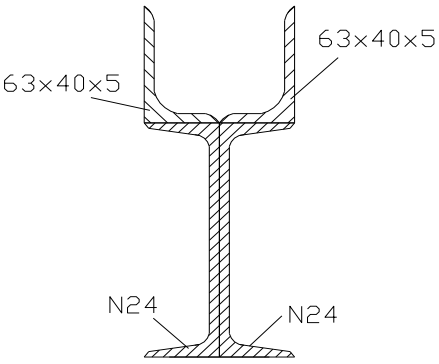

6
3см
3
6
3
3
6см
3см
24см
40см
40см

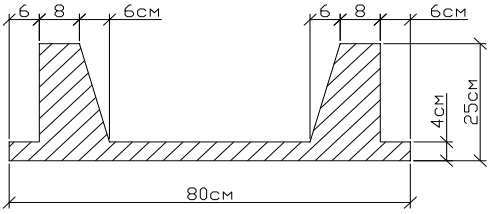
14


N14
N14
400
110×8
400
110×8

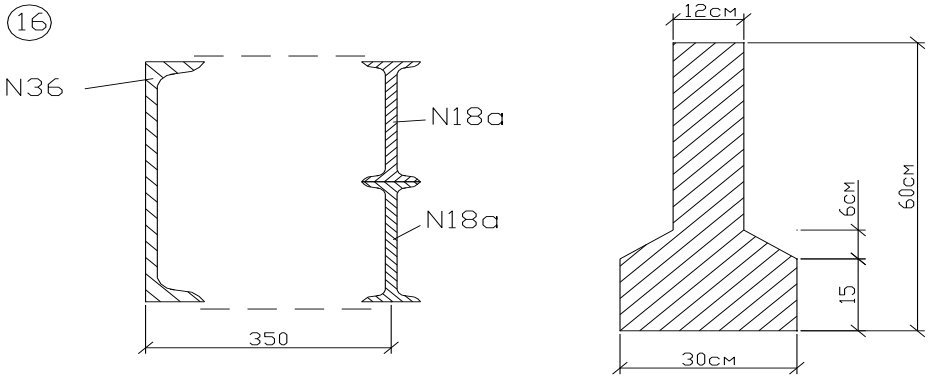

15
d=8см
45см
10
10
20
20см

15

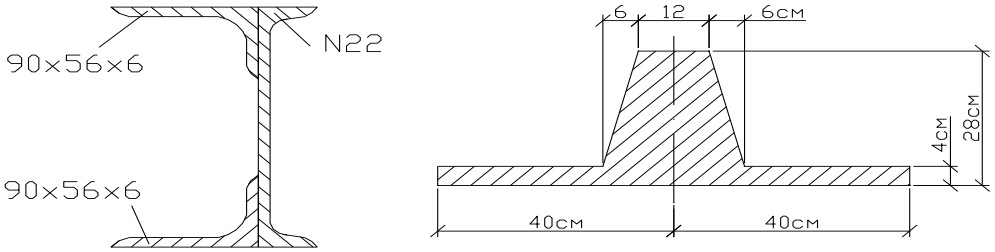

63×40×5
63×40×5
N24
N24


6
8
6см
6
8
6см
4см
25см
80см

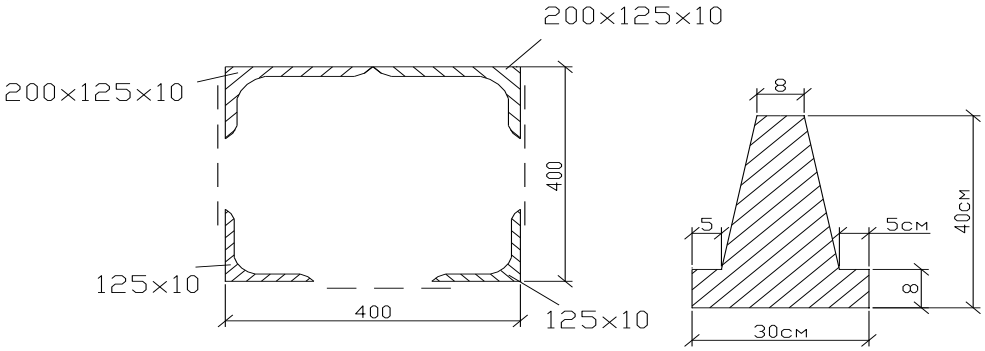
16


N36
N18a
N18a
350
12см
60см
6см
15
30см

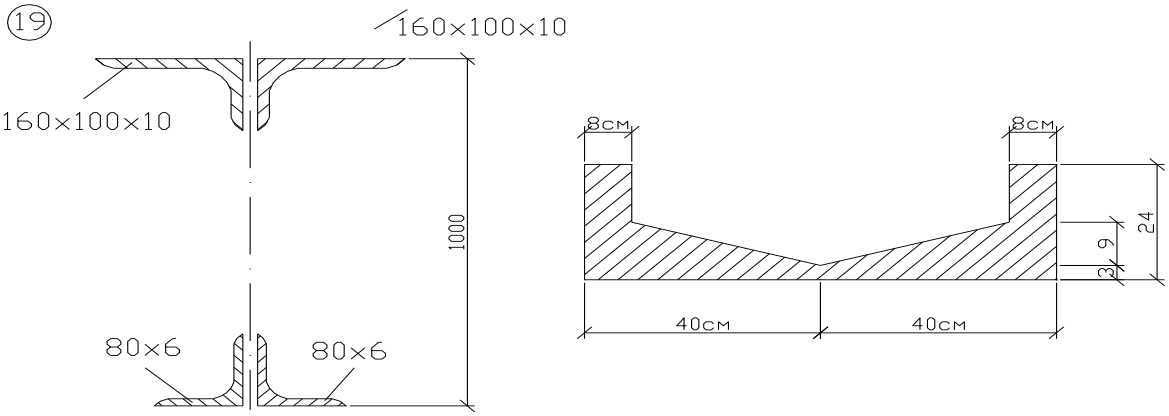
17


90×56×6
N22
90×56×6
6
12
6см
28см
4см
40см
40см

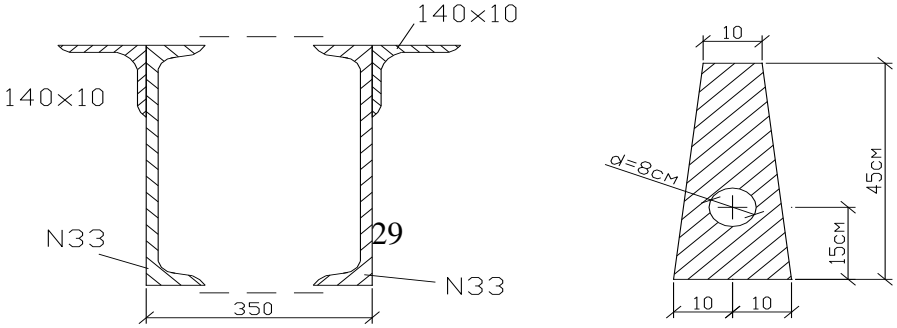
18


200×125×10
200×125×10
400
125×10
400
125×10
8
40см
5
5см
8
30см

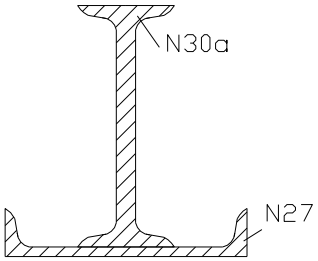
19

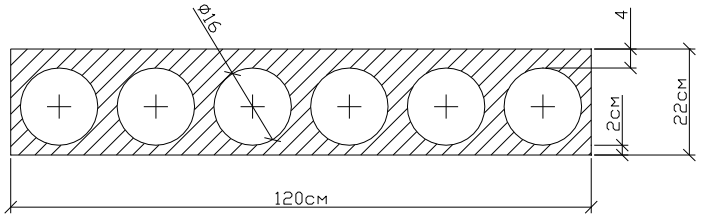

160×100×10
160×100×10
1000
80×6
80×6
8см
8см
24
9
3
40см
40см

20

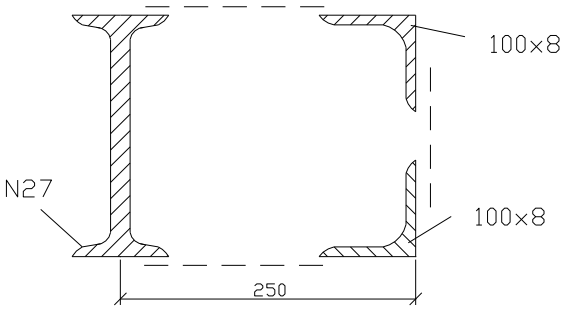

140×10
140×10
N33
N33
350
10
d=8см
45см
15см
10
10

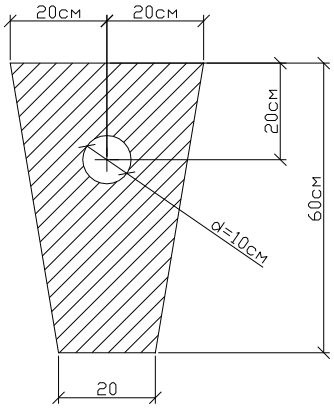
21


N30a
N27

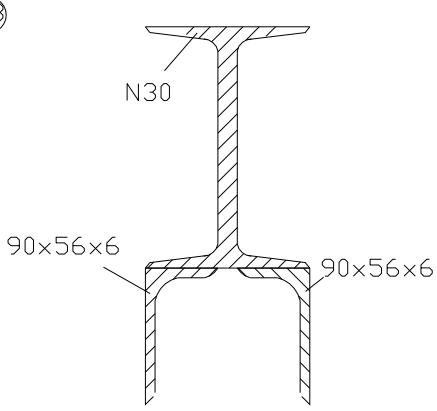

Φ16
4
2см
22см
120см

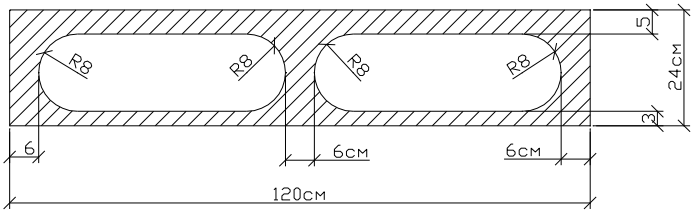
22


100×8
N27
100×8
250

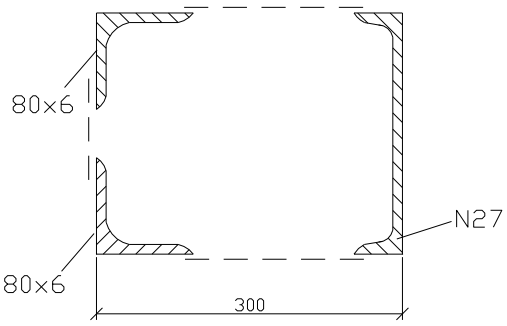

20см
20см
20см
60см
d=10см
20

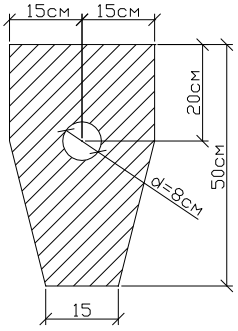
23


N30
90×56×6
90×56×6

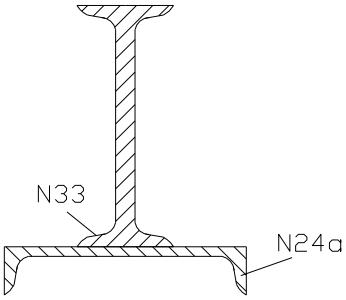

R8
R8
R8
R8
5
24см
3
6
6см
6см
120см

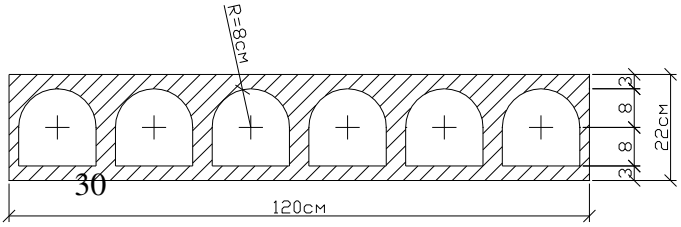
24


80×6
N27
80×6
300

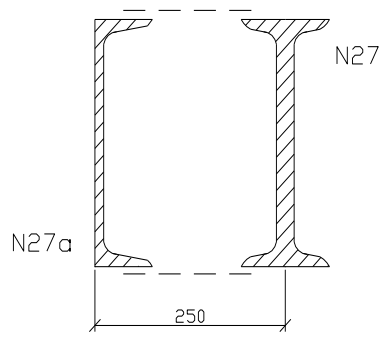

15см
15см
20см
50см
d=8см
15

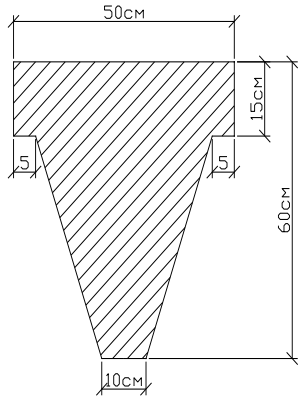
25


N33
N24a

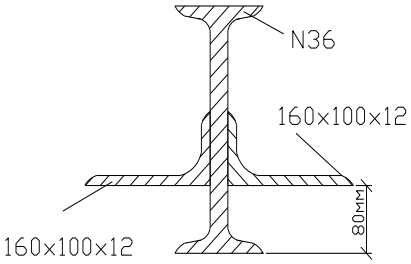

R=8см
3
8
8
3
22см
120см

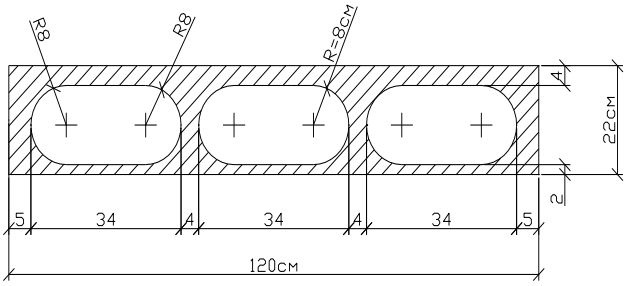
26


N27
N27a
250

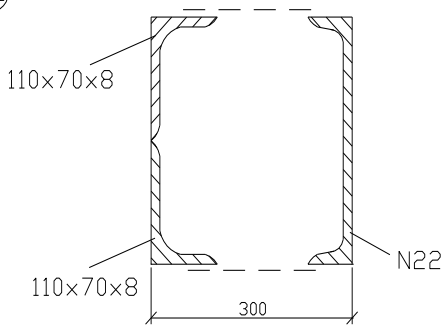

50см
15см
5
5
60см
10см

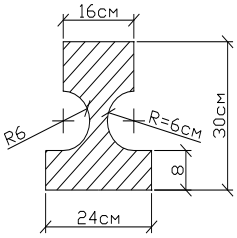
27


N36
160×100×12
160×100×12
80мм

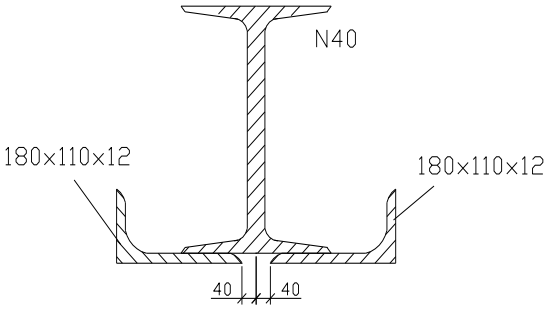

R8
R8
R=8см
4
22см
2
5
34
4
34
4
34
5
120см

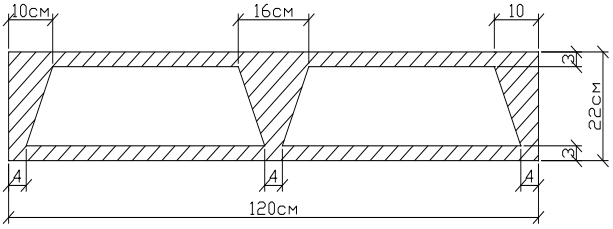
28


110×70×8
110×70×8
N22
300

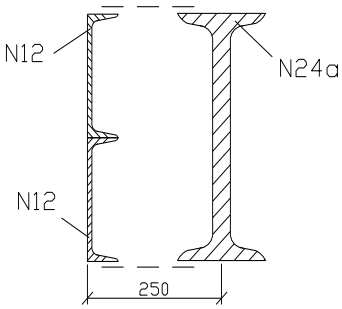

16см
R6
R=6см
30см
8
24см

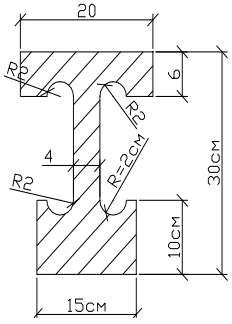
29


N40
180×110×12
180×110×12
40
40

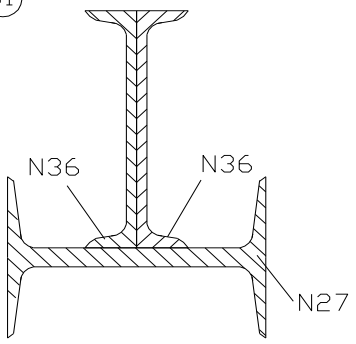

10см
16см
10
3
22см
3
4
4
4
120см

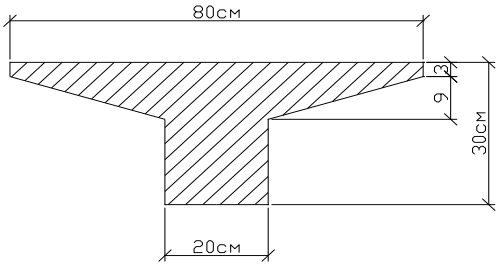
30


N12
N24a
N12
250

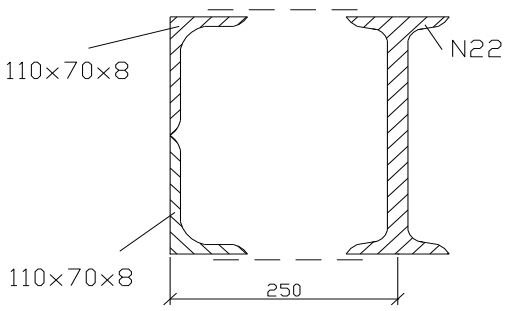

20
R2
6
R2
4
R=2см
R2
30см
10см
15см

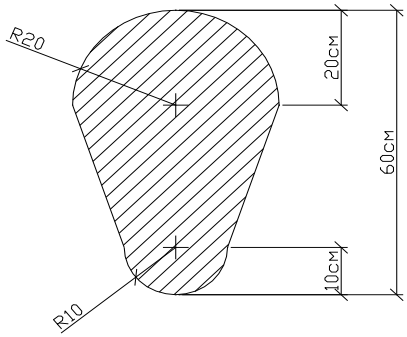
31


N36
N36
N27

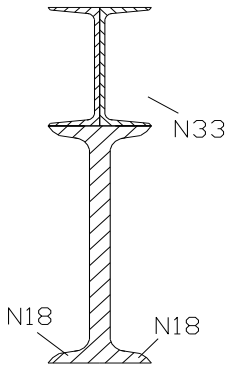

80см
3
9
30см
20см

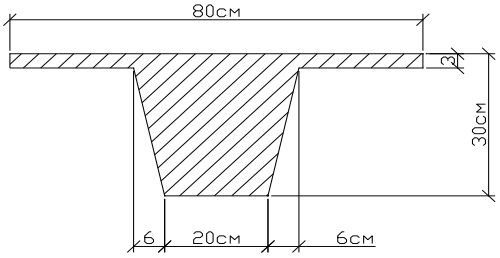
32


110×70×8
N22
110×70×8
250

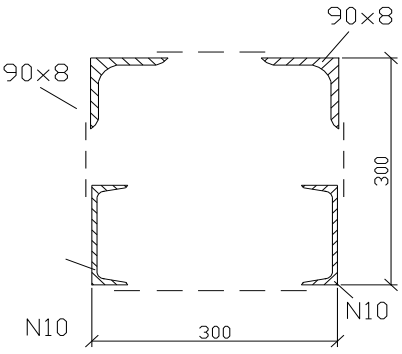

R20
20см
60см
10см
R10

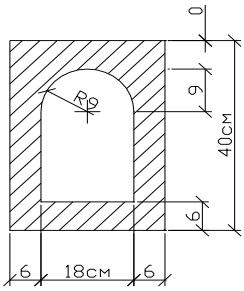
33


N33
N18
N18


80см
3
30см
6
20см
6см

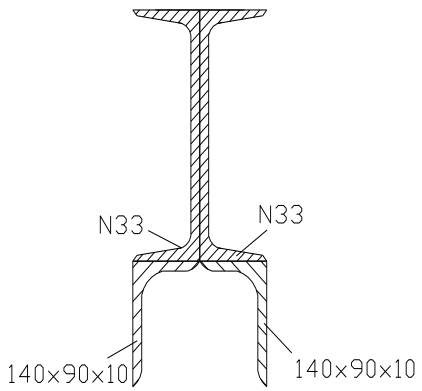
34

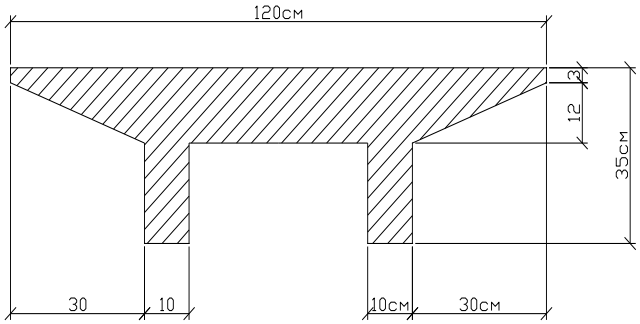

90×8
90×8
300
N10
N10
300


0
9
R9
40см
6
6
18см
6

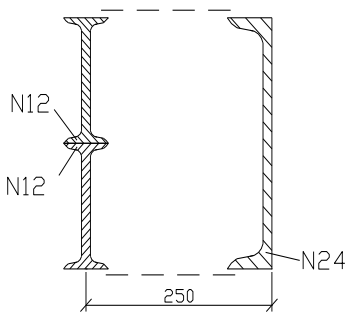
]

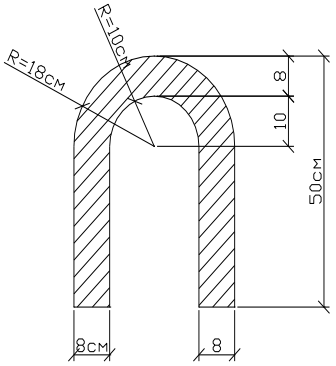
35


N33
N33
140×90×10
140×90×10


120см
2
12
35см
30
10
10см
30см

36


N12
N12
N24
250


R=10см
R=18см
8
10
50см
8см
8

Сопротивление материалов

Тема: Изгиб.

Расчетно-графическая работа №6

Последовательность решения задачи.

1. Определяют опорные реакции балки.
2. Обозначают характерные сечения балки. Ими являются концевые сечения балки, опоры, точки приложения сосредоточенных сил и моментов, начало и конец распределенной нагрузки.
3. Строят эпюру поперечных сил Q. Для этого определяют значения поперечных сил в характерных сечениях. Поперечная сила в сечении балки равна сумме проекций всех сил, расположенных только слева или только справа от рассматриваемого сечения на ось, перпендикулярную оси элемента. Сила, расположенная слева от рассматриваемого сечения и направленная вверх, сообщает поперечной силе знак «плюс», а сила, направленная вниз, - знак «минус». Для правой части – наоборот. В сечениях, соотв6етствующих точкам приложения сосредоточенных сил, в том числе точкам приложения опорных реакций, необходимо определить два значения поперечной силы: чуть левее рассматриваемого сечения и чуть правее его. Поперечные силы в этих сечениях обозначаются соответственно $Q^{лев}$ и $Q^{прав}$.

   Найденные значения поперечных сил в характерных сечениях откладывают в некотором масштабе от нулевой линии. Концы отложенных ординат соединяют прямыми линиями, руководствуясь следующими правилами:
   а) если на участке балки нет нагрузки (распределенной), то под этим участком концы отложенных ординат соединяются прямой линией, параллельной нулевой линии;
   б) если на участке балки приложена распределенная нагрузка, то под этим участком концы отложенных ординат соединяются прямой, наклонной к нулевой линии. Она может пересекать или не пересекать нулевую линию.

   Полученный график изменения поперечных сил по длине балки называется эпюрой Q.
4. Строят эпюру M. Для этого определяют изгибающие моменты в характерных сечениях. Изгибающий момент в рассматриваемом сечении балки равен сумме моментов всех сил (распределенных, сосредоточенных, в том числе и опорных реакций, а также внешних сосредоточенных моментов), расположенных только слева или только справа от этого сечения. Если любое из перечисленных силовых воздействий, приложенных к левой части, стремится повернуть любую часть балки по часовой стрелке, то они сообщают изгибающему моменту знак «плюс», а если против – знак «минус». Для правой части – наоборот. При положительном изгибающем моменте балка деформируется выпуклостью вниз, а при отрицательном – выпуклостью вверх.

   В сечении, соответствующем точкам приложения сосредоточенных моментов, необходимо определить два значения изгибающего момента: чуть левее рассматриваемого сечения $M^{лев}$ и чуть правее его $M^{прав}$. В точках приложения сил определяется одно значение изгибающего момента.

Полученные значения откладывают в некотором масштабе от нулевой линии. Соединяют концы отложенных ординат, руководствуясь следующими правилами:
а) если на участке балки нет нагрузки (распределенной), то под этим участком балки концы отложенных ординат соединяются прямой линией;
б) если на участке балки приложена распределенная нагрузка, то под этим участком концы отложенных ординат соединяются по параболе. Парабола имеет выпуклость в сторону действия нагрузки (при действии нагрузки сверху вниз парабола обращена выпуклостью вниз). При этом если эпюра Q_y на рассматриваемом участке не пересекает нулевую линию то эпюра M_x (она является параболой) может быть построена по двум точкам, так как все значения изгибающих моментов в промежуточных сечениях находятся между значениями в характерных сечениях. Если эпюра Q_y пересекает нулевую линию, то под этим сечением эпюра M_x будет иметь экстремальное (максимальное или минимальное) значение или вершину параболы. Положение этого сечения находят по эпюре Q_y из подобия треугольников. Затем находят значение изгибающего момента в этом сечении и строят эпюру M_x на участке с распределенной нагрузкой по трем точкам. Соединив все полученные точки по указанным выше правилам, получают график изменения изгибающих моментов по длине балки. Этот график называется эпюрой M_x.

Существует несколько способов проверки правильности построения эпюр. Наиболее простой способ заключается в том, что сумма моментов всех левых и всех правых сил, взятые отдельно, в любом сечении балки должны быть равны между собой.

Приведенный способ построения эпюр Q_y и M_x назовем способом построения по характерным сечениям. Он является частным случаем более общего способа, который называется способом построения эпюр по участкам. Порядок построения эпюр при этом способе следующий. Балку разбивают на участки. Границами участков являются характерные сечения. Для каждого участка записывается закон изменения усилий Q_y и M_x и определяются их величины при граничных значениях. По найденным усилиям строятся соответствующие эпюры.

5. Подбираем сечения балки согласно указанного варианта. Для этого используем условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \le R\gamma_c$$

Где осевой момент сопротивления W_x является геометрической характеристикой прочности поперечного сечения, а M_{max} – взятый по абсолютной величине максимальный изгибающий момент. Тогда проектировочная задача

$$W_x \ge \frac{M_{\max}}{R\gamma_c}$$

Задача 1.

Построить эпюры Q_y и M_x для балки, показанной на рисунке.

Решение:

1. Определим опорные реакции балки.

Составим уравнения:

$\sum M_A = 0$;

$\sum M_в = 0$.

Из первого уравнения найдем V_B:

$-F(a + b)+q(b + c)(b+c)/2-b)-V_B(c + d)-M = 0$;

$15 \cdot 2 + 20 \cdot 6 \cdot 2 - V_B \cdot 7-25 = 0$;

$V_B = (-15 \cdot 2+20 \cdot 6 \cdot 2–25)/7 = 26,4$ kH

Из второго уравнения найдем V_A:
$-F(a + b + c + d) + V_A(c + d)-q(b + c)((b +c)/2 + d)-M = O$;
$-15 \cdot 9 + V_A \cdot 7-20 \cdot 6 \cdot 5-25 = 0$;
$V_A = (15 \cdot 9 +20 \cdot 6 \cdot 5 +25)/7 =108,6$ кН.

Выполним проверку:
$\sum Y = V_A + V_B-F-g(b + c) = 0$;
$108,6 + 26,4-15-20 \cdot 6 = 0$;
$135-135 = 0$.

2. Обозначим характерные сечения (точки) балки C; D; A; E; B; K. Это точки приложения сосредоточенной силы, точки приложения опорных реакций, точки: начало и конец распределенной нагрузки. Определим значения поперечных сил в характерных сечениях, отбрасывая правую часть балки, оставляя левую для рассмотрения. В сечении, соответствующем точке приложения сосредоточенной силы, поперечная сила вычисляется чуть левее этой точки (на бесконечно близком расстоянии от нее) и чуть правее ее; поперечные силы в таких местах обозначаются соответственно $Q^{лев}$ и $Q^{пр}$.

$Q_c = -F = -15$кН; $Q_D = -F = -15$кН; $Q_A^{лев} = -F-q \cdot b = -15-20 \cdot l = -35_K$H;
$Q_A^{прав} = -F - g \cdot b + V_A = -15 - 20 \cdot 1 + 108,6 = 73,6$кН;
$Q_E = - F-q(b + c) + V_A = -15 -20 \cdot 6 +108,6 = -26,4$ кН; $Q_B^{лев} = Q_E = -26,4$KH;
$Q_B^{прав} = Q_B^{лев} + V_B = -26,4 +26,4 = 0$; $Q_k = 0$

3. Строим эпюру Q. Проводим нулевую линию, параллельную продольной оси балки, а полученные значения Q откладываем в принятом масштабе от нулевой линии и соединим прямыми линиями
4. Определим изгибающие моменты в характерных точках:

$M_c = 0$; $M_D = -F \cdot a = -15 \cdot l = -15$kH· м
$M_A = -F(a + b) - q \cdot b \cdot b/2 = -15 \cdot 2- 20 \cdot 1 \cdot 0,5 = -40$ кН·м.
$M_E = -F(a + b + c) + V_A \cdot c - q(b + c)(b + c)/2 = -15 \cdot 7 + 108,6 \cdot 5 - 20 \cdot 6 \cdot 3 = 78$ кН·м.

Эпюра Q на участке AE пересекает нулевую линию. Определим положение точки, в которой эпюра Q пересекает нулевую линию.

$Q_0 = 0$;
$Q_0 = -F + V_A - g \cdot Z = 0$;
$Z = (-F + V_A)/g = (-15 + 108,6)/20 = 4,68$ м;
$M_o = -F(a+z)- g \cdot z \cdot z/2 + V_A \cdot (z-b) = -15 \cdot 5,68 - 20 \cdot 4,68 \cdot 2,34 + 108,6 \cdot 3,68 = 95,4$ kH·м
$M_в = M = 25$ кН·м. $M_к = M = 25$ кН·м.

Строим эпюру M_x на участках между характерными точками. На участке CD нагрузки нет, поэтому эпюра M_x - прямая линия, соединяющая значения $M_c = 0$ и $M_D = -15$ кН·м.

На участке DA действует распределенная нагрузка, поэтому эпюра M_x - парабола. Так как эпюра Q_v на этом участке не пересекает нулевую линию, то парабола не имеет экстремального значения, поэтому величину изгибающих моментов в сечениях D и A соединим кривой, значения которой принимают промежуточные значения между -15 кН·м и -40 кН·м.

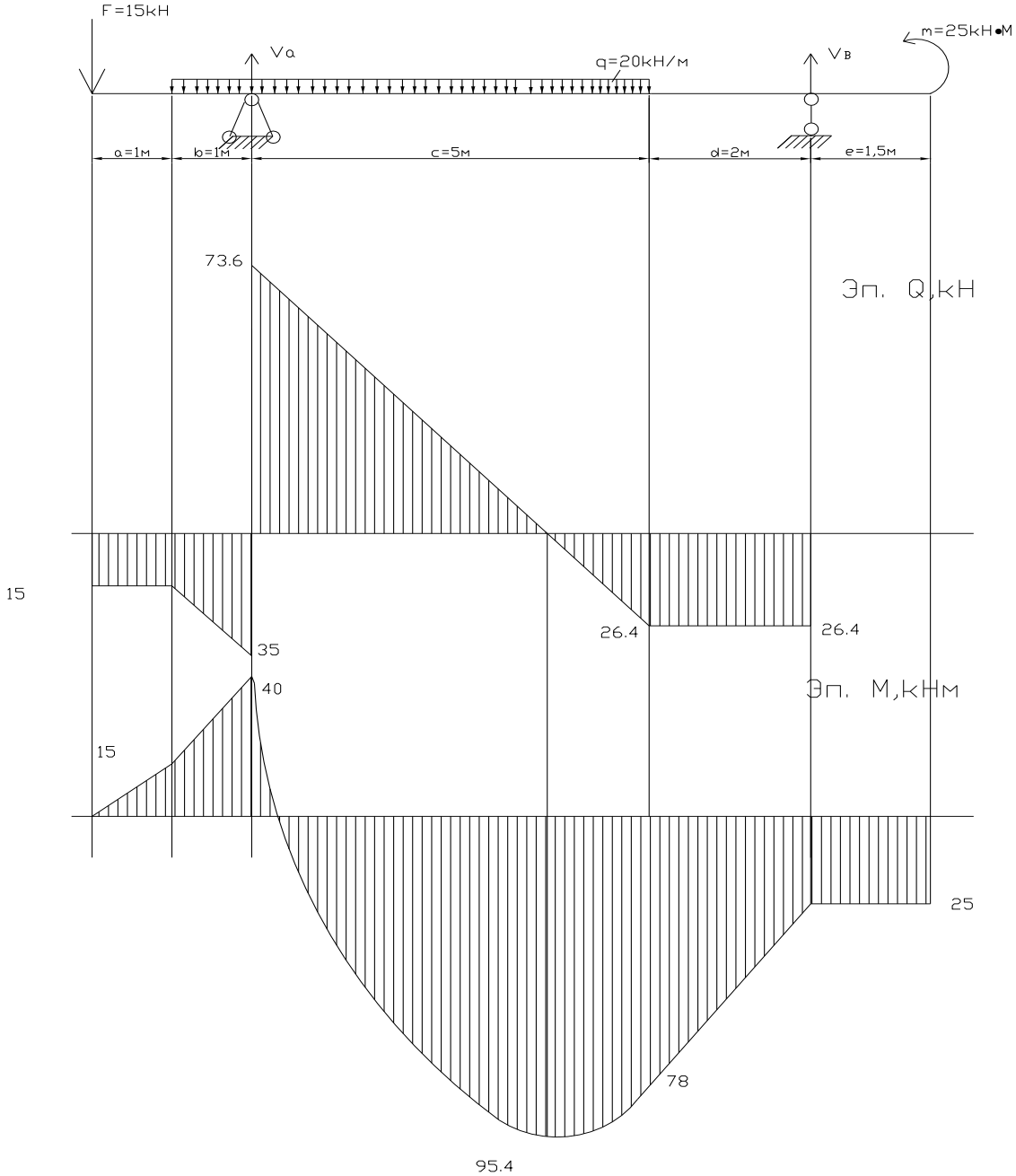
На участке AE действует распределенная нагрузка, поэтому эпюра M — парабола. Так как эпюра Q на этом участке пересекает нулевую линию, то парабола имеет экстремальное значение (вершину), поэтому эпюру M строим по трем значениям:

M_D = -40 кН·м; M_o = 95,4 кН·м; M_E = 78 кН·м.

На участке ЕВ нет нагрузки, поэтому эпюра М - прямая, соединяющая значения M_E = 78 кН·м и $M_в$ = 25 кН·м.

На участке ВК нет нагрузки, поэтому эпюра М - прямая, соединяющая $M_в$ = 25 кН·м и $M_к$ = 25 кН·м- прямая параллельная нулевой линии - на этом участке балка испытывает чистый изгиб.

Эпюра М построена.



Задача 2.

Для заданной двухопорной балки определить и построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и определить размеры поперечного сечения (h, b, d) в форме прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника соотношение сторон h/b =1,5. Считать [σ] = 160 МПа.

Решение:

1. Определяем опорные реакции:

$\sum M_D = 0;$

$\sum M_D = -M_1 + F_2 \cdot CD + M_2 + V_B \cdot BD - F_1 \cdot OD = 0;$

$$V_B = \frac{M_1 - F_2 \bullet CD - M_2 + F_1 \bullet OD}{BD} = \frac{20 - 30 \bullet 6 - 10 + 18 \bullet 15}{10} = 10kH$$

$\sum M_B = 0;$

$\sum M_B = -F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - V_D \cdot BD - M_1 = 0;$

$$V_D = \frac{-M_1 - F_2 \bullet BC + M_2 - F_1 \bullet OB}{BD} = \frac{-20 - 30 \bullet 4 + 10 - 18 \bullet 5}{10} = -22kH$$

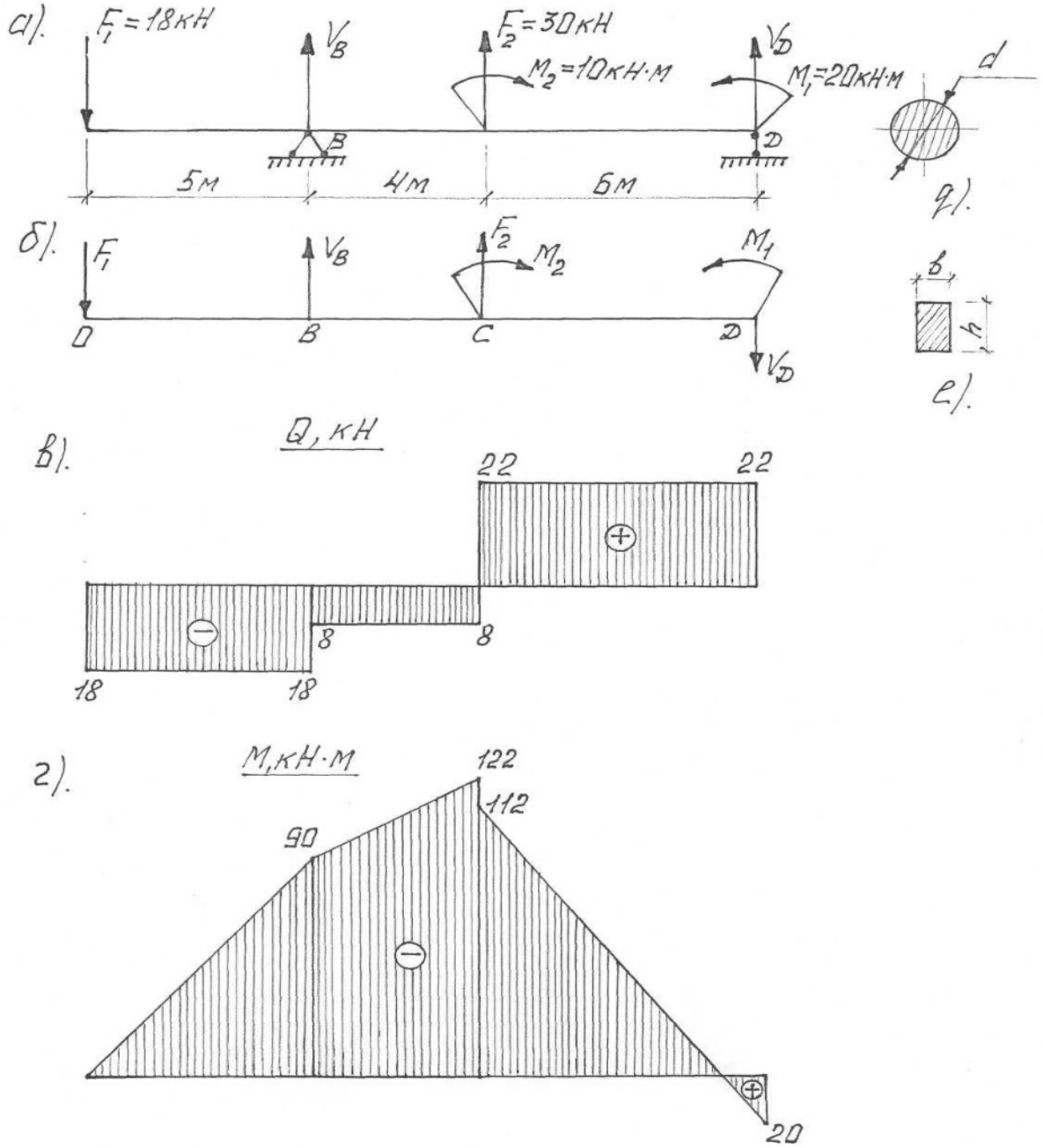
Так как реакция V_D получилась со знаком минус, то изменяем ее первоначальное направление на противоположное. Истинное направление реакции V_D - вниз.

Проверка: $\sum Y = 0;$

$\sum Y = -F + V_B + F_2 - V_D = 0;$

$-18+10+30-22 = 0;$

$0 = 0.$



При построении эпюр используем только истинные направления реакций опор.

2. Делим балку на участки по характерным сечениям O; B; C; D.
3. Определяем в характерных сечениях значения поперечной силы Q_y:
   $Q_0=-F_1=-18$кН;
   $Q_B^{лев}=-F_1=-18$кН;
   $Q_в^{пр}=-F_1+V_B=-18+10=-8$кН;
   $Q_c^{лев}=-F_1+V_B=-18+10=-8$кН;
   $Q_c^{прав}=-F_1+V_B+F_2=-18+10+30=22$кН;
   $Q_D=-F_1+V_B+F_2=22$кН.
   По данным значениям строим эпюру слева направо.
4. Вычисляем в характерных сечениях значения изгибающего момента:
   $M_0=0$;
   $M_B=F_1\cdot AB=18\cdot5=-90$ кН·м
   $M_c^{лев}=-F_1\cdot OC+V_b\cdot BC=-18\cdot9+10\cdot4=-122$кН·m;

$M_c^{прав} = -F_1 \cdot OC + V_B \cdot BC + M_2 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -112$кН·м;
$M^{лев}_D = -F_1 \cdot OD + V_B \cdot BD + M_2 + F_2 \cdot CD = -18 \cdot 15 + 10 \cdot 10 + 10 + +30 \cdot 6 = 20$кН·м.

5. Вычисляем размеры сечения данной балки из условий прочности на изгиб по двум вариантам:
   а) сечение - прямоугольник с заданным соотношением сторон;
   б) сечение - круг.

Вычисление размеров прямоугольного сечения:
$W_x = M_{x\,max}/[\sigma] = 122 \cdot 10^3 / 160 \cdot 10^6 = 0{,}762 \cdot 10^{-3}$ м^3

$$W_x = bh^2/6 = 1{,}5 \cdot b^3/6$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \bullet W_x}{2{,}25}} = \sqrt[3]{\frac{6 \bullet 0{,}762 \bullet 10^{-3}}{2{,}25}} = 12{,}7 см$$

h = 1,5b = 19,05 см.
Используя формулу $W_x = \pi d^3/32$, находим диаметр круглого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \bullet W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \bullet 0{,}762 \bullet 10^3}{3{,}14}} = 19{,}6 см$$

Задача 3.

Для заданной консольной балки (поперечное сечение - двутавр, [σ] = 160 МПа построить эпюры Q_y и M_x и подобрать сечение по сортаменту, если на балку действуют силы F_1 = 2 кН, F_2 = 1 кН и момент M= 12кН·м.

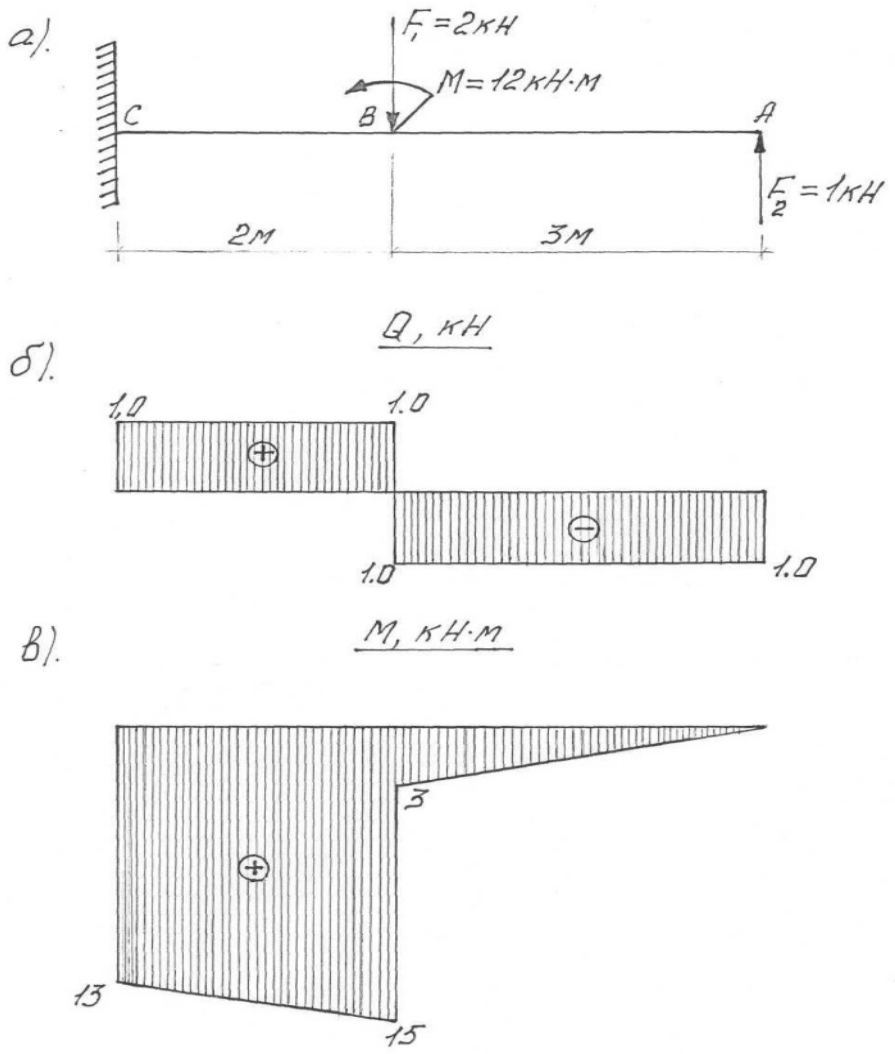
Решение:

Расчет консольных балок с жесткой заделкой, следует начинать сразу с определения поперечных сил и изгибающих моментов, перемещаясь от свободного конца к заделке.

Опорные реакции определяются автоматически в процессе определения поперечных сил и изгибающих моментов.

1. Делим балку на участки по характерным сечениям A, B,C.

2. Определяем значения поперечной силы Q_y в характерных сечениях и строим эпюру
$Q_A = -F_2 = -1$кН; $Q_B^{прав} = -F_2 = -1$кН;
$Q_B^{лев} = -F_2 + F_1 = -1 + 2 = 1$кН;
$Q_c = -F_2 + F_1 = -1 + 2 = 1$кН.



3. Определяем значения изгибающего момента M_x в характерных сечениях и строим эпюру.

M_A=0;

$M_B^{пр} = F_2 \cdot AB = 1 \cdot 3 = 3$кН·м;

$M_B^{лев} = F_2 \cdot AB + M = 1 \cdot 3 + 12 = 15$кН·м;

$M_c = F_2 \cdot AC + M - F_1 \cdot BC = 1 \cdot 5 + 12 - 2 \cdot 2 = 13$кН·м.

Исходя из эпюры M_x

M_{max}=15кН·м=$15 \cdot 10^3$Н·м;

тогда осевой момент сопротивления из условия прочности будет равен

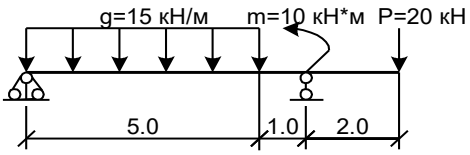
$W_x = M_{x\,max} / [\sigma] = 15 \cdot 10^3 / 160 \cdot 10^6 = 93{,}7$ см^3.

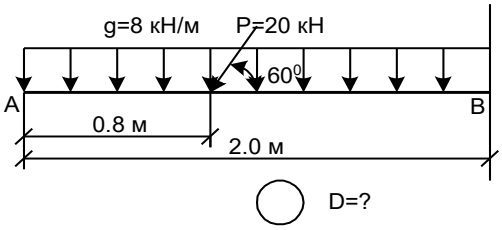
В соответствии с таблицей сортамента выбираем двутавр № 16; $W_x^{табл} = 109$см^3.

Задание к расчетно-графической работе №6:

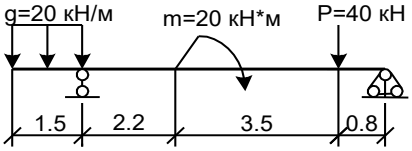
Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для простых балок. Произвести подбор сечения. Схемы выбрать согласно своего варианта.

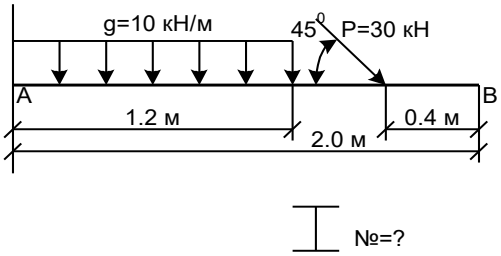
1



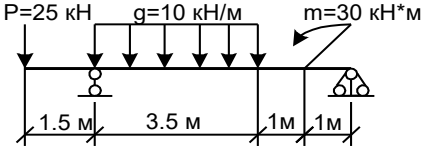


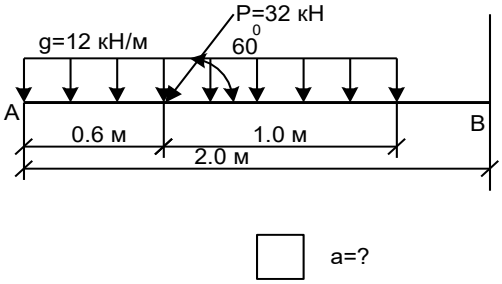
2



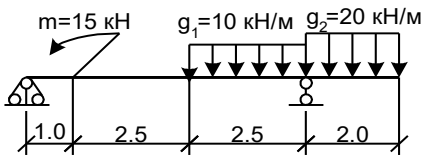


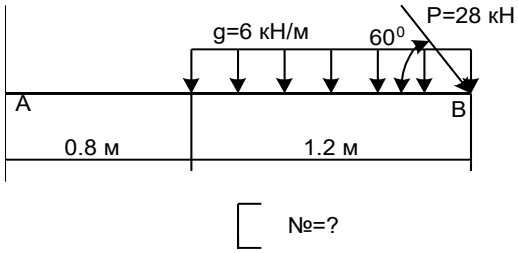
3



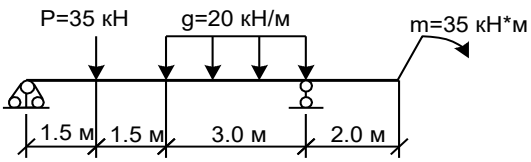


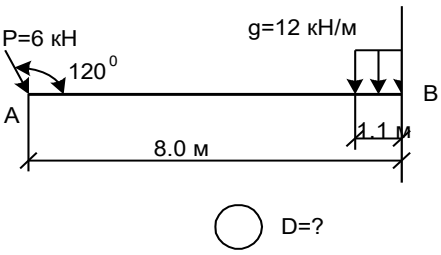
4



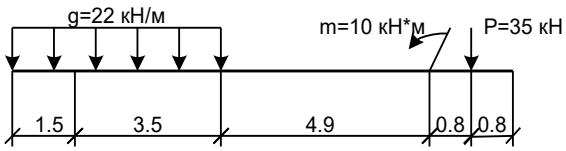


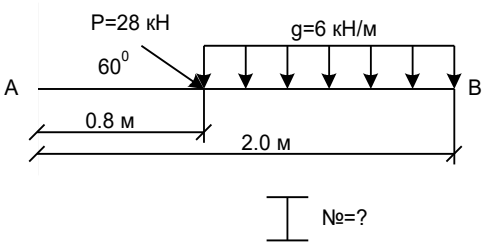
5



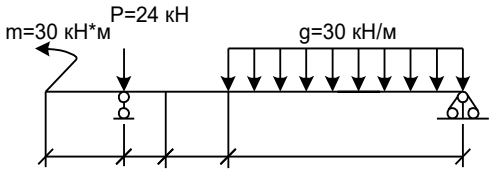


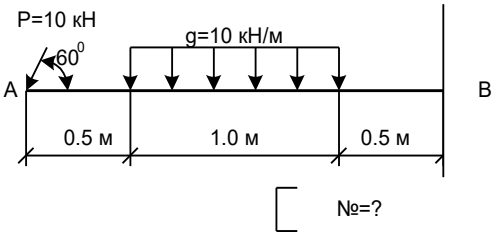
6


g=22 кН/м
m=10 кН*м
P=35 кН
1.5
3.5
4.9
0.8
0.8

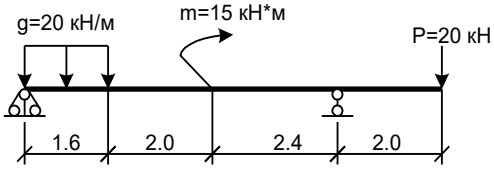

P=28 кН
g=6 кН/м
60⁰
A
B
0.8 м
2.0 м
№=?

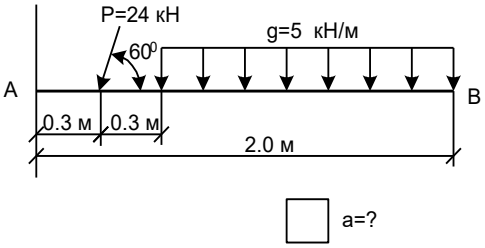
7


m=30 кН*м
P=24 кН
g=30 кН/м

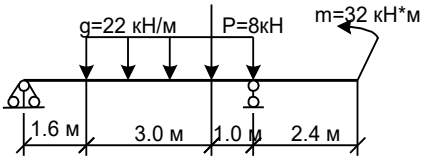

P=10 кН
g=10 кН/м
60⁰
A
B
0.5 м
1.0 м
0.5 м
№=?

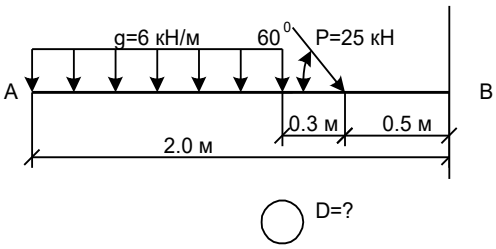
8


g=20 кН/м
m=15 кН*м
P=20 кН
1.6
2.0
2.4
2.0

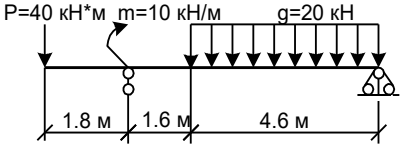

P=24 кН
g=5 кН/м
60⁰
A
B
0.3 м
0.3 м
2.0 м
a=?

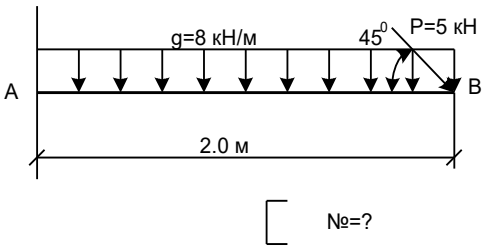
9


g=22 кН/м
P=8кН
m=32 кН*м
1.6 м
3.0 м
1.0 м
2.4 м

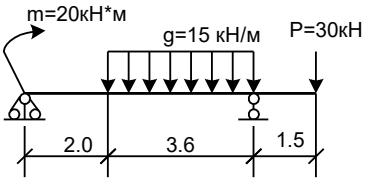

g=6 кН/м
60⁰
P=25 кН
A
B
0.3 м
0.5 м
2.0 м
D=?

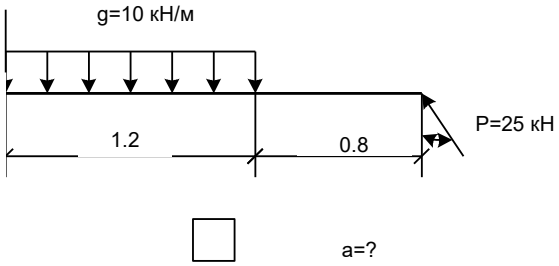
10


P=40 кН*м
m=10 кН/м
g=20 кН
1.8 м
1.6 м
4.6 м

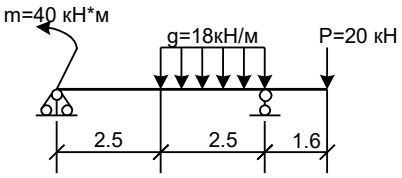

g=8 кН/м
45⁰
P=5 кН
A
B
2.0 м
№=?

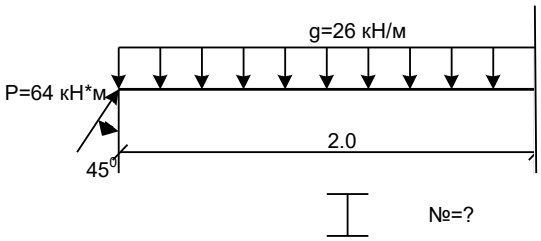
11


m=20кН*м
g=15 кН/м
P=30кН
2.0
3.6
1.5

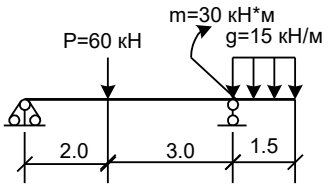

g=10 кН/м
P=25 кН
1.2
0.8
a=?

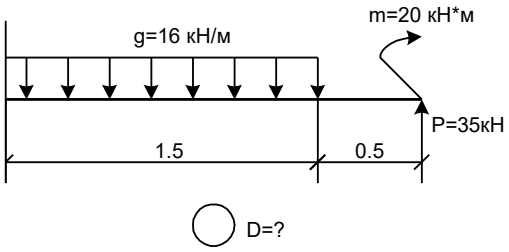
12


m=40 кН*м
g=18кН/м
P=20 кН
2.5
2.5
1.6

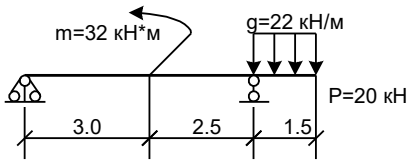

g=26 кН/м
P=64 кН*м
45⁰
2.0
№=?

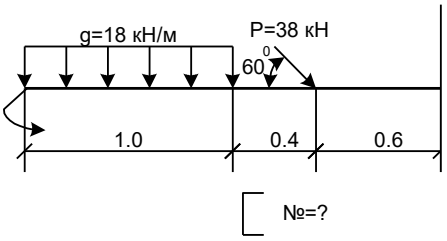
13


m=30 кН*м
P=60 кН
g=15 кН/м
2.0
3.0
1.5

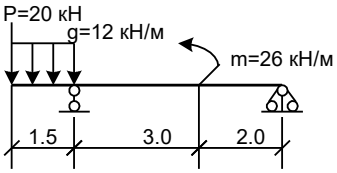

m=20 кН*м
g=16 кН/м
P=35кН
1.5
0.5
D=?

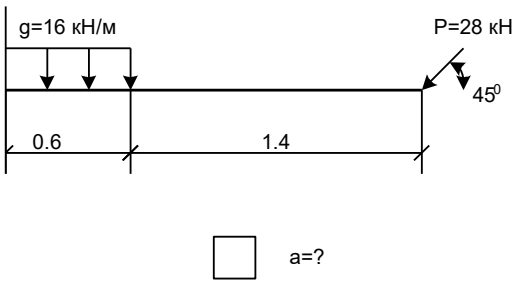
14


m=32 кН*м
g=22 кН/м
P=20 кН
3.0
2.5
1.5

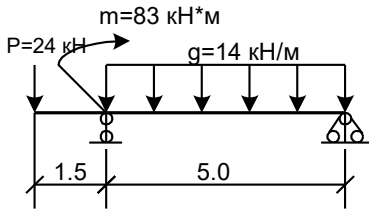

g=18 кН/м
P=38 кН
60⁰
1.0
0.4
0.6
№=?

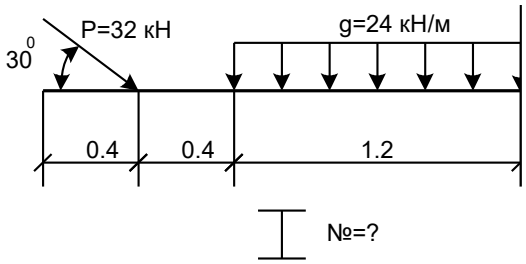
15


P=20 кН
g=12 кН/м
m=26 кН/м
1.5
3.0
2.0

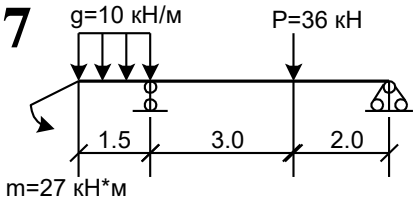

g=16 кН/м
P=28 кН
45⁰
0.6
1.4
a=?

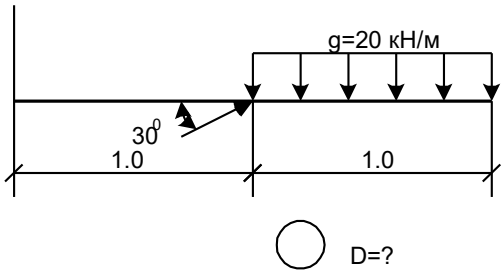
16


m=83 кН*м
P=24 кН
g=14 кН/м
1.5
5.0

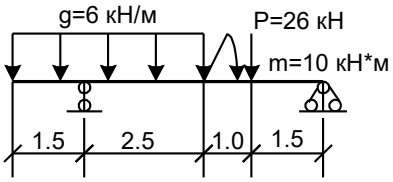

30⁰
P=32 кН
g=24 кН/м
0.4
0.4
1.2
№=?

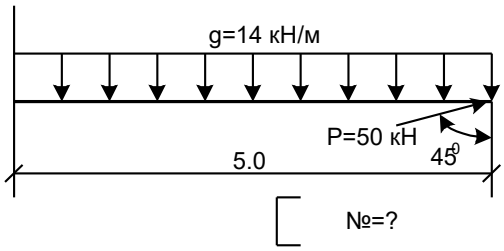
17


g=10 кН/м
P=36 кН
1.5
3.0
2.0
m=27 кН*м

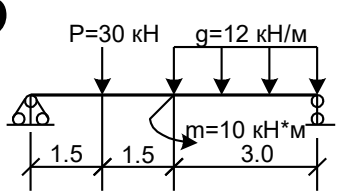

g=20 кН/м
30⁰
1.0
1.0
D=?

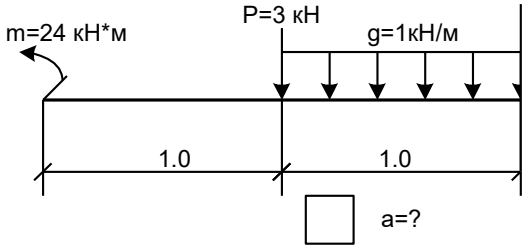
18


g=6 кН/м
P=26 кН
m=10 кН*м
1.5
2.5
1.0
1.5

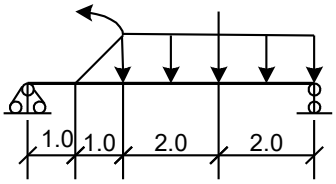

g=14 кН/м
P=50 кН
45⁰
5.0
№=?

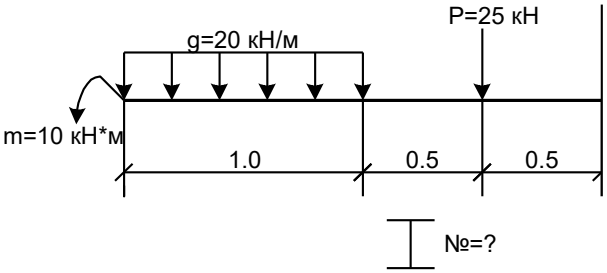
19


P=30 кН
g=12 кН/м
m=10 кН*м
1.5
1.5
3.0

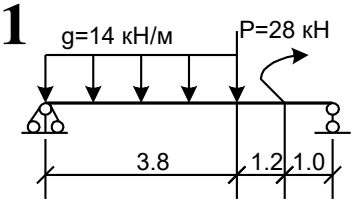

m=24 кН*м
P=3 кН
g=1кН/м
1.0
1.0
a=?

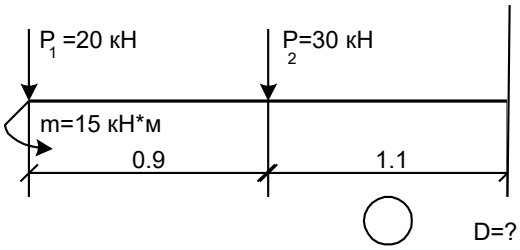
20


1.0
1.0
2.0
2.0

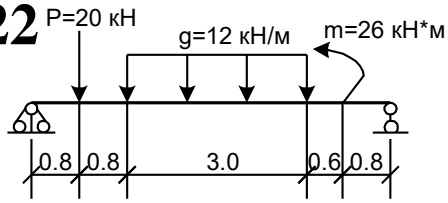

P=25 кН
g=20 кН/м
m=10 кН*м
1.0
0.5
0.5
№=?

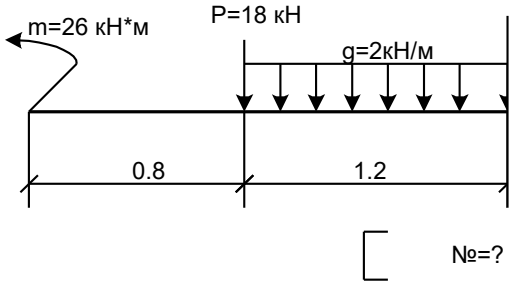
21


g=14 кН/м
P=28 кН
3.8
1.2
1.0

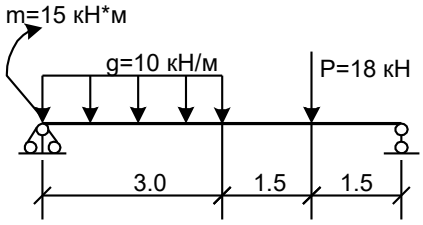

P1 =20 кН
P2=30 кН
m=15 кН*м
0.9
1.1
D=?

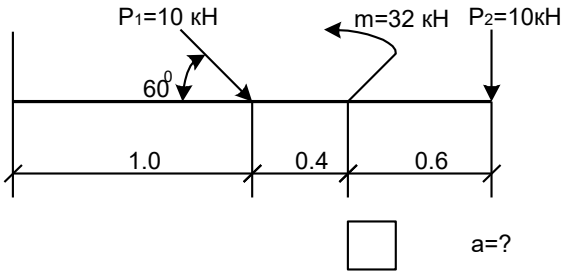
22


P=20 кН
g=12 кН/м
m=26 кН*м
0.8
0.8
3.0
0.6
0.8

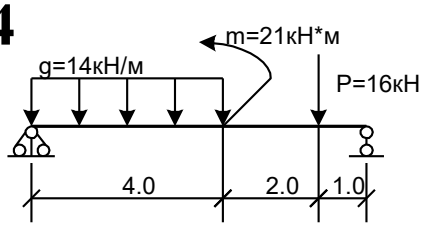

m=26 кН*м
P=18 кН
g=2кН/м
0.8
1.2
№=?

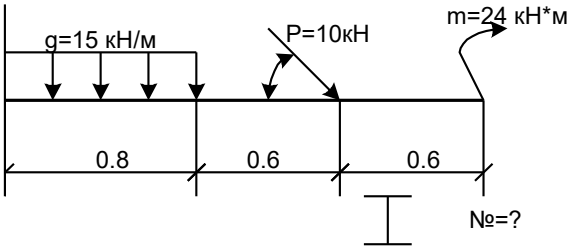
23


m=15 кН*м
g=10 кН/м
P=18 кН
3.0
1.5
1.5

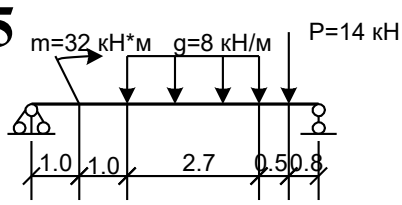

P1=10 кН
m=32 кН
P2=10кН
60°
1.0
0.4
0.6
a=?

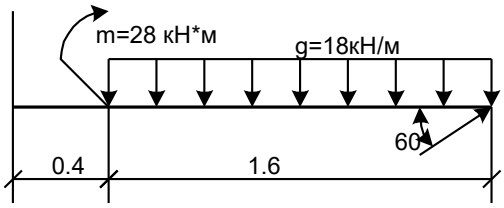
24


m=21кН*м
g=14кН/м
P=16кН
4.0
2.0
1.0


g=15 кН/м
P=10кН
m=24 кН*м
0.8
0.6
0.6
№=?

25


m=32 кН*м
g=8 кН/м
P=14 кН
1.0
1.0
2.7
0.5
0.8


m=28 кН*м
g=18кН/м
60
0.4
1.6

Сопротивление материалов
Тема: Расчет на прочность и жесткость при кручении круглого бруса
Расчетно-графическая работа №7

Последовательность решения задачи

1. Изобразить на рисунке круглый брус с приложенными внешними скручивающими моментами.
2. определить внешние скручивающие моменты по формуле:

$$M = \frac{P}{\omega} \text{ (Н•м), где}$$

   P – мощность, (Вт)
   ω– угловая скорость, (рад/с)
3. определить уравновешивающий момент, используя уравнение равновесия $\sum M_i = 0$, так как при равномерном вращении вала алгебраическая сумма приложенных к нему внешних скручивающих (вращающих) моментов равна нулю.
4. Пользуясь методом сечений. Вычислить по участкам крутящие моменты по длине вала. Крутящий момент в любом поперечном сечении численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, приложенных к валу справа или слева от сечения.
5. Построить эпюру крутящих моментов.
   Эпюра крутящих моментов дает возможность определить опасное сечение в частности, если вал имеет постоянное поперечное сечение, то опасными будут сечения на участке, где возникает наибольший крутящий момент.
6. По наибольшему крутящему моменту, определить диаметр вала круглого или кольцевого сечения из условия прочности и жесткости.
   Для кольцевого сечения вала принять соотношение диаметров

   c=d/D, где

   d – внутренний диаметр кольца;
   D – наружный диаметр кольца.
   Условие прочности бруса при кручении заключается в том, что наибольшее возникающее в нем касательное напряжение не должно превышать допускаемое

$$\tau = \frac{M_{z\max}}{W_P} \le [\tau_K]$$

   из условия прочности

$$W_P \ge \frac{M_{z\max}}{[\tau_K]} \text{; где}$$

   M_{zmax} – наибольший крутящий момент;
   W_P – полярный момент сопротивления при кручении;
   $[\tau_K]$ – допускаемое касательное напряжение.

$$W_P = \frac{\pi d^3}{16}$$

   Необходимый по прочности диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{z\max}}{\pi [\tau_K]}}$$

   Сечение вала – кольцо

$$W_P \frac{\pi d^3}{16}(1 - c^4)$$

   Необходимый по прочности наружный диаметр кольца

$$D = \sqrt[3]{\frac{16M_{z\max}}{\pi[\tau_K](1-c^4)}}$$

Условие жесткости бруса при кручении

$$\varphi_0{}^0 = \frac{180^0}{\pi}\frac{M_{z\max}}{GI_p} \le [\varphi_0{}^0]$$

Из условия жесткости

$$I_P = \frac{M_{z\max}}{G[\varphi_0{}^0]}, \text{ где}$$

I_P – полярный момент инерции сечения,
G – модуль упругости при сдвиге,
[φ] – допускаемый угол закручивания сечения.

$$I_P = \frac{\pi d^4}{32};$$

Необходимый по жесткости диаметр вала:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z\max}}{\pi G[\varphi_0{}^0]}}$$

Сечение вала кольцо

$$I_P = \frac{\pi d^4}{32}(1-c^4);$$

Необходимый по жесткости наружный диаметр кольца

$$D = \sqrt[4]{\frac{32M_{z\max}}{\pi G[\varphi_0{}^0](1-c^4)}}$$

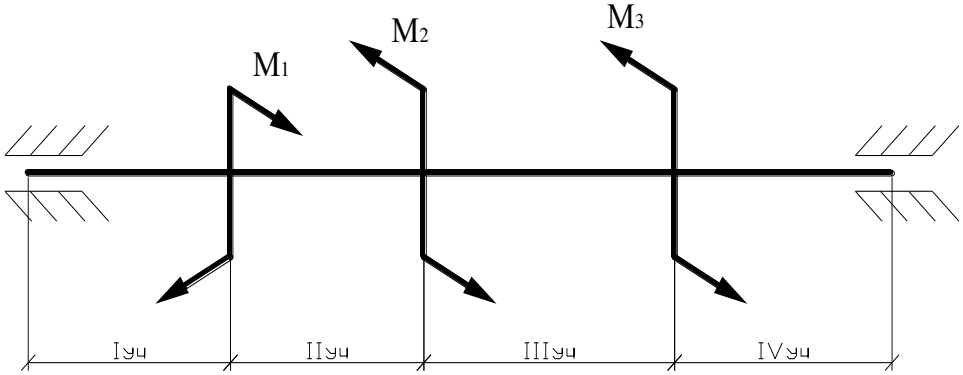
7. Требуемый диаметр принимается по наибольшему значению из расчетных диаметров.

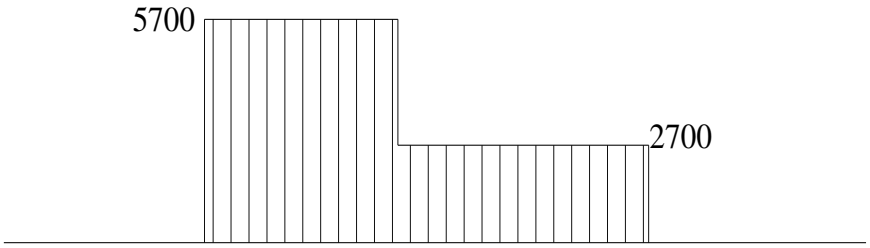
Окончательное значение диаметра округлить до ближайшего четного (или оканчивающегося на пять) числа.

Задача 1

Для стального вала постоянного сечения по длине требуется определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость.
Принять: $[\tau_K]$=30МПа, $[\varphi_0]$=0,02рад/м, P_2=60кВт, P_3=54кВт, ω=20рад/с, G=8•10^4МПа.

Решение:





Эпюра Mz

1. Определяем внешние вращающие моменты:

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{60 \bullet 10^3}{20} = 3000 \text{ Н•м}$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{54 \bullet 10^3}{20} = 2700 \text{ Н•м}$$

2. Определяем уравновешивающий момент M_1

$\sum M_i = 0$ - условие равновесия вала

$\sum M_i = M_1 - M_2 - M_3 = 0$

$M_1=M_2+M_3$=3000+2700=5700Н•м

3. Определяем крутящий момент по участкам вала

M_{z1}=0

$M_{z2}=M_1$=5700Н•м

$M_{z3}=M_1-M_2$=5700-3000=2700Н•м

Строим эпюру крутящих моментов.

4. Определяем диаметр вала из условия прочности

M_{zmax}=5700Н•м

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z\max}}{\pi[\tau_K]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \bullet 5700}{3{,}14 \bullet 30 \bullet 10^6}} = 0{,}0986\,м = 98{,}6мм$$

5. Определяем диаметр вала из условия жесткости

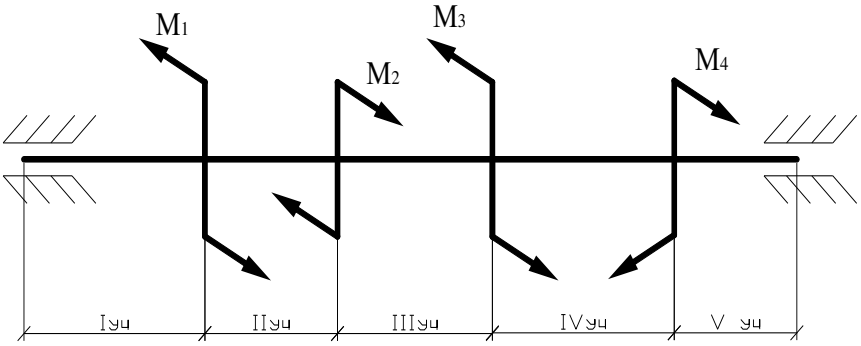
$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z\max}}{\pi G[\varphi_0{}^0]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \bullet 5700}{3{,}14 \bullet 8 \bullet 10^4 \bullet 10^6 \bullet 0{,}02}} = 0{,}0776\,м = 77{,}6мм$$

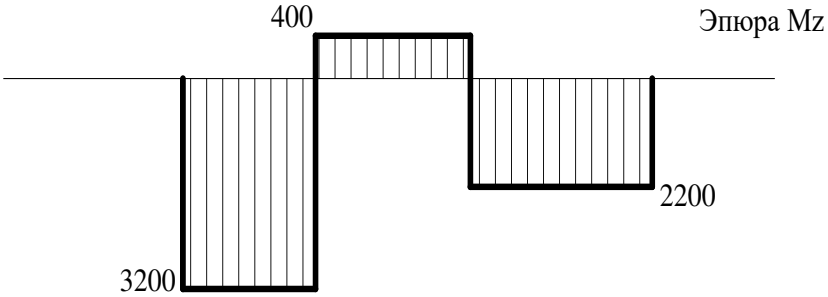
Требуемый диаметр вала получился больше из расчета на прочность, поэтому принимаем окончательный d=98мм.

Задача 2.

Для стального вала сечения кольцо постоянного по длине, требуется определить требуемые наружный и внутренний диаметр вала, при условии, что отношение внутреннего и наружного диаметров полого вала d/D=0,7.
Принять: $[\tau_K]$=30МПа, $[\varphi_0]$=0,02рад/м, P_1=80кВт, P_2=90кВт, P_3=65кВт, ω=25рад/с, G=8•10^4МПа.

Решение:





1. Определяем внешние вращающие моменты:

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega} = \frac{80 \bullet 10^3}{25} = 3200 \text{ Н•м}$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{90 \bullet 10^3}{25} = 3600 \text{ Н•м}$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{65 \bullet 10^3}{25} = 2600 \text{ Н•м}$$

2. Определяем уравновешивающий момент M_4

$\sum M_i = 0$ - условие равновесия вала

$$\sum M_i = -M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = 0$$

$M_4=M_1-M_2+M_3$=3200-3600+2600=2200Н•м

3. Определяем крутящий момент по участкам вала

$M_{z1}=0$

$M_{z2}=-M_1=-3200$Н•м

$M_{z3}=-M_1+M_2=-3200+3600=400$Н•м

$M_{z4}=-M_1+M_2-M_3=-3200+3600-2600=-2200$Н•м

$M_{z5}=0$

Строим эпюру крутящих моментов.

4. Определяем наружный диаметр вала из условия прочности

$M_{zmax}=3200$Н•м

$$D=\sqrt[3]{\frac{16M_{z\max}}{\pi[\tau_K](1-\left(\frac{d}{D}\right)^4)}}=\sqrt[3]{\frac{16\bullet 3200}{3{,}14\bullet 30\bullet 10^6\bullet\left(1-0{,}7^4\right)}}=0{,}09\,м=90\,мм$$

5. Определяем наружный диаметр вала из условия жесткости

$$D=\sqrt[4]{\frac{32M_{z\max}}{\pi G\left[\varphi_0{}^0\right](1-\left(\frac{d}{D}\right)^4)}}=\sqrt[4]{\frac{32\bullet 3200}{3{,}14\bullet 8\bullet 10^{10}\bullet 0{,}02\left(1-0{,}7^4\right)}}=0{,}072\,м=72\,мм$$

Требуемый диаметр вала получился больше из расчета на прочность, поэтому принимаем окончательный наружный диаметр d=90мм. Внутренний диаметр принимаем d=0,7•D=0,7•90=63мм.

Задание для расчетно-графической работы №7:

Для стального вала постоянного сечения по длине требуется определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость. Задание выбрать согласно своего варианта.

Для нечетных вариантов сечение вала – круг, для четных вариантов сечение вала – кольцо d/D=c=0,7

Номер варианта	Номер схемы	P_1	P_2	P_3	ω
		кВт			рад/с
1	1	150	100	50	45
2	3	50	40	30	28
3	4	110	85	50	30
4	5	40	120	20	20
5	6	60	150	80	55
6	7	20	35	100	25
7	8	70	150	95	40
8	9	52	100	60	32
9	10	80	95	75	25
10	1	75	40	15	20
11	2	120	30	30	20
12	4	70	45	30	18
13	5	55	85	20	25
14	6	45	100	60	30
15	7	80	100	150	50

Номер варианта	Номер схемы	P_1	P_2	P_3	ω
		кВт			рад/с
16	2	90	45	20	20
17	1	110	60	30	35
18	3	40	30	30	16
19	4	130	90	55	40
20	5	100	80	65	25
21	6	50	110	75	30
22	7	35	50	80	40
23	8	20	65	38	10
24	9	30	80	45	15
25	10	75	120	90	30
26	3	70	60	40	25
27	8	30	100	45	15
28	9	35	95	50	10
29	10	45	150	70	40
30	2	80	55	35	25

Сопротивление материалов
Тема: Расчет вала при совместном действии изгиба и кручения

Расчетно-графическая работа №8

Последовательность решения задачи

1. Изобразить вал на рисунке с приложенными внешними нагрузками.
2. Через ось одного из подшипников провести оси координат x, y, z, ось z направлена по продольной оси вала.
   Привести действующие на вал нагрузки к его продольной оси.
   Освободить вал от опор, заменив их действие реакциями в вертикальной и горизонтальной плоскостях.
3. По заданной мощности P и угловой скорости ω определить вращающие моменты, действующие на вал.

$$M_{вр} = \frac{P}{\omega}; \text{ где}$$

   $M_{вр}$ - вращающий момент, Н•м
   P – мощность, Вт
   Ω – угловая скорость, рад/с
4. Вычислить нагрузки F_1 и F_2; F_{r1} и F_{r2}, приложенные к валу.

$$M_{вр}=F \cdot r, \text{ где}$$

   $M_{вр}$ – вращающий момент, Н•м
   F – нагрузка, действующая на вал, Н
   r- радиус зубчатого колеса, м
5. Из условия равновесия вала, имеющего неподвижную ось, составить четыре уравнения равновесия:

$$\sum M_X = 0 \quad \sum X_i = 0$$
$$\sum M_Y = 0 \quad \sum Y_i = 0$$

   Решить уравнения и определить реакции опор.
6. Проверить правильность определения реакций. Для проверки необходимо провести дополнительные оси x и z

$$\sum M_X = 0 \quad \sum M_Y = 0$$

   Подставив значения, должны получить тождество 0=0. Значит реакции опор определены верно.
7. Пользуясь методом сечений вычислить по участкам крутящие моменты по длине вала. Построить эпюру крутящих моментов M_z.
8. Определить в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости и построить эпюру изгибающих моментов M_x.
9. Определить в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_Y в горизонтальной плоскости и построить эпюру изгибающих моментов M_Y.
10. Определить наибольшее значение эквивалентного момента:

$$M_{экв\,\max} = \sqrt{M_y^{\,2} + M_x^{\,2} + M_z^{\,2}}$$

11. Приняв $\sigma_{экв}=[\sigma]$, определить требуемый осевой момент сопротивления:

$$W_x = \frac{M_{экв.\max}}{[\sigma]}$$

12. Определить диаметр вала.
    Для сплошного круглого сечения

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0{,}1 d^3$$

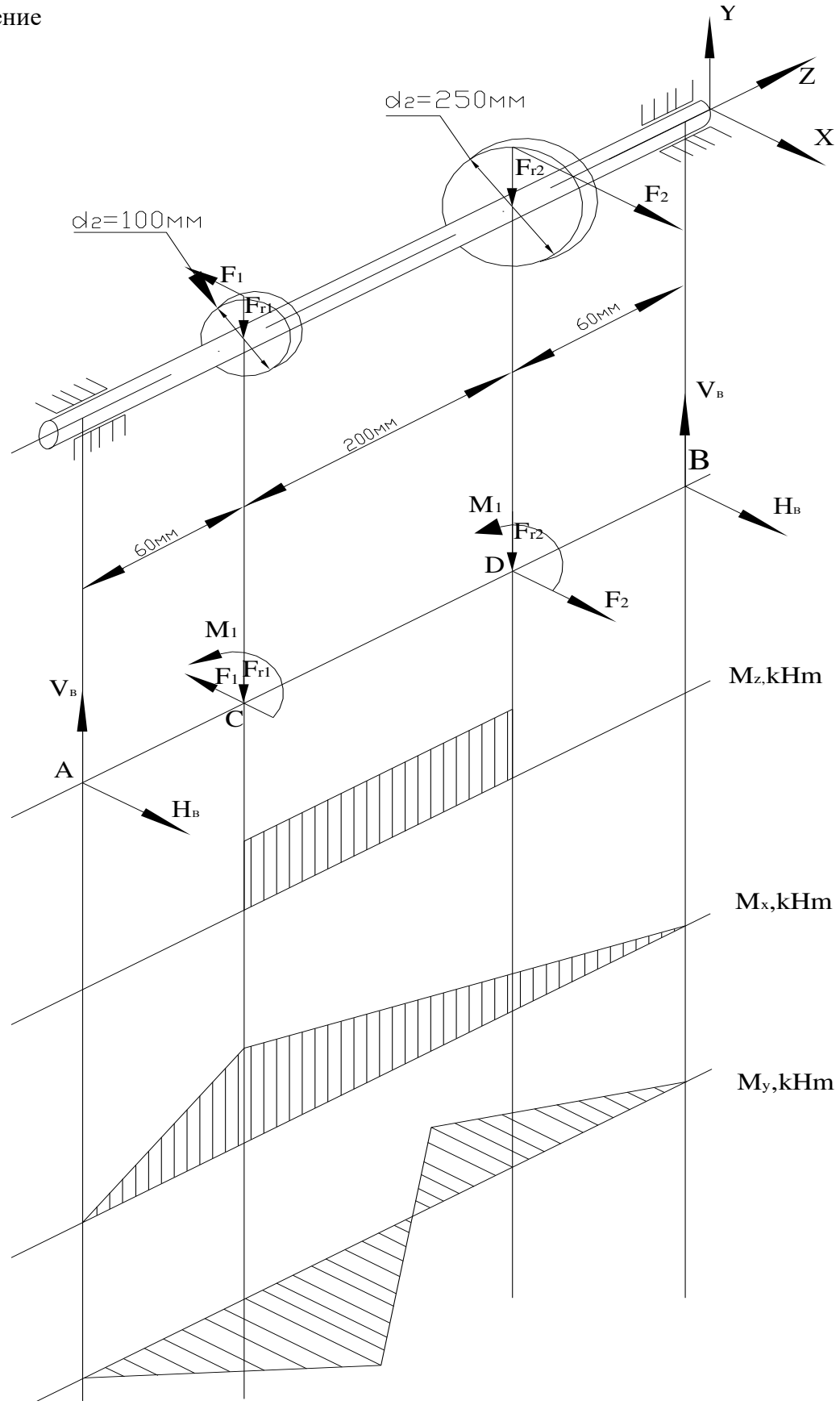
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{экв_{\max}}}{\pi[\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{экв}}{0{,}1[\sigma]}}$$

Полученное значение диаметра вала округлить до ближайшего четного (или оканчивающегося на пять) числа.

Задача.

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами, передающего мощность P=20кВт при угловой скорости ω=50 рад/с, определить диаметр вала, принять [σ]=160 МПа.

Решение



Определяем вращающий момент.

При равномерном вращении вала

$$M_{z_1} = M_{z_2} = \frac{P}{\omega} = \frac{20 \bullet 10^3}{50} = 400\,H \bullet м$$

Вычисляем нагрузки, приложенные к валу:

- окружные силы

$$F_1 = \frac{2M_{z_1}}{d_1} = \frac{2 \bullet 400}{0{,}1} = 8 \bullet 10^3\,H = 8kH$$

$$F_2 = \frac{2M_{z_2}}{d_2} = \frac{2 \bullet 400}{0{,}25} = 3{,}2 \bullet 10^3\,H = 3{,}2kH$$

-радиальные силы $F_{r1}=F_1 \bullet tg\alpha$. α- стандартный угол зацепления $\alpha=20^0$, $tg20^0=0{,}364$.

$F_{r1}=0{,}364 \bullet F_1=0{,}364 \bullet 8=2{,}9$ кН

$F_{r2}=0{,}364 \bullet F_2=0{,}364 \bullet 3{,}2=1{,}2$ кН

Определяем реакции опор от радиального усилия

$$\sum M_A = F_{r_1} \bullet AC + F_{r_2} \bullet AD - V_B \bullet AB = 0$$

$$V_B = \frac{F_{r_1} \bullet AC + F_{r_2} \bullet AD}{AB} = \frac{2{,}9 \bullet 0{,}06 + 1{,}2 \bullet 0{,}26}{0{,}32} = 1{,}5kH$$

$$\sum M_B = V_A \bullet AB - F_{r_1} \bullet BC - F_{r_2} \bullet DB = 0$$

$$V_A = \frac{F_{r_1} \bullet BC + F_{r_2} \bullet DB}{AB} = \frac{2{,}9 \bullet 0{,}26 + 1{,}2 \bullet 0{,}06}{0{,}32} = 2{,}6kH$$

Проверка:

$$\sum Y_i = 0;\ \sum Y_i = V_A - F_{r_1} - F_{r_2} + V_B = 0$$

2,6-2,9-1,2+1,5=0

0=0

Определяем реакции опор от окружного усилия

$$\sum M_A = F_1 \bullet AC - F_2 \bullet AD - H_B \bullet AB = 0$$

$$H_B = \frac{F_1 \bullet AC - F_2 \bullet AD}{AB} = \frac{8 \bullet 0{,}06 - 3{,}2 \bullet 0{,}26}{0{,}32} = -1{,}1kH$$

$$\sum M_B = H_A \bullet AB - F_1 \bullet BC + F_2 \bullet DB = 0$$

$$H_A = \frac{F_1 \bullet CB - F_2 \bullet DB}{AB} = \frac{8 \bullet 0{,}26 - 3{,}2 \bullet 0{,}06}{0{,}32} = 5{,}9kH$$

Проверка:

$$\sum Y_i = 0;\ \sum Y_i = H_A - F_1 + F_2 + H_B = 0$$

5,9-8+3,2-1,1=0

0=0

Определяем в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x и M_y.

$M_{cx}=V_A \bullet AC=2{,}6 \bullet 0{,}06=0{,}16$ kH•м

$M_{Dx}=V_A \bullet AD-F_{r1} \bullet CD=2{,}6 \bullet 0{,}26-2{,}9 \bullet 0{,}2=0{,}1$ kH•м

$M_{cy}=H_A \bullet AC=5{,}9 \bullet 0{,}06=0{,}354$ kH•м

$M_{Dy}=H_A \bullet AD-F_1 \bullet CD=5{,}9 \bullet 0{,}26-8 \bullet 0{,}2=-0.07$ kH•м

Вычисляем полный изгибающий момент

$$M_C = \sqrt{M_{C_X}{}^2 + M_{C_Y}{}^2} = \sqrt{0{,}16^2 + 0{,}354^2} = 0{,}388\,kH \bullet м$$

$$M_D = \sqrt{M_{D_X}{}^2 + M_{D_Y}{}^2} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}07^2} = 0{,}122\,kH \bullet м$$

Сечение в т.С является опасным.

Определяем эквивалентный момент

$$M_{экв} = \sqrt{M_C{}^2 + M_Я{}^2} = \sqrt{0{,}388^2 + 0{,}4^2} = 0{,}557 kH \bullet м$$

Определяем требуемый диаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{экв}}{0{,}1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0{,}557 \bullet 10^3}{0{,}1 \bullet 160 \bullet 10^6}} = 0{,}032 м = 32 мм$$

Окончательно принимаем диаметр вала 32 мм.

Задание для расчетно-графической работы №8:

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами требуется:

1. Изобразить расчетную схему вала, согласно схемы вала заданного варианта.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. Построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальных плоскостях.
4. Определить диаметр вала по третьей теории прочности, если допускаемое напряжение для вала [σ]=160 МПа.

Данные: передаваемая валом мощность P и его угловая скорость ω принять согласно заданного варианта.

вариант	Номер схемы	P_1 квт	ω рад/с		вариант	Номер схемы	P_1 квт	ω рад/с
1.	1	8	36		16.	1	10	40
2.	2	12	40		17.	2	22	24
3.	3	10	30		18.	3	20	80
4.	4	6	36		19.	4	5	40
5.	5	5	18		20.	5	24	30
6.	6	21	15		21.	6	18	26
7.	7	30	24		22.	7	25	30
8.	8	16	40		23.	8	30	50
9.	9	26	25		24.	9	16	20
10.	10	40	70		25.	10	30	50
11.	1	20	50		26.	6	15	18
12.	2	9	36		27.	7	22	28
13.	3	15	45		28.	8	27	35
14.	4	7	35		29.	9	6	48
15.	5	12	52		30.	10	32	38

Сопротивление материалов
Тема: Определение допускаемого значения центрально-сжимающей силы.

Расчетно-графическая работа №9

Порядок выполнения работы

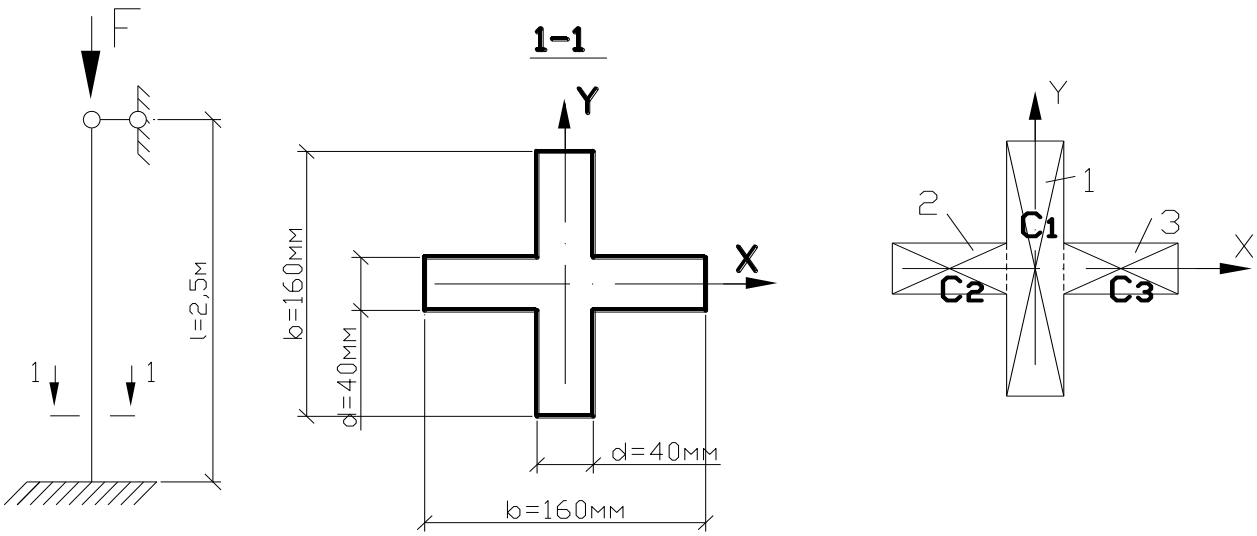
1. По справочникам или нормам определяют расчетной сопротивление материала на сжатие R, если оно не задано.
2. Определяют площадь поперечного сечения А стержня по размерам сечения или типу и номеру профиля проката.
3. Определяют коэффициент продольного изгиба φ в следующем порядке:
а) находят расчетную длину стержня $l_0=\mu l$, где l-геометрическая длина стержня; μ-коэффициент приведения длины, который зависит от способа закрепления концов стержня;
б) определяют моменты инерции сечения J_x и J_y относительно главных центральных осей. Формулы для определения моментов инерции простых геометрических фигур относительно собственных осей приведены в приложении. Моменты инерции профилей стального проката приведены в сортаменте;
в) находят радиусы инерции сечения относительно осей x и y:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}},$$

Если i_x и i_y не равны, то для дальнейших расчетов принимаем наименьший из них, обозначив его i_{min}. Если $i_x= i_y$, то расчет можно вести по любому из них;
г) определяют гибкость стержня $\lambda= l_0/ i_{min}$;
д) по найденному значению гибкости и в зависимости от материала стержня определяют коэффициент продольного изгиба φ (см. таблицы). При этом пользуются интерполяцией.
4. Определяют допускаемое значение сжимающей силы $F \le R\varphi A$.

Задача.

Определить значение допускаемой силы для центрально-сжатой стойки, показанной на рис. Материал стойки – алюминий марки АД31Т.



Решение:

1. Расчетное сопротивление алюминия R=55МПа (см. табл.).
2. Поперечное сечение разбиваем на простые составные фигуры - три прямоугольника (см. рис.), и определяем площадь всего поперечного сечения стержня $A=16\bullet4+2\bullet6\bullet4=112см^2=112\bullet10^{-4}\ м^2$.
3. Определяем коэффициент продольного изгиба φ:

а) расчетная длина стержня $l_0=\mu l=0,7\bullet2,5=1,75м$, где μ=0,7 (см. прил.);

б) моменты инерции сечения $J_x= J_y$, так как сечение имеет две оси симметрии:

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} = 1365 + 32 + 32 = 1429\,см^4,$$

где $J_x^I = \dfrac{(4\bullet16^3)}{12} = 1365\,см^4$;

$$J_x^{II} = J_x^{III} = \frac{(6\bullet4^3)}{12} = 32см^4;$$

в) радиус инерции сечения равен:

$$i_x = i_y = i_{\min} = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{1429}{112}} = 3,57см;$$

г) гибкость стержня:

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} = \frac{175}{3.57} = 46,7;$$

д) определим коэффициент продольного изгиба φ (см. прил.) с помощью интерполяции значение λ=40 (φ=0,88) и λ=50 (φ=0,835):

$$\varphi = 0,88 - \frac{0,88-0,835}{10}\bullet(46,7-40) = 0,85.$$

4. Определяем сжимающую силу

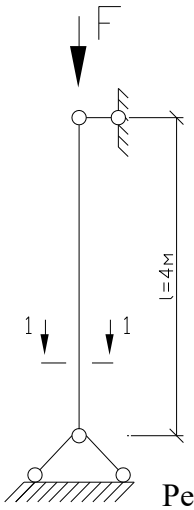
$$F = R\,\varphi A = 55\bullet0,85\bullet112\bullet10^{-4} = 5236\bullet10^{-4} = 523,6kH$$

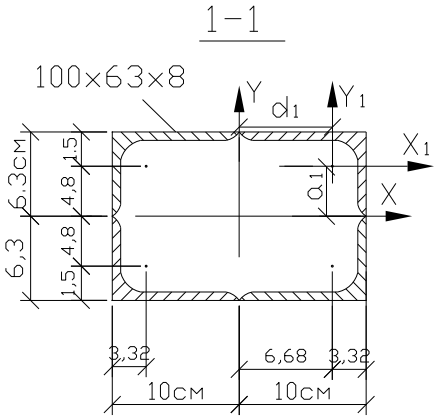
Ответ: F=523,6 kH

Задача.

Определить допускаемое значение сжимающей силы для центрально-сжатого стержня, показанного на рисунке. Материал стержня – сталь класса С 38/23 марки Ст3.

Сечение стержня состоит из четырех уголков 100х63х8.





Решение:

1. Расчетное сопротивление стали R=210МПа (см. табл.).
2. Площадь поперечного сечения стержня равна:

площадь поперечного сечения уголка $A^{уг}$=15,6 см^2 (см.таблицу сортамента), тогда A=4 •$A^{уг}$=4•15,6=62,4 см^2=62,4•10^{-4} м^2.

3. Определяем коэффициент продольного изгиба φ:

а) расчетная длина стержня l_0=μl=1 •4=4м, где μ=1 (см. прил.);

б) определим моменты инерции сечения относительно осей x и y. Так как сечение состоит из неравнобоких уголков, то момент инерции относительно оси x не будет равен моменту инерции относительно оси y. Момент инерции относительно оси x

$$J_x = 4J_{x_1}^I + 4a_1^2 A_1 = 4 \bullet 127 + 4 \bullet 6{,}68^2 \bullet 12{,}6 = 2757 см^4,$$

где $J_{x_1}^I = J_y^{уг} = 127 см^4$ - принято по таблице сортамента для уголка 100x63x8.

Момент инерции относительно оси y

$$J_y = 4J_{y_1}^I + 4d_1^2 A_1 = 4 \bullet 39{,}2 + 4 \bullet 4{,}8^2 \bullet 12{,}6 = 1318 см^4,$$

где $J_{y_1}^I = J_x^{уг} = 39{,}2 см^4$ - принято по таблице сортамента для уголка 100x63x8.

Наименьшим моментом инерции является момент инерции относительно оси y;

в) минимальный радиус инерции сечения $i_{\min} = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{1318}{50{,}4}} = 5{,}1 см$;

г) наибольшая гибкость стержня $\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} = \frac{400}{51} = 78{,}4$;

д) определяем коэффициент продольного изгиба φ (см. прил.) с помощью интерполяции значение λ=70 (φ=0,77) и λ=80 (φ=0,715):

$$\varphi = 0{,}77 - \frac{0{,}77 - 0{,}715}{10} \bullet (78{,}4 - 70) = 0{,}724.$$

4. Допускаемое значение сжимающей силы

$$F = R\,\varphi A = 210 \bullet 0{,}724 \bullet 50{,}4 \bullet 10^{-4} = 7663 \bullet 10^{-4} = 766{,}3 kH$$

Ответ: F=766,3 kH

Подбор сечения центрально сжатой составной стойки.

Порядок выполнения работы

Задачу решают способом последовательных приближений.

1. Задаются величиной коэффициента продольного изгиба φ. В первом приближении его можно принять равным φ=0,6…0,8.
2. Определяют требуемую площадь поперечного сечения стойки

$$A_{тр} \geq \frac{F}{\varphi R},$$

где F – центрально сжимающая сила; R- расчетное сопротивление материала сжатию, МПа (см. приложение).

По найденной площади определяют номер профиля по сортаменту. Если сечение состоит из нескольких профилей, то при решении задач данной работы профили проката следует принимать одинаковыми по площади. При решении практических задач рекомендации могут быть другими.

3. Проверяют устойчивость принятого сечения в следующем порядке:

а) определяют расчетную длину стержня $l_0=\mu l$, где l – геометрическая длина стержня,μ-коэффициент приведения длины (коэффициент заделки), который зависит от способа закрепления концов стержня;
б) определяют моменты инерции сечения J_x и J_y относительно главных центральных осей x иу, которые совпадают с осями симметрии сечения. Моменты инерции профилей проката относительно собственных осей определяются по таблицам ГОСТов;
в) находят радиусы инерции сечения относительно осей x и y:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}};$$

г) определяют гибкость стержня:

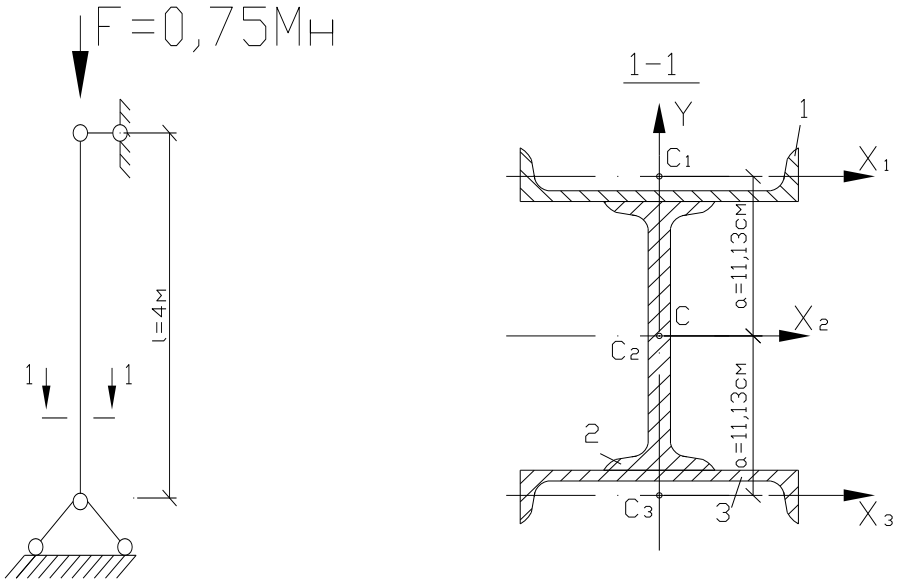
$$\lambda_x = l_0 / i_x; \ \lambda_y = l_0 / i_y;$$

д) по наибольшему значению λ в зависимости от материала стойки определяют коэффициент продольного изгиба φ (см. приложение);
е) подставляют полученные значения в формулу $\frac{F}{\varphi A} \le R$.

Если это условие выполняется, то устойчивость стержня обеспечена, и наоборот. Если несущая способность стержня не обеспечена, то необходимо увеличить площадь сечения, приняв больший профиль, и выполнить проверку устойчивости стержня. Если недонапряжение составляет более 5%, то необходимо уменьшить площадь сечения, приняв меньший профиль, добиваясь, чтобы недонапряжение не превышало 5%.

Задача.

Подобрать сечение центрально-сжатой составной стойки, показанной на рисунке. Материал стойки – сталь класса С 38/23 марки Ст3.



Решение: 1-ое приближение

1. Задаемся величиной φ=0,7.
2. Определим требуемую площадь сечения

$$A_{тр} \geq \frac{F}{\varphi R} = \frac{0,8}{0,7 \bullet 210} = 0,00544\ м^2 = 54,4 см^2,$$

Где R=210 МПа - расчетное сопротивление стали класса С 38/23.

Принимаем профили одинаковыми по площади. На один профиль требуется площадь 54,4/3=18,13 см^2. Принимаем два швеллера № 16а с площадью A_1=2•18,1=36,2 см^2 и двутавровую балку № 16 с площадью A_2=20,2 см^2. Общая площадь сечения А=36,2+20,2=56,4 см^2 (см. таблицы ГОСТа).

3. Проверим устойчивость принятого стержня в следующем порядке:

а) определим расчетную длину стержня l_0=μl=1•4=4м, где μ=1 для стержня с шарнирным закреплением концов;

б) определим момент инерции сечения относительно оси х

$$J_x = J_x^{дв} + 2J_x^{шв} = J_{x_{табл}}^{вд} + 2(J_{y_{табл}}^{шв} + a_1^2 A_{шв}) = 873 + 2(63,3 + 9,8^2 \bullet 18,1) = 4476 см^4,$$

где $a_1=(h_{дв}/2)+z_0^{шв}$=(16/2)+1,8=9,8см;

определим момент инерции сечения относительно оси у

$$J_y = J_y^{дв} + 2J_y^{шв} = J_{y_{табл}}^{вд} + 2J_{x_{табл}}^{шв} = 58,6 + 2 \bullet 747 = 1553 см^4$$

в) определим радиусы инерции сечения:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{4476}{56,4}} = 8,91 см;$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{1553}{56,4}} = 5,25 см;$$

г) определим гибкости стержня:

$$\lambda_x = \frac{l_0}{i_x} = \frac{400}{8,91} = 44,9; \quad \lambda_y = \frac{l_0}{i_y} = \frac{400}{5,25} = 76,2;$$

д) для наибольшего значения гибкости λ_y=76,2 определим коэффициент φ (см.таблицу) по интерполяции между значениями λ=70 (φ=0,77) и λ=80 (φ=0,715):

$$\varphi = 0,77 - \frac{0,77 - 0,715}{10} \bullet (76,2 - 70) = 0,736;$$

е) определим расчетное напряжение в сечении:

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} = \frac{0,8}{0,736 \bullet 56,4 \bullet 10^{-4}} = 192,7 МПа \leq 210 МПа,$$

Недонапряжение равно

$$\frac{210 - 192,7}{210} \bullet 100 = 8,2\% > 5\%.$$

Недонапряжение получилось больше 5%, поэтому необходим перерасчет.

2-ое приближение:

1. Принимаем во втором приближении φ=(0,736+0,7)/2=0,718.
2. Требуемая площадь сечения

$$A_{тр} \geq \frac{F}{\varphi R} = \frac{0,8}{0,718 \bullet 210} = 0,005531\ м^2 = 53,1 см^2,$$

На один профиль требуется 53,1/3=17,7см^2. Принимаем два швеллера № 16 с площадью A_1=2•18,1=36,2 см^2 и двутавровую балку № 14 с площадью A_2=17,4 см^2. Общая площадь сечения А=36,2+17,4=53,6 см^2 (см. таблицы ГОСТа).

4. Проверим устойчивость стойки:

а) l_0=μl=1•4=4м, осталось прежним;

б) поскольку $J_x < J_y$, определим наименьший момент инерции, который дает наибольшую гибкость:

$$J_y = J_y^{дв} + 2J_y^{шв} = J_{y_{табл}}^{вд} + 2J_{x_{табл}}^{шв} = 41{,}9 + 2 \bullet 747 = 1536 см^4$$

в) радиус инерции

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{1536}{53{,}6}} = 5{,}35 см;$$

г) гибкость стержня

$$\lambda_y = \frac{l_0}{i_y} = \frac{400}{5{,}35} = 74{,}8;$$

д) коэффициент продольного изгиба

$$\varphi = 0{,}77 - \frac{0{,}77 - 0{,}715}{10} \bullet (74{,}8 - 70) = 0{,}744;$$

е) расчетное напряжение

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} = \frac{0{,}8}{0{,}744 \bullet 53{,}6 \bullet 10^{-4}} = 201 МПа \le 210 МПа,$$

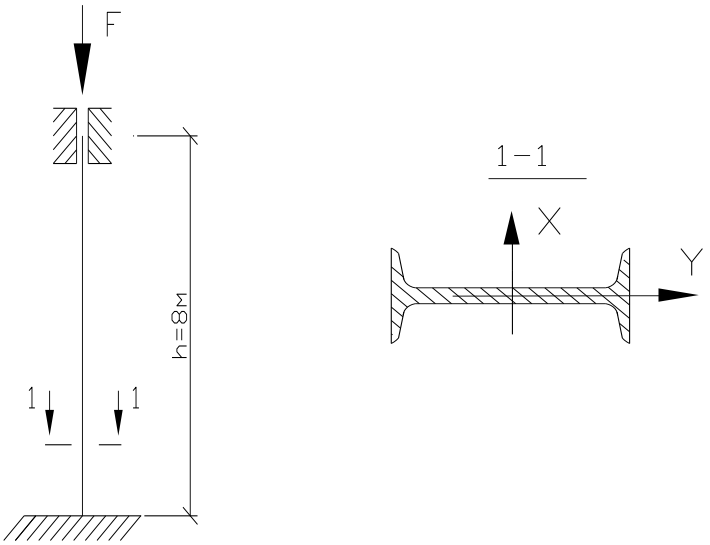
Недонапряжение равно

$$\frac{210 - 201}{210} \bullet 100 = 4{,}3\% < 5\%, \text{ что допустимо.}$$

Ответ: принято сечение стойки из двух швеллеров № 16 и двутавровой балки № 14.

Задача.

Подобрать сечение центрально сжатой стальной колоны из прокатного двутавра (см. рисунок). Расчетная сжимающая сила F=0,85 МН. Высота колонны h=8м, концы жестко защемлены в обоих направлениях. Материал колонны – сталь марки Ст.3 с расчетным сопротивлением 210 МПа, коэффициент условий работы γ_c=1. Предельная гибкость колонны $\lambda_{пред}$ не должна превышать 150.



Решение:

Подбор сечения производим способом последовательных приближений.

1-е приближение.

Предварительно зададимся коэффициентом продольного изгиба φ_0=0,5, что соответствует гибкости $\lambda \approx 113 < \lambda = 150$; тогда из условия устойчивости найдем требуемую площадь сечения брутто:

$$A_{бр}^{тр} \geq \frac{F}{\gamma_c \varphi R} = \frac{0,85}{1 \bullet 0,5 \bullet 210} = 0,0081 м^2 = 81 см^2$$

По таблицам сортамента прокатных двутавров принимаем двутавр№45 с площадью поперечного сечения А=83 см^2, $i_{min}=i_y$=3,12см.

Наибольшая гибкость

$$\lambda_{max} = \frac{l_0}{i_{min}} = \frac{\mu H}{i_{min}} = \frac{0,5 \bullet 800}{3,12} = 128 < 150, \text{ где } \mu=0,5;$$

для значения гибкости λ=128 определим коэффициент φ (см.таблицу) путем интерполяции между значениями λ=120 (φ=0,45) и λ=130 (φ=0,4):

$$\varphi_1 = 0,4 + \frac{0,45 - 0,4}{10} \bullet (130 - 128) = 0,41.$$

Определяем расчетное напряжение

$$\sigma = \frac{F}{\varphi_1 A} = \frac{0,85}{0,41 \bullet 83 \bullet 10^{-4}} = 249,8 МПа > R=210 МПа$$

Так как напряжение получилось значительно больше расчетного сопротивления материала, то необходимо увеличить сечение колонны.

2-е приближение.

Для ускорения процесса подбора сечения рекомендуется принимать за новое значение коэффициента φ среднее арифметическое первых двух:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,41}{2} = 0,455,$$

После чего повторяем подбор:

$$A_{бр}^{тр} \geq \frac{F}{\gamma_c \varphi R} = \frac{0,85}{1 \bullet 0,455 \bullet 210} = 0,0089 м^2 = 89 см^2$$

Принимаем двутавр№50 с площадью А=97,8см^2, $i_{ьшт}=i_y$=3,26см;

$$\lambda_{max} = \frac{l_0}{i_{min}} = \frac{\mu H}{i_{min}} = \frac{0,5 \bullet 800}{3,26} = 123 < 150;$$

коэффициент продольного изгиба

$$\varphi_2 = 0,45 - \frac{0,45 - 0,4}{10} \bullet (123 - 120) = 0,435;$$

расчетное напряжение

$$\sigma = \frac{F}{\varphi_2 A} = \frac{0,85}{0,435 \bullet 89 \bullet 10^{-4}} = 199.8 МПа < R=210 МПа,$$

Т.е. напряжение в колонне не превышает расчетного сопротивления.

Таким образом, окончательно принимаем двутавр №50.

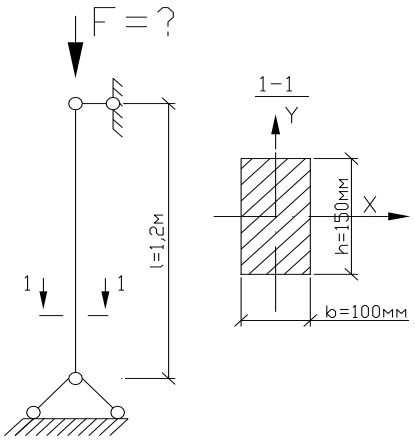
Ответ: принято сечение стойки из двутавровой балки № 50.

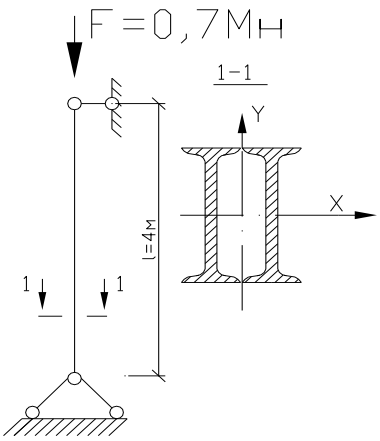
Задание для расчетно-графической работы №9:

Для задачи 1 определить допускаемое значение центрально сжимающей силы по данным своего варианта. Материал стержня для нечетных вариантов принять алюминий марки АД31Т, для четных – сталь класса С38/23 марки Ст3.

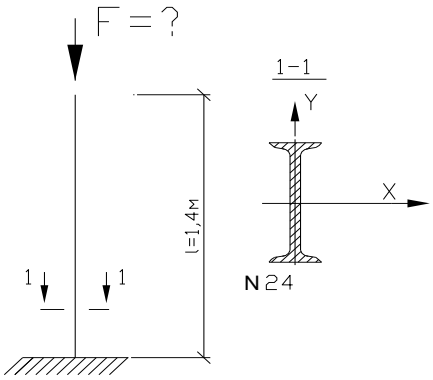
Для задачи 2 подобрать сечение центрально сжатой стойки по данным своего варианта. Материал стойки для нечетных вариантов – сталь класса С 38/23, для четных вариантов – сталь класса С 44/29.

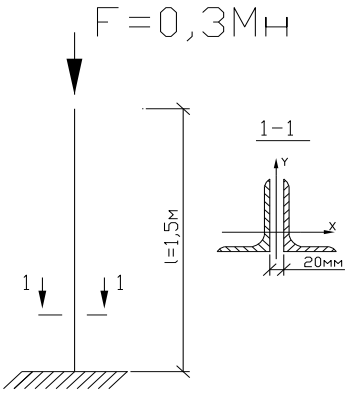
1


F = ?
1–1
Y
X
l=1,2м
h=150мм
b=100мм
1
1

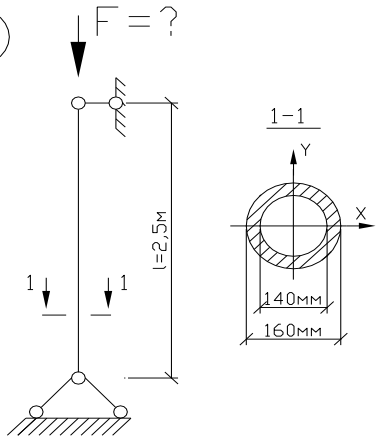

F = 0,7Мн
1–1
Y
X
l=4м
1
1

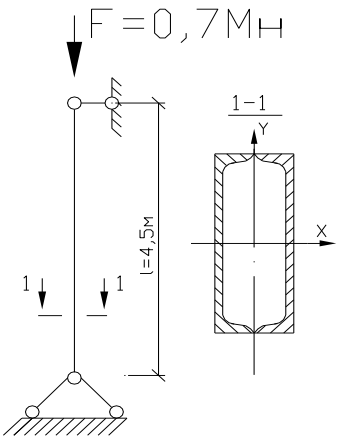
2


F = ?
1–1
Y
X
l=1,4м
N24
1
1

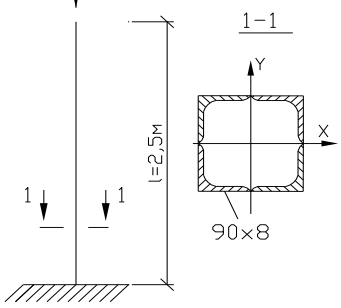

F = 0,3Мн
1–1
Y
X
l=1,5м
20мм
1
1

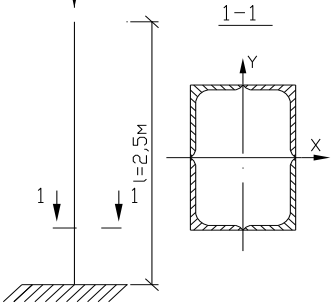
3


F = ?
1–1
Y
X
l=2,5м
140мм
160мм
1
1

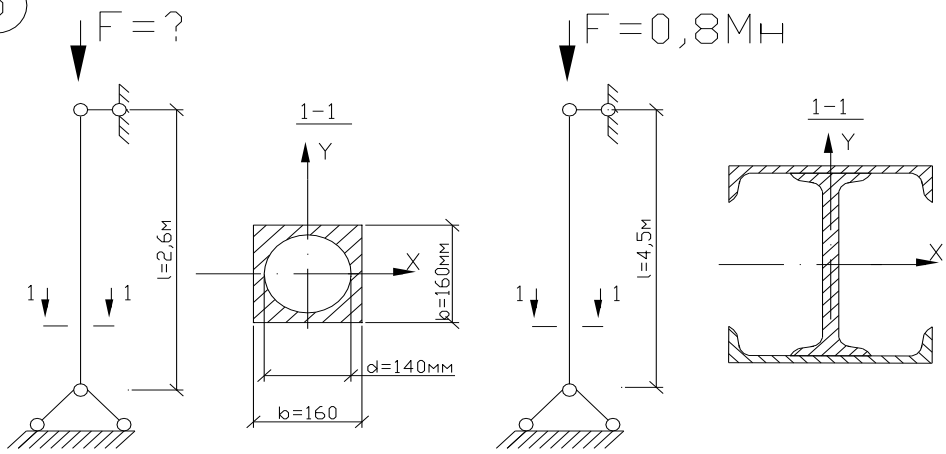

F = 0,7Мн
1–1
Y
X
l=4,5м
1
1

4

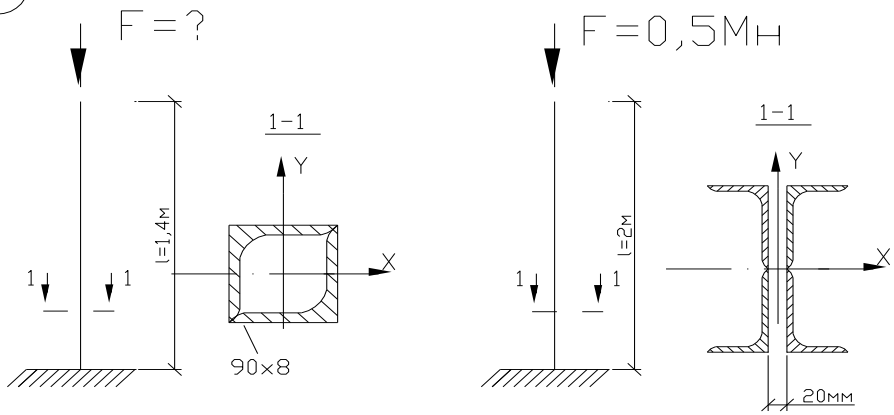

F = ?
1–1
Y
X
l=2,5м
90×8
1
1


F = 0,6Мн
1–1
Y
X
l=2,5м
1
1

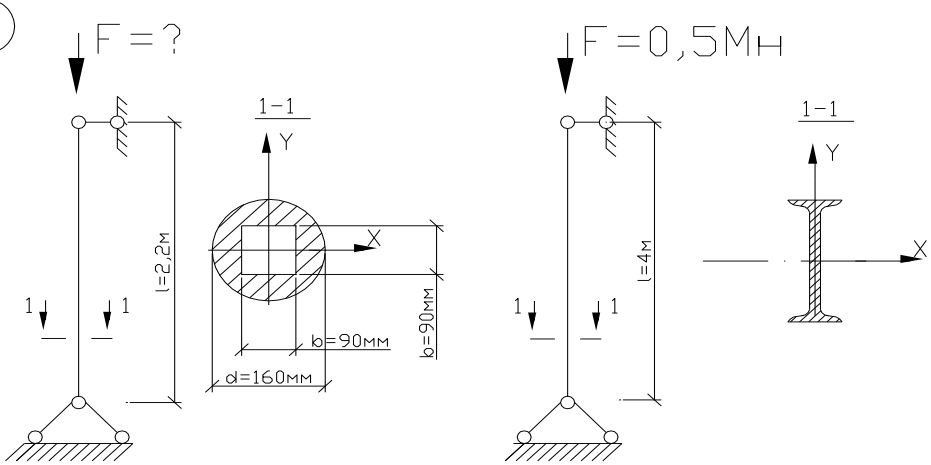
5


F = ?
F = 0,8Мн
1–1
Y
X
l=2,6м
l=4,5м
b=160мм
d=140мм
b=160
1
1

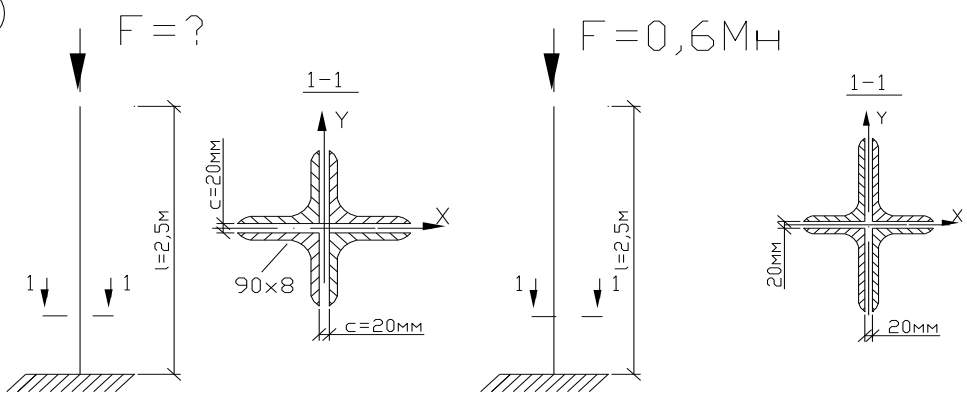
6


F = ?
F = 0,5Мн
1–1
Y
X
l=1,4м
l=2м
90×8
20мм
1
1

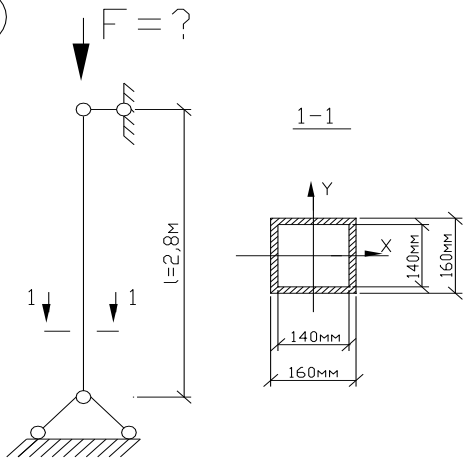
7

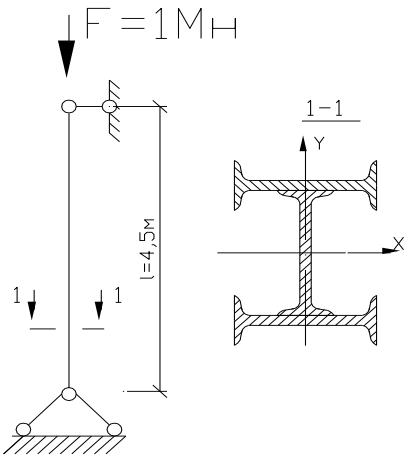

F = ?
F = 0,5Мн
1–1
Y
X
l=2,2м
l=4м
b=90мм
b=90мм
d=160мм
1
1

8

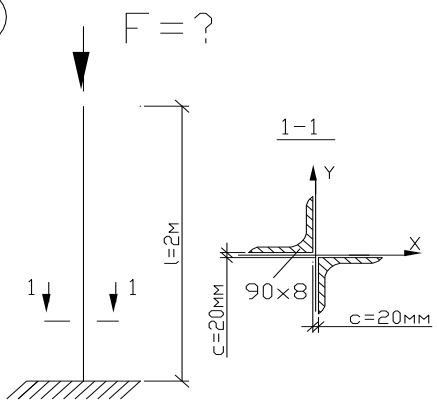

F = ?
F = 0,6Мн
1–1
Y
X
l=2,5м
l=2,5м
c=20мм
90×8
c=20мм
20мм
20мм
1
1

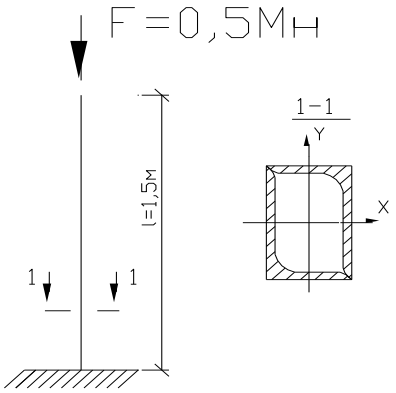
9


F = ?
l=2,8м
1
1
1-1
Y
X
140мм
160мм
140мм
160мм

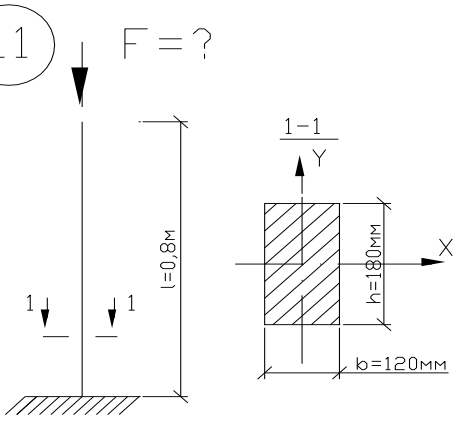

F =1Мн
l=4,5м
1
1
1-1
Y
X

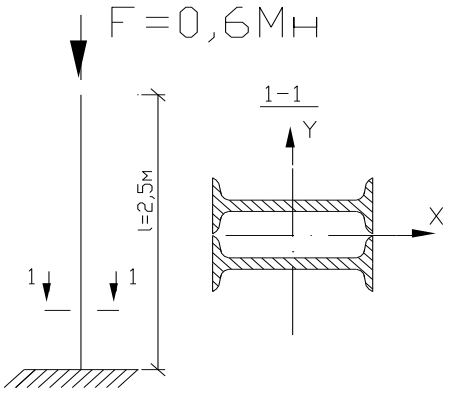
10


F = ?
l=2м
1
1
1-1
Y
X
90×8
c=20мм
c=20мм

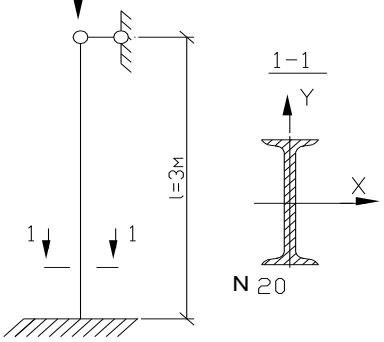

F =0,5Мн
l=1,5м
1
1
1-1
Y
X

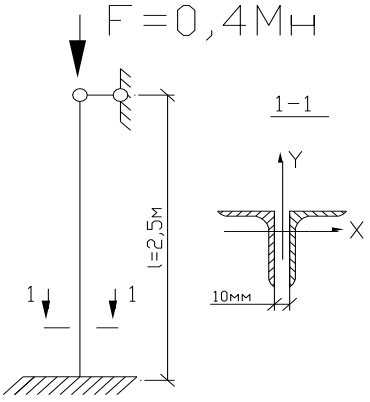
11


F = ?
l=0,8м
1
1
1-1
Y
X
h=180мм
b=120мм

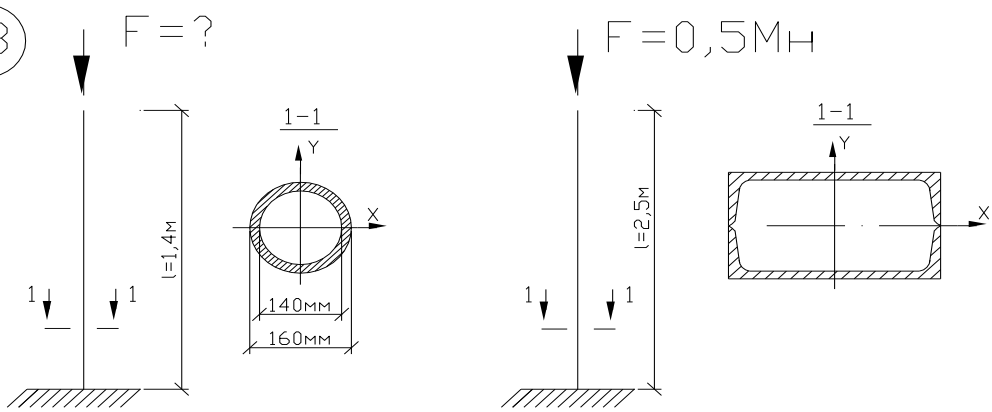

F =0,6Мн
l=2,5м
1
1
1-1
Y
X

12

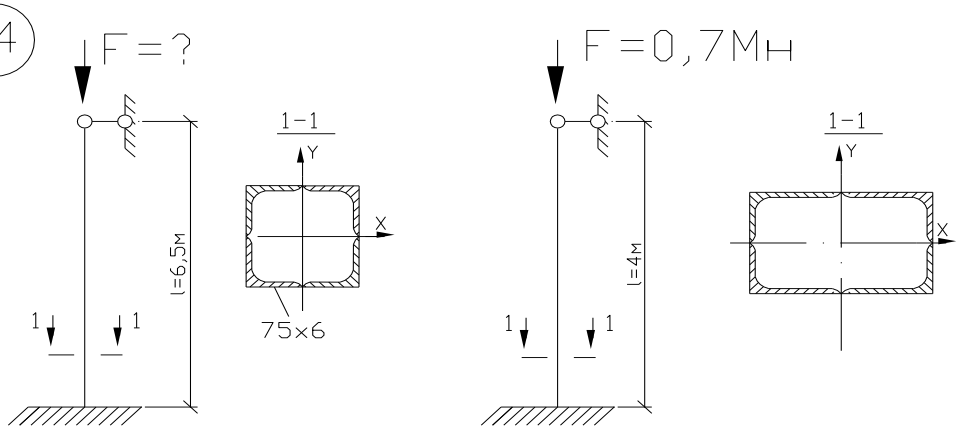

F = ?
l=3м
1
1
1-1
Y
X
N 20


F =0,4Мн
l=2,5м
1
1
1-1
Y
X
10мм

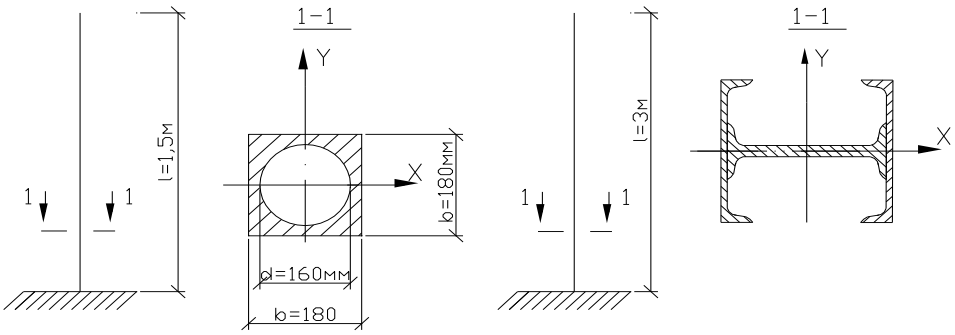
13


F = ?
l=1,4м
1–1
Y
X
140мм
160мм
F = 0,5Мн
l=2,5м
1–1
Y
X

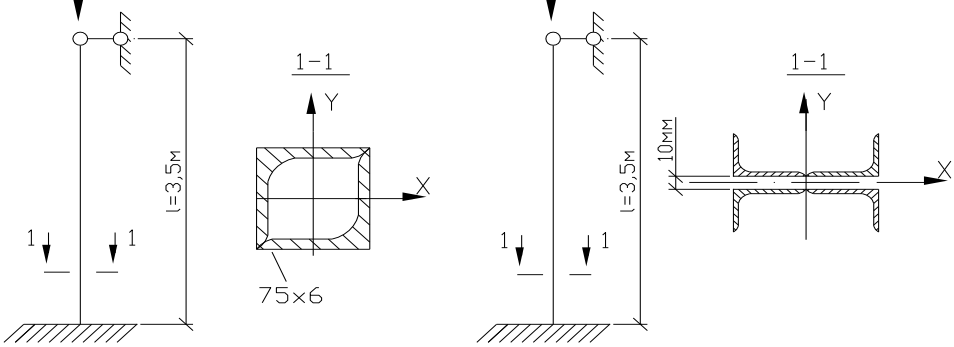
14


F = ?
l=6,5м
1–1
Y
X
75×6
F = 0,7Мн
l=4м
1–1
Y
X

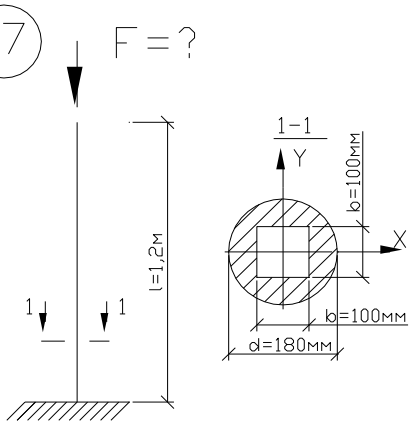
15

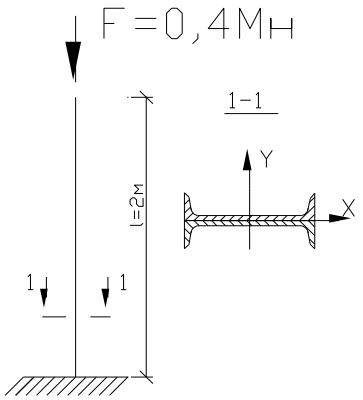

F = ?
l=1,5м
1–1
Y
X
b=180мм
d=160мм
b=180
F = 0,7Мн
l=3м
1–1
Y
X

16

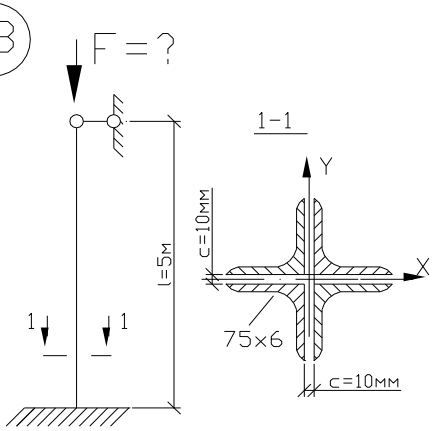

F = ?
l=3,5м
1–1
Y
X
75×6
F = 0,6Мн
l=3,5м
10мм
1–1
Y
X

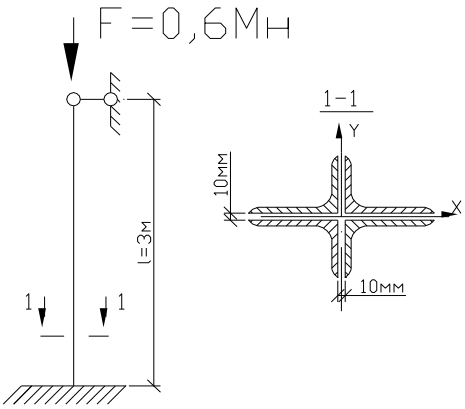
17


F = ?
l=1,2м
1
1
1-1
Y
X
b=100мм
b=100мм
d=180мм

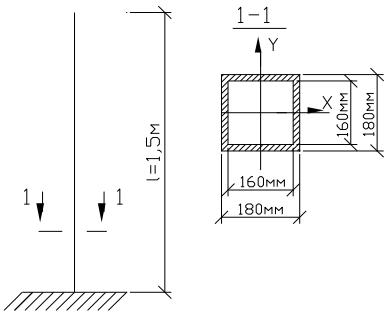

F = 0,4Мн
l=2м
1
1
1-1
Y
X

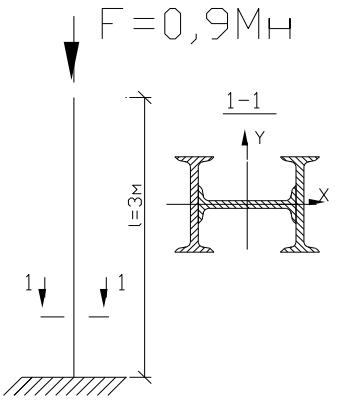
18


F = ?
l=5м
1
1
1-1
Y
X
c=10мм
75×6
c=10мм

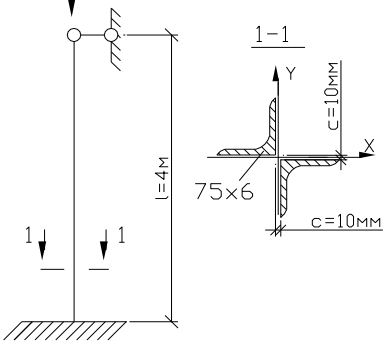

F = 0,6Мн
l=3м
1
1
1-1
Y
X
10мм
10мм

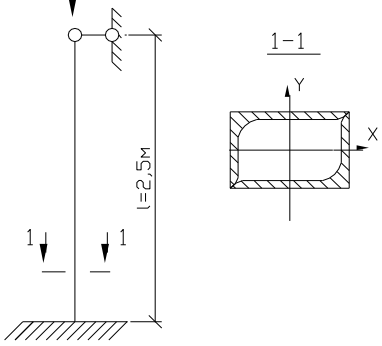
19


F = ?
l=1,5м
1
1
1-1
Y
X
160мм
180мм
160мм
180мм

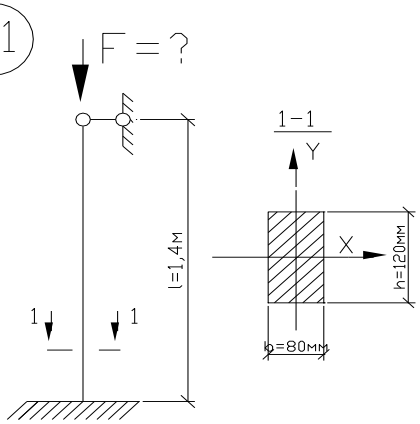

F = 0,9Мн
l=3м
1
1
1-1
Y
X

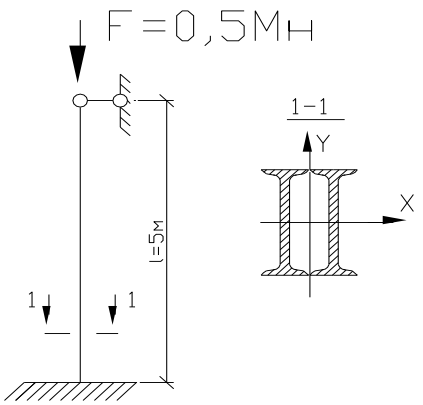
20


F = ?
l=4м
1
1
1-1
Y
X
c=10мм
75×6
c=10мм

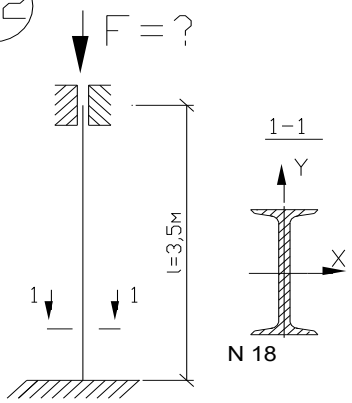

F = 0,5Мн
l=2,5м
1
1
1-1
Y
X

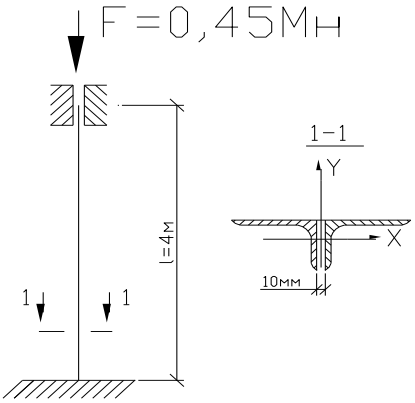
21


F = ?
l=1,4м
1
1
1-1
Y
X
h=120мм
b=80мм

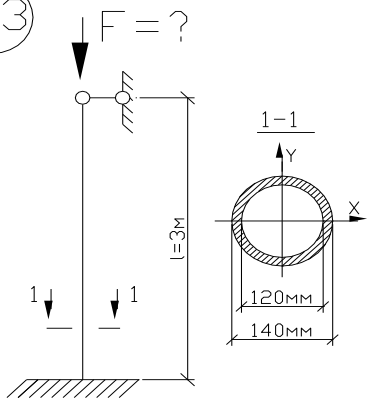

F = 0,5Мн
l=5м
1
1
1-1
Y
X

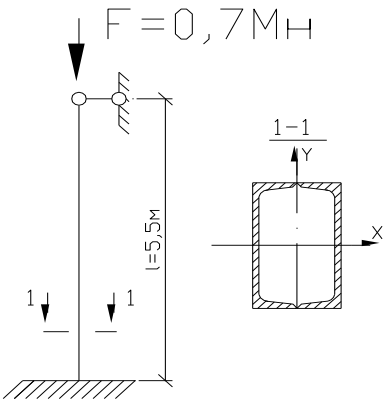
22


F = ?
l=3,5м
1
1
1-1
Y
X
N 18

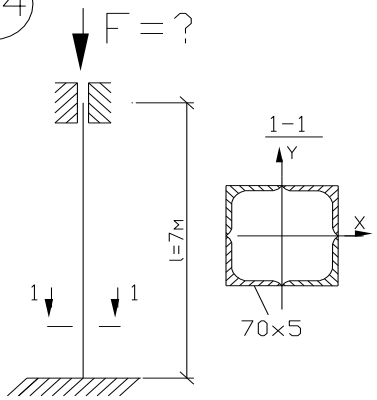

F = 0,45Мн
l=4м
1
1
1-1
Y
X
10мм

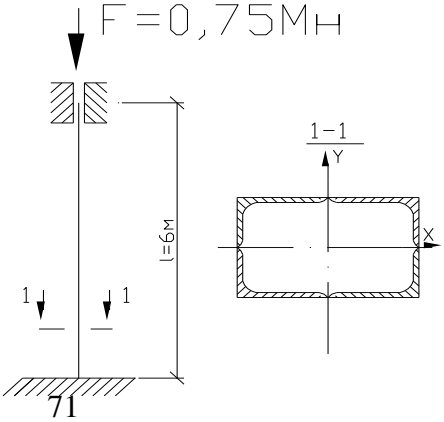
23


F = ?
l=3м
1
1
1-1
Y
X
120мм
140мм

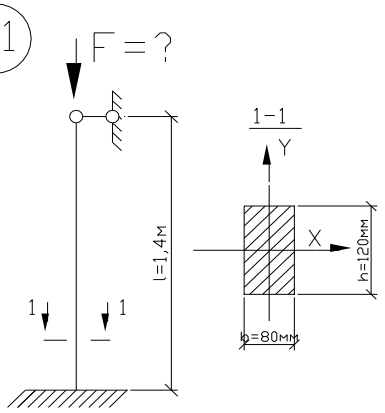

F = 0,7Мн
l=5,5м
1
1
1-1
Y
X

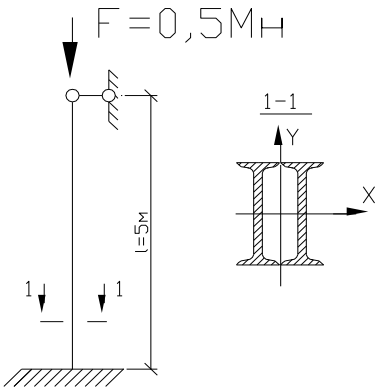
24


F = ?
l=7м
1
1
1-1
Y
X
70×5

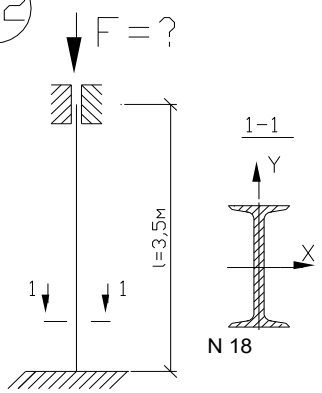

F = 0,75Мн
l=6м
1
1
1-1
Y
X

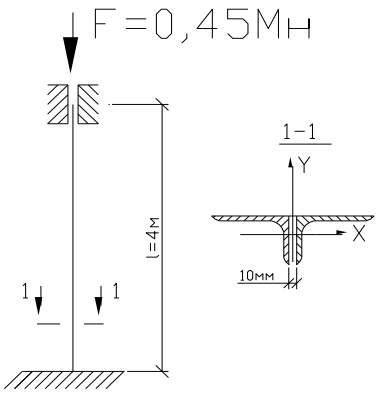
21


F = ?
1–1
Y
X
l=1,4м
h=120мм
b=80мм
1
1

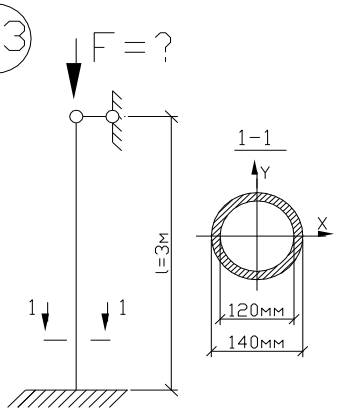

F=0,5Мн
1–1
Y
X
l=5м
1
1

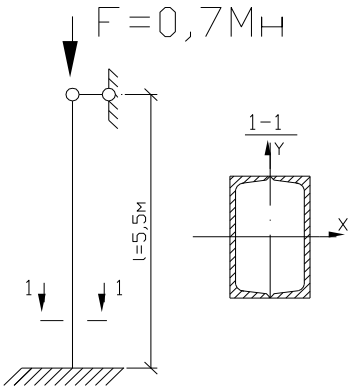
22


F = ?
1–1
Y
X
l=3,5м
1
1
N 18

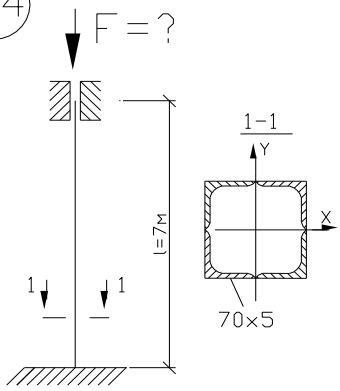

F=0,45Мн
1–1
Y
X
l=4м
10мм
1
1

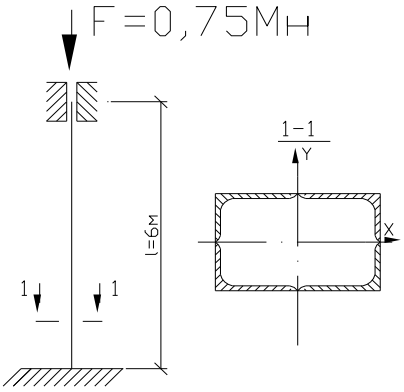
23


F = ?
1–1
Y
X
l=3м
120мм
140мм
1
1

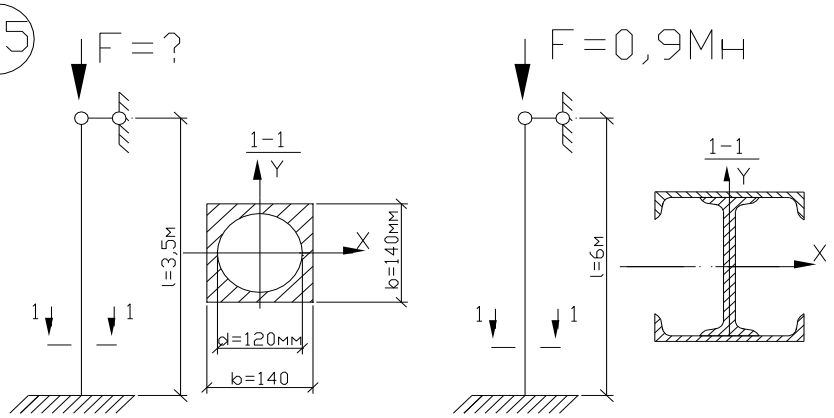

F=0,7Мн
1–1
Y
X
l=5,5м
1
1

24

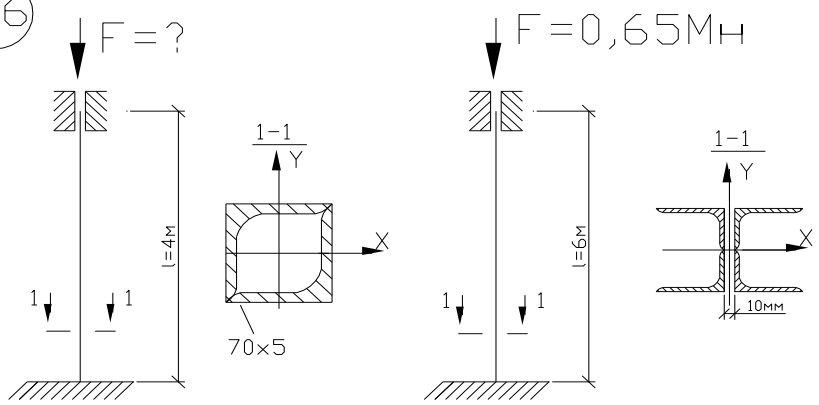

F = ?
1–1
Y
X
l=7м
70×5
1
1


F=0,75Мн
1–1
Y
X
l=6м
1
1

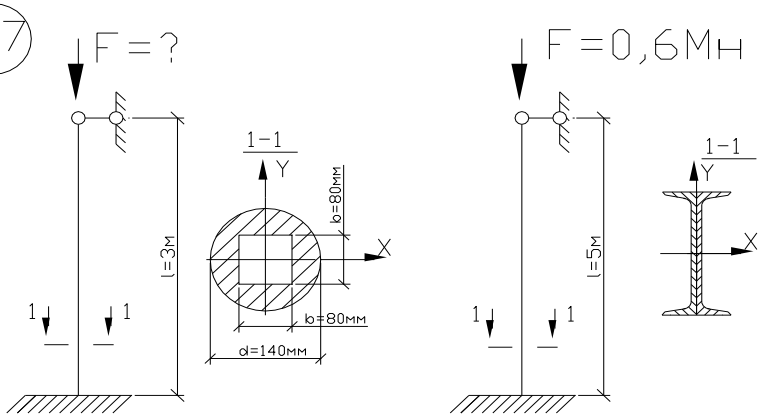
25


F = ?
F = 0,9Мн
1–1
Y
X
l=3,5м
b=140мм
d=120мм
b=140
l=6м
1
1

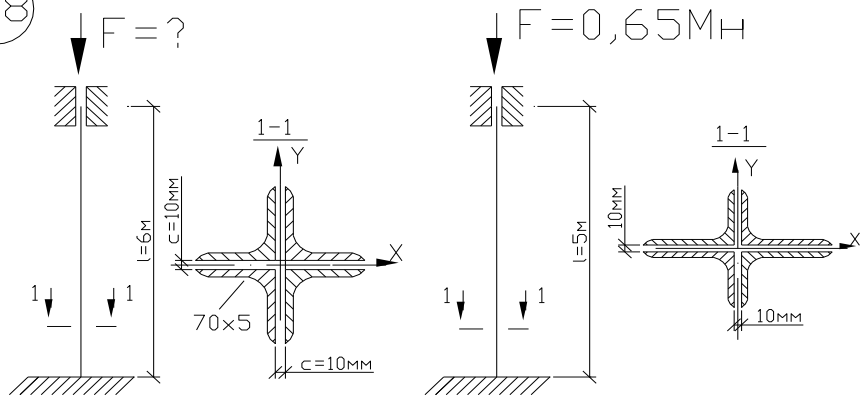
26


F = ?
F = 0,65Мн
1–1
Y
X
l=4м
l=6м
70×5
10мм
1
1

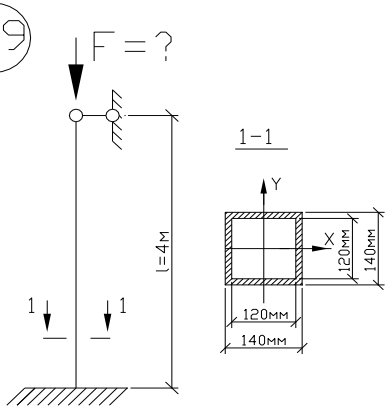
27

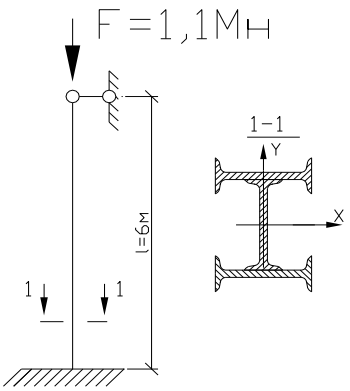

F = ?
F = 0,6Мн
1–1
Y
X
l=3м
l=5м
b=80мм
b=80мм
d=140мм
1
1

28

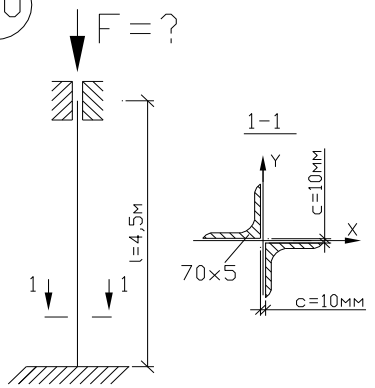

F = ?
F = 0,65Мн
1–1
Y
X
l=6м
l=5м
c=10мм
c=10мм
70×5
10мм
10мм
1
1

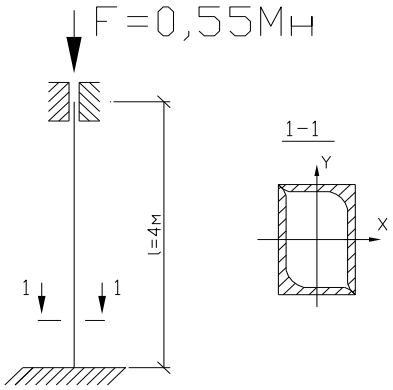
29


F = ?
l=4м
1
1
1-1
Y
X
120мм
140мм
120мм
140мм

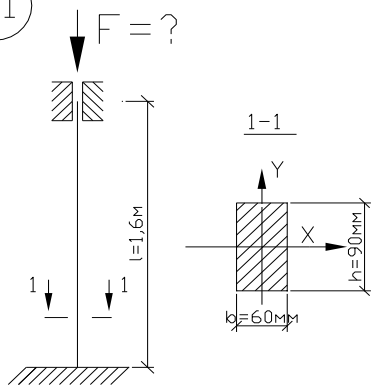

F =1,1Мн
l=6м
1
1
1-1
Y
X

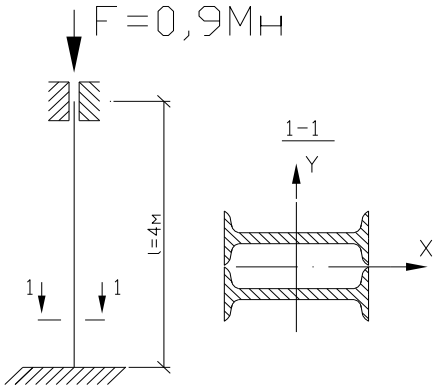
30


F = ?
l=4,5м
1
1
1-1
Y
X
c=10мм
70×5
c=10мм

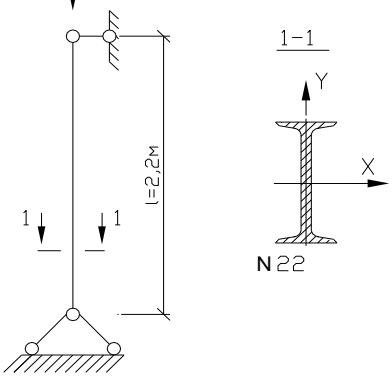

F =0,55Мн
l=4м
1
1
1-1
Y
X

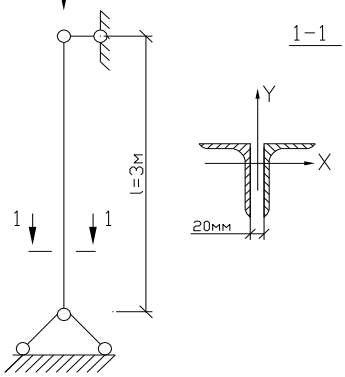
31


F = ?
l=1,6м
1
1
1-1
Y
X
h=90мм
b=60мм

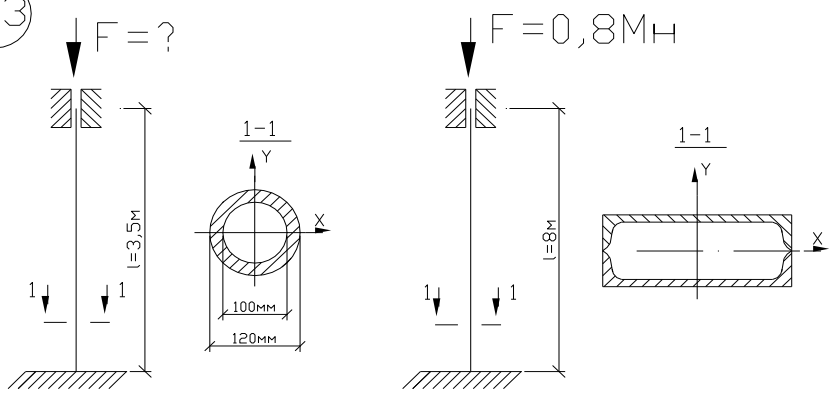

F =0,9Мн
l=4м
1
1
1-1
Y
X

32

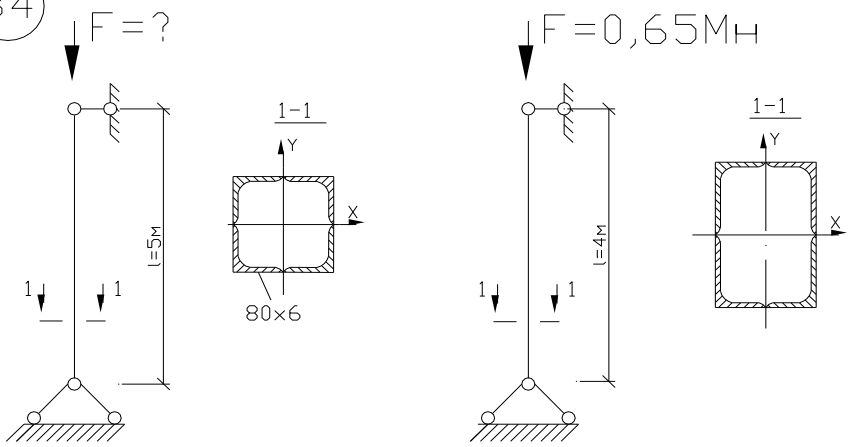

F = ?
l=2,2м
1
1
1-1
Y
X
N 22


F =0,35Мн
l=3м
1
1
1-1
Y
X
20мм

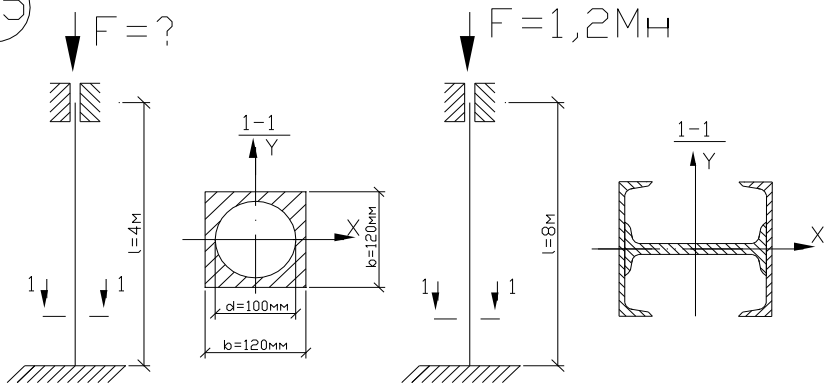
33


F = ?
l=3,5м
1
1
1-1
Y
X
100мм
120мм
F=0,8Мн
l=8м
1
1
1-1
Y
X

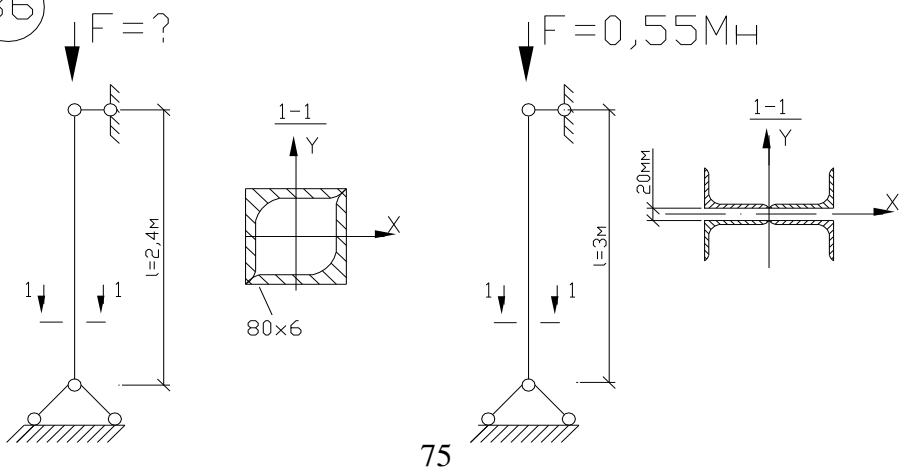
34


F = ?
l=5м
1
1
1-1
Y
X
80×6
F=0,65Мн
l=4м
1
1
1-1
Y
X

35


F = ?
l=4м
1
1
1-1
Y
X
b=120мм
d=100мм
b=120мм
F=1,2Мн
l=8м
1
1
1-1
Y
X

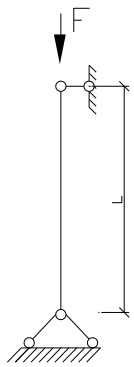
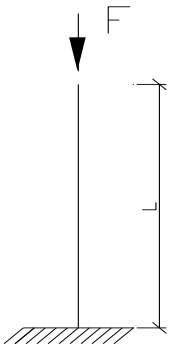
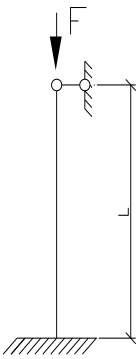
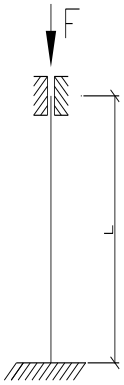
36


F = ?
l=2,4м
1
1
1-1
Y
X
80×6
F=0,55Мн
l=3м
1
1
1-1
Y
20мм
X

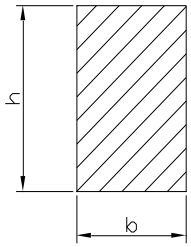
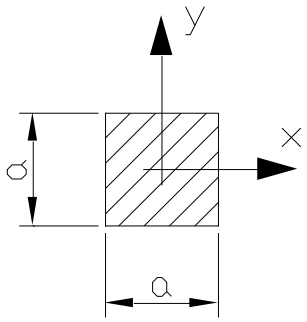
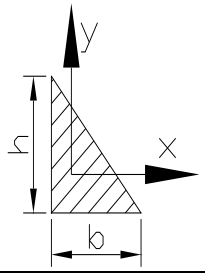
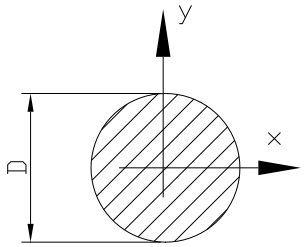
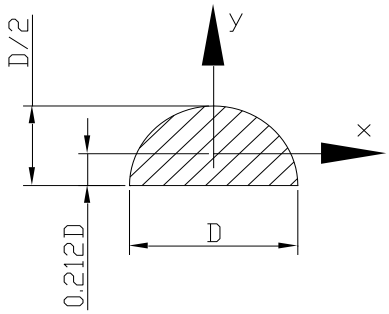
Коэффициенты продольного изгиба центрально-сжатых элементов

Гибкость элементов λ	Коэффициент φ для элементов из стали классов			Коэффициент φ для элементов из алюминия марок	
	С38/23	С44/29	С46/33	АД1М	АД31Т
0	1	1	1	1	1
10	0,988	0,98	0,986	1	1
20	0,97	0,968	0,965	1	0,995
30	0,943	0,935	0,932	0,985	0,93
40	0,905	0,892	0,888	0,935	0,88
50	0,867	0,843	0,837	0,887	0,835
60	0,82	0,792	0,78	0,858	0,793
70	0,77	0,73	0,71	0,825	0,75
80	0,715	0,66	0,637	0,792	0,706
90	0,655	0,592	0,563	0,76	0,656
100	0,582	0,515	0,482	0,726	0,61
110	0,512	0,44	0,413	0,693	0,562
120	0,48	0,383	0,35	0,66	0,518
130	0,397	0,33	0,302	0,63	0,475
140	0,348	0,285	0,256	0,595	0,435
150	0,305	0,25	0,226	0,562	0,4
160	0,27	0,22	0,2	-	-
170	0,24	0,195	0,178	-	-

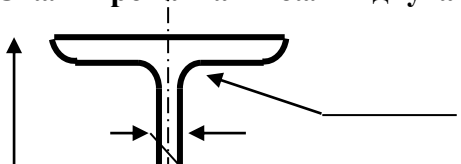
Коэффициенты приведения длины

Способ закрепления концов стержня				
Коэффициент μ	1	2	0,7	0,5

Моменты инерции простых геометрических фигур

Сечение	J_x	J_y
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{b^3h}{12}$
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$
	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{b^3h}{36}$
	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0.05D^4$	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0.05D^4$
	$0{,}00686\,D^4 \approx 0.11D^4$	$\frac{\pi D^4}{128} \approx 0.025D^4$

Сталь прокатная – балки двутавровые



h – высота балки

уклон не b – ширина полки

d более 12% t – средняя толщина полки

h J - момент инерции

x W – момент сопротивления

b-d S – статический момент сопративления

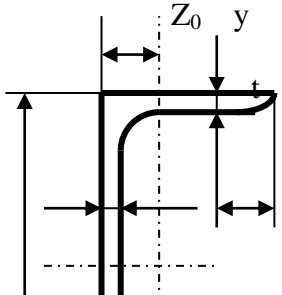
4 i – радиус инерции

d - толщина стенки

t

b

№ пр-ля	Масса 1м длины проката	Размеры				Площадь сечения	Справочные величины для осей						
		h	b	d	T		x-x				y-y		
							J_x	W_x	i_x	S_x	J_y	W_y	i_y
	кг	мм				$см^2$	$см^4$	$см^3$	см	$см^3$	$см^4$	$см^3$	см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5.0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,4	18,4	1,88
18а	19,9	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,08
20а	22,7	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22а	25,8	220	120	5.4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5.6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24а	29,4	240	125	5.6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27а	33,9	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30а	39,2	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,4	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108	600	190	12,0	17,8	130	70806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54



Сталь прокатная швеллеры

h - высота швеллера;

$\frac{b-d}{2}$

d

h x

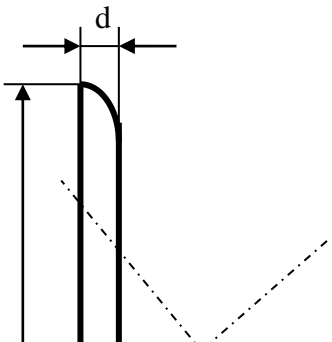
Не более

более 10%

b

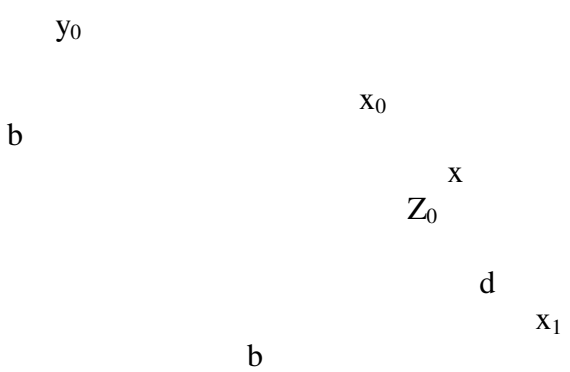
b-ширина полки;
d- толщина стенки;
t- средняя толщина полки;
J- момент инерции;
W- момент сопротивления;
i- радиус инерции;
S- статический момент полусечения;
z_0 – расстояние от оси у-у до наружней грани стенки;

№ пр-ля	Масса 1 м длины проката	размеры				S сечения	Справочные величины для осей							
		h	b	d	t		x-x				y-y			Z_0
							J_x	W_x	i_x	S_x	J_y	W_y	i_y	
	кг	мм				$см^2$	$см^4$	$см^3$	см	$см^3$	$см^4$	$см^3$	см	см
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,.5	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,.05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14а	13,.3	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	!,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16а	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18а	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20а	19,8	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22а	22,6	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24а	25,8	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,73



Сталь прокатная угловая равнополочная

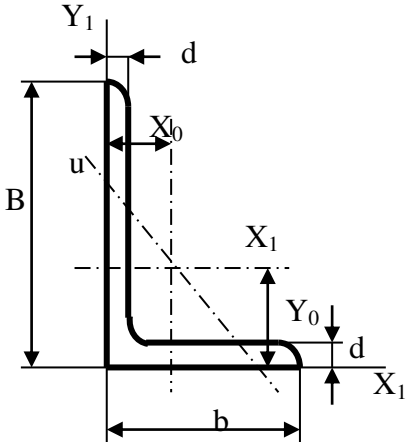
b- ширина полки;



d- толщина полки;
J- момент инерции;
i- радиус инерции;
z_0 – расстояние от центра тяжести до полки ;

№ пр-ля	размеры		S профиля	Масса 1 м длины проката	Справочные величины для осей							
	b	d			x-x		x_0 x_0		y_0- y_0		x_1-x_1	z_0+d
					J_x	i_x	J_{x0} max	i_{x0} max	J_{y0} min	i_{y0} min	J_{x1}	
	мм		$см^2$	кг	$см^4$	см	$см^4$	см	$см^4$	см	$см^4$	см
2	20	3	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60
		4	1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64
2,5	25	3	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73
		4	1,86	1,46	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76
2,8	28	3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80
3,2	32	3	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89
		4	2,43	1,91	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94
3,6	36	3	2,10	1,65	2,59	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99
		4	2,75	2,16	3,29	1,09	5,21	1,.38	1,36	0,70	6,24	1,04
4	40	3	2,.35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,59	1,90	0,78	8,53	1,13
4,5	45	3	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21
		4	3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26
		5	4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	20,4	1,33
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,.42
5,6	56	4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,.88
		5	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6	8,15	6,.39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,.4	1,94
7,5	75	5	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8	11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113	2,15
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18
8	80	5,5	8,.63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6	9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,8	1,58	102	2,19
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
9	90	6	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
		7	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
		8	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,.51
		9	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55
		6,5	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71

10	100	8	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16	29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
11	110	7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
12,5	125	8	19,7	15,.5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		9	22,0	17,.3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53
		14	33,4	26,2	482	3,.80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
		16	37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68
14	140	9	24,7	19,4	466	4,34	739	5,.47	192	2,.79	818	3,78
		10	27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,.82
		12	32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,.76	1097	3,90



Сталь прокатная угловая неравнополочная

B – ширина большей полки
b – ширина меньшей полки
d – толщина полки
J – момент инерции
i – радиус инерции
X_0-Y_0 – расстояния от центра тяжести до полок

№ пр-ля	размеры			Площадь профиля	Масса 1 м длины проката	Справочные величины для осей										
						x-x		y-y		x_1-x_1		y_1-y_1		u-u		
	B	b	d			J_x	i_x	J_y	i_y	J_{x1}	Расстояние от центра тяжести y_0	J_{y1} min	Расстояние от центра тяжести x_0	J_u min	I_u min	Угол наклона оси tgα
	мм			См^2	кг	См^4	см	См^4	см	См^4	см	См^4	см	См^4	см	
5,6/3,6	56	36	4	3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,406
			5	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404
6,3/3,6	63	40	4	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397
			5	4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,73	0,86	0,396
			6	5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393
			8	7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386
7/4,5	70	45	5	5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406
7,5/5	75	50	5	6,11	4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			6	7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435
			8	9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,403
8/5	80	50	5	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,378
			6	7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386
9/5,6	90	56	5,5	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6	8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
			8	11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380

10/6,3	100	63	6	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7	11,1	8,70	113	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37	0,392
			8	12,6	9,87	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
			10	15,5	12,1	154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
11/7	110	70	6,5	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			8	13,9	10,9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5/8	125	80	7	14,1	11	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1,76	0,407
			8	16,0	12,5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75	0,406
			10	19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
			12	23,4	18,3	365	3,95	117	2,24	781	4,22	210	2	69,5	1,72	0,400
14/9	140	90	8	18,0	14,1	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10	22,2	17,5	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409

Список литературы

1. А.И. Аркуша Техническая механика Теоретическая механика. Сопротивление материалов.Учебник 7-е издание. М. Высшая школа 2008
2. В.И. Сетков. Техническая механика для строительных специальностей – М: Издательский центр «Академия» 2009.
3. В.И. Сетков. Сборник задач по технической механике. –М: Издательский центр «Академия» 2009.
4. В.П. Олофинская. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий. –М: Форум: ИНФРА-М, 2010.

Дополнительные источники:

1. В.П. Олофинская. Техническая механика. Сборник тестовых заданий.-М: Форум – ИНФРА- М, 2008.