ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Сибирский колледж транспорта и строительства

СБОРНИК ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 МАТЕМАТИКЕ

для специальности

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

базовая подготовка

среднего профессионального образования

Иркутск 2022 г.

РАССМОТРЕНО:
Цикловой методической
Комиссией Математики
Председатель ЦМК: _____/Т.П. Новикова
«08» июня 2022 г.

Составитель: Г.Г. Убоженко, преподаватель высшей категории, Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения».

Содержание:

Практическая работа № 1. Вычисление пределов.

Цель работы: формировать умение вычислять пределы.

Ход работы

1*) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)*

- Что понимают под пределом функции на бесконечности?
- Что понимают под пределом функции в точке?
- Какая функция называется непрерывной в точке на промежутке X?
- Какие арифметические операции можно выполнять над пределами?
- Как вычислить предел во внутренней точке области определения любой элементарной функции?
- Какая функция называется бесконечно малой (бесконечно большой) в точке на бесконечности?
- Какова взаимосвязь между бесконечно малыми и бесконечно большими?
- Каковы основные приемы раскрытия неопределенностей: $0 \cdot \infty, \infty - \infty$, ?

2*) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)*

Вычислить пределы функций

$$1)\ \lim_{x\to\frac{n}{m}} \frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m} \qquad 2)\ \lim_{x\to\infty} \frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$$

$$3)\ \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+m\cdot x+n}-\sqrt{x^2-n\cdot x+m})$$

$$4)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin n\cdot x}{m\cdot x} \qquad 5)\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{m\cdot x-n}{m\cdot x+n}\right)^{(m+n)\cdot x}$$

Вариант	m	n
1	3	4
2	4	5
3	6	7

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

Вычислить пределы функций

$$1)\ \lim_{x\to\frac{n}{m}} \frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m} \qquad 2)\ \lim_{x\to\infty} \frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$$

$$3)\ \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+m\cdot x+n}-\sqrt{x^2-n\cdot x+m})$$

$$4)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sin n\cdot x}{m\cdot x} \qquad 5)\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{m\cdot x-n}{m\cdot x+n}\right)^{(m+n)\cdot x}$$

Вариант	m	n
1	8	9

2	6	4
3	4	3

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 2 Решение задач с использованием производной.

Применение производной для отыскания наибольших и наименьших значений величин

Алгоритм отыскания наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции y = f(x)на отрезке [a ; b]:

1.Найти производную функции f(x)′

2.Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка [a ; b]

3.Вычислите значения функции y = f(x) в точках, отобранных на втором шаге (п. 2). и в точках a и b; выбрать среди значений наименьшее (это будет У*наим*.) и наибольшее (это будет У*наибольш*.)

Например: найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^3 – 3x^2 – 45x + 1$ на отрезке [- 4; 6]

Решение: воспользуемся алгоритмом.

1) $y' = 3x^2 – 6x – 45$
2) $3x^2 – 6x – 45 = 0$

$x^2 – 2x – 15 = 0$

$x_1 = - 3$ $x_2 = 5$ видим, что обе точки принадлежат отрезку [- 4; 6]

3)Найдем значение функции в этих точках и концах отрезка:

y(- 3) = 82 y(5) = - 174

y(-4) = 69 y(6) = -161

Выберем среди найденных значений наибольшее и наименьшее:

У*наим.* = - 174, при x = 5, У*наибольш.* = 82, при x = - 3

Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин

Бак, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать V литров воды. При какой стороне основания площадь поверхности бака (без крышки) будет наименьшим?

Решение:

Первый этап. Составление математической модели.

1) Оптимизируемая величина (О.В.) – площадь поверхности бака, поскольку в задаче требуется выяснить, когда эта площадь будет наименьшей. Обозначим О.В. буквой S.

2) Площадь поверхности зависит от измерений прямоугольного параллелепипеда. Объявим независимой переменной (Н.П.) сторону квадрата, служащего основанием бака; обозначим ее буквой x. Ясно, что $x > 0$. Других ограничений нет, значит, $0 < x < +\infty$. Таковы реальные границы изменения независимой переменной: $x = (0; +\infty)$

3)Если h – высота бака, то $V = x^2h$, откуда находим $h = \frac{V}{x^2}$.

Поверхность бака состоит из квадрата со стороной x и четырех прямоугольников со сторонами x и $\frac{V}{x^2}$. Значит, $S = x^2 + 4 \cdot \frac{V}{x^2}. \cdot x = x^2 + \frac{4V}{x}$.

Итак, $S = x^2 + \frac{4V}{x}$, где x $(0; +\infty)$.

Математическая модель задачи составлена.

Второй этап. Работа с составленной моделью.

На этом этапе для функции $S = x^2 + \frac{4V}{x}$, где $x \in (0; +\infty)$, надо найти У*наим.* Для этого нужна производная функции:

$$S' = 2x - \frac{4V}{x^2} = \frac{2(x^3-2V)}{x^2}$$

На промежутке $(0; +\infty)$ критических точек нет, а стационарная точка только одна: $S'=0$, при $x = \sqrt[3]{2V}$.

Заметим, что при $x < \sqrt[3]{2V}$ выполняется неравенство $S' < 0$, а при $x > \sqrt[3]{2V}$ выполняется неравенство $S' > 0$. Значит $x = \sqrt[3]{2V}$. – единственная стационарная точка, причем точка минимума функции на заданном промежутке, а потому в этой точке функция достигает своего наименьшего значения.

Третий этап. Ответ на вопрос задачи.

В задаче спрашивается, какой должна быть сторона основания, чтобы бак имел наименьшую поверхность. Мы выяснили, что сторона квадрата, служащего основанием такого бака, равна $\sqrt[3]{2V}$.

Применение производной в физике и геометрии.

Используя геометрический смысл производной, можно исследовать функцию на монотонность и экстремумы, находить уравнение касательной, проведенной к графику функции. С этим вы уже познакомились ранее.

Используя физический смысл производной можно находить скорость функции в некоторый момент времени.

Например: Материальная точка движется по прямой согласно закону

$s(t) = 12t^2 - \frac{2}{3}t^3$, где s(t) – путь в метрах и t – время в секундах. Найдите скорость в момент времени t = 2с.

Решение: $v = s(t)' = (12t^2 - \frac{2}{3}t^3)' = 24t - 2t^2$

$v(2) = s(2)' = 24 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2 = 16$ м/с

Задачи:

1.Число 10 представьте в виде суммы двух неотрицательных чисел так, чтобы сумма этих чисел была наибольшей.

2.Из круглого бревна диаметром 40см требуется вырезать балку прямоугольного сечения с основанием b и высотой h. Прочность балки пропорциональна bh^2. При каких значениях b и h прочность будет наибольшей?

3.Круглый металлический диск расширяется при нагревании так, что его радиус равномерно увеличивается на 0,01 см/с. С какой скоростью увеличивается площадь диска, когда его радиус равен 2 см?

4.Колесо вращается так, что угол поворота пропорционален квадрату времени. Первый оборот был сделан колесом за 8 с. Найдите угловую скорость колеса через 48с после начала вращения.

5.Длина вертикально стоящей лестницы равна 5м. Нижний конец лестницы начинает скользить с постоянной скоростью 2 м/с. С какой скоростью опускается в момент времени t верхний конец лестницы, с каким ускорением?

6.Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке [-1;1]

7. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ на отрезке [3;4]

Выполнить самостоятельно:

1.Сумма длин катетов прямоугольного треугольника равна 20 см. Какой длины должны быть катеты, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

2.Круглый металлический диск расширяется при нагревании так, что его радиус равномерно увеличивается на 0,01 см/с. С какой скоростью увеличивается площадь диска, когда его радиус равен 2 см?

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^4 - 2x^2 + 4$ на отрезке [2;3]

Практическая работа№ 3. Вычисление неопределенных интегралов

Цель работы: закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов различными способами.

Ход работы:

1*) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)*

- Что является основной задачей интегрального исчисления?
- Какая функция называется первообразной для данной функции на заданном промежутке? (пример)
- В чем состоит основное свойство первообразной?
- Что называется неопределенным интегралом?
- Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
- Чему равны производная и дифференциал неопределенного интеграла?

- В чем заключаются правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
- В чем заключаются правило интегрирования алгебраической суммы функций?
- Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
- В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
- Как из формул дифференцирования получают формулы интегрирования?
- В чем состоит метод непосредственного интегрирования функций? (пример)
- Как проверить, правильно ли найден интеграл?
- В чем состоит метод подстановки при нахождении неопределенного интеграла? (пример).
- В чем состоит метод интегрирования по частям? (пример).

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Задание. Найти неопределенный интеграл.

- $\int (m \cdot x^n - \frac{n}{\sqrt[m+1]{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x) dx$
- $\int \frac{m+n}{m \cdot x + n} dx$
- $\int (m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m \cdot n} dx$
- $\int x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m) dx$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{m \cdot x} dx$

Вариант	m	n
1	3	4
2	4	5
3	6	7

3) ***Упражнения из учебника (в группах, взаимопроверка по ответам в учебнике)***

1. Непосредственное интегрирование**:** гл.5. №№ 35,39, 42, 67(образцы), 40,44,71,100.
2. Интегрирование подстановкой: гл.5. №№146,151,156,182(образцы), 150, 152,163,186.

4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Задание. Найти неопределенный интеграл.

- $\int (m \cdot x^n - \frac{n}{\sqrt[m+1]{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x) dx$
- $\int \frac{m+n}{m \cdot x + n} dx$
- $\int (m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m \cdot n} dx$
- $\int x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m) dx$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{m \cdot x} dx$

Вариант	m	n

1	7	8
2	2	3
3	6	3

5) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа№ 4. Вычисление площадей и объемов тел.

Цель работы: формировать навыки применения определенного интеграла при решении задач прикладного характера.

Ход работы

1*) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)*

- Что такое определенный интеграл от функции $y = f(x)$ по отрезку $[a; b]$?
- В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
- В чем состоит физический смысл определенного интеграла?
- С помощью какой формулы вычисляют определенный интеграл?
- Каковы основные свойства определенного интеграла?
- Какова схема решения задачи на вычисление площади фигуры с помощью определенного интеграла?
- Какова схема решения физических задач с помощью определенного интеграла?
- а) вычисление пути, пройденного телом при неравномерном движении,
  б) вычисление работы, затраченной на растяжение или сжатие пружины.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)$y = \sqrt{x}, y = 2,\ x = 9$ б)$y = x^2, y = 2 - x, \mathrm{y} = 0.$

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v(t) = 3t^2 - 2t - 1(^{\mathrm{м}}/_{\mathrm{c}})$

Вычислить путь, пройденный точкой за 5 секунд после начала движения.

3. Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 6 см, если для сжатия ее на 3 см нужно приложить силу 15 Н.

3) ***Упражнения из учебника (в группах, взаимопроверка по ответам в учебнике)***

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: № 307,308-криволинейная трапеция,

№№ 320,326 гл. 5 (образцы), №№ 317(сумма), 329(разность) криволинейных трапеций.

2. вычисление пути, пройденного телом при неравномерном движении:

№№366,370,371(образцы), 368,372,374.

3. вычисление работы, затраченной на растяжение или сжатие пружины:

№№381,382 гл.5 (образцы), 383, 384.

4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)$y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = -1, x = 2$ б)$y = x^2 - 8x + 16, y = 6 - x.$

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v(t) = 3t^2 + t + 1(^{м}/_{с})$

Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды после начала движения.

3. Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 2 см, если для сжатия ее на 4 см нужно приложить силу 40 Н.

5) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Задания:

1. Найдите объём тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 6 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета.

2. Моток медной проволоки длиной 150 м имеет массу 604 г. Найдите диаметр проволоки в миллиметрах, если плотность меди 8900 кг/м^3.

2. Радиус круглого железного стержня 10 мм, длина 3 м. Найдите массу стержня в килограммах, если плотность материала 7800 кг/м^3.

3. Найдите массу круглой медной пластины, радиус которой 75 мм, а толщина 25 мм; плотность меди 8800 кг/м^3.

3. Цилиндрическая цистерна, внутренний радиус которой 18 м, имеет высоту 10,5 м. Какое количество нефти вмещает цистерна, если плотность нефти 850 кг/м^3? Выполните вычисления с точностью до 1 т.

4. Цилиндрическая труба с толщиной стенок 5 мм имеет внутренний диаметр 75 мм. Найдите массу трубы длиной 6 м, если плотность чугуна, из которого сделана труба, равна 7200 кг/м^3.

4. Высота цилиндрической консервной банки, вместимость которой 4000 см^3, равна диаметру дна. Найдите высоту и радиус банки.

5. Куча щебня имеет форму конуса, образующая которого равна 5 м, а радиус основания 4 м. Сколько рейсов должен совершить 3 – тонный грузовик, чтобы перевезти кучу щебня? Плотность щебня 2200 кг/м^3.

5. Куча песка имеет форму конуса, образующая которого равна 7,1 м; длина окружности основания кучи 31,4 м. За сколько рейсов 5 – тонный самосвал перевезёт кучу песка, если плотность песка 1000 кг/м^3?

6. Радиусы оснований усечённого конуса равны 8 м и 4 м, образующая наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите объём усечённого конуса.

6. Сосуд имеет форму усечённого конуса. Высота сосуда 54 см, а длины окружностей оснований 1,32 см и 1,92 см. Найдите вместимость сосуда в литрах.

7. Требуется отлить металлический шар диаметром 5 см из шаров диаметром 1 см. Сколько для этого потребуется шаров?

7. Пять шаров, радиусы которых равны 10, 20, 30, 40 и 49 мм, нужно переплавить в один шар. Найдите радиус этого шара.

Критерии оценки: «5» - решены правильно все задачи;

«4» - решены все задачи, но в одной из них допущена ошибка;

«3» - решены правильно три задачи.

Практическая работа№ 5.

Применение векторов при решении геометрических и практических задач.

Цель работы: Формировать умение решать основные задачи метода координат на плоскости. Способствовать формированию следующих компетенций: ОК 4, ОК 6, ОК 7, 2.2.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Напишите формулы для вычисления расстояния между двумя точками и деления отрезка в данном отношении.
- Как найти координаты середины отрезка?
- Как найти угловой коэффициент прямой, если она задана общим уравнением?
- Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности прямых.
- Что представляет собой уравнение пучка прямых?
- Напишите уравнение прямой, проходящей через две точки.
- Как найти расстояние от точки до прямой?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Точки А (2; -1), N (-1; 4), Р (-2; 2) являются серединами сторон треугольника. Определить его вершины.

2. Даны вершины треугольника А (1; 4), В (3; -9), С (-5; 2). Определить длину его медианы, проведенной из вершины В.

3. Даны вершины однородной треугольной пластинки А (x1; y1), В (x2; y2), С (x3; y3). Определить координаты ее центра масс. Центр масс находится в точке пересечения медиан.

4. Даны две смежные вершины квадрата А (3; -7) и В (-1; 4). Вычислить его площадь.

5. Доказать, что точки А (3; -5), В (-2; -7), С (18; 1) лежат на одной прямой.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (взаимопроверка по эталону решения).

1. три вершины параллелограмма А (3; -5), В (5; -3), С (-1; 3). Определить четвертую вершину D, противоположную В.

2. Отрезок, ограниченный точками А 1; -3), В (4; 3) разделен на три равные части. Определить координаты точек деления.

3. Вычислить площадь треугольника, вершинами которого являются точки: А (2; -3), В (3; 2), С (-2; 5);

4. Даны точки А (0; 0), В (3; -4), С (-3; 4), D (-2; 2), Е (10; -3). Определить расстояние d между точками:

а) А и В. б) В и С.

5. Даны вершины треугольника А (1; -3), В (3; -5), С (-5; 7). Определить середины его сторон.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа№ 6.

Решение задач на применение уравнений прямых.

Цель работы: Формировать умение решать задачи на взаимное расположение прямых. Способствовать формированию следующих компетенций: ОК 6, ОК 7, ОК 8, ПК 1.2.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Как найти координаты середины отрезка?
- Как найти угловой коэффициент прямой, если она задана общим уравнением?
- Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности прямых.
- Что представляет собой уравнение пучка прямых?

- Напишите уравнение прямой, проходящей через две точки.
- Как найти расстояние от точки до прямой?
- Каковы формулы для вычисления расстояния между двумя точками и деления отрезка в данном отношении. .

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Определить какие из точек M1 (3;1), M2 (2;3), M3 (6;3), M4 (-3; -3), M5 (3; -1), M6(- 2;1) лежат на прямой 2x-3y-3=0 и какие не лежат на ней.

2. Найти точку пересечения двух прямых 3x-4y-29=0, 2x+5y+19=0.

3. Стороны треугольника лежат на прямых x+5y-7=0, 3x-2y-4=0 7x+y+19=0. Вычислить площадь треугольника.

4. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину B (2; -1), а также уравнение высоты 3x-4y+27=0 и биссектрисы x+2y-5=0, проведенных из различных вершин.

5. Определить угол φ образованный двумя прямыми: 5x-y+7=0, 3x+2y=0;

6. Дана прямая: 2x+3y-6=0;

Составить для нее уравнение «в отрезках» и построить эту прямую на чертеже.

7. Найти точку M1, симметричную точке M2(8; -9) относительно прямой, проходящей через точки A (3; -4) и B (-1; -2).

8. Доказать, что в следующих случаях две данные прямые параллельны:

1) 3x+5y-4=0, 6x+10y+7=0;

9. Найти центр пучка прямых, данного уравнениями

$\alpha(2x+3y-1) + \beta(x-2y-4) = 0$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (взаимопроверка по эталону решения).

1. Точки P1, P2, P3, P4, P5 расположены на прямой 3x-2y-6=0; их абсциссы соответственно равны числам 4, 0, 2, -2, -6. Определить ординаты этих точек.

2. Стороны треугольника AB, BC и AC треугольника ABC даны соответственно уравнениями 4x+3y-5=0, x-3y+10=0, x-2=0. Определить координаты его вершин

3. Дана прямая 5x+3y-3=0. Определить угловой коэффициент k прямой:

1) параллельной данной прямой

2) перепендикулярной к данной прямой.

4. Даны вершины треугольника A(4;6), B(-4;0), C (-1; -4). Составить урав-

нения

а) трёх его сторон;

б) медианы, проведённой из вершины А;

5. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину С (4; -1), а также уравнение высоты 2x-3y+12=0 и медианы 2x+3y=0, проведенных из одной вершины.

6. Найти проекцию точки Р(-8;12) на прямую, проходящую через точки А (2; -3) и В(-5;1).

7. Найти уравнение прямой, принадлежащей пучку прямых $\alpha(x+2y-5) + \beta(3x-2y+1) = 0$ и

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа№ 7.

Решение задач на применение кривых второго порядка.

Цель работы: Формировать умение составлять уравнения прямых и кривых второго порядка и умение строить их. Способствовать формированию следующих компетенций: ОК 2, ОК 6, ПК 2.2.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Как записать параметрическое уравнение гиперболы?
- Как записать параметрическое уравнение эллипса?
- Как записать параметрическое уравнение параболы?
- Что называют фокусами, большой и малой осью, эксцентриситетом параболы?
- Что называют фокусами, большой и малой осью, эксцентриситетом гиперболы?
- Что называют фокусами, большой и малой осью, эксцентриситетом эллипса?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Составить уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: S (4; -7), r = 5

2. Для указанной окружности определить координаты центра S и радиус r $x^2+y^2+7y-18=0$. Построить эту кривую.

3. Составить уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку M (2; 1).

4. Найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет эллипса: $16x^2+25y^2=400$

5. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы: а) $4x^2-5y^2-100=0$ б) $x^2-3y^2+6y-15=0$

6. Найти координаты фокуса и написать уравнение директрисы для параболы $y^2=8x$

7. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, зная координаты фокуса: F (0; 4).

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Составить уравнение окружности с центром в заданной точке S и данным радиусом r: S (2; -3), r = 3;

2. Для указанной окружности определить координаты центра S и радиус r:

а) $4x^2+4y^2+16x-32y-41=0$

3. Составить уравнение окружности касающейся координатных осей и лежащей в IV четверти, если ее радиус равен 4.

4. Найти координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет эллипса: $25x^2+9y^2=900$

5. Найти координаты вершин, оси, фокусы, эксцентриситет и уравнения асимптот гиперболы: а) $16x^2-9y^2+144=0$ б) $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$

6. Найти координаты фокуса и написать уравнение директрисы для параболы $x^2=-16y$

7. Составить уравнение параболы с вершиной в начале координат, зная координаты фокуса: F (6; 0).

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 8 Вычисление площадей.

Призма – многогранник, состоящий из двух равных многоугольников, лежащих в параллельных плоскостях, и параллельных отрезков, соединяющих соответственные вершины этих многоугольников.

Многоугольники называются основаниями призмы, параллельные отрезки – боковыми ребрами.

Название призмы происходит от названия многоугольника, лежащего в основании призмы: треугольная, четырехугольная и т.д.

Призма называется прямая, если ее боковые ребра перпендикулярны основанию, в противном случае призма называется наклонная.

Площадь полной поверхности призмы состоит из площади боковой поверхности и двух площадей оснований.

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sбок = Pосн · h, если призма прямая, то h = H

Формула для нахождения объема призмы:

V = Sосн. · H

Задача: найти площадь полной поверхности и объем правильной четырехугольной призмы, сторона основания которой равна 5м, высота7м.

Решение: $ABCDAA_1B_1C_1D_1$ - правильная четырехугольная призма – это прямая призма, в основании которой лежит квадрат.

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sосн. = Sкв.= $AB^2 = 5^2 = 25м^2$

Sбок = Pосн · h, h = H = 7м

Pосн = Pкв = 4AB = 4· 5 = 20м

Следовательно: Sбок = 20 · 7 = $140м^2$

Следовательно: Sполн. = 140 + 2 · 25 = $190м^2$

V = Sосн. • H

Следовательно: V = 25 · 7 = $175м^3$

Пирамида – это многогранник, состоящий из плоского многоугольника, точки, лежащей вне плоскости этого многоугольника и отрезков, соединяющих эту точку с вершинами многоугольника.

Этот многоугольник называется основанием пирамиды, отрезки – боковыми ребрами.

Боковые грани пирамиды – треугольники. Пирамида называется прямой, если ее высота падает в центр основания.

Пирамида называется правильной, если она прямая и в основании лежит правильный многоугольник.

Площадь полной поверхности пирамиды состоит из площади боковой поверхности и площади основания.

Sполн. = Sбок. + Sосн.

Sбок = $\frac{1}{2}$Pосн · h, где h – высота боковой грани – апофема.

Формула для нахождения объема призмы:

V = $\frac{1}{3}$Sосн. · H

Цилиндр – это тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг одной из его сторон. Эта сторона называется осью вращения, а сторона ей противоположная – образующей, т.к. при вращении она образует поверхность цилиндра. У прямого цилиндра высота и образующая совпадают.

Основание цилиндра – круг.

Осевое сечение цилиндра – прямоугольник.

Площадь полной поверхности цилиндра состоит из площади боковой поверхности и двух площадей оснований.

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sосн. = πR^2 – площадь круга.

Sбок = l· a, где a – образующая

$l = 2\pi R$

Формула для нахождения объема призмы:

V = Sосн. · H, где H = a

Задача: найти площадь полной поверхности и объем цилиндра, радиус основания которого 9см, а диагональ осевого сечения 30см.

Решение:

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sосн. = πR^2

R = 9см, по условию, следовательно, Sосн. = 81πсм^2

Sбок = $l \cdot$ а, где а – образующая

l = 2πR, следовательно, l = 18πсм.

Пусть осевое сечение цилиндра есть прямоугольник ABCD с диагональю BDтогда образующая а = АВ. Чтобы найти АВ рассмотрим треугольник ABD. Он прямоугольный, т.к. является половиной прямоугольника. АВ = Dкр = 2R = 2 · 9 = 18см

Тогда по теореме Пифагора, $BD^2 = AB^2 + AD^2$, следовательно, АВ = $\sqrt{BD^2 - AD^2}$ =

$\sqrt{30^2 - 18^2} = \sqrt{900 - 324} = \sqrt{576}$ = 24см.- а

Следовательно, Sбок = 18π · 24 = 432πсм^2

Следовательно, Sполн. = 432π + 2 · 81π = 432π +192π = 624πсм^2

V = Sосн. · Н, Н = а

V = 81π · 24 = 1944πсм^3

Конус – это тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов. Этот катет называется осью вращения, а гипотенуза – образующей, т.к. образует при вращении поверхность конуса.

Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник.

В основании конуса лежит круг.

Площадь полной поверхности пирамиды состоит из площади боковой поверхности и площади основания.

Sполн. = Sбок. + Sосн.

Sбок = $\frac{1}{2}l$осн · а, где а – образующая

Формула для нахождения объема призмы:

V = $\frac{1}{3}$Sосн. · Н

Задачи:

1 В правильной четырехугольной призме боковое ребро 12 см, а диагональ боковой грани 20 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы.

2. В правильной четырехугольной призме боковое ребро 24м, а диагональ боковой грани 26м. Найти площадь полной поверхности и объем призмы.

3. В правильной четырехугольной призме боковое ребро 40 см, а диагональ боковой грани 50 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы.

4. В правильной четырехугольной пирамиде апофема равна 20см, а высота самой пирамиды 16см. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.

5. Измерения прямоугольного бруска 3см, 4см, 5см. Если увеличить каждое ребро на х см, то поверхность увеличится на 54см^2. Как увеличится объем?

6.Чугунная труба имеет квадратное сечение, ее внешняя ширина25см, толщена стенок 3см. Какова масса одного погонного метра трубы (плотность чугуна 7,3 г/см^3)?

7. Образующая конуса 65 см, высота 52см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
8. Образующая конуса 45 см, высота 27см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
9. Образующая конуса 35 см, высота 28см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
10. Образующая конуса 25 см, высота 20см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.

11. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2м, а образующая 2,5м. Найдите объем кучи щебня.

12. Свинцовая труба (плотность свинца 11,4 г/см^3) с толщиной стенок 4 мм имеет внутренний диаметр 13 мм. Какова масса 25м этой трубы?

Практическая работа №9
Решение задач на объемы

Цель работы: целью выполнения практической работы является овладение студентом основами проектирования технологии разработки грунта при отрывке котлована под сооружение; кроме того, студент должен познакомиться с методикой разработки основного документа проекта производства работ – элементов технологической карты на отрывку котлована под сооружение.

Общая часть

Объёмы земляных масс подсчитывают многократно: в процессе проектирования – по чертежам, при выполнении строительных процессов – по натуральным замерам.

В состав земляных работ обычно входят:

вертикальная планировка площадок;

Вертикальную планировку выполняют для выравнивания естественного рельефа площадок, отведённых под строительство различных зданий и сооружений, а также для благоустройства территорий. Земляные работы по вертикальной планировке включают выемку грунта на одних участках площадки, перемещение, отсыпку и уплотнение его на других участках (в зоне насыпи).

Вертикальную планировку площадок на участке выемок осуществляют до устройства в них коммуникаций и фундаментов, а на участке насыпей – после устройства этих сооружений.

Объёмы работ по вертикальной планировке площадок измеряются квадратными метрами поверхности.

разработка котлованов и траншей;

Подсчёт объёмов разрабатываемого грунта сводится к определению объёмов различных геометрических фигур, определяющих форму того или иного земляного сооружения. При этом допускается, что объём грунта ограничен плоскостями, и отдельные неровности не влияют на точность расчёта.

Объём грунта измеряют кубическими метрами плотного тела.
Объём котлована вычисляют по формуле:

$$V_к = н/6 \cdot [(2a + a1) \cdot b + (2a1 + a) \cdot b1],$$

где ***H*** – глубина котлована, м;
a, b – длины сторон котлована у основания, м;
a_1, b_1 – длины сторон котлована поверху (***a_1=a+2Hm; b_1=b+2Hm***);
m – коэффициент откоса.

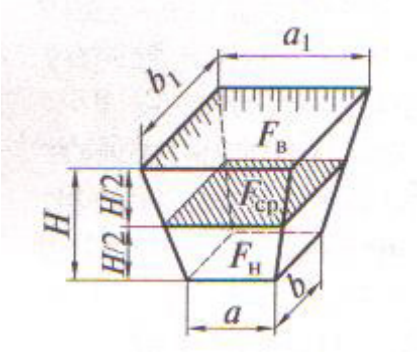


Рис.1 *Геометрическая схема определения объёма котлована*

При отрывке ям под отдельно стоящие фундаменты иногда используют формулу:

$$V_к = н/3\ (F_н + F_в + \sqrt{F_н + F_в}),$$

где ***$F_н$*** и ***$F_в$*** – соответственно площади котлована по дну и поверху, м^2.
При расчёте объёмов траншей и других линейно протяжённых сооружений их продольные профили делят на участки между точками перелома. Для каждого такого участка объём траншеи вычисляют отдельно, после чего их суммируют. Так, объём траншеи на участке между пунктами 1 и 2:

$$V1 – 2 = [Fср + m\ (h1 – h2)2/12] \cdot l1\text{-}2$$

или

$$V1 – 2 = [f1/2 + f2/2 – m \cdot (h1 – h2)2/6] \cdot l1\text{-}2$$

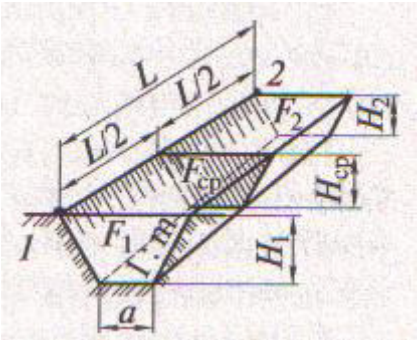


Рис.2 *Геометрическая схема определения объёма траншеи*

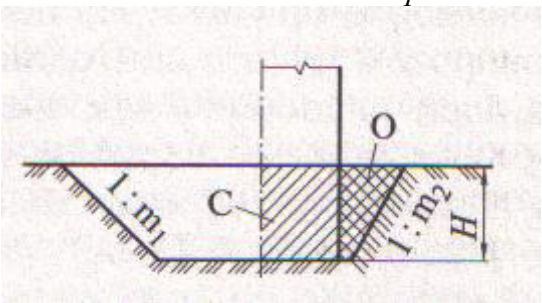


Рис.3 *Разрез котлована:*
С – сооружение, О – обратная засыпка

обратная засыпка грунта;

Для определения объёма обратной засыпки пазух котлована (траншеи), когда объём его (её) известен, нужно из объёма котлована (траншеи) вычесть объём подземной части сооружения (объём фундамента):

Практическая работа № 10. Решение вероятностных задач.

Цель работы: формировать умение решать простейшие комбинаторные задачи

Ход работы

1*) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)*

- Сформулировать определение вероятности.
- Сформулировать свойства вероятности.
- Сформулировать теорему сложения вероятностей.
- Сформулировать теорему вероятности произведения двух зависимых событий
- Записать формулу Байеса.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

№№1,7, 13, 19, 25.

1.Решить задачу на использование классического определения вероятности:

1.	Из букв слова «вероятность» наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбранная буква будет: А-согласной; В – гласной; С – буква «о».	4.	В урне 6 белых и 4 черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны вынимают еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.
2.	Из урны, содержащей 10 белых шаров и 8 черных, вынимают подряд все находящиеся в ней шары. Найти вероятность того, что вторым по порядку будет вынут белый шар.	5.	Бросаются две монеты. Какова вероятность, что обе монеты упадут «решкой» кверху.
3.	В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Найти вероятность следующих событий: А- сумма номеров вынутых шаров не меньше 7; В-сумма номеров вынутых шаров равна 11; С-сумма номеров вынутых шаров не больше 11.	6.	Все натуральные числа от 1 до 30 написаны на одинаковых карточках и положены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 5?

2. Решить задачу на использование классического определения вероятности:

7.	Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность следующих событий: А- появление не менее 4 очков; В- появление не более 4 очков.	10.	Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что абсолютная величина выпавших очков равна 2?
8.	Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность того, что оба раза появиться одинаковое число очков.	11.	В лотерее 1000 билетов. Из них два билета выпадает выигрыш 200 рублей, на 4 билета -100 рублей, на десять – по 20 рублей, на тридцать – по 10 рублей, на

			пятьдесят - по 5 рублей, на двести – по 1 рублю, остальные билеты без выигрыша. Какова вероятность выигрыша по билету не менее 5 рублей?
9.	Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятности следующих событий: А- сумма выпавших очков равна 6. В- произведение выпавших очков равно 6.	12.	Произвольным образом выбирается двузначное число. Какова вероятность того, что это число окажется: А-кратным 3; В- кратным 6; С- кратным 50.

3. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

13.	В ящике находятся пуговицы различных цветов белых– 50%; красных – 20%; зеленых – 20%; синих - 10%. Какова вероятность того, что взятая наугад пуговица окажется синего или зеленого цвета.	16.	В магазин поступили телевизоры, 60% которых поставило предприятие, 25% - второе и 15% - третье. Какова вероятность того, что купленный телевизор изготовлен на первом и третьем предприятии.
14.	Вероятность того, что стрелок, произведя выстрел выбивает 10 очков, равна 0,4; 9 очков -0,3 и, наконец 8 или меньше очков – 0,3. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет не менее 9 очков.	17.	Вероятность попадания в мишень для первого спортсмена 0,85, а для второго -0,8. Спортсмены независимо друг от друга сделали по одному выстрелу. Найти вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один спортсмен.
15.	При записи фамилий участников соревнований, общее число которых 420 оказалось, что начальной буквой фамилий у 10 из них была «А», у 6-«Е», у 9-«И», у 12-«О», у 5-«У», у 3-«Ю», у всех остальных фамилия начиналась с согласной. Определить вероятность, что фамилия участника начинается с гласной.	18.	Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна. Какова вероятность того, что будет вынута пика или туз?

2. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

19.	Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное или кратное трем число очков.	22.	Консультационный пункт университета получает пакеты с контрольными работами из городов А, В, С. Вероятность получения пакета из города А равна 0,6, а из города В- 0,1. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из города С.
20.	Найти вероятность того, что взятое наудачу двузначное число окажется кратным либо 2, либо 5,	23.	Из первого предприятия поступило 200 пробирок, из которых 190 стандартных, а со второго – 300, из

	либо тому и другому одновременно.		которых 280 стандартных. Найти вероятность того, что взятая наугад пробирка будет стандартной.
21.	В ящике имеются 30 шаров белого цвета и 5 черного. Из ящика наудачу берут один за другим 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.	24.	В мастерской два мастера работают независимо друг от друга. Вероятность того, что в течении часа первый мотор не потребует внимание мастера, равна 0,9, для второго мотора эта вероятность того, что в течении часа ни один из моторов не потребует внимания мастера.

3. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

25.	Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один вопрос?	28.	Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго -0,8, для третьего – 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка попадут в цель.
26.	Вероятность того, что в течение одного рабочего дня возникает неполадка в определенном медицинском приборе равна 0,05. Какова вероятность того, что не произойдет ни одной неполадки за 3 рабочих дня?	29.	В урне 5 белых и 10 черных шаров. Из урны вынимается один шар, отмечается его цвет и шар возвращается в урну. После этого из урны берется еще один шар. Найти вероятность того, что оба вынутые шара будут белыми.
27.	Вероятность того, что в летнюю сессию студент сдаст первый экзамен, равна 0,8; второй -0,9; третий – 0,8. Найти вероятность того, что он сдаст только первый экзамен.	30.	В урне 3 белых и 6 черных шаров. Из урны вынимаются сразу два шара. Найти вероятность того, что эти шары будут разных цветов.

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1.	2	8	14	20	26
2.	3	9	15	21	27
3.	4	10	16	22	28
4.	5	11	17	23	29
5.	6	12	18	24	30

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 11 Решение статистических задач

Дидактическая цель. Применение полученных знаний, умений и навыков в процессе выполнении самостоятельной вычислительной работы.

Иметь понятие:
– о сущности выборочного метода

Знать*:*
– понятие вариационного ряда;
– понятие полигона и гистограммы, методику их построения;
– числовые характеристики выборки и методику их расчета

Уметь:
– строить для данной выборки её графическую диаграмму;
– рассчитывать по заданной выборке её числовые характеристики

Вопросы к теме

1. Дайте определение генеральной совокупности. Приведите примеры.

……

……

2. Дайте определение выборочной совокупности. Приведите примеры.

……

3. Какая выборка называется представительной?

……

4. Что называется вариационным рядом?

……

5. Что такое вариант?

……

6. Что называется частостью?

……

Задачи к практической работе

Задача № 1

При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи:
5;3;2;1;4;6;3;7;9;1;3;2;5;6;8;2;5;2;3;6;8;3;4;4;5;6;5;4;7;5;6;4;8;7;4;5;

7;8;6;5;7;5;6;6;7;3;4;6;5;4.

1) Составьте вариационный ряд распределения частот.

2) Постройте полигон распределения частот.

3) Определите средний размер (среднее число членов) семьи.

4)Охарактеризуйте колеблемость размера семьи с помощью показателей вариации (дисперсии, среднего квадратического отклонения, коэффициента вариации).

Решение.

1) В данной задаче изучаемый признак является дискретно варьирующим, так как размер семей не может отличаться друг от друга менее чем на одного человека. Следовательно, необходимо построить дискретный вариационный ряд. Чтобы сделать это, необходимо подсчитать, сколько раз встречаются те или иные значения признака, и расположить их в порядке возрастания или убывания. Значения изучаемого признака - размер семьи - обозначим x_i, а частоты - n_i.

Произведем расчеты и запишем их результаты в таблицу.

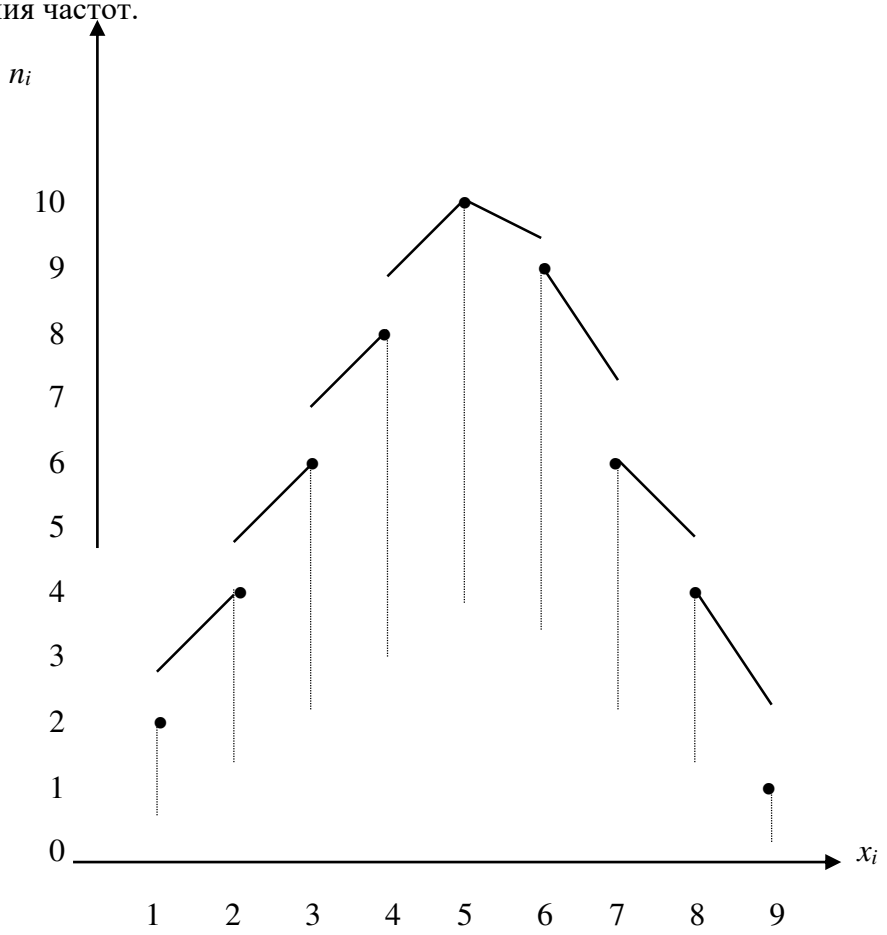
x_i	*Подсчет частот вариант*	n_i
1	*//*	*2*
2	*////*	*4*
3	*~~////~~ /*	*6*
4	*~~////~~ ///*	*8*
5		
6		
7		
8		
9		
	Контроль: $\sum n_i =$	*50*

Получим вариационный ряд распределения частот.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9

n_i	2	4	6	8					

2) Дискретный вариационный ряд можно представить графически, построив полигон распределения частот.



3) Рассчитаем средний размер (среднее число членов) семьи. Вначале расчет средней арифметической произведем по первой формуле.

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} x_i \cdot n_i$, тогда $\bar{x} = \frac{1\cdot 2 + 2\cdot 4 + 3\cdot 6 +}{2+4+6+} =$

= ……

Средний размер семьи равен …… чел.

4) Охарактеризуем колеблемость размера семьи.

С начала для расчета дисперсии размера семьи используем первую формулу

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \cdot n_i - \left(\bar{x}\right)^2$$

$$\overline{S}^2 = \frac{(1-4{,}94)^2 \cdot 2 + (2-4{,}94)^2 \cdot 4 + (3-4{,}94)^2 \cdot 6}{2+4+6+8+10+9+6+4+1}$$

…….....…

Или

$$\overline{S}^2 = \frac{1}{50}(1 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 9 \cdot 6 + 16 \cdot 8 + \qquad\qquad) - 4{,}94^2 =$$

…….....…

Дисперсия размера семьи равна …….. чел^2

Для того чтобы рациональнее выполнить вычисления по второй формуле составим таблицу.

В первом столбике перечислим значения вариант. Найдем *k* - шаг таблицы, т. е. интервал между соседними вариантами и *c* - произвольное число (но для простоты следует выбрать вариант, имеющий максимальную частоту). Исходя из условия, получим *k = 1, c = 5,* тогда вторая формула примет вид

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{x_i - 5}{1} \cdot n_i}{n} \cdot 1 + 5, \text{ и } \overline{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{x_i - 5}{1}\right)^2 \cdot n_i}{n} \cdot 1^2 - (\overline{x} - 5)^2.$$

x_i	n_i	$\frac{x_i - c}{k}$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right) \cdot n_i$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right)^2$	$\left(\frac{x_i - c}{k}\right)^2 \cdot n_i$
1	***2***	***-4***	***-8***	***16***	***32***
2	***4***	***-3***	***-12***	***9***	***36***
3	***6***	***-2***			
4	***8***				
5					

6					
7					
8					
9					
	50	***----***	***-3***	***----***	***185***

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{x_i - 5}{1} \cdot n_i}{n} \cdot 1 + 5 = \frac{-3}{50} \cdot 1 + 5 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$ - ответы совпадают.

$$\bar{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{x_i - 5}{1} \right)^2 \cdot n_i}{n} \cdot 1^2 - (\bar{x} - 5)^2 = \frac{185}{50} \cdot 1^2 - (4{,}94 - 5)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ответы совпадают.

Найдем среднее квадратическое отклонение размера семьи

$$\bar{S} = \sqrt{\qquad\qquad} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Среднее квадратическое отклонение размера семьи - …… чел.

Найдем коэффициент вариации размера семьи по формуле

$$V(X) = \frac{1{,}9226}{4{,}94} \cdot 100\% = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Список использованной литературы.

1.Основная литература:

Лисичкин В. Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями: Учебное пособие / В. Т. Лисичкин И. Л. Соловейчик. – СПб: Издательство «Лань». – 5-е издан. стериотип. 464 с.2011-2014(осн.)

2.Дополнительная литература:

1. Дадаян А. А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2021. - 544 с. ЭБС znanium.com Договор № 5669 эбс от 10.01.2022г