

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ

СИБИРСКИЙ КОЛЛЕДЖ ТРАНСПОРТА И СТРОИТЕЛЬСТВА

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ
ОП.02 ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
РАЗДЕЛ «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

23.02.04 ЭКСПЛУАТАЦИЯ И РЕМОНТ ПОДЪЕМНО-
ТРАНСПОРТНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ ДОРОЖНЫХ МАШИН И
ОБОРУДОВАНИЯ

базовая подготовка среднего профессионального образования

ИРКУТСК 2022

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу
Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.
00a73c5b7b623a969ccad43a81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00
Подпись соответствует файлу документа



РАССМОТРЕНО:
Цикловой методической
комиссией технической механики и
электротехнических дисциплин
«08» июня 2022 г.
Председатель: Эмбари Н.Б.

СОГЛАСОВАНО:
Заместитель директора по УВР
А.П.Ресель /А.П.Ресель
«09» июня 2022 г.

Автор: Л.А.Адамова, преподаватель ФГБОУ ВО ИрГУПС СКТиС

Содержание

	стр.
Предисловие	4
Структура расчетно-графической работы	5
Титульный лист к Расчетно-графической работе	7
Расчетно-графическая работа №4	9
Расчетно-графическая работа №5	20
Расчетно-графическая работа №6	34
Расчетно-графическая работа №7	46
Расчетно-графическая работа №8	52
Расчетно-графическая работа №9	58
Сталь прокатная балка двутавровая	77
Сталь прокатная швеллер	78
Сталь прокатная угловая равнополочная	79
Сталь прокатная угловая неравнополочная	81
Список литературы	83

Предисловие

Предмет «Техническая механика» включает в себя три раздела: для строительных специальностей – теоретическая механика, сопротивление материалов и статика сооружений; для машиностроительных специальностей - теоретическая механика, сопротивление материалов и детали машин.

Назначение дисциплины – дать будущим техникам основные сведения о законах движения и равновесия материальных тел, о методах расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, о способах образования различного вида геометрически неизменяемых систем и методах их расчета. Знания, полученные при изучении данного предмета, являются основой для освоения смежных специальных дисциплин.

Для закрепления и контроля знаний и умений студентов по предмету «Техническая механика» рекомендуется выдавать индивидуальные домашние расчетно-графические работы.

Настоящее пособие содержит перечень учебной литературы, задания для расчетно-графических работ и методические указания по их выполнению, а также примеры решения задач, близких по содержанию к задачам работы.

Объем и содержание заданий для расчетно-графических работ определены на основании примерной тематики таких работ, рекомендуемых действующей программой.

Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в классном журнале. Срок сдачи работы назначается в соответствии с календарно-тематическим планом преподавателя. Все задания выполняются на листах формата А4 в соответствии со структурой расчетно-графической работы.

Все задания составлены в Международной системе (СИ) единиц физических величин.

Структура расчетно-графической работы.

- титульный лист;
- формулировка задания и исходные данные;
- пояснительная записка;
- расчетная часть;
- графическая часть (графики, схемы, чертежи и т.д.);
- литература;
- выводы, пояснения исполнителя;
- заключение преподавателя.

Критерии оценки выполнения студентом расчетно-графических работ.

№ п/п	Оцениваемые умения	Метод оценки	Границные критерии оценки	
			отлично	неудовлетворительно
1.	Отношение к работе	Наблюдение руководителя, просмотр материалов.	Все материалы представлены в указанный срок, не требуют дополнительного времени на завершение	В отведенное для работы время не уложился
2.	Способность выполнять вычисления и построения эпюров.	Просмотр материалов	Четко выполняет вычисления и построения эпюров	не способен использовать даже простейшие арифметические действия для получения конкретного результата. Большое число ошибок в вычислениях, в построении эпюров требуется доскональная проверка результатов.
3.	Использование всего доступного оборудования	Просмотр материалов, технологический контроль	Грамотно работает с приборами, соблюдает все правила и приемы работы техники безопасности. Может иметь свободный доступ (к приборам без задержки преподавателя).	Не способен без помощи преподавателя выполнять основные операции с приборами. Нет твердых знаний основных частей и правил работы. Не способен оценить роль и значение оборудования, имеющегося в распоряжении.
4.	Умение использовать полученные ранее знания и навыки для решения конкретных задач.	Наблюдение руководителя. Просмотр материалов.	Без дополнительных пояснений (указаний) использует навыки и умения, полученные при изучении дисциплин: «Математика», «Инженерная графика»	Не способен использовать знания не из одного раздела при решении задач разделов смежных дисциплин.

5.	Оформление работы.	Просмотр материалов.	Все материалы, расчеты, построения оформлены согласно принятым требованиям на высоком уровне.	Работа оформлена в высшей степени небрежно. Демонстрируемые вычисления и построения просто не могут привести к дополнительным ошибкам.
6.	Умение отвечать на вопросы, пользоваться профессиональной и общей лексикой при сдаче отчетной работы.	Собеседование.	Грамотно отвечает на поставленные вопросы, используя профессиональную лексику. Может обосновать свою точку зрения по проблеме. Четко видит цель.	Показывает незнание предмета при ответе на вопросы, низкий интеллект, узкий кругозор, ограниченный словарный запас. Четко выраженная неуверенность в ответах и действиях.

Титульный лист к расчетно-графической работе

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВПО ИрГУПС)

«Сибирский колледж транспорта и строительства»

Расчетно-графическая работа №
по дисциплине «Техническая механика»

Тема:

Вариант №

Выполнил
студент гр.
Ф.И.О.
дата, подпись

Проверил
преподаватель Ф.И.О.
дата, подпись

Иркутск

Сопротивление материалов

Тема: Растяжение и сжатие.

Расчетно-графическая работа №4

Последовательность решения задачи.

1. Разбиваем брус на участки. Границами участков являются те места, где либо приложены внешние силы, либо изменяется площадь поперечного сечения, а также начало и конец бруса. Так как силы, нагружающие брус, расположены по его центральной продольной оси, то в поперечных сечениях возникает лишь один внутренний силовой фактор – продольная сила N , т.е. имеет место растяжение (сжатие) бруса.
2. На каждом из участков применяем метод сечений, проводя мысленно сечение в пределах каждого из участков, будем отбрасывать закрепленную часть бруса, а для оставшейся части составляем уравнение равновесия $\sum Z_i = 0$, из которого и определяем продольную силу N . При растяжении продольная сила положительна, а при сжатии отрицательна.
3. Строим эпюру продольных сил N . Проводим параллельно оси бруса базовую(нулевую) линию эпюры, откладываем перпендикулярно ей в произвольном масштабе полученные значения N .
4. Определяем нормальные напряжения на каждом участке бруса по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

где N – продольная сила, Н

A – площадь поперечного сечения м²

5. Строим эпюру нормальных напряжений σ .

6. Определяем перемещение свободного конца бруса:

$$\Delta L = \sum \Delta L_i$$

где ΔL_i -перемещение каждого участка бруса, определяется по закону Гука

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

где Е- модуль упругости, МПа.

7. Определяем относительную продольную деформацию по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \bullet 100$$

где L_0 -длина бруса до деформации, м.

8. Определяем коэффициент запаса прочности, и производим проверку прочности.

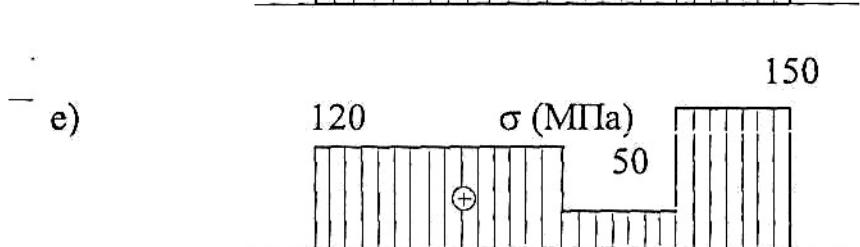
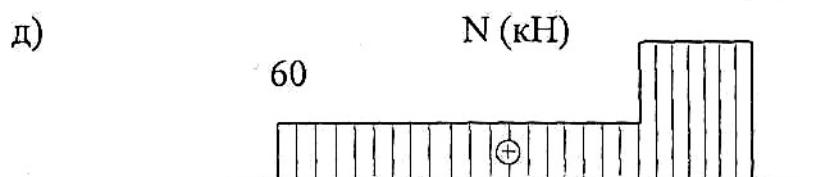
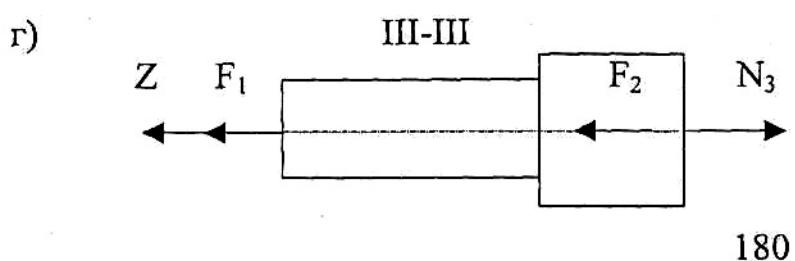
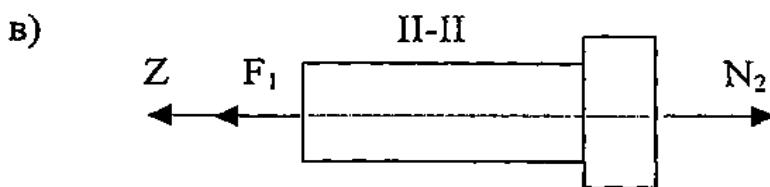
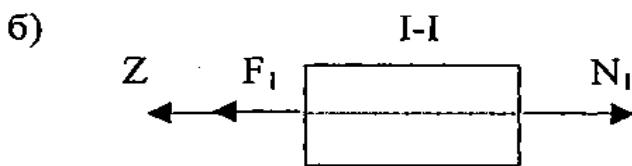
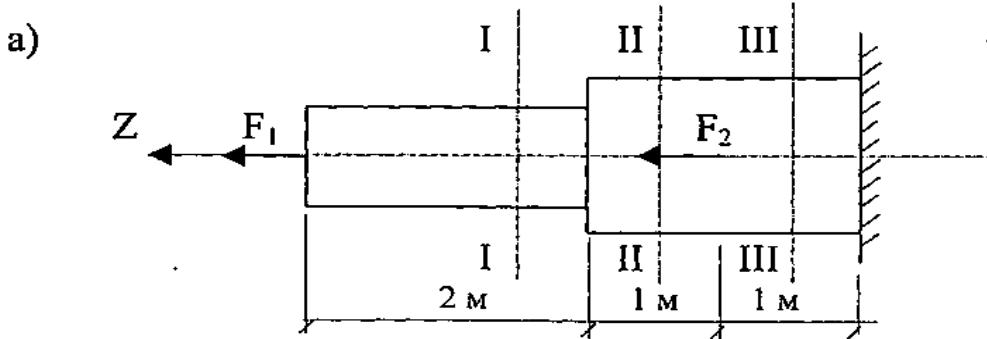
$$n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}}$$

Где σ_T – предел текучести материала, МПа,

σ_{max} – максимальное напряжение, МПа.

Задача 1

Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений по длине ступенчатого бруса, нагруженного силами $F_1 = 60 \text{ кН}$; $F_2 = 120 \text{ кН}$. Материал бруса сталь $E = 200 \text{ ГПа}$; $A_1 = 5 \text{ см}^2$; $A_2 = 12 \text{ см}^2$.



Решение:

Разобьем брус на отдельные участки, начиная от свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы и место изменения размеров поперечного сечения.

Применяя метод сечений, будем оставлять левую часть бруса, а правую отсеченную часть бруса отбрасывать, при этом отпадает надобность в предварительном определении реакции заделки.

Проведем произвольное сечение I-I на участке АС и рассмотрим равновесие оставленной части, изображенной отдельно на рисунке. Продольная сила в этом сечении N_i ; ее находим, проектируя на ось Z бруса внешние и внутренние силы, действующие на оставленную часть.

$$\begin{aligned}\sum Z &= 0; \\ F_1 - N_1 &= 0 \\ N_1 &= F_1; N_1 = 60 \text{ кН.}\end{aligned}$$

Проводя сечение на участке II-II и рассматривая равновесие левой отсеченной части, изображенной на рисунке.

$$\begin{aligned}\sum Z &= 0; \\ F_1 - N_2 &= 0; \\ N_2 &= 60 \text{ кН.}\end{aligned}$$

Проводя сечение на участке III-III и рассматривая равновесие левой отсеченной части, изображенной на рисунке
сечение III – III .

$$\begin{aligned}\sum Z &= 0; \\ F_1 + F_2 - N_3 &= 0 \\ N_3 &= F_1 + F_2; \\ N_3 &= 60 + 120 = 180 \text{ кН}\end{aligned}$$

Анализируя выражения усилий N_1 , N_2 и N_3 замечаем, что продольная сила в поперечном сечении прямого бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных с одной стороны (в данном случае - слева) от рассматриваемого сечения.

Сформулированный вывод имеет большое практическое значение. Он позволяет определять продольную силу, не прибегая каждый раз к изображению отсеченной части бруса и составлению уравнений равновесия.

Построение эпюры внутренних силовых факторов.

Графическое изображение закона изменения внутреннего силового фактора вдоль оси бруса называется эпюрой. В науке "Сопротивление материалов" для выполнения основных расчетов прикладного назначения чрезвычайно важно определить величину наибольшего внутреннего силового фактора и "опасное сечение", в котором он действует. Наиболее удобно эта задача решается построением эпюры, которая дает наглядное представление об изменении внутреннего силового фактора вдоль оси бруса.

Для построения эпюры проводим параллельно оби бруса нулевую линию (базисную линию), и откладываем перпендикулярно ей в выбранном масштабе найденные значения N . Положительные - вверх, отрицательные - вниз; а для вертикально расположенного бруса положительные - вправо, отрицательные - влево. Соединяем полученные точки прямыми, параллельными базисной линии и указываем алгебраические знаки.

Построенную эпюру заштриховываем линиями, перпендикулярными оси. По этим линиям можно судить о значении продольной силы в соответствующих поперечных сечениях бруса. В сечениях, где приложены внешние силы (на границах участков) внутренняя сила меняется скачкообразно (см.рисунок в точке С), причем размер скачка равен соответствующей внешней силе. Скачок на уровне заделки характеризует значение реакции.

Для вычисления напряжений по формуле $\sigma = N/A$, брус приходится разбивать на большее число участков. Их границы определяются не только сечениями, где приложены внешние силы, но и сечениями, где меняются поперечные размеры бруса.

Пользуясь эпюрой N , находим σ на каждом участке:

$$\sigma_{AD} = N_1/A_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ Н} / 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 12 \cdot 10^7 \text{ Па} = 120 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{DC} = N_1/A_2 = 60 \cdot 10^3 \text{ Н} / 12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 5 \cdot 10^7 \text{ Па} = 50 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{CB} = N_2/A_2 = 180 \cdot 10^3 \text{ Н} / 12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 15 \cdot 10^7 \text{ Па} = 150 \text{ МПа}$$

Построение эпюры см. рисунок.

Определение перемещений следует начинать от защемленного конца.

$$\Delta l_{BC} = \sigma_{CB} \cdot l_{BC} / E = 150 \cdot 10^6 \cdot 1 / 200 \cdot 10^9 = 0,75 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{CD} = \sigma_{DC} \cdot l_{CD} / E = 50 \cdot 10^6 \cdot 1 / 200 \cdot 10^9 = 0,25 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{AD} = \sigma_{AD} \cdot l_{AD} / E = 120 \cdot 10^6 \cdot 1 / 200 \cdot 10^9 = 1,2 \text{ мм}$$

Абсолютное перемещение т. А относительно т. В найдем, просуммировав величины:

$$\Delta l_{AB} = \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{AD} = 0,75 \text{ мм} + 0,25 \text{ мм} + 1,2 \text{ мм} = 2,2 \text{ мм}$$

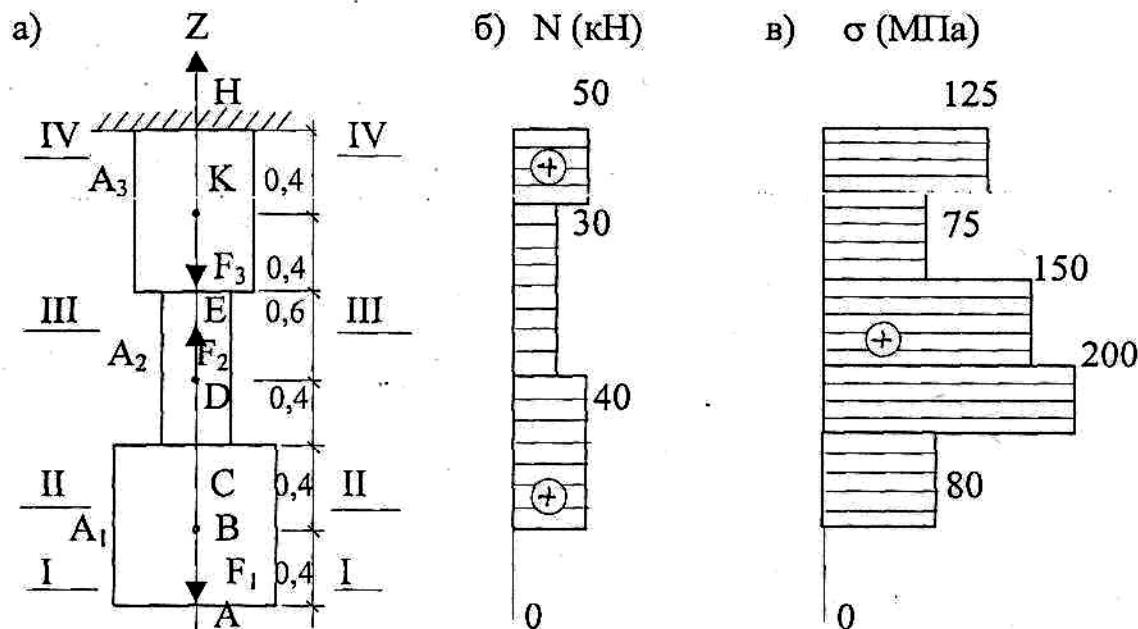
Задача 2

Порядок выполнения см. пример 1.

Для ступенчатого бруса построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений и определить абсолютное перемещение бруса, под действием сил $F_1 = 40 \text{ кН}$;

$F_2 = 10 \text{ кН}$; $F_3 = 20 \text{ кН}$; $A_1 = 5 \text{ см}^2$; $A_2 = 2 \text{ см}^2$;

$A_3 = 4 \text{ см}^2$ (см.рисунок (а)). Брус выполнен из стали, $E = 200 \text{ ГПа}$.



Разбиваем брус на четыре участка, границы которых совпадают с сечениями, где приложены внешние силы. По аналогии с примером 1 определяем значения продольной силы на каждом участке, начиная от свободного конца бруса.

На участке AB сечение I-I

$N_1 = 0$, т.к. на участке AB не действуют внешние силы.

На участке BD сечение II-II

$N_2 - F_1 = 0$; $N_2 = F_1 = 40 \text{ кН}$.

На участке DK сечение III-III

$$N_3 - F_1 + F_2 = 0; \quad N_3 = F_1 - F_2;$$

$$N_3 = 40 - 10 = 30 \text{ кН}.$$

На участке КН сечение IV - IV

$$N_4 - F_1 + F_2 - F_3 = 0; \quad N_4 = F_1 - F_2 + F_3;$$

$$N_4 = 40 - 10 + 20 = 50 \text{ кН}.$$

Эпюра продольных сил построена на рис. (б). Из нее видно, что реакция заделки равна 50 кН и направлена вверх.

Для вычисления напряжений по формуле $\sigma = N/A$ брус приходится разбивать на большее число участков. Их границы определяются не только сечениями, где приложены внешние силы, но и сечениями, где меняются поперечные размеры бруса. Пользуясь эпюрой N находим:

$$\sigma_{AB} = 0;$$

$$\sigma_{BC} = N_2 / A_1 = 40 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^7 \text{ Па} = 80 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{CD} = N_2 / A_2 = 40 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^{-4} = 20 \cdot 10^7 \text{ Па} = 200 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{DE} = N_3 / A_2 = 30 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^{-4} = 15 \cdot 10^7 \text{ Па} = 150 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{EK} = N_3 / A_3 = 30 \cdot 10^3 / 4 \cdot 10^{-4} = 7,5 \cdot 10^7 \text{ Па} = 75 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{KH} = N_4 / A_3 = 50 \cdot 10^3 / 4 \cdot 10^{-4} = 12,5 \cdot 10^7 \text{ Па} = 125 \text{ МПа}$$

Эпюра нормальных напряжений представлена на рис.(в). Каждая ее ордината характеризует в принятом масштабе значение напряжений в соответствующем поперечном сечении бруса.

Определение перемещений необходимо начинать от неподвижного конца, т.е. от заделки.

$$\Delta l_{HK} = \sigma_{HK} \cdot l_{HK} / E = 125 \cdot 10^6 \cdot 0,4 / 200 \cdot 10^9 = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,25 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{KE} = \sigma_{KE} \cdot l_{KE} / E = 75 \cdot 10^6 \cdot 0,4 / 200 \cdot 10^9 = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,15 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{ED} = \sigma_{ED} \cdot l_{ED} / E = 150 \cdot 10^6 \cdot 0,6 / 200 \cdot 10^9 = 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,45 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{DC} = \sigma_{DC} \cdot l_{DC} / E = 200 \cdot 10^6 \cdot 0,4 / 200 \cdot 10^9 = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,4 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{CB} = \sigma_{CB} \cdot l_{CB} / E = 80 \cdot 10^6 \cdot 0,4 / 200 \cdot 10^9 = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,16 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{AB} = 0;$$

$$\Delta l_{AH} = \Delta l_{HK} + \Delta l_{KE} + \Delta l_{ED} + \Delta l_{DC} + \Delta l_{CB} + \Delta l_{AB} =$$

$$\Delta l_{AH} = 0,25 + 0,15 + 0,45 + 0,4 + 0,16 = 1,41 \text{ мм}$$

Задача 3

Порядок выполнения см. пример 1, 2.

$$F_1 = 90 \text{ кН}; \quad F_2 = 50 \text{ кН}; \quad F_3 = 60 \text{ кН};$$

$$A_1 = 5 \text{ см}^2; \quad A_2 = 7 \text{ см}^2; \quad A_3 = 10 \text{ см}^2; \quad E = 200 \text{ ГПа}.$$

Решение:

1. Расчет продольных сил $\sum Z = 0$.

$$-N_1 - F_1 = 0; \quad N_1 = -F_1 = -90 \text{ кН};$$

$$-N_2 - F_1 + F_2 = 0; \quad N_2 = F_2 - F_1 = 50 - 90 = -40 \text{ кН};$$

$$-N_3 - F_1 + F_2 - F_3 = 0; \quad N_3 = -F_1 + F_2 - F_3 = -90 + 50 - 60 = -100 \text{ кН};$$

2. Расчет нормальных напряжений.

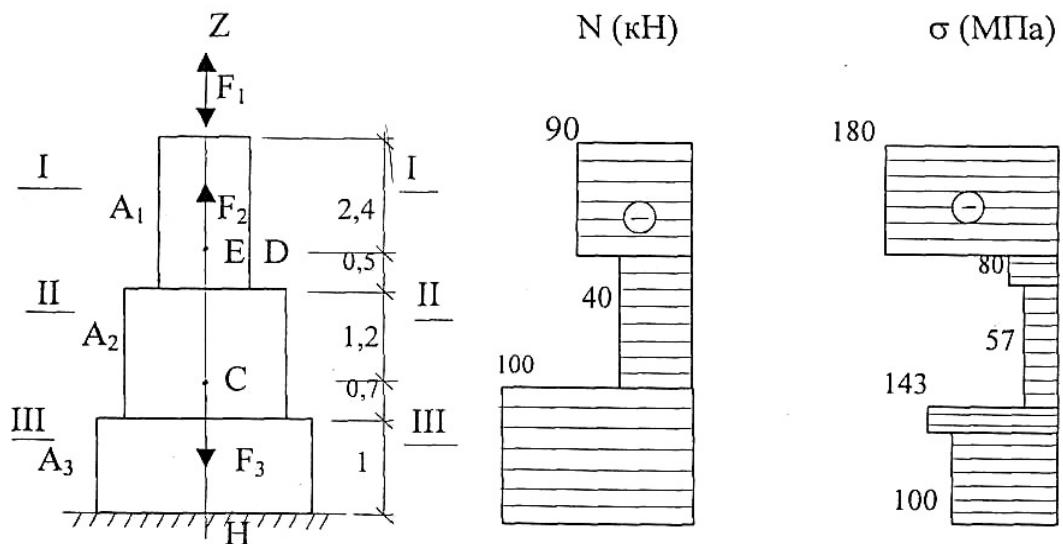
$$\sigma_{KE} = N_1 / A_1 = -90 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^{-4} = -18 \cdot 10^7 \text{ Па} = -180 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{ED} = N_2 / A_1 = -40 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^{-4} = -8 \cdot 10^7 \text{ Па} = -80 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{DC} = N_2 / A_2 = -40 \cdot 10^3 / 7 \cdot 10^{-4} = -5,7 \cdot 10^7 \text{ Па} = -57 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{CB} = N_3 / A_2 = -100 \cdot 10^3 / 7 \cdot 10^{-4} = -14,3 \cdot 10^7 \text{ Па} = -143 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{BH} = N_3 / A_3 = -100 \cdot 10^3 / 10 \cdot 10^{-4} = -10 \cdot 10^7 \text{ Па} = -100 \text{ МПа}$$



3. Расчет перемещений бруса.

$$\Delta l_{HB} = \sigma_{BH} \cdot l_{HB} / E = -100 \cdot 10^6 \cdot 1 / 200 \cdot 10^9 = -0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,5 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{CB} = \sigma_{BC} \cdot l_{CB} / E = -143 \cdot 10^6 \cdot 0,7 / 200 \cdot 10^9 = -0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,5 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{CD} = \sigma_{DC} \cdot l_{CD} / E = -57 \cdot 10^6 \cdot 1,2 / 200 \cdot 10^9 = -0,342 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,342 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{ED} = \sigma_{DE} \cdot l_{ED} / E = -80 \cdot 10^6 \cdot 0,5 / 200 \cdot 10^9 = -0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,2 \text{ мм}$$

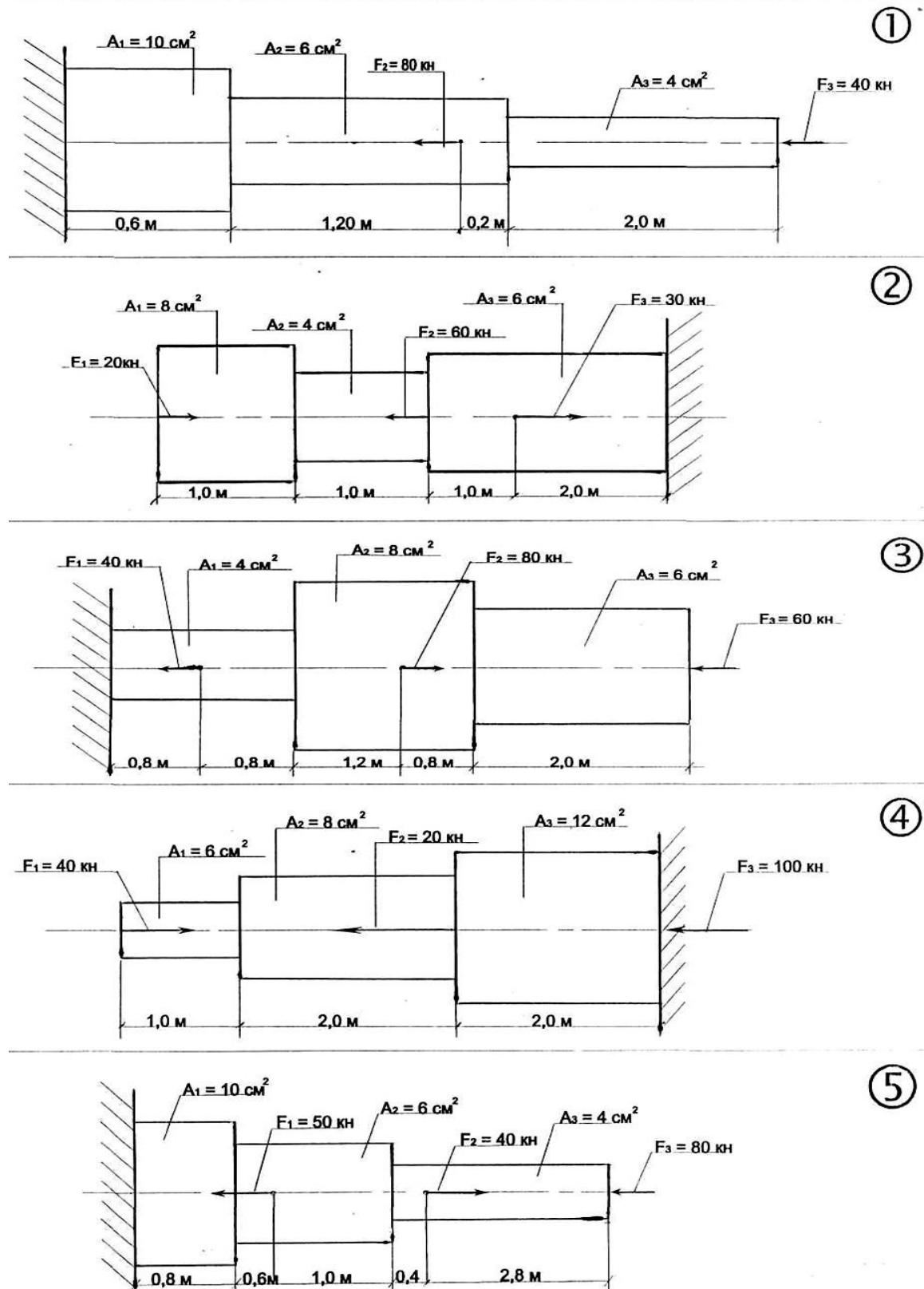
$$\Delta l_{EK} = \sigma_{KE} \cdot l_{EK} / E = -180 \cdot 10^6 \cdot 2,4 / 200 \cdot 10^9 = -2,16 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -2,16 \text{ мм}$$

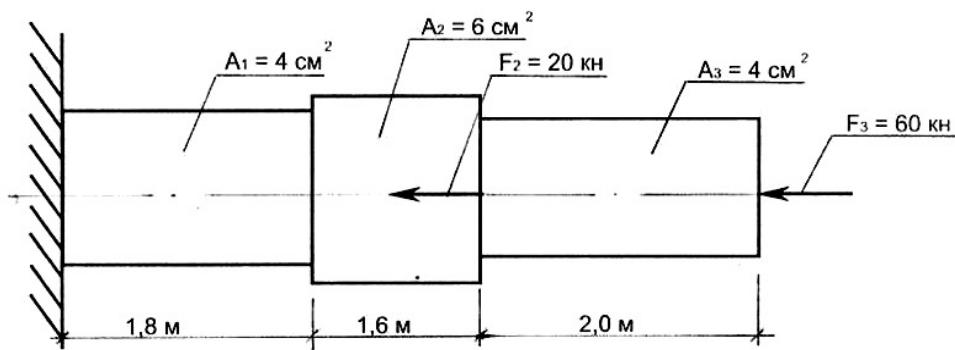
$$\Delta l_{HK} = -0,5 - 0,5 - 0,342 - 0,2 - 2,16 = -3,702 \text{ мм}$$

Абсолютное укорочение бруса на 3,702 мм

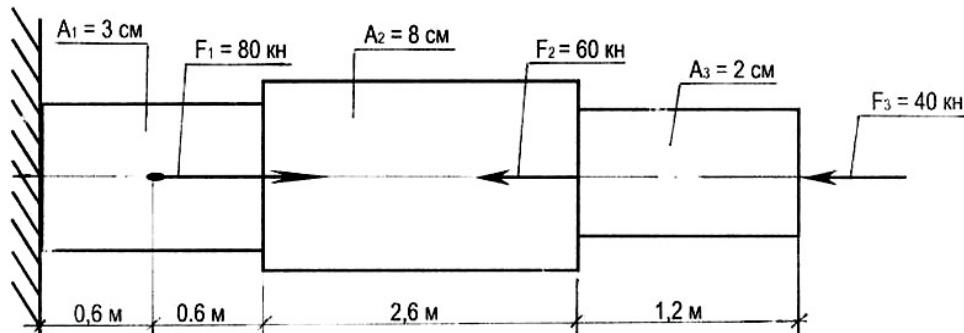
Задание к расчетно-графической работе №4:

Для ступенчатого бруса определить продольные силы N и нормальные напряжения σ . Построить эпюры N и σ . Определить абсолютную и относительную деформации бруса, а также коэффициент запаса прочности. Материал бруса сталь, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 240$ МПа. Схему выбрать согласно своего варианта.

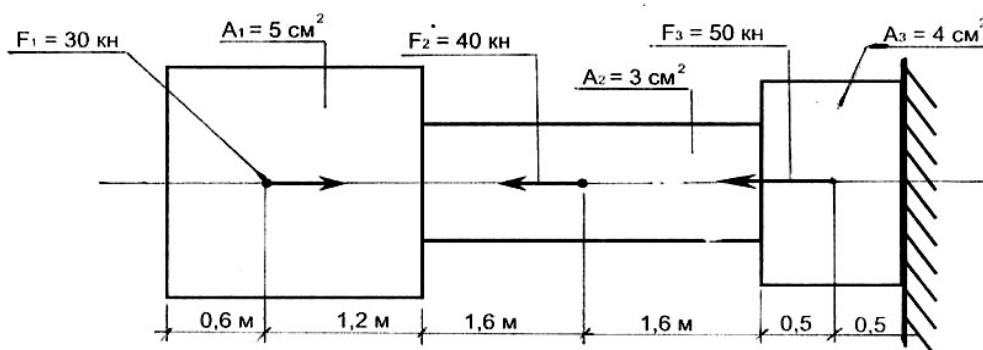




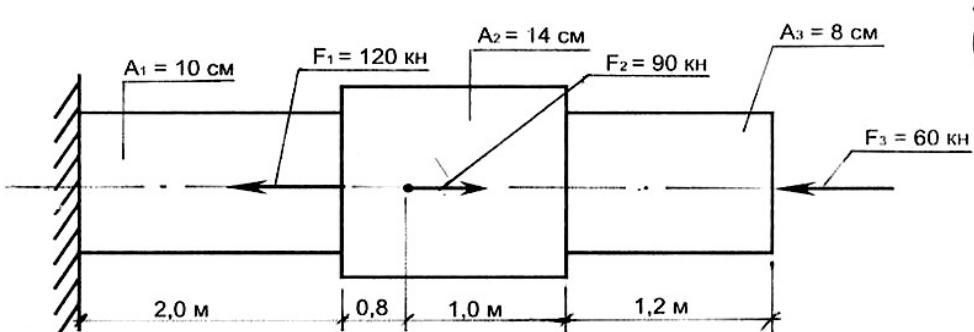
⑥



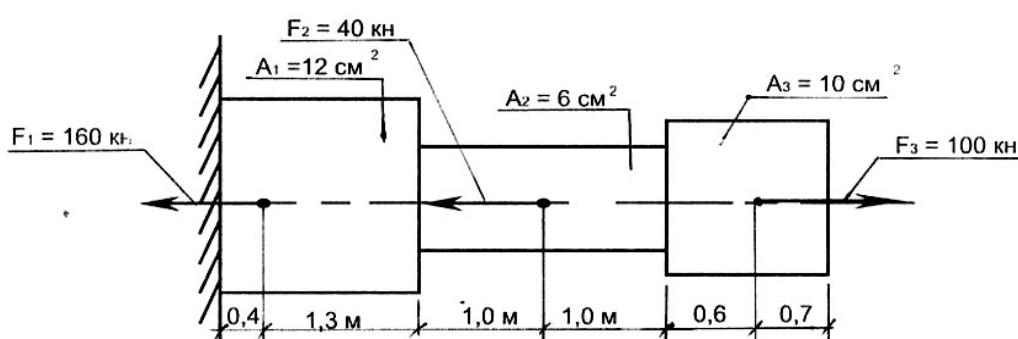
⑦



⑧

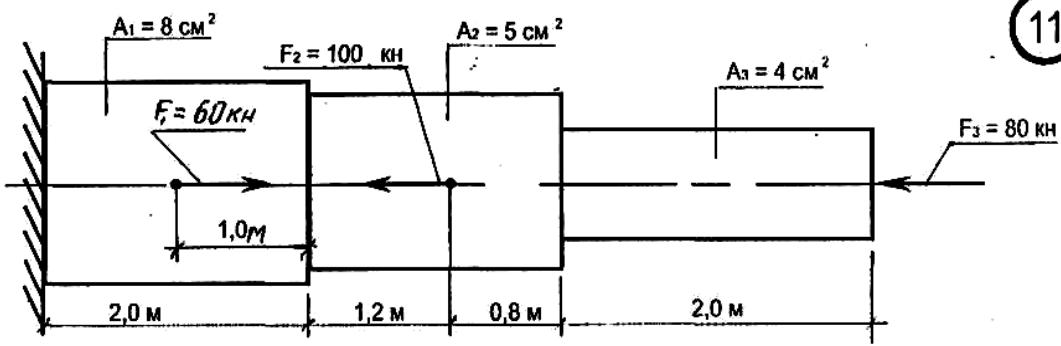


⑨

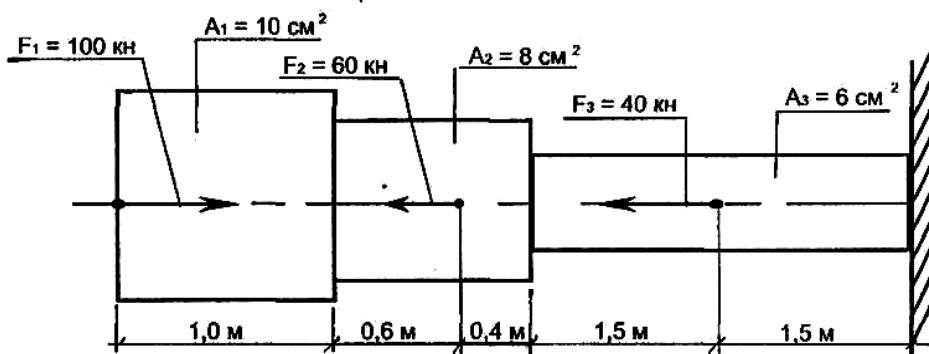


⑩

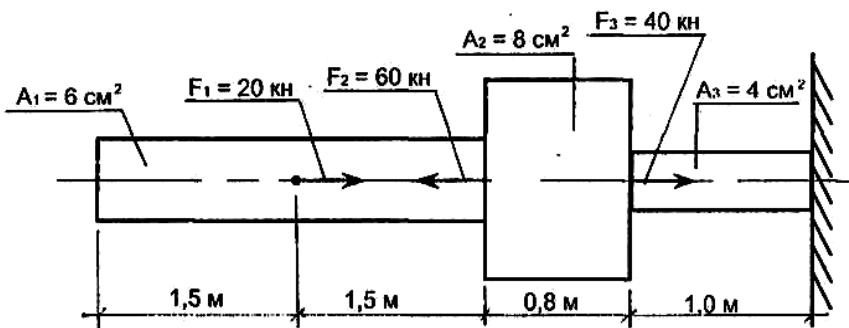
11



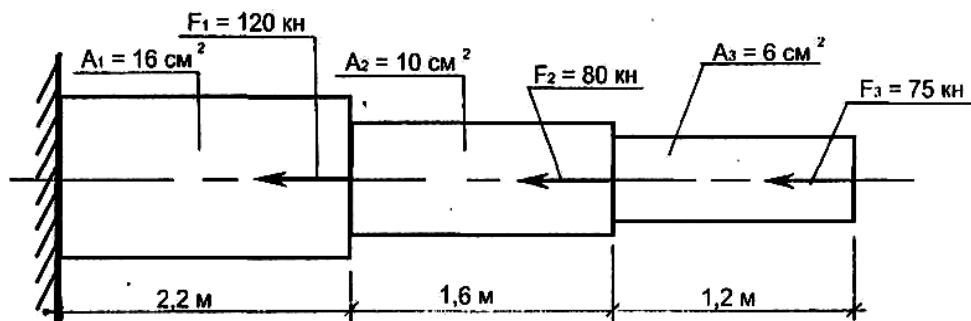
12



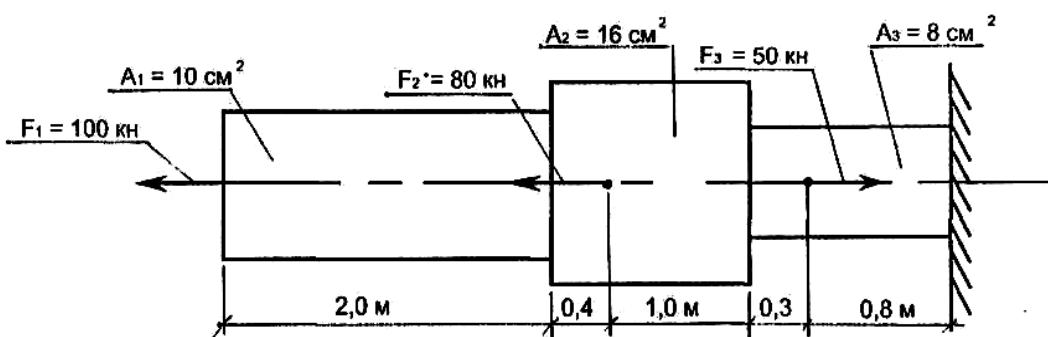
13



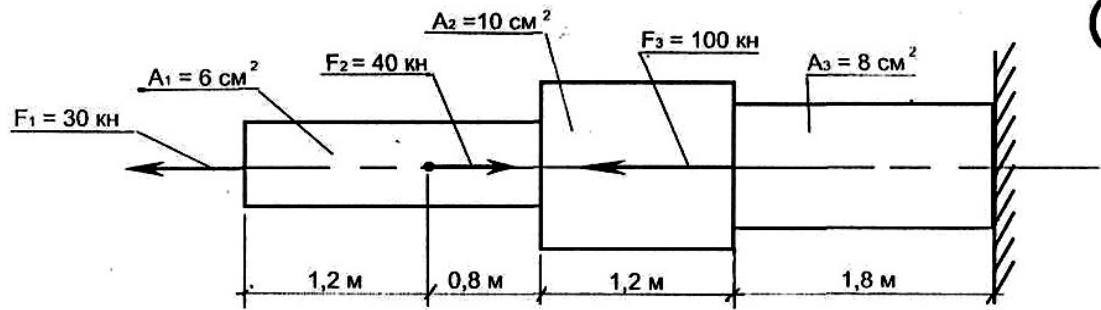
14



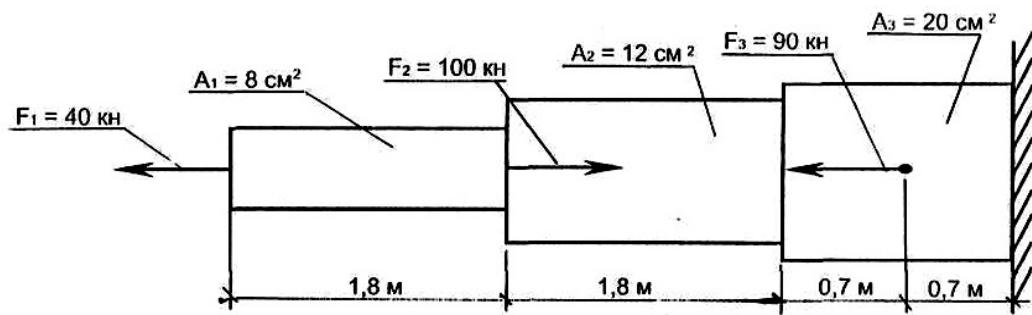
15



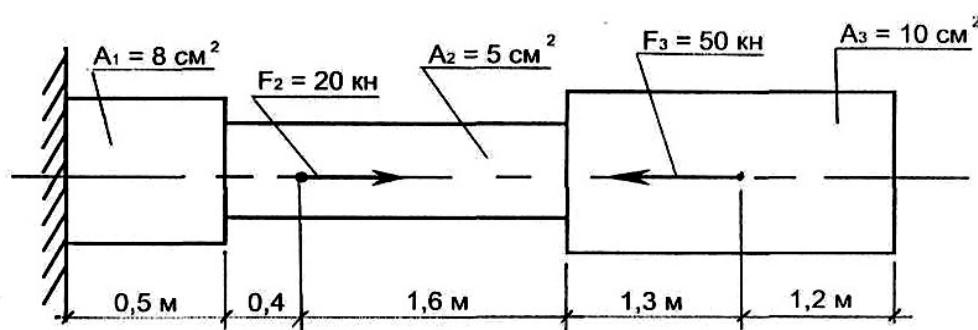
16



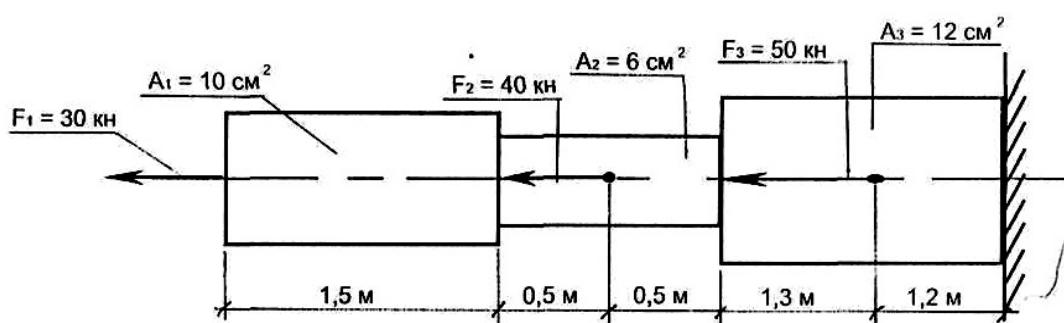
17



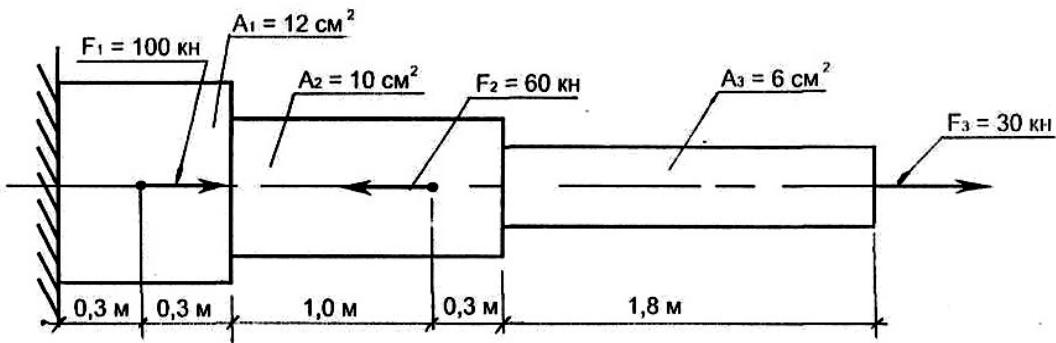
18



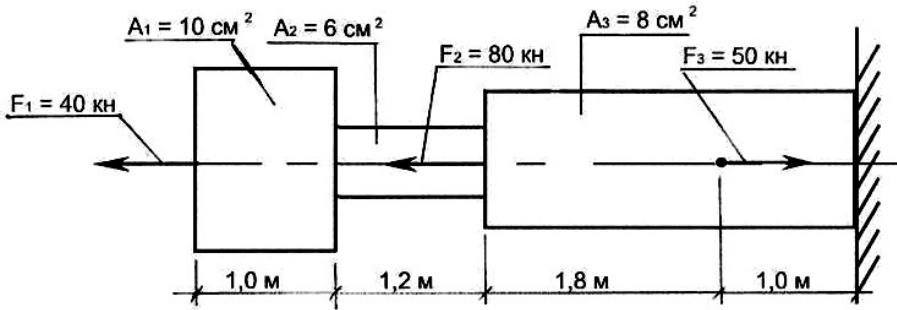
19



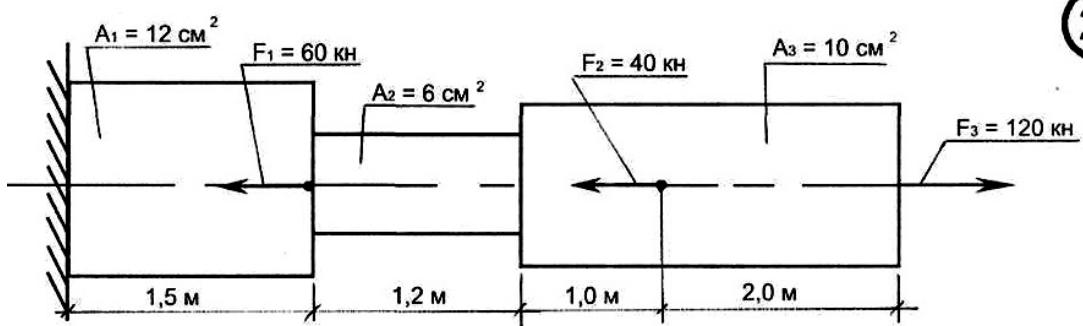
20



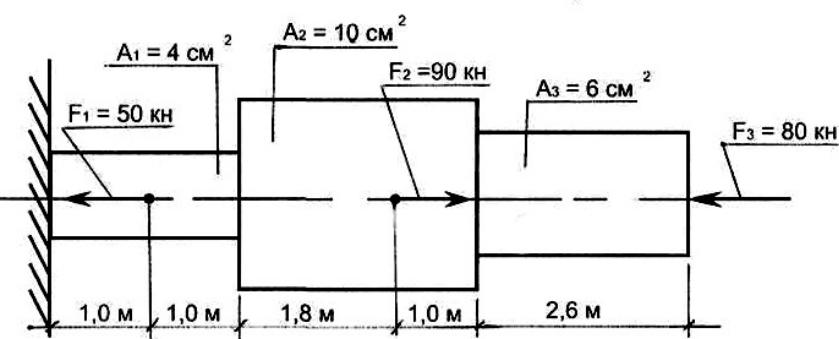
21



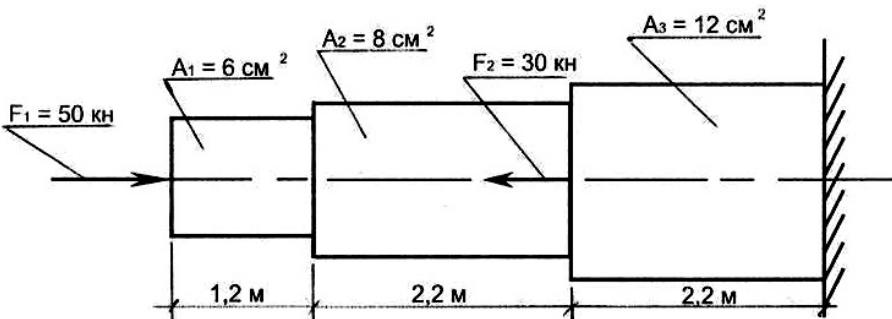
22



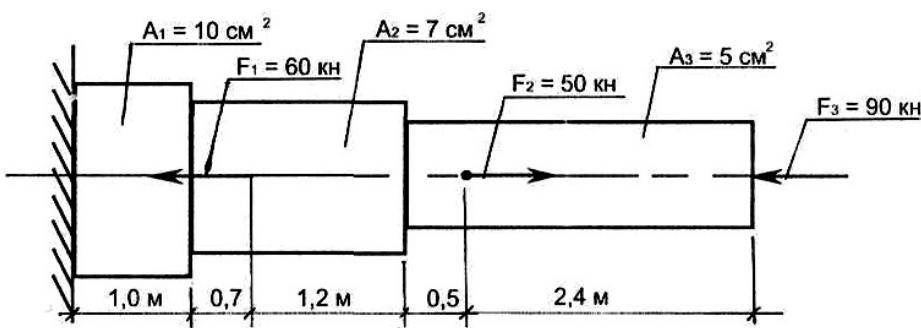
23

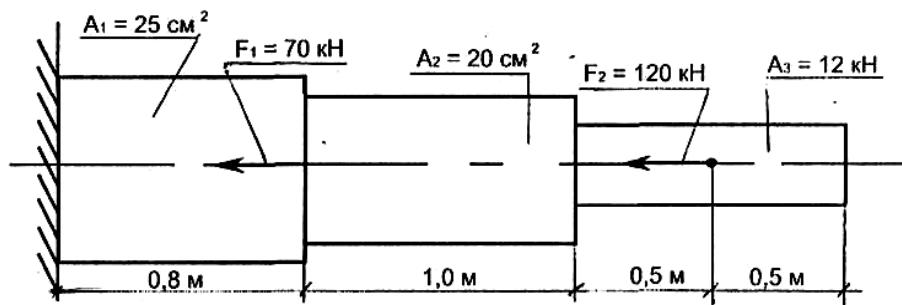


24

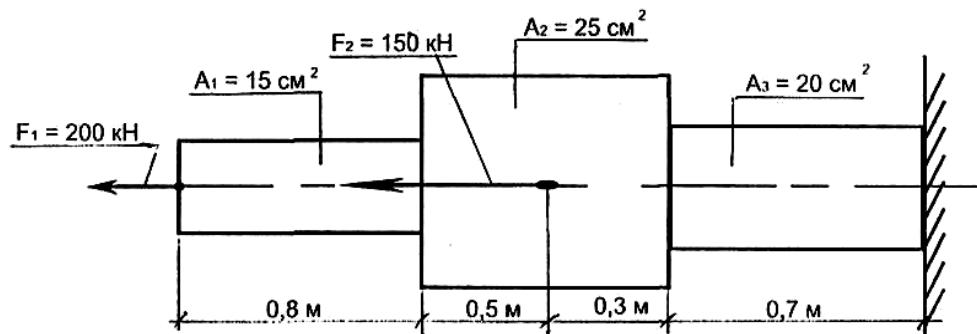


25

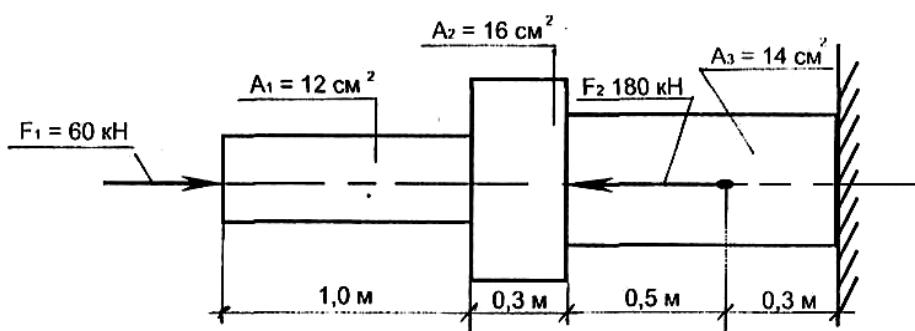




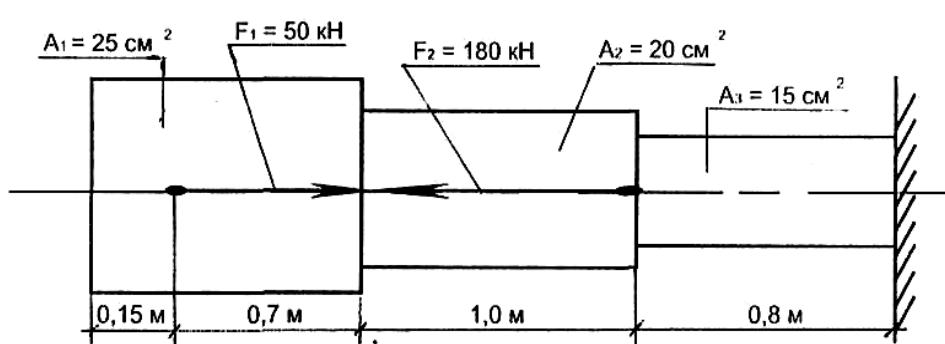
(26)



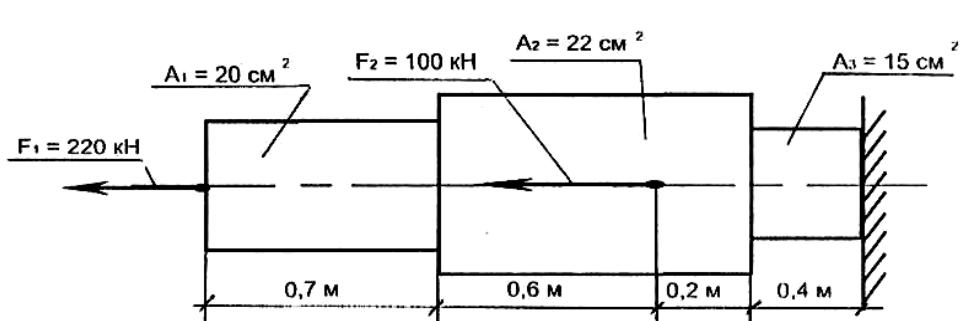
(27)



(28)



(29)



(30)

Сопротивление материалов

Тема: Определение главных центральных моментов инерции сечения. Расчетно-графическая работа №5

Последовательность решения задачи.

1. Определяют положение центра тяжести сечения.
2. Проводят оси через центры тяжести каждого профиля проката или простой геометрической фигуры. Для первой фигуры проведем оси x_1 и y_1 , для второй – x_2 и y_2 и т.д.
3. Проводят главные центральные оси. Они проходят через центр тяжести всего сечения. Одну из главных центральных осей совмещают с осью симметрии (в задании все сечения имеют такую ось), а вторую проводят через центр тяжести сечения перпендикулярно к первой. Обозначают вертикальную ось через v , а горизонтальную – через u .
4. Находят моменты инерции сечения относительно главных центральных осей. В общем виде момент инерции сечения определяют по формулам:
относительно оси u

$$J_u = J_u^I + J_u^{II} + J_u^{III} + \dots + J_u^n,$$

относительно оси v

$$J_v = J_v^I + J_v^{II} + J_v^{III} + \dots + J_v^n,$$

где J_u и J_v – моменты инерции сечения относительно главных центральных осей u и v (главные моменты инерции); $J_u^I, J_u^{II}, \dots, J_u^n$ – моменты инерции простых фигур (1, 2, ..., n) относительно главной центральной оси u ; $J_v^I, J_v^{II}, \dots, J_v^n$ – моменты инерции простых фигур относительно оси v .

Моменты инерции простых фигур относительно оси u определяют по формулам:

$$J_u^I = J_{x_1}^I + a_1^2 \cdot A_1; \quad J_u^{II} = J_{x_2}^{II} + a_2^2 \cdot A_2; \quad \dots \text{ и } J_u^n = J_{x_n}^n + a_n^2 \cdot A_n;$$

относительно оси v

$$J_v^I = J_{v_1}^I + d_1^2 \cdot A_1; \quad J_v^{II} = J_{v_2}^{II} + d_2^2 \cdot A_2; \quad \dots \text{ и } J_v^n = J_{v_n}^n + d_n^2 \cdot A_n;$$

где $J_x^I, J_x^{II}, \dots, J_x^n$ – моменты инерции простых фигур (1, 2, ..., n) относительно собственных центральных осей (x_1, x_2, \dots, x_n). Они определяются по таблицам ГОСТов для профилей прокатной стали, и по формулам для простых геометрических фигур;

$J_y^I, J_y^{II}, \dots, J_{y_n}^n$ – моменты инерции простых фигур относительно собственных центральных осей (y_1, y_2, \dots, y_n);
 a_1, a_2, \dots, a_n – расстояния от главной центральной оси u до центральных осей x_1, x_2, \dots, x_n ;
 d_1, d_2, \dots, d_n – то же, от оси v до осей y_1, y_2, \dots, y_n ;
 A_1, A_2, \dots, A_n – площади сечений профилей прокатной стали или простых геометрических фигур.

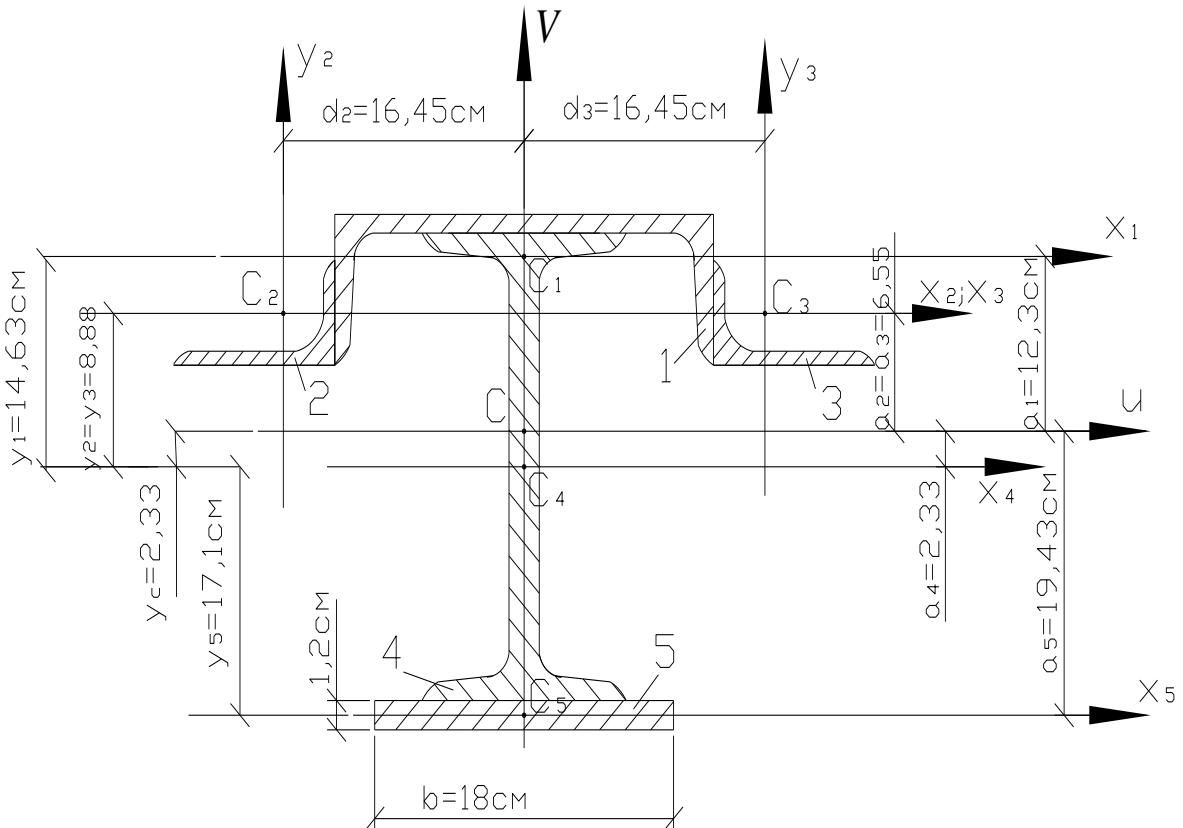
Если главная центральная ось совпадает с собственной центральной осью какого-нибудь профиля или фигуры, то момент инерции ее относительно главной центральной оси равен моменту инерции относительно собственной оси, так как расстояние между этими осями равно нулю.

При определении геометрических характеристик необходимо учитывать, что профили проката на заданном сечении могут быть ориентированы иначе, чем в таблицах ГОСТов. Например, вертикальная по ГОСТу ось u на заданном сечении может оказаться горизонтальной, а горизонтальная по ГОСТу ось x – вертикальной. Поэтому необходимо внимательно следить за тем, относительно каких осей следует

брать геометрические характеристики. На это будет обращено особое внимание в рассматриваемых примерах.

Задача.

Определить координаты центра тяжести сечения, составленного из прокатных профилей. Сечение состоит из двутавра №33, швеллера №27, двух уголков 90 x 56 x 6 и листа сечением 12 x 180 мм.



Решение:

1. Разобьем сечение на прокатные профили и обозначим их 1, 2, 3, 4, 5.
2. Используя таблицы сортамента укажем центры тяжести каждого профиля и обозначим их C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 .
3. Выбираем систему координатных осей. Ось y совместим с осью симметрии, а ось x направим перпендикулярно оси y и проведем через центр тяжести двутавра.
4. Записываем формулы для определения координат центра тяжести сечения: $x_c=0$, так как ось y совпадает с осью симметрии;

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}$$

Учитывая, что $A_2=A_3$, а также, что $y_2=y_3$, получим:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + 2A_2 y_2 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + 2A_2 + A_4 + A_5}$$

Определим площади и координаты центров тяжести отдельных профилей проката, используя таблицы сортамента:

$$A_1=35,2 \text{ см}^2; A_2=A_3=8,54 \text{ см}^2; A_4=53,8 \text{ см}^2; A_5=1,2 \cdot 18=21,6 \text{ см}^2;$$

$$y_1=h_{\text{дв}}/2+d_{\text{шв}}-z_0^{\text{шв}}=33/2+0,6-2,47=14,63 \text{ см};$$

$y_2 = y_3 = h_{дв}/2 + d_{шв} - b_{шв} + x_0^y = 33/2 + 0,6 - 9,5 + 1,28 = 8,88 \text{ см};$
 $y_4 = 0$, так как ось x проходит через центр тяжести двутавра;

$$y_5 = -\left(\frac{h_{дв}}{2} + \frac{\delta_{листа}}{2}\right) = -\left(\frac{33}{2} + \frac{1,2}{2}\right) = -17,1 \text{ см}.$$

Подставим полученные значения в формулу для определения y_c :

$$y_c = \frac{35,2 \cdot 14,63 + 2 \cdot 8,54 \cdot 8,88 + 53,8 \cdot 0 + 21,6 \cdot (-17,1)}{35,2 + 2 \cdot 8,54 + 53,8 + 21,6} = \frac{297,3}{127,7} = 2,33 \text{ см}.$$

Укажем положение центра тяжести сечения С (см. рисунок).

5. Для каждого профиля проведем центральные оси x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .
6. Проведем главные центральные оси. Вертикальную ось v совместим с осью симметрии, а горизонтальную ось u проведем через центр тяжести сечения С перпендикулярно оси v .
7. Момент инерции сечения относительно оси u определится по формуле

$$J_u = J_u^{шв} + J_u^{y_2} + J_u^{y_2} + J_u^{\partialв} + J_u^{листа}.$$

Учитывая, что уголки одинаковые и расположены на одинаковом расстоянии от оси u , получим

$$J_u = J_u^{шв} + 2J_u^{y_2} + J_u^{\partialв} + J_u^{листа}. \quad (\text{а})$$

Определим значение каждого слагаемого.

Момент инерции швеллера №27 относительно оси u

$$J_u^{шв} = J_{x_1}^{шв} + a_1^2 \cdot A_{шв} = 262 + 12,3^2 \cdot 35,2 = 5587 \text{ см}^4,$$

где $J_{x_1}^{шв} = J_{y_{раб1}}^{шв} = 262 \text{ см}^4$ - момент инерции швеллера относительно центральной оси x_1 , совпадающей с осью у ГОСТа; $a_1 = y_1 - y_c = 14,63 - 2,33 = 12,3 \text{ см}$ – расстояние между осями x_1 и u ; $A_{шв} = 35,2 \text{ см}^2$.

Момент инерции уголка 90 x 56 x 6 относительно оси u

$$J_u^{y_2} = J_{x_2}^{y_2} + a_2^2 \cdot A_{y_2} = 21,2 + 6,55^2 \cdot 8,54 = 388 \text{ см}^4,$$

где $J_{x_2}^{y_2} = J_{y_{раб1}}^{y_2} = 21,2 \text{ см}^4$ - момент инерции уголка относительно центральной оси, совпадающей с осью у ГОСТа;
 $a_2 = y_2 - y_c = 8,88 - 2,33 = 6,55 \text{ см}$ – расстояние между осями x_2 и u ;
 $A_{y_2} = 8,54 \text{ см}^2$.

Момент инерции двутавровой балки № 33 относительно оси u

$$J_u^{\partialв} = J_{x_4}^{\partialв} + a_4^2 \cdot A_{\partialв} = 9840 + 2,33^2 \cdot 53,8 = 10132 \text{ см}^4,$$

где $J_{x_4}^{\partialв} = J_{x_{раб1}}^{\partialв} = 9840 \text{ см}^4$ - момент инерции двутавра относительно центральной оси x_4 , которая совпадает с осью x ГОСТа;
 $a_4 = y_c = 2,33 \text{ см}$ – расстояние между осями x_4 и u ;
 $A_{дв} = 53,8 \text{ см}^2$.

Момент инерции листа (прямоугольника) 12 x 180 мм относительно оси u

$$J_u^{листа} = J_{x_5}^{листа} + a_5^2 \cdot A_{листа} = 2,59 + 19,43^2 \cdot 21,6 = 8157 \text{ см}^4$$

где $J_{x_5}^{листа} = \frac{b\delta^3}{12} = \frac{18 \cdot 1,2^3}{12} = 2,59 \text{ см}^4$ - момент инерции листа относительно оси x_5 ;
 $a_5 = y_5 + y_c = 17,1 + 2,33 = 19,43 \text{ см}$ – расстояние между осями x_5 и u ;
 $A_{листа} = 18 \cdot 1,2 = 21,6 \text{ см}^2$.

Подставим полученные значения в формулу (а):

$$J_u = 5587 + 2 \cdot 388 + 10132 + 8157 = 24652 \text{ см}^4.$$

8. Определим момент инерции сечения относительно оси v

$$J_v = J_v^{us} + 2J_v^{y_2} + J_v^{\delta\theta} + J_v^{listma} \quad (6)$$

Момент инерции швеллера № 27 относительно оси v равен:

$$J_v^{us} = J_{y_1}^{us} = J_{x_{раб}}^{us} = 4160 \text{ см}^4 \text{ (см. таблицу ГОСТа)}$$

Момент инерции уголка 90 x 56 x 6 относительно оси v равен:

$$J_v^{y_2} = J_{y_2}^{y_2} + d_2^2 \cdot A_{y_2} = 70,6 + 16,45^2 \cdot 8,54 = 2382 \text{ см}^4$$

где $J_{y_2}^{y_2} = J_{x_{раб}}^{y_2} = 70,6 \text{ см}^4$ - момент инерции уголка относительно центральной оси y_2 , совпадающей с осью x ГОСТа;
 $d_2 = (h_{шв}/2) + y_0^{y_2} = (27/2) + 2,95 = 16,45 \text{ см}$ – расстояние между осями y_2 и осью v ;
 $A_{y_2} = 8,54 \text{ см}^2$.

Момент инерции двутавровой балки № 33 относительно оси v

$$J_v^{\delta\theta} = J_{y_4}^{\delta\theta} = J_{y_{раб}}^{\delta\theta} = 419 \text{ см}^4 \text{ (см. таблицы ГОСТа)}$$

Момент инерции листа 12 x 180 мм относительно оси v

$$J_v^{listma} = J_{y_5}^{listma} = \frac{b^3 \delta}{12} = \frac{18^3 \cdot 1,2}{12} = 583 \text{ см}^4$$

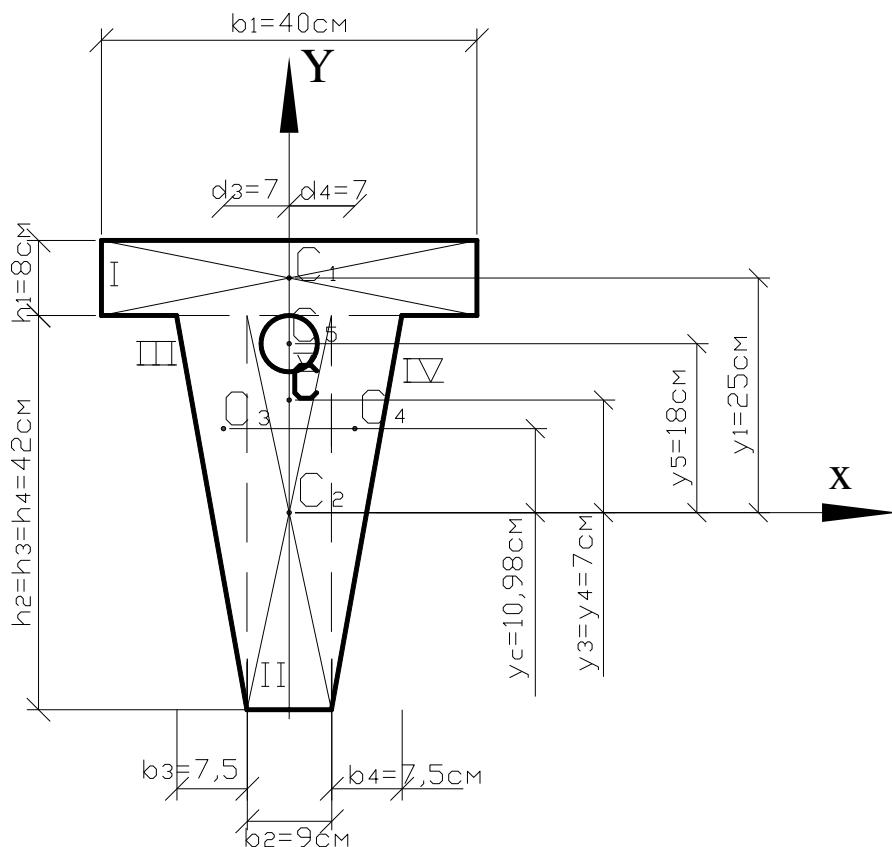
Подставим полученные значения в выражение (6):

$$J_v = 4160 + 2 \cdot 2382 + 419 + 583 = 9926 \text{ см}^4.$$

Ответ: $J_u = 24650 \text{ см}^4$, $J_v = 9926 \text{ см}^4$.

Задача

Определить моменты инерции сечения, составленного из простых геометрических фигур, относительно главных центральных осей.



Решение:

1. Определяем положение центра тяжести сечения:

Представим сечение состоящим из пяти фигур: двух прямоугольников, двух треугольников и круга. Эти фигуры обозначим цифрами I, II, III, IV, V.

Укажем центры тяжести простых фигур C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 .

Выберем вспомогательную систему координат. Ось x проведем через центр тяжести C_2 прямоугольника, а ось y совместим с осью симметрии сечения.

Определим координаты центра тяжести сечения. Координата $x_c=0$, так как ось y совпадает с осью симметрии. Координату y_c определяем по формуле

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + 2A_3 y_3 - A_5 y_5}{A_1 + A_2 + 2A_3 - A_5}$$

Определяем площади фигур и координаты их центров тяжести относительно вспомогательной оси x :

$$A_1 = 40 \cdot 8 = 320 \text{ см}^2; y_1 = \frac{42}{2} + \frac{8}{2} = 25 \text{ см};$$

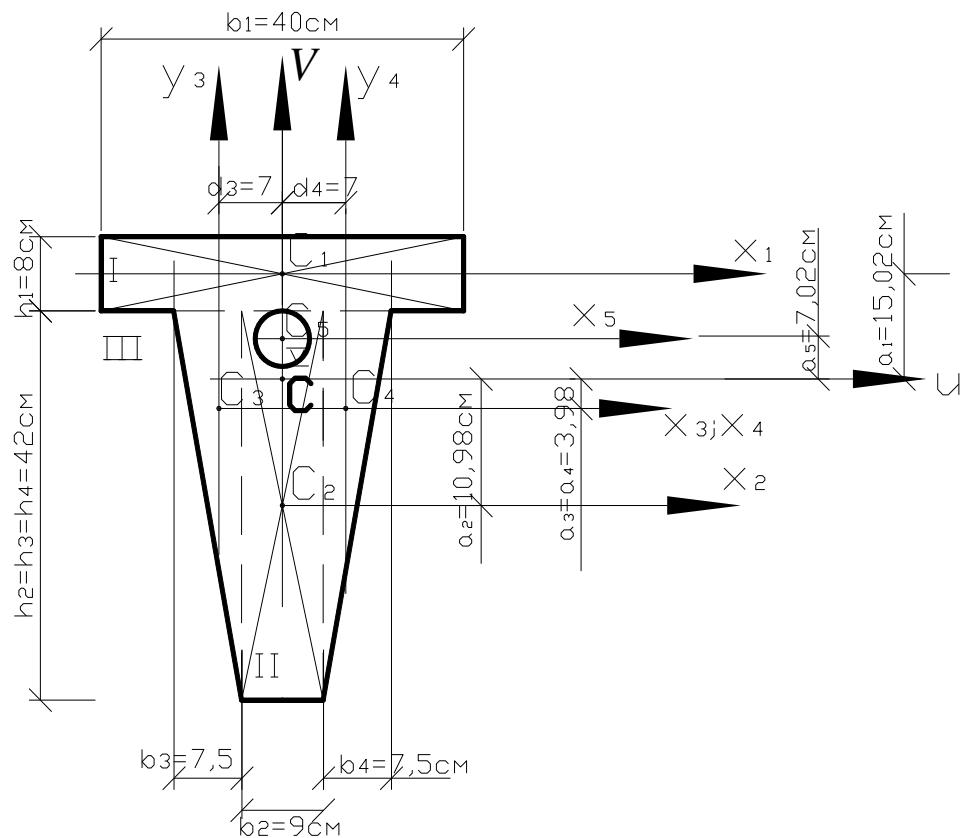
$$A_2 = 9 \cdot 42 = 378 \text{ см}^2; y_2 = 0;$$

$$A_3 = A_4 = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 42 = 157,5 \text{ см}^2; y_3 = y_4 = \frac{2}{3} \cdot 42 - \frac{42}{2} = 28 - 21 = 7 \text{ см};$$

$$A_5 = (3,14 \cdot 6^2) / 4 = 28,3 \text{ см}^2; y_5 = 21 - 3 = 18 \text{ см}.$$

Подставим числовые значения в формулу для определения y_c :

$$y_c = \frac{320 \cdot 25 + 378 \cdot 0 + 2 \cdot 157,5 \cdot 7 - 28,3 \cdot 18}{320 + 378 + 2 \cdot 157,5 - 28,3} = 10,98 \text{ см.}$$



2. Для каждой фигуры проведем центральные оси x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5 , причем оси x_3 и x_4 совпали.

3. Проведем главные центральные оси. Вертикальную ось v совместим с осью симметрии, а горизонтальную ось u проведем через центр тяжести сечения С перпендикулярно оси v .
4. Момент инерции сечения относительно оси u определим по формуле

$$J_u = J_u^I + J_u^{II} + 2J_u^{III} - J_u^V.$$

Определим значение каждого слагаемого.

Момент инерции первой фигуры – прямоугольника – равен

$$J_u^I = J_{x_1}^I + a_1^2 \cdot A_1 = \left[\frac{(b_1 h_1^3)}{12} \right] + a_1^2 A_1 = \left[\frac{(40 \cdot 8^3)}{12} \right] + 15,02^2 \cdot 400 = 91947 \text{ cm}^4$$

Момент инерции второго прямоугольника

$$J_u^{II} = J_{x_2}^{II} + a_2^2 \cdot A_2 = \left[\frac{(b_2 h_2^3)}{12} \right] + a_2^2 A_2 = \left[\frac{(9 \cdot 42^3)}{12} \right] + 10,98^2 \cdot 378 = 101138 \text{ cm}^4$$

Момент инерции треугольника

$$J_u^{III} = J_{x_3}^{III} + a_3^2 \cdot A_3 = \left[\frac{(b_3 h_3^3)}{36} \right] + a_3^2 A_3 = \left[\frac{(7,5 \cdot 42^3)}{36} \right] + (-3,98)^2 \cdot 157,5 = 17930 \text{ cm}^4$$

Момент инерции круга

$$J_u^V = J_{x_5}^V + a_5^2 \cdot A_5 = \left[\frac{(\pi d^4)}{64} \right] + a_5^2 A_5 = \left[\frac{(3,14 \cdot 6^4)}{64} \right] + 7,02^2 \cdot 28,3 = 1459 \text{ cm}^4$$

Подставляем числовые значения в формулу для определения J_u :

$$J_u = 91947 + 101138 + 2 \cdot 17930 - 1459 = 227486 \text{ cm}^4.$$

5. Определим момент инерции сечения относительно оси v :

$$J_v = J_v^I + J_v^{II} + 2J_v^{III} - J_v^V$$

где

$$J_v^I = \left[\frac{(h_1 b_1^3)}{12} \right] = \left[\frac{(8 \cdot 42^3)}{12} \right] = 42667 \text{ cm}^4$$

$$J_v^{II} = \left[\frac{(h_2 b_2^3)}{12} \right] = \left[\frac{(42 \cdot 9^3)}{12} \right] = 2552 \text{ cm}^4$$

$$J_v^{III} = J_{y_3}^{III} + d_3^2 \cdot A_3 = \left[\frac{(b_3 h_3^3)}{36} \right] + d_3^2 A_3 = \left[\frac{(42 \cdot 7,5^3)}{36} \right] + 7^2 \cdot 157,5 = 8210 \text{ cm}^4$$

$$J_v^V = \left[\frac{(\pi d^4)}{64} \right] = \left[\frac{(3,14 \cdot 6^4)}{64} \right] = 64 \text{ cm}^4$$

Подставим числовые значения в формулу для определения J_v :

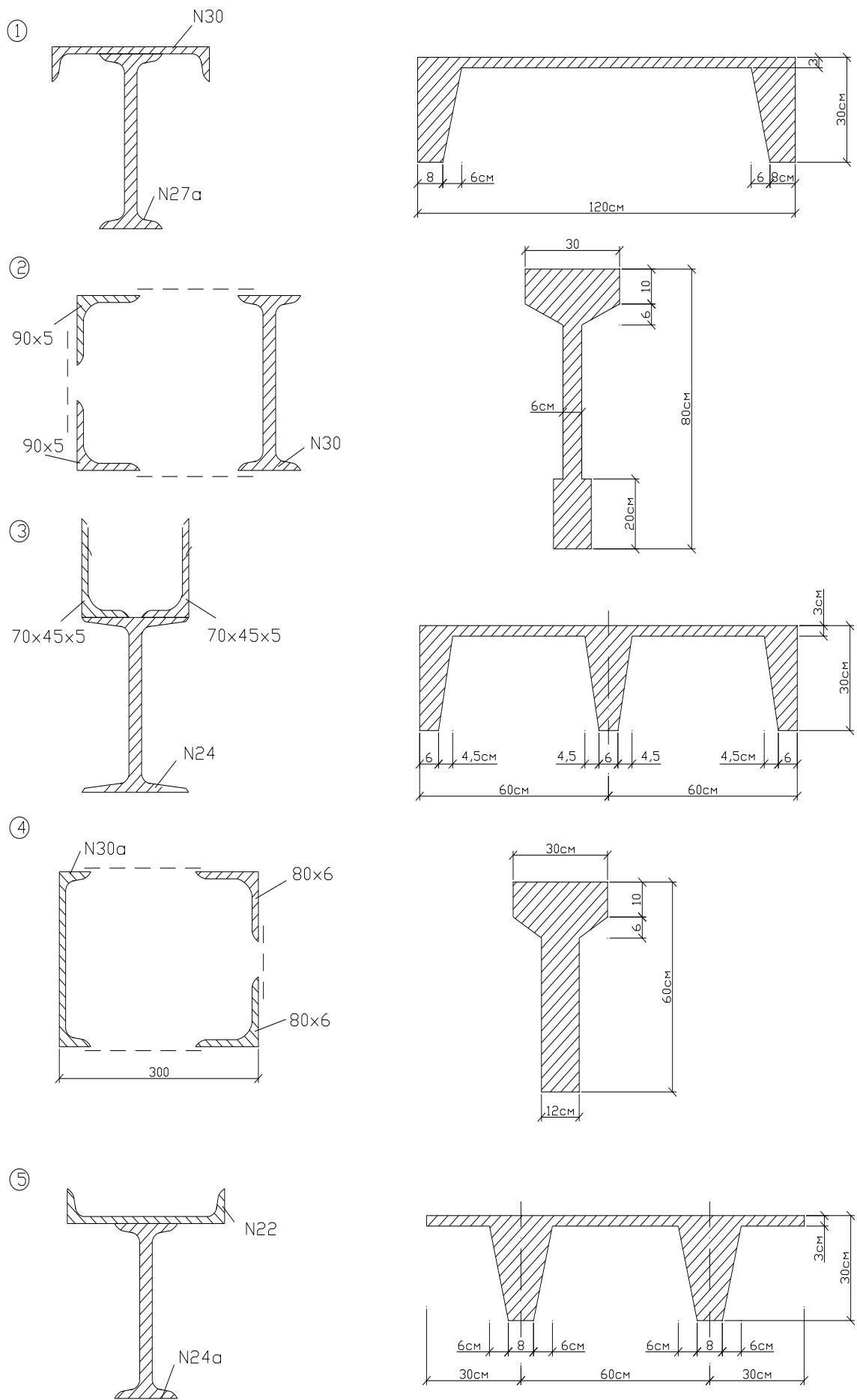
$$J_v = 42667 + 2552 + 2 \cdot 8210 - 64 = 61575 \text{ cm}^4.$$

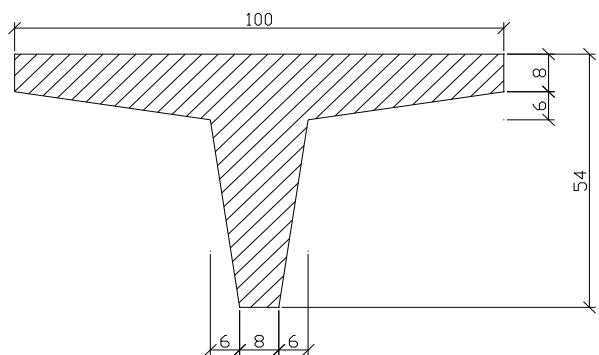
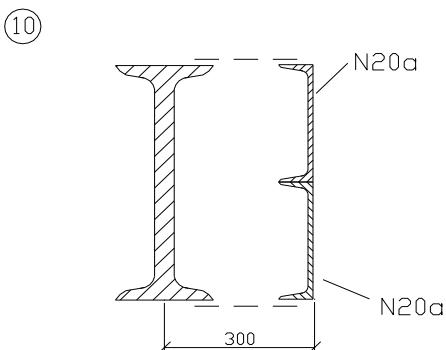
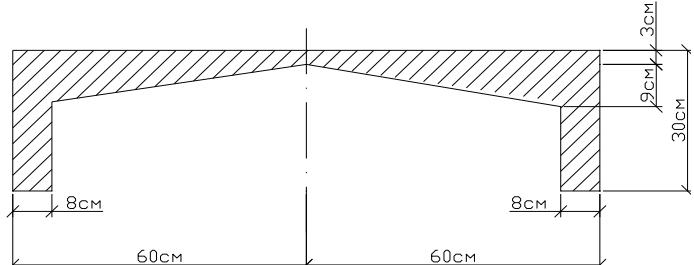
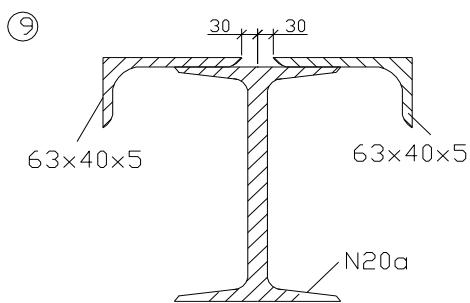
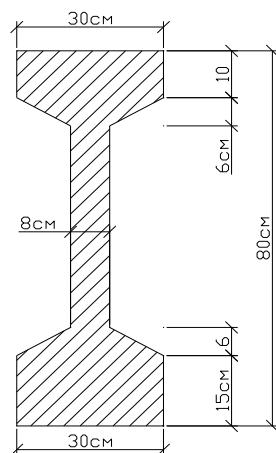
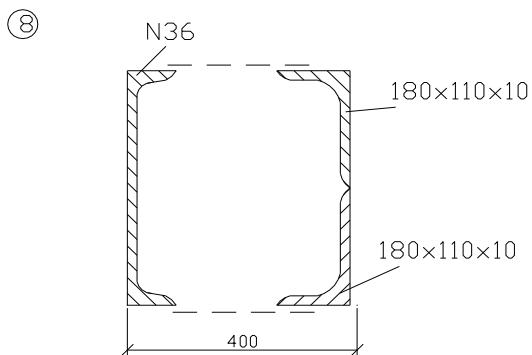
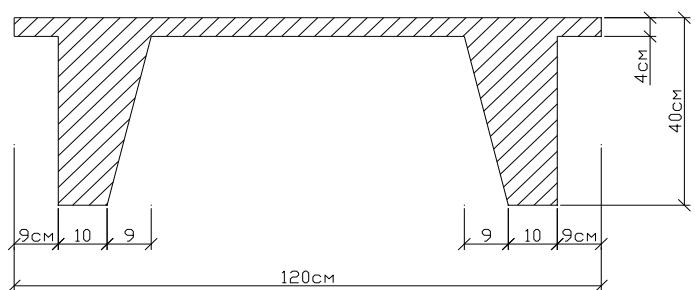
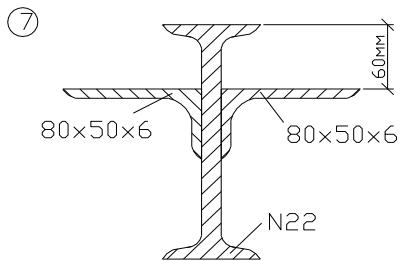
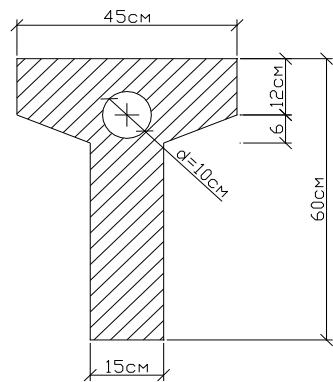
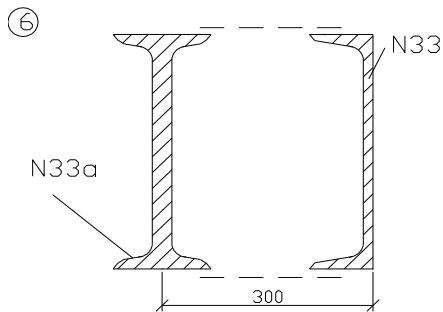
Ответ: $J_u=227486 \text{ см}^4$, $J_v=61575 \text{ см}^4$.

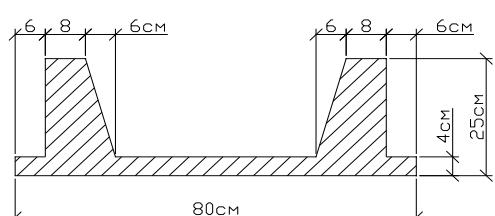
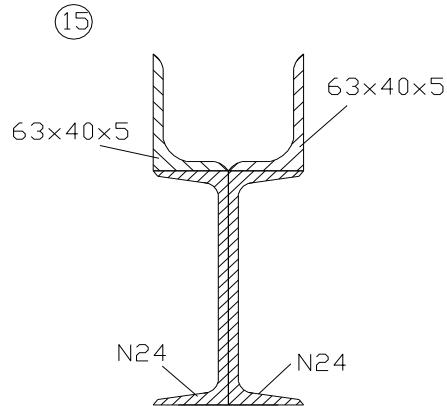
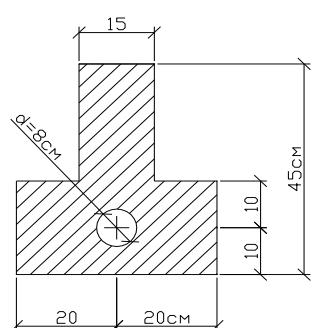
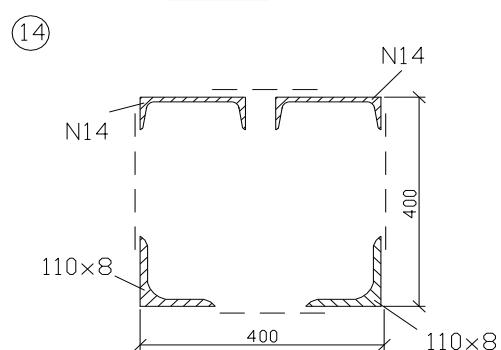
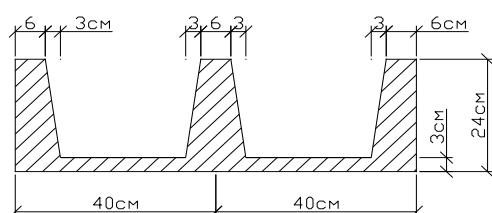
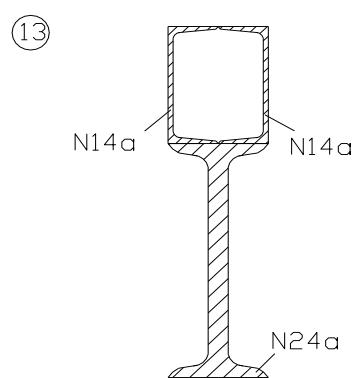
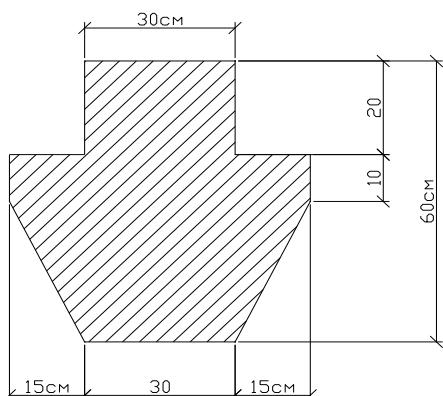
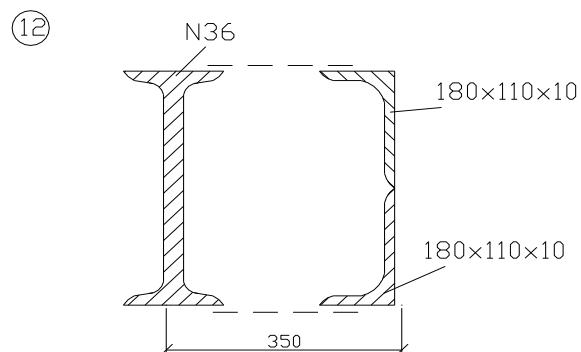
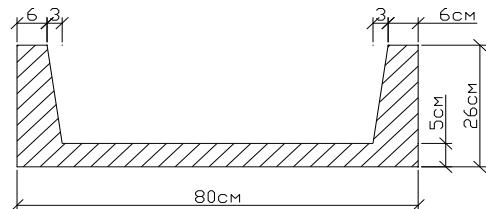
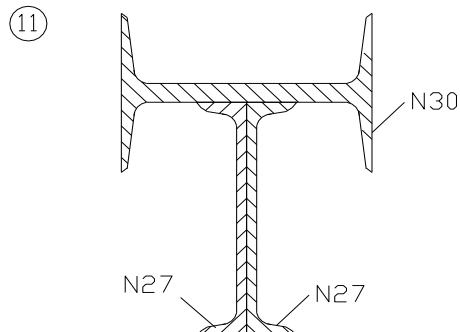
Задание для расчетно-графической работы №5:

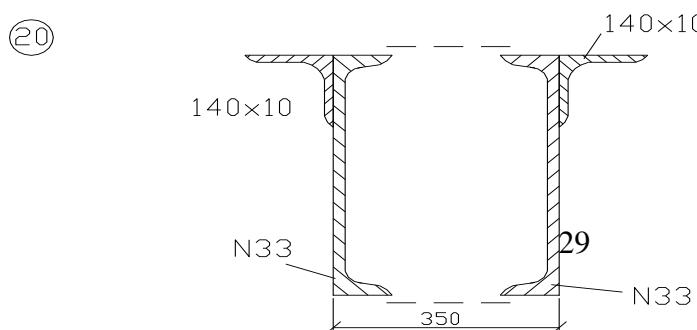
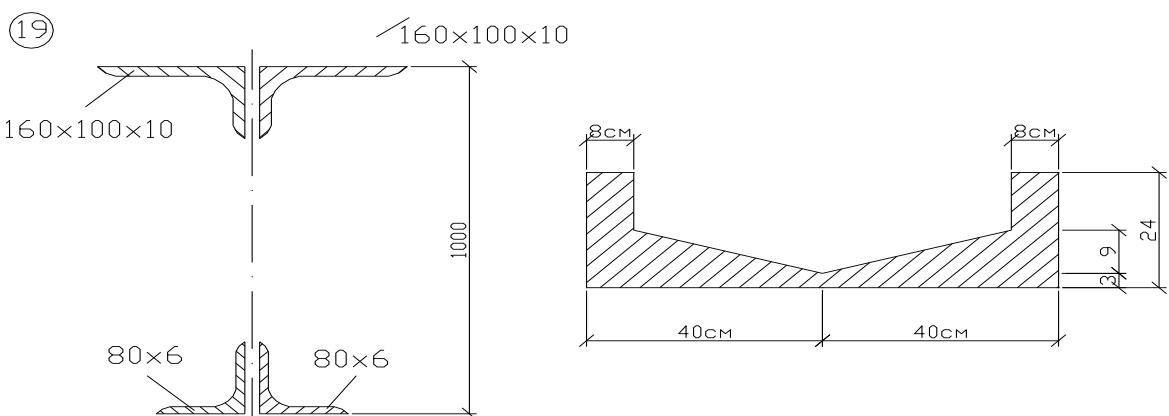
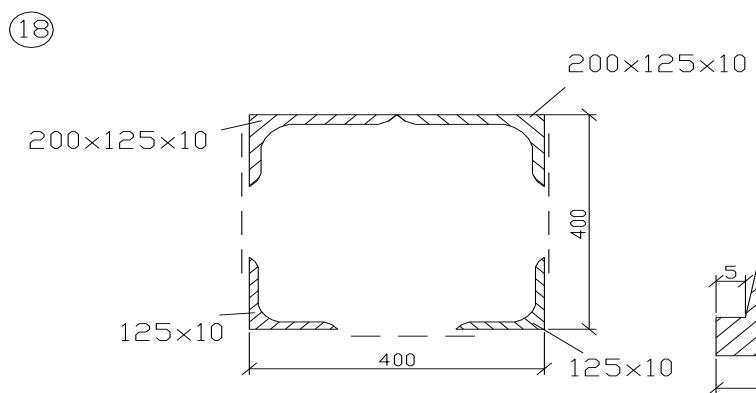
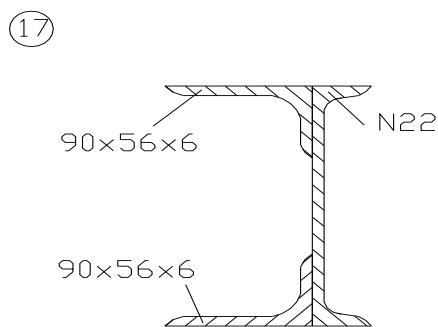
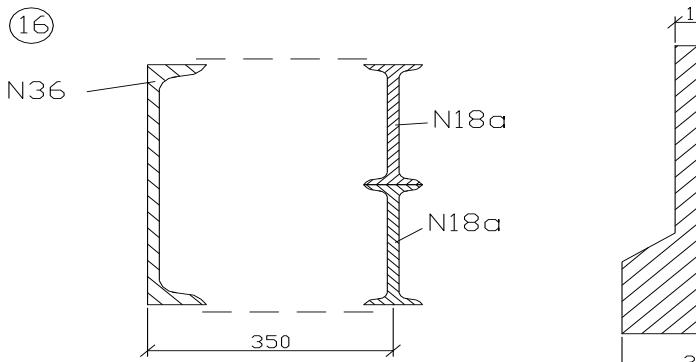
Задача 1. Определить моменты инерции сечения, составленного из профилей прокатной стали, относительно главных центральных осей по данным своего варианта.

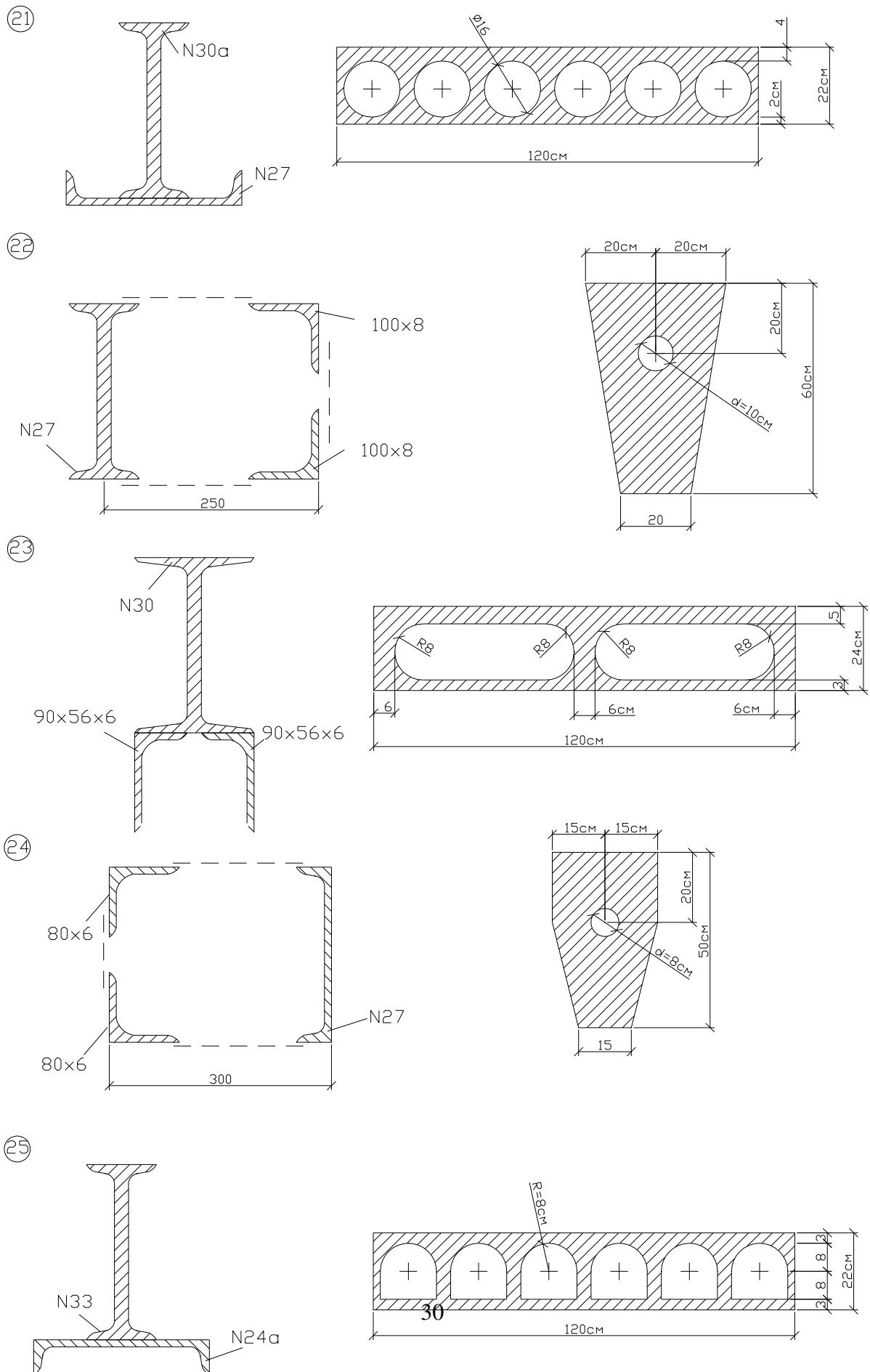
Задача 2. определить моменты инерции сечения, составленного из простых геометрических фигур, относительно главных центральных осей по данным своего варианта.



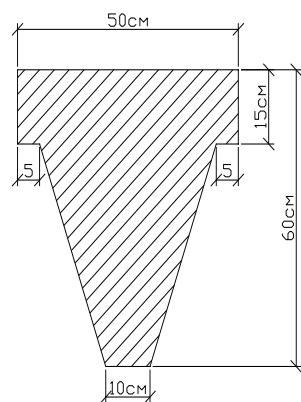
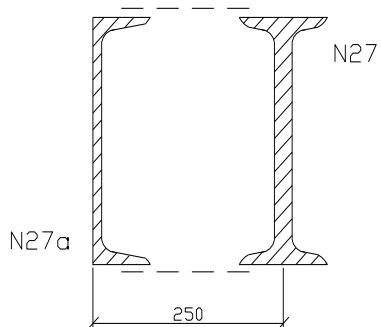




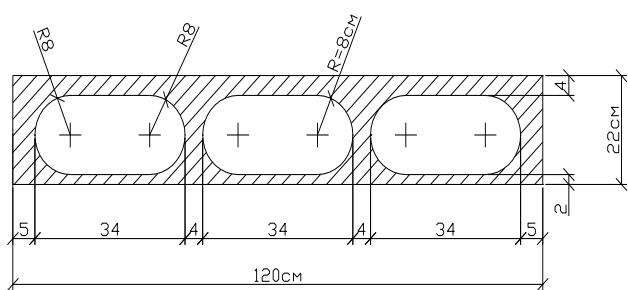
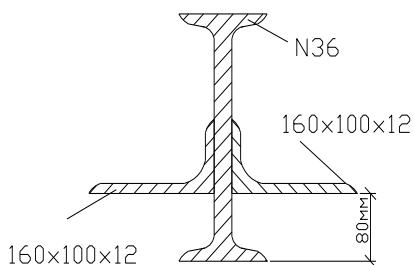




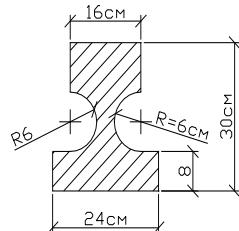
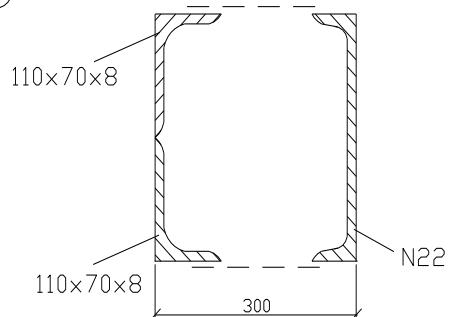
(26)



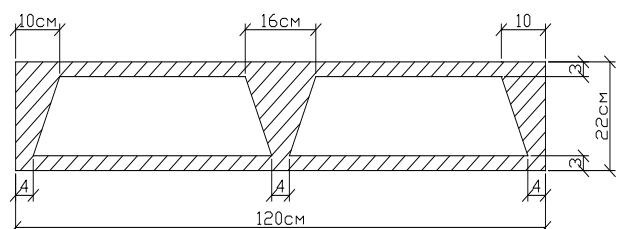
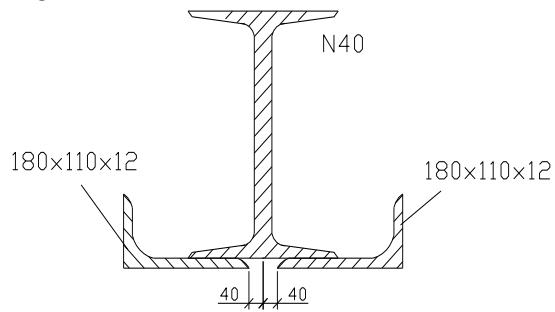
(27)



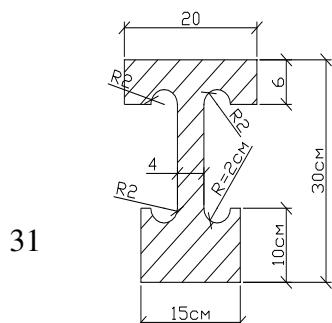
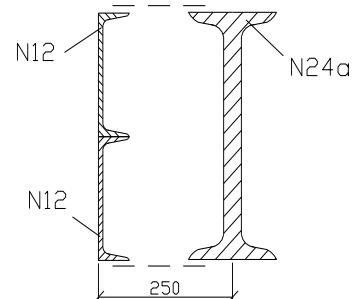
(28)



(29)

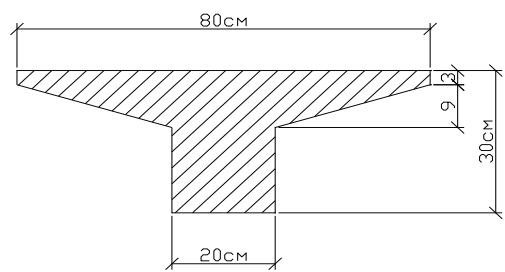
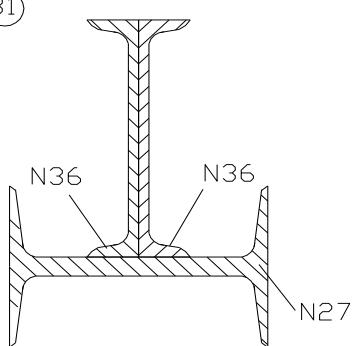


(30)

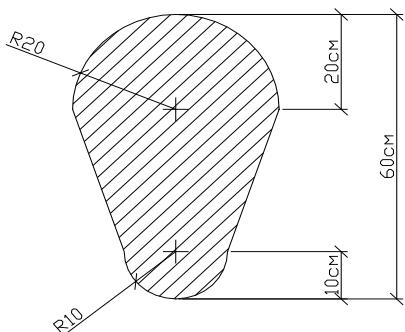
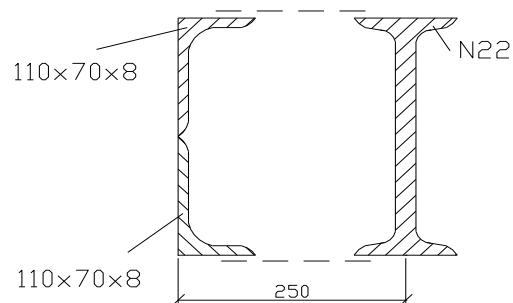


31

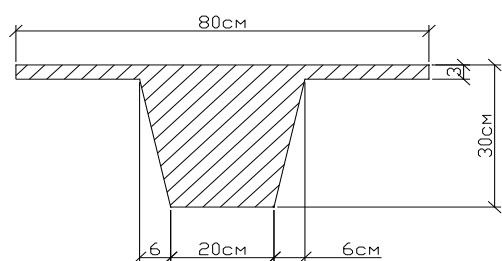
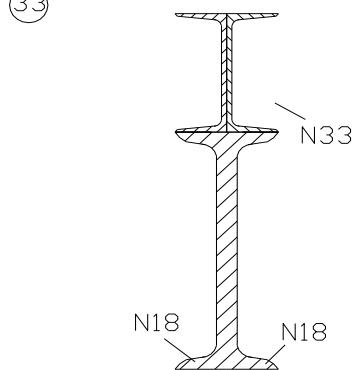
(31)



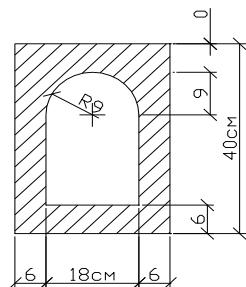
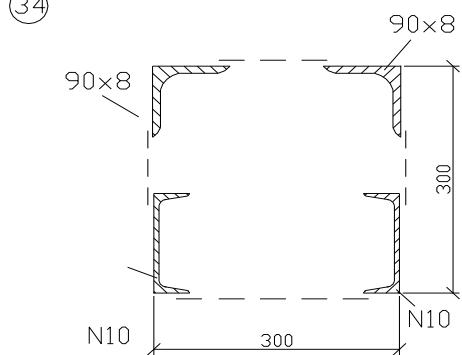
(32)



(33)

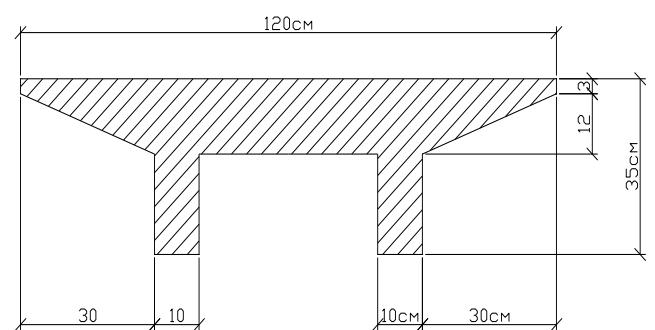
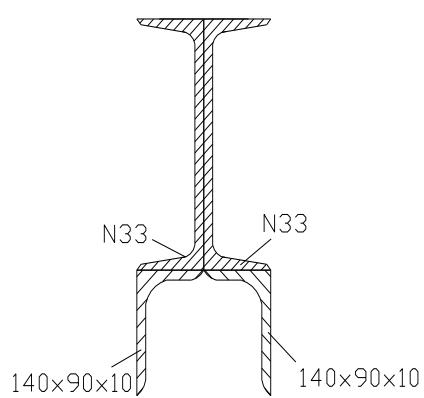


(34)

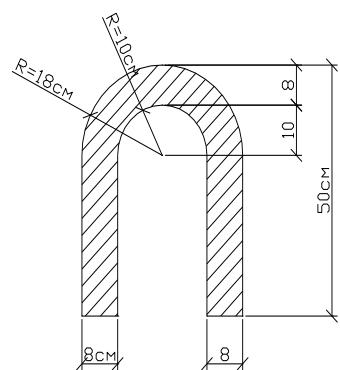
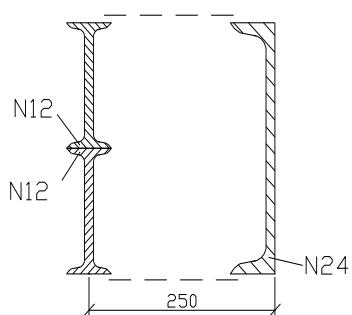


]

(35)



(36)



Сопротивление материалов

Тема: Изгиб.

Расчетно-графическая работа №6

Последовательность решения задачи.

1. Определяют опорные реакции балки.
2. Обозначают характерные сечения балки. Ими являются концевые сечения балки, опоры, точки приложения сосредоточенных сил и моментов, начало и конец распределенной нагрузки.
3. Строят эпюру поперечных сил Q . Для этого определяют значения поперечных сил в характерных сечениях. Поперечная сила в сечении балки равна сумме проекций всех сил, расположенных только слева или только справа от рассматриваемого сечения на ось, перпендикулярную оси элемента. Сила, расположенная слева от рассматриваемого сечения и направленная вверх, сообщает поперечной силе знак «плюс», а сила, направленная вниз, - знак «минус». Для правой части – наоборот. В сечениях, соответствующих точкам приложения сосредоточенных сил, в том числе точкам приложения опорных реакций, необходимо определить два значения поперечной силы: чуть левее рассматриваемого сечения и чуть правее его.
Поперечные силы в этих сечениях обозначаются соответственно $Q^{\text{лев}}$ и $Q^{\text{прав}}$.

Найденные значения поперечных сил в характерных сечениях откладывают в некотором масштабе от нулевой линии. Концы отложенных ординат соединяют прямыми линиями, руководствуясь следующими правилами:

- a) если на участке балки нет нагрузки (распределенной), то под этим участком концы отложенных ординат соединяются прямой линией, параллельной нулевой линии;
- b) если на участке балки приложена распределенная нагрузка, то под этим участком концы отложенных ординат соединяются прямой, наклонной к нулевой линии. Она может пересекать или не пересекать нулевую линию.

Полученный график изменения поперечных сил по длине балки называется эпюрой Q .

4. Строят эпюру M . Для этого определяют изгибающие моменты в характерных сечениях. Изгибающий момент в рассматриваемом сечении балки равен сумме моментов всех сил (распределенных, сосредоточенных, в том числе и опорных реакций, а также внешних сосредоточенных моментов), расположенных только слева или только справа от этого сечения. Если любое из перечисленных силовых воздействий, приложенных к левой части, стремится повернуть любую часть балки по часовой стрелке, то они сообщают изгибающему моменту знак «плюс», а если против – знак «минус». Для правой части – наоборот. При положительном изгибающем моменте балка деформируется выпуклостью вниз, а при отрицательном – выпуклостью вверх.

В сечении, соответствующем точкам приложения сосредоточенных моментов, необходимо определить два значения изгибающего момента: чуть левее рассматриваемого сечения $M^{\text{лев}}$ и чуть правее его $M^{\text{прав}}$. В точках приложения сил определяется одно значение изгибающего момента.

Полученные значения откладывают в некотором масштабе от нулевой линии. Соединяют концы отложенных ординат, руководствуясь следующими правилами:

- если на участке балки нет нагрузки (распределенной), то под этим участком балки концы отложенных ординат соединяются прямой линией;
- если на участке балки приложена распределенная нагрузка, то под этим участком концы отложенных ординат соединяются по параболе. Парабола имеет выпуклость в сторону действия нагрузки (при действии нагрузки сверху вниз парабола обращена выпуклостью вниз). При этом если эпюра Q_y на рассматриваемом участке не пересекает нулевую линию то эпюра M_x (она является параболой) может быть построена по двум точкам, так как все значения изгибающих моментов в промежуточных сечениях находятся между значениями в характерных сечениях. Если эпюра Q_y пересекает нулевую линию, то под этим сечением эпюра M_x будет иметь экстремальное (максимальное или минимальное) значение или вершину параболы. Положение этого сечения находят по эпюре Q_y из подобия треугольников. Затем находят значение изгибающего момента в этом сечении и строят эпюру M_x на участке с распределенной нагрузкой по трем точкам. Соединив все полученные точки по указанным выше правилам, получают график изменения изгибающих моментов по длине балки. Этот график называется эпюрой M_x .

Существует несколько способов проверки правильности построения эпюр. Наиболее простой способ заключается в том, что сумма моментов всех левых и всех правых сил, взятые отдельно, в любом сечении балки должны быть равны между собой.

Приведенный способ построения эпюр Q_y и M_x назовем способом построения по характерным сечениям. Он является частным случаем более общего способа, который называется способом построения эпюр по участкам. Порядок построения эпюр при этом способе следующий. Балку разбивают на участки. Границами участков являются характерные сечения. Для каждого участка записывается закон изменения усилий Q_y и M_x и определяются их величины при граничных значениях. По найденным усилиям строятся соответствующие эпюры.

- Подбираем сечения балки согласно указанного варианта. Для этого используем условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq R\gamma_c$$

Где осевой момент сопротивления W_x является геометрической характеристикой прочности поперечного сечения, а M_{\max} – взятый по абсолютной величине максимальный изгибающий момент. Тогда проектировочная задача

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{R\gamma_c}$$

Задача 1.

Построить эпюры Q_y и M_x для балки, показанной на рисунке.

Решение:

- Определим опорные реакции балки.

Составим уравнения:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0; \\ \sum M_B &= 0.\end{aligned}$$

Из первого уравнения найдем V_B :

$$-F(a + b) + q(b + c)(b + c)/2 - b - V_B(c + d) - M = 0;$$

$$15 \cdot 2 + 20 \cdot 6 \cdot 2 - V_B \cdot 7 - 25 = 0;$$

$$V_B = (-15 \cdot 2 + 20 \cdot 6 \cdot 2 - 25)/7 = 26,4 \text{ kN}$$

Из второго уравнения найдем V_A :

$$\begin{aligned} -F(a+b+c+d) + V_A(c+d) - q(b+c)(b+c)/2 + d - M &= 0; \\ -15 \cdot 9 + V_A \cdot 7 - 20 \cdot 6 \cdot 5 - 25 &= 0; \\ V_A = (15 \cdot 9 + 20 \cdot 6 \cdot 5 + 25) / 7 &= 108,6 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Выполним проверку:

$$\begin{aligned} \sum Y &= V_A + V_B - F - g(b+c) = 0; \\ 108,6 + 26,4 - 15 - 20 \cdot 6 &= 0; \\ 135 - 135 &= 0. \end{aligned}$$

2. Обозначим характерные сечения (точки) балки С; D; A; E; B; K. Это точки приложения сосредоточенной силы, точки приложения опорных реакций, точки: начало и конец распределенной нагрузки. Определим значения поперечных сил в характерных сечениях, отбрасывая правую часть балки, оставляя левую для рассмотрения. В сечении, соответствующем точке приложения сосредоточенной силы, поперечная сила вычисляется чуть левее этой точки (на бесконечно близком расстоянии от нее) и чуть правее ее; поперечные силы в таких местах обозначаются соответственно $Q_{\text{лев}}$ и $Q_{\text{прав}}$.

$$\begin{aligned} Q_c &= -F = -15 \text{ кН;} \quad Q_D = -F = -15 \text{ кН;} \quad Q_A^{\text{лев}} = -F - q \cdot b = -15 - 20 \cdot 1 = -35 \text{ кН;} \\ Q_A^{\text{прав}} &= -F - g \cdot b + V_A = -15 - 20 \cdot 1 + 108,6 = 73,6 \text{ кН;} \\ Q_E &= -F - q(b+c) + V_A = -15 - 20 \cdot 6 + 108,6 = -26,4 \text{ кН;} \quad Q_B^{\text{лев}} = Q_E = -26,4 \text{ кН;} \\ Q_B^{\text{прав}} &= Q_B^{\text{лев}} + V_B = -26,4 + 26,4 = 0; \quad Q_k = 0 \end{aligned}$$

3. Строим эпюру Q . Проводим нулевую линию, параллельную продольной оси балки, а полученные значения Q откладываем в принятом масштабе от нулевой линии и соединим прямыми линиями
4. Определим изгибающие моменты в характерных точках:

$$\begin{aligned} M_c &= 0; \quad M_D = -F \cdot a = -15 \cdot 1 = -15 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ M_A &= -F(a+b) - q \cdot b \cdot b/2 = -15 \cdot 2 - 20 \cdot 1 \cdot 0,5 = -40 \text{ кН} \cdot \text{м}. \\ M_E &= -F(a+b+c) + V_A \cdot c - q(b+c)(b+c)/2 = -15 \cdot 7 + 108,6 \cdot 5 - 20 \cdot 6 \cdot 3 = 78 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Эпюра Q на участке АЕ пересекает нулевую линию. Определим положение точки, в которой эпюра Q пересекает нулевую линию.

$$\begin{aligned} Q_0 &= 0; \\ Q_0 &= -F + V_A - g \cdot Z = 0; \\ Z &= (-F + V_A)/g = (-15 + 108,6)/20 = 4,68 \text{ м}; \\ M_o &= -F(a+z) - g \cdot z \cdot z/2 + V_A \cdot (z-b) = -15 \cdot 5,68 - 20 \cdot 4,68 \cdot 2,34 + 108,6 \cdot 3,68 = 95,4 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ M_B &= M = 25 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad M_K = M = 25 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Строим эпюру M_x на участках между характерными точками. На участке CD нагрузки нет, поэтому эпюра M_x — прямая линия, соединяющая значения $M_c = 0$ и $M_D = -15 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

На участке DA действует распределенная нагрузка, поэтому эпюра M_x — парабола. Так как эпюра Q_v на этом участке не пересекает нулевую линию, то парабола не имеет экстремального значения, поэтому величину изгибающих моментов в сечениях D и A соединим кривой, значения которой принимают промежуточные значения между $-15 \text{ кН} \cdot \text{м}$ и $-40 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

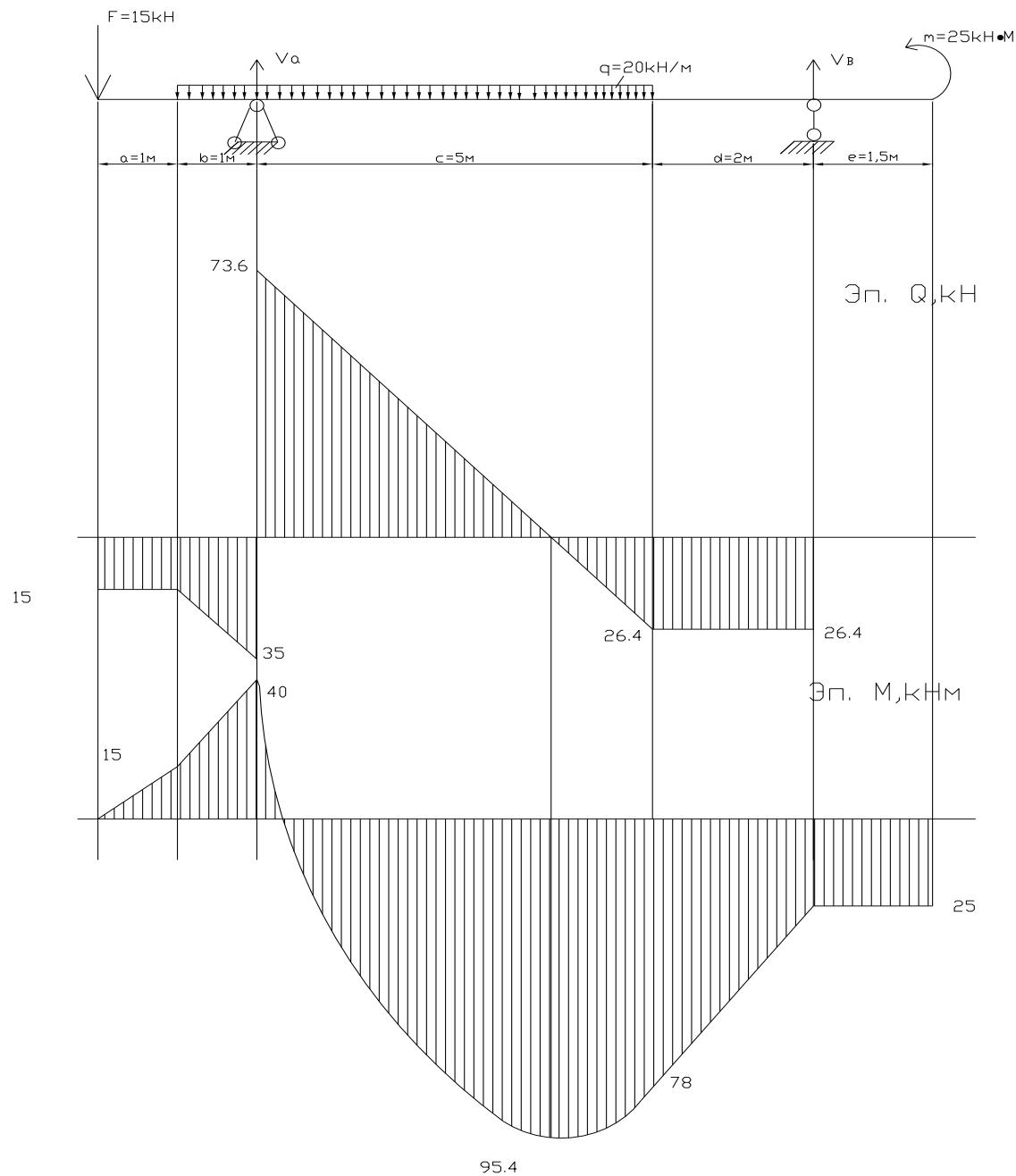
На участке AE действует распределенная нагрузка, поэтому эпюра M — парабола. Так как эпюра Q на этом участке пересекает нулевую линию, то парабола имеет экстремальное значение (вершину), поэтому эпюру M строим по трем значениям:

$$M_D = -40 \text{ kH}\cdot\text{m}; \quad M_o = 95,4 \text{ kH}\cdot\text{m}; \quad M_E = 78 \text{ kH}\cdot\text{m}.$$

На участке ЕВ нет нагрузки, поэтому эпюра M - прямая, соединяющая значения $M_E = 78 \text{ kH}\cdot\text{m}$ и $M_B = 25 \text{ kH}\cdot\text{m}$.

На участке ВК нет нагрузки, поэтому эпюра M - прямая, соединяющая $M_B = 25 \text{ kH}\cdot\text{m}$ и $M_k = 25 \text{ kH}\cdot\text{m}$ - прямая параллельная нулевой линии - на этом участке балка испытывает чистый изгиб.

Эпюра M построена.



Задача 2.

Для заданной двухопорной балки определить и построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и определить размеры поперечного сечения (h, b, d) в форме прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника соотношение сторон $h/b = 1,5$. Считать $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Решение:

1. Определяем опорные реакции:

$$\sum M_D = 0;$$

$$\sum M_D = -M_1 + F_2 \cdot CD + M_2 + V_B \cdot BD - F_1 \cdot OD = 0;$$

$$V_B = \frac{M_1 - F_2 \cdot CD - M_2 + F_1 \cdot OD}{BD} = \frac{20 - 30 \cdot 6 - 10 + 18 \cdot 15}{10} = 10 kH$$

$$\sum M_B = 0;$$

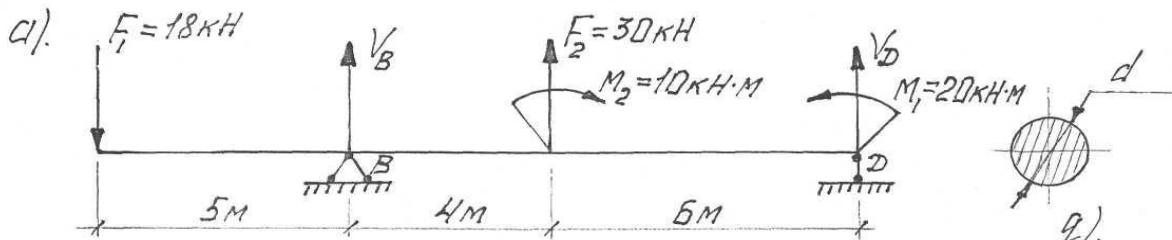
$$\sum M_B = -F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - V_D \cdot BD - M_1 = 0;$$

$$V_D = \frac{-M_1 - F_2 \cdot BC + M_2 - F_1 \cdot OB}{BD} = \frac{-20 - 30 \cdot 4 + 10 - 18 \cdot 5}{10} = -22 kH$$

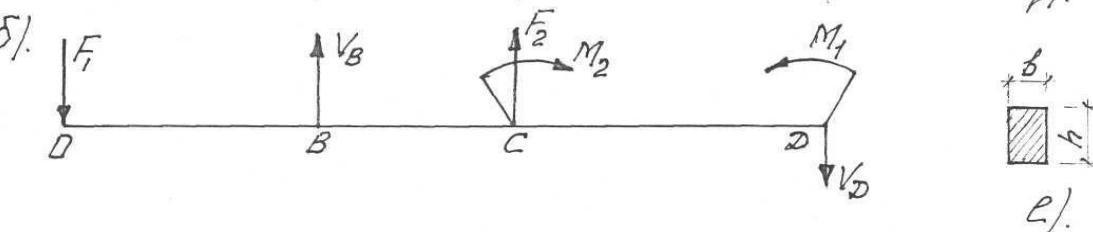
Так как реакция V_D получилась со знаком минус, то изменяем ее первоначальное направление на противоположное. Истинное направление реакции V_D - вниз.

Проверка: $\sum Y = 0$;
 $\sum Y = -F + V_B + F_2 - V_D = 0$;
 $-18 + 10 + 30 - 22 = 0$;
 $0 = 0$.

$$a). F_1 = 18 \text{ kN}$$

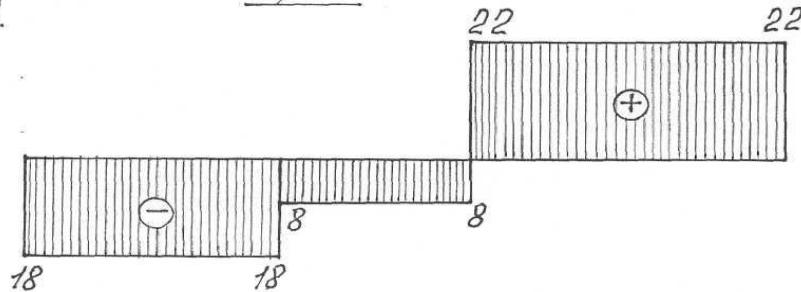


$\delta).$



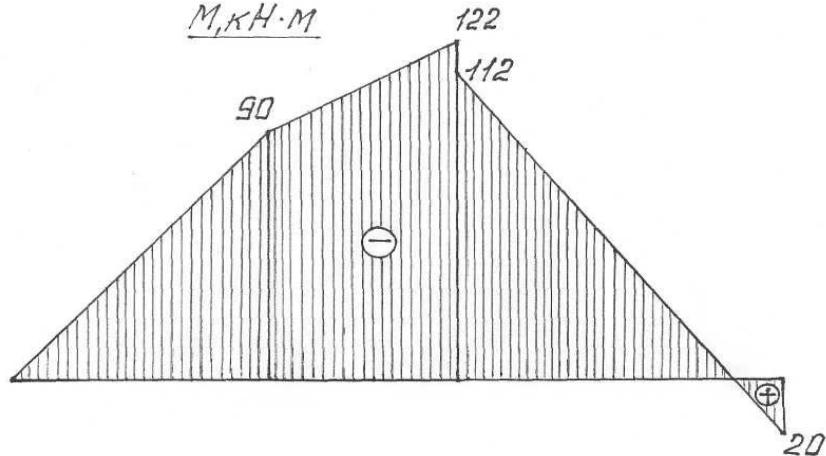
$b).$

Q, kN



$2).$

$M, \text{kN} \cdot \text{m}$



При построении эпюр используем только истинные направления реакций опор.

2. Делим балку на участки по характерным сечениям О; В; С; Д.
3. Определяем в характерных сечениях значения поперечной силы Q_y :

$$Q_0 = -F_1 = -18 \text{ kN};$$

$$Q_B^{\text{лев}} = -F_1 = -18 \text{ kN};$$

$$Q_B^{\text{пр}} = -F_1 + V_B = -18 + 10 = -8 \text{ kN};$$

$$Q_C^{\text{лев}} = -F_1 + V_B = -18 + 10 = -8 \text{ kN};$$

$$Q_C^{\text{прав}} = -F_1 + V_B + F_2 = -18 + 10 + 30 = 22 \text{ kN};$$

$$Q_D = -F_1 + V_B + F_2 = 22 \text{ kN}.$$

По данным значениям строим эпюру слева направо.

4. Вычисляем в характерных сечениях значения изгибающего момента:

$$M_0 = 0;$$

$$M_B = F_1 \cdot AB = 18 \cdot 5 = 90 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C^{\text{лев}} = -F_1 \cdot OC + V_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = -122 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_c^{\text{прав}} = -F_1 \cdot OC + V_B \cdot BC + M_2 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -112 \text{кН}\cdot\text{м};$$

$$M_c^{\text{лев}} = -F_1 \cdot OD + V_B \cdot BD + M_2 + F_2 \cdot CD = -18 \cdot 15 + 10 \cdot 10 + 10 + +30 \cdot 6 = 20 \text{кН}\cdot\text{м}.$$

5. Вычисляем размеры сечения данной балки из условий прочности на изгиб по двум вариантам:

- a) сечение - прямоугольник с заданным соотношением сторон;
 б) сечение - круг.

Вычисление размеров прямоугольного сечения:

$$W_x = M_{x\max}/[\sigma] = 122 \cdot 10^3 / 160 \cdot 10^6 = 0,762 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$W_x = bh^2/6 = 1,5 b^3/6$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot W_x}{2,25}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0,762 \cdot 10^{-3}}{2,25}} = 12,7 \text{ см}$$

$$h = 1,5b = 19,05 \text{ см.}$$

Используя формулу $W_x = \pi d^3/32$, находим диаметр круглого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0,762 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 19,6 \text{ см}$$

Задача 3.

Для заданной консольной балки (поперечное сечение - двутавр, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ построить эпюры Q_y и M_x и подобрать сечение по сортаменту, если на балку действуют силы $F_1 = 2 \text{ кН}$, $F_2 = 1 \text{ кН}$ и момент $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

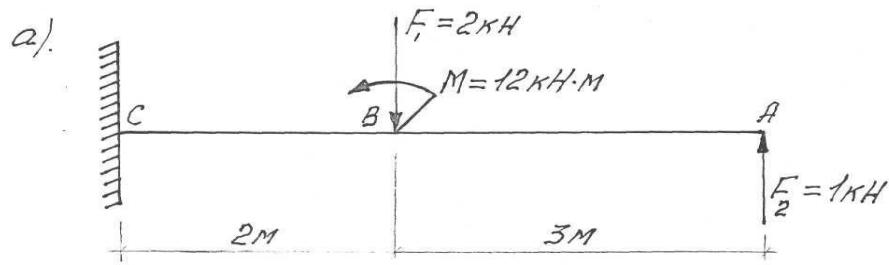
Решение:

Расчет консольных балок с жесткой заделкой, следует начинать сразу с определения поперечных сил и изгибающих моментов, перемещаясь от свободного конца к заделке.

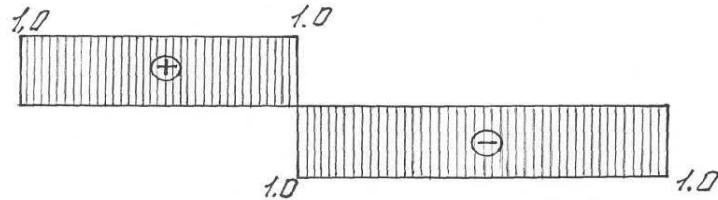
Опорные реакции определяются автоматически в процессе определения поперечных сил и изгибающих моментов.

1. Делим балку на участки по характерным сечениям A, B, C.

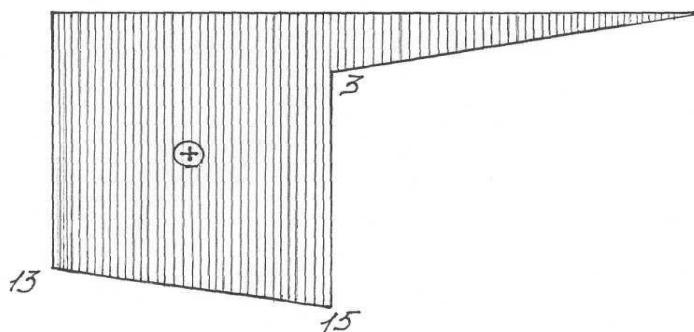
2. Определяем значения поперечной силы Q_y в характерных сечениях и строим эпюру Q_y :
 $Q_A = -F_2 = -1 \text{ кН}; Q_B^{\text{прав}} = -F_2 = -1 \text{ кН};$
 $Q_B^{\text{лев}} = -F_2 + F_1 = -1 + 2 = 1 \text{ кН};$
 $Q_C = -F_2 + F_1 = -1 + 2 = 1 \text{ кН}.$



δ).



β).



3. Определяем значения изгибающего момента M_x в характерных сечениях и строим эпюру.

$$M_A=0;$$

$$M_B^{\text{пп}}=F_2 \cdot AB = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_B^{\text{лев}}=F_2 \cdot AB + M = 1 \cdot 3 + 12 = 15 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_c=F_2 \cdot AC + M - F_1 \cdot BC = 1 \cdot 5 + 12 - 2 \cdot 2 = 13 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Исходя из эпюры M_x

$$M_{\max}=15 \text{ кН} \cdot \text{м} = 15 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

тогда осевой момент сопротивления из условия прочности будет равен

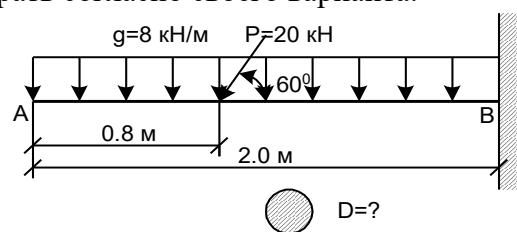
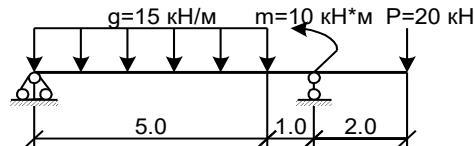
$$W_x = M_{x \max} / [\sigma] = 15 \cdot 10^3 / 160 \cdot 10^6 = 93,7 \text{ см}^3.$$

В соответствии с таблицей сортамента выбираем двутавр № 16; $W_x^{\text{табл}} = 109 \text{ см}^3$.

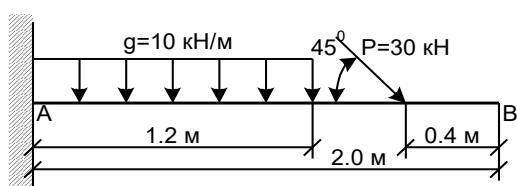
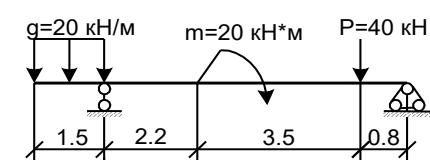
Задание к расчетно-графической работе №6:

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для простых балок.
Произвести подбор сечения. Схемы выбрать согласно своего варианта.

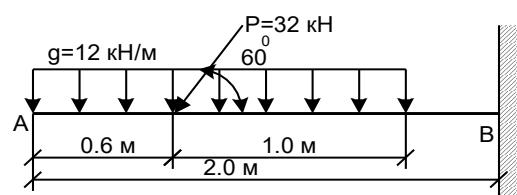
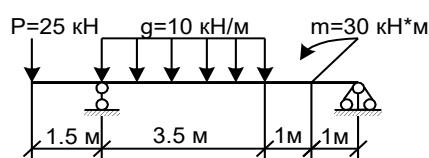
1



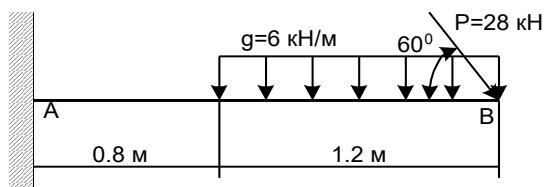
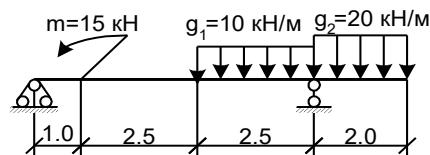
2



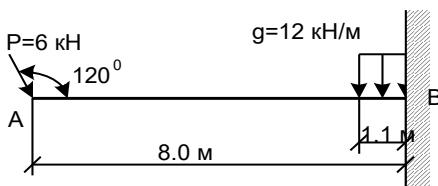
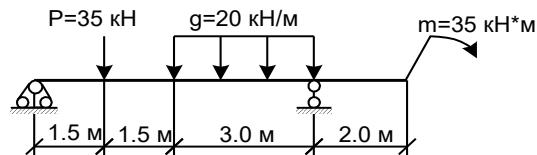
3

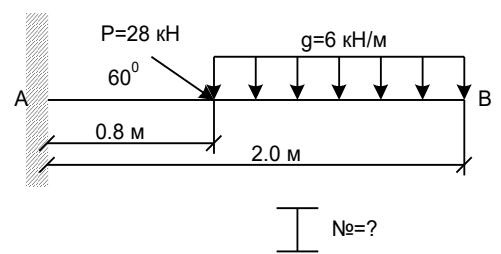
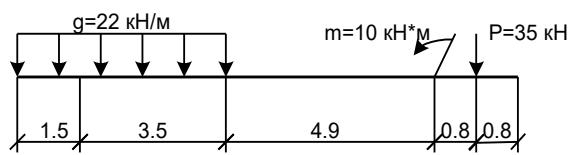
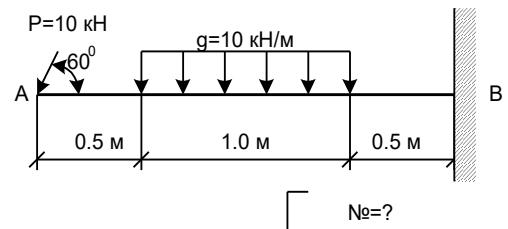
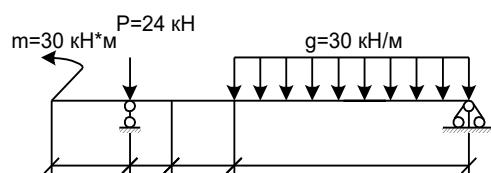
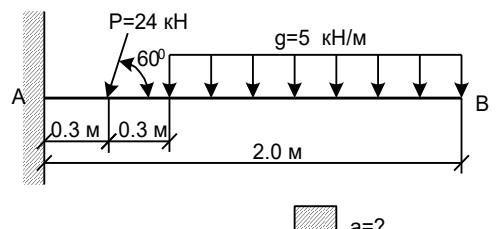
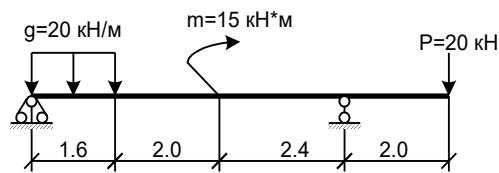
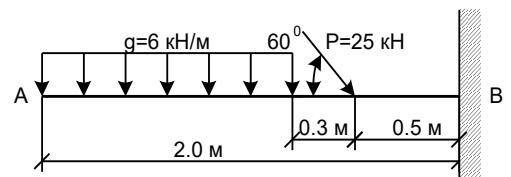
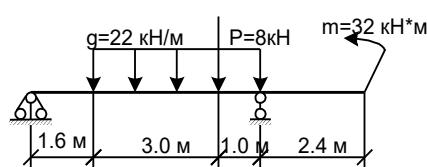
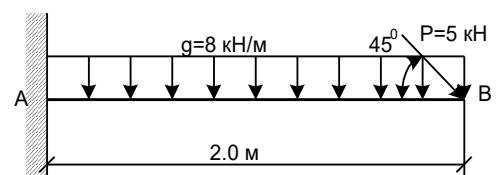
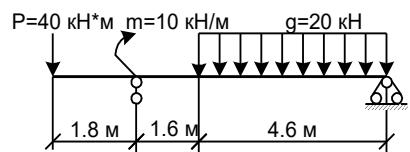


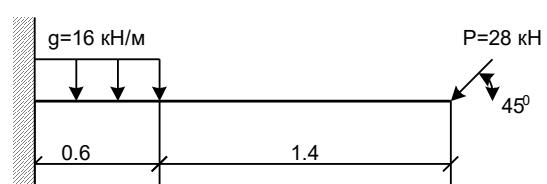
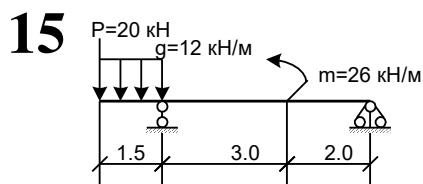
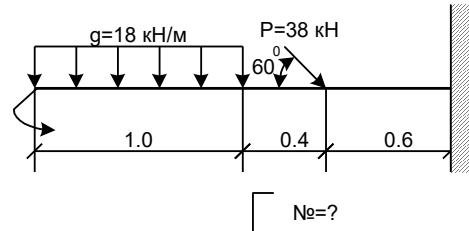
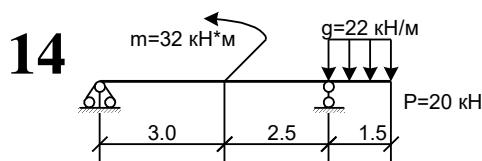
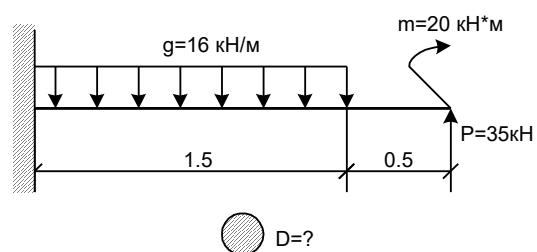
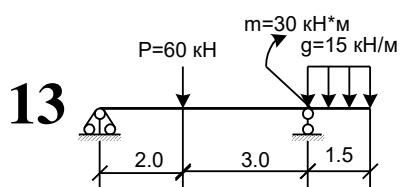
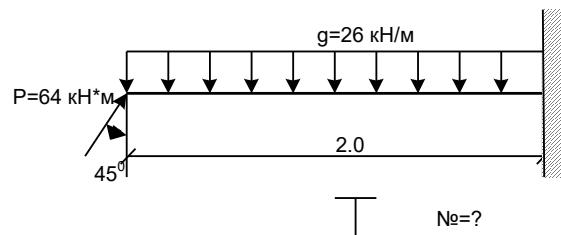
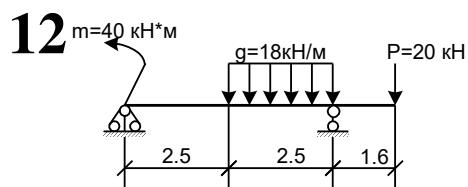
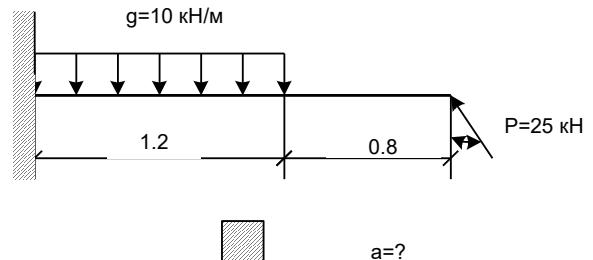
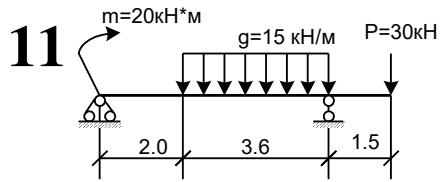
4

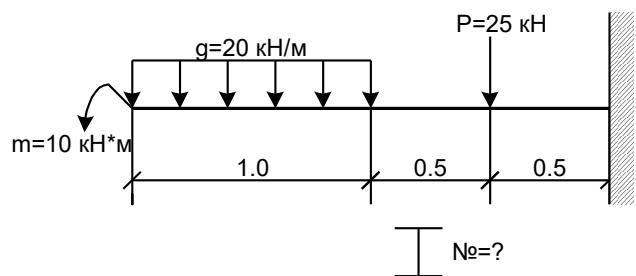
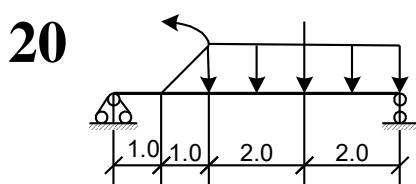
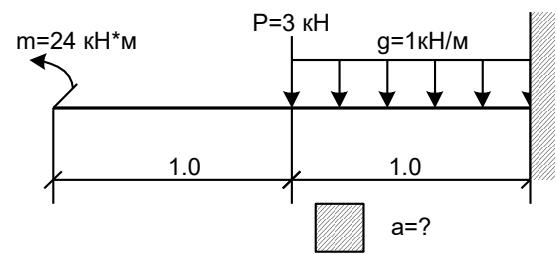
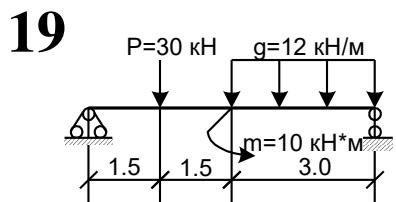
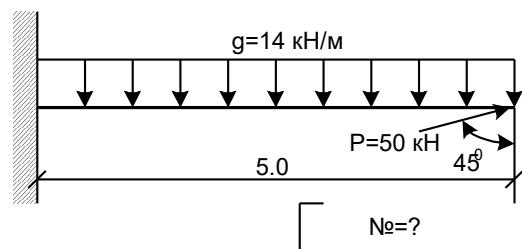
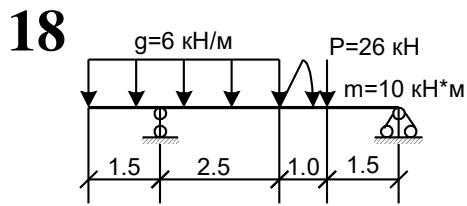
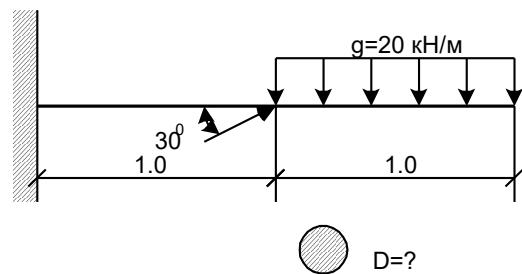
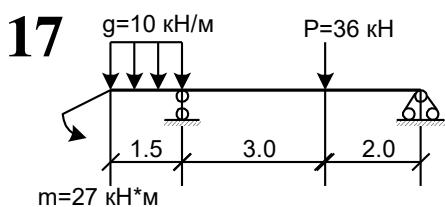
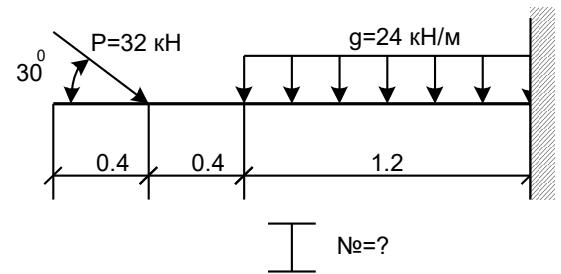
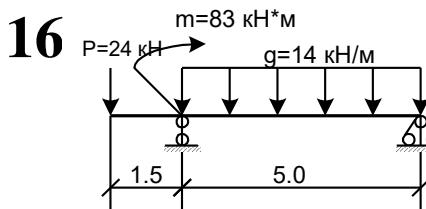


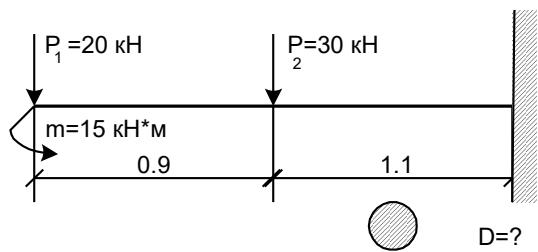
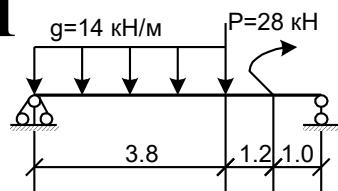
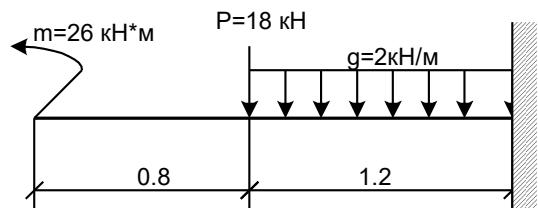
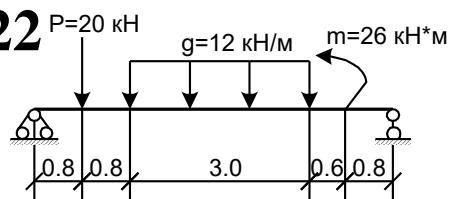
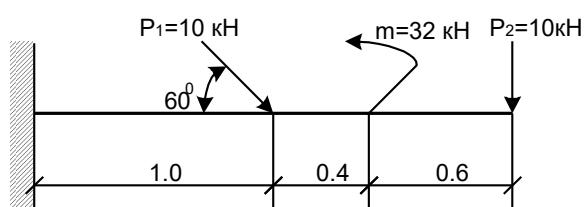
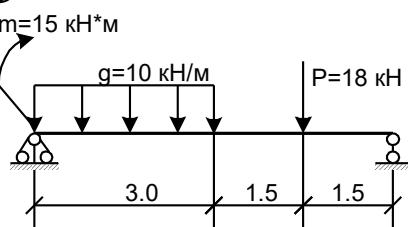
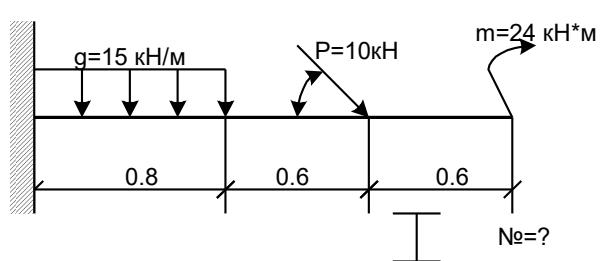
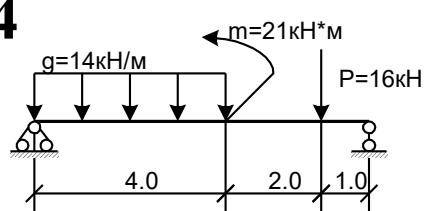
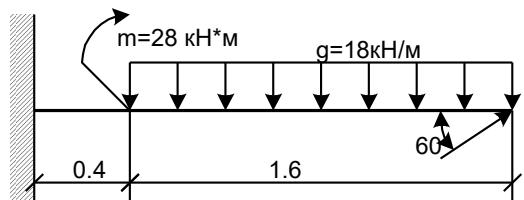
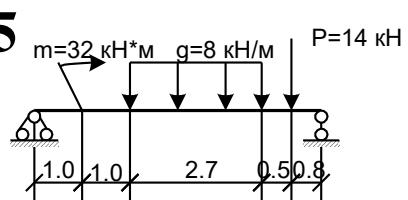
5



6**7****8****9****10**





21**22****23****24****25**

Сопротивление материалов

Тема: Расчет на прочность и жесткость при кручении круглого бруса Расчетно-графическая работа №7

Последовательность решения задачи

1. Изобразить на рисунке круглый брус с приложенными внешними скручивающими моментами.
2. определить внешние скручивающие моменты по формуле:

$$M = \frac{P}{\omega} (\text{Н}\cdot\text{м}), \text{ где}$$

P – мощность, (Вт)

ω – угловая скорость, (рад/с)

3. определить уравновешивающий момент, используя уравнение равновесия $\sum M_i = 0$, так как при равномерном вращении вала алгебраическая сумма приложенных к нему внешних скручивающих (вращающих) моментов равна нулю.
4. Пользуясь методом сечений. Вычислить по участкам крутящие моменты по длине вала. Крутящий момент в любом поперечном сечении численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, приложенных к валу справа или слева от сечения.
5. Построить эпюру крутящих моментов.
Эпюра крутящих моментов дает возможность определить опасное сечение в частности, если вал имеет постоянное поперечное сечение, то опасными будут сечения на участке, где возникает наибольший крутящий момент.
6. По наибольшему крутящему моменту, определить диаметр вала круглого или кольцевого сечения из условия прочности и жесткости.

Для кольцевого сечения вала принять соотношение диаметров

$$c=d/D, \text{ где}$$

d – внутренний диаметр кольца;

D – наружный диаметр кольца.

Условие прочности бруса при кручении заключается в том, что наибольшее возникающее в нем касательное напряжение не должно превышать допускаемое

$$\tau = \frac{M_{z_{\max}}}{W_P} \leq [\tau_K]$$

из условия прочности

$$W_P \geq \frac{M_{z_{\max}}}{[\tau_K]}; \text{ где}$$

$M_{z_{\max}}$ – наибольший крутящий момент;

W_P – полярный момент сопротивления при кручении;

$[\tau_K]$ – допускаемое касательное напряжение.

$$W_P = \frac{\pi d^3}{16}$$

Необходимый по прочности диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z_{\max}}}{\pi[\tau_K]}}$$

Сечение вала – кольцо

$$W_P = \frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4)$$

Необходимый по прочности наружный диаметр кольца

$$D = \sqrt[3]{\frac{16M_{z_{\max}}}{\pi[\tau_k](1-c^4)}}$$

Условие жесткости бруса при кручении

$$\varphi_0^0 = \frac{180^0}{\pi} \frac{M_{z_{\max}}}{GI_p} \leq [\varphi_0^0]$$

Из условия жесткости

$$I_p = \frac{M_{z_{\max}}}{G[\varphi_0^0]}, \text{ где}$$

I_p – полярный момент инерции сечения,

G – модуль упругости при сдвиге,

$[\varphi]$ – допускаемый угол закручивания сечения.

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32};$$

Необходимый по жесткости диаметр вала:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z_{\max}}}{\pi G[\varphi_0^0]}}$$

Сечение вала кольцо

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}(1-c^4);$$

Необходимый по жесткости наружный диаметр кольца

$$D = \sqrt[4]{\frac{32M_{z_{\max}}}{\pi G[\varphi_0^0](1-c^4)}}$$

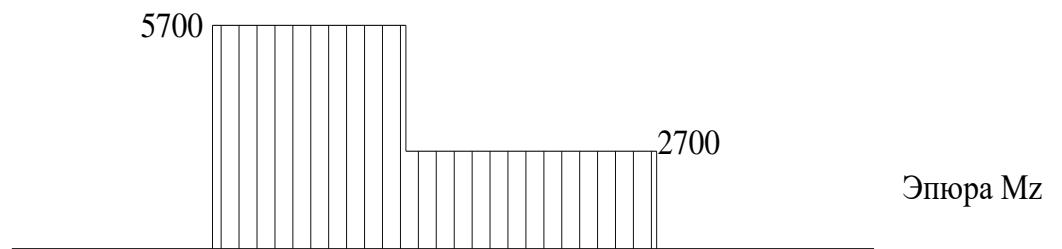
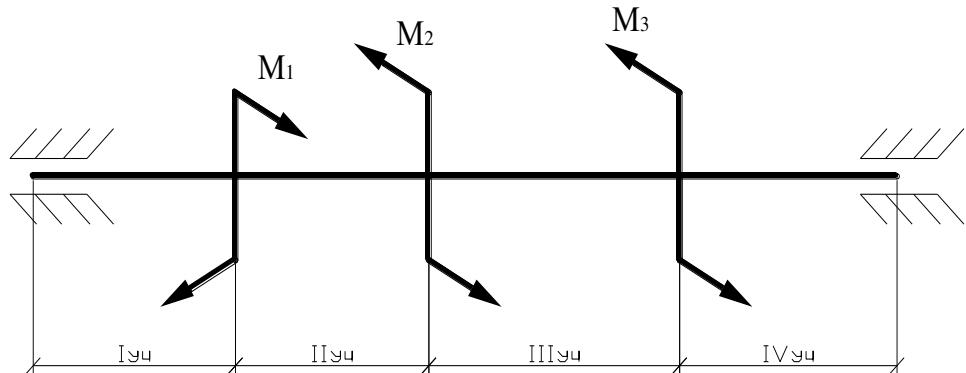
7. Требуемый диаметр принимается по наибольшему значению из расчетных диаметров.

Окончательное значение диаметра округлить до ближайшего четного (или оканчивающегося на пять) числа.

Задача 1

Для стального вала постоянного сечения по длине требуется определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость.
 Принять: $[\tau_K] = 30 \text{ МПа}$, $[\varphi_0] = 0,02 \text{ рад/м}$, $P_2 = 60 \text{ кВт}$, $P_3 = 54 \text{ кВт}$, $\omega = 20 \text{ рад/с}$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Решение:



1. Определяем внешние врачающие моменты:

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{60 \cdot 10^3}{20} = 3000 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{54 \cdot 10^3}{20} = 2700 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

2. Определяем уравновешивающий момент M_1

$$\sum M_i = 0 - \text{условие равновесия вала}$$

$$\sum M_i = M_1 - M_2 - M_3 = 0$$

$$M_1 = M_2 + M_3 = 3000 + 2700 = 5700 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

3. Определяем крутящий момент по участкам вала

$$M_{z1} = 0$$

$$M_{z2} = M_1 = 5700 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{z3} = M_1 - M_2 = 5700 - 3000 = 2700 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Строим эпюру крутящих моментов.

4. Определяем диаметр вала из условия прочности

$$M_{z\max} = 5700 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{z\max}}{\pi [\tau_K]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5700}{3,14 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 0,0986 \text{ м} = 98,6 \text{ мм}$$

5. Определяем диаметр вала из условия жесткости

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_{z\max}}{\pi G [\varphi_0]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5700}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,02}} = 0,0776 \text{ м} = 77,6 \text{ мм}$$

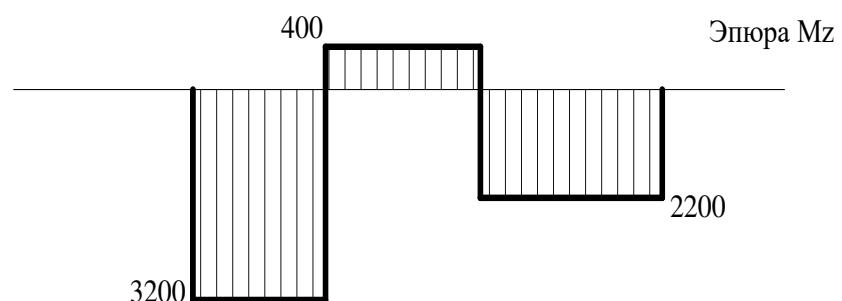
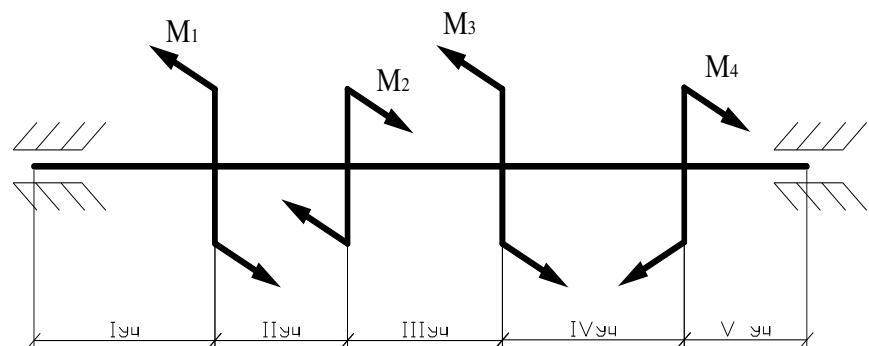
Требуемый диаметр вала получился больше из расчета на прочность, поэтому принимаем окончательный $d=98\text{мм}$.

Задача 2.

Для стального вала сечения кольцо постоянного по длине, требуется определить требуемые наружный и внутренний диаметр вала, при условии, что отношение внутреннего и наружного диаметров полого вала $d/D=0,7$.

Принять: $[\tau_K]=30\text{МПа}$, $[\phi_0]=0,02\text{рад/м}$, $P_1=80\text{kВт}$, $P_2=90\text{kВт}$, $P_3=65\text{kВт}$, $\omega=25\text{рад/с}$, $G=8 \cdot 10^4\text{МПа}$.

Решение:



1. Определяем внешние врачающие моменты:

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega} = \frac{80 \cdot 10^3}{25} = 3200 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{90 \cdot 10^3}{25} = 3600 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{65 \cdot 10^3}{25} = 2600 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

2. Определяем уравновешивающий момент M_4

$$\sum M_i = 0 - \text{условие равновесия вала}$$

$$\sum M_i = -M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = 0$$

$$M_4 = M_1 - M_2 + M_3 = 3200 - 3600 + 2600 = 2200 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

3. Определяем крутящий момент по участкам вала

$$M_{z1}=0$$

$$M_{z2}=-M_1=-3200 \text{Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{z3}=-M_1+M_2=-3200+3600=400 \text{Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{z4}=-M_1+M_2-M_3=-3200+3600-2600=-2200 \text{Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{z5}=0$$

Строим эпюру крутящих моментов.

4. Определяем наружный диаметр вала из условия прочности

$$M_{zmax}=3200 \text{Н}\cdot\text{м}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{16M_{zmax}}{\pi[\tau_K](1-\left(\frac{d}{D}\right)^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3200}{3,14 \cdot 30 \cdot 10^6 \cdot (1 - 0,7^4)}} = 0,09 \text{ м} = 90 \text{мм}$$

5. Определяем наружный диаметр вала из условия жесткости

$$D = \sqrt[4]{\frac{32M_{zmax}}{\pi G [\rho_0^0](1-\left(\frac{d}{D}\right)^4)}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3200}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 0,02(1 - 0,7^4)}} = 0,072 \text{ м} = 72 \text{мм}$$

Требуемый диаметр вала получился больше из расчета на прочность, поэтому принимаем окончательный наружный диаметр $d=90 \text{мм}$. Внутренний диаметр принимаем $d=0,7 \cdot D=0,7 \cdot 90=63 \text{мм}$.

Задание для расчетно-графической работы №7:

Для стального вала постоянного сечения по длине требуется определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость. Задание выбрать согласно своего варианта.

Для нечетных вариантов сечение вала – круг, для четных вариантов сечение вала – кольцо $d/D=c=0,7$

Номер варианта	Номер схемы	P_1	P_2	P_3	ω рад/с
		кВт			
1	1	150	100	50	45
2	3	50	40	30	28
3	4	110	85	50	30
4	5	40	120	20	20
5	6	60	150	80	55
6	7	20	35	100	25
7	8	70	150	95	40
8	9	52	100	60	32
9	10	80	95	75	25
10	1	75	40	15	20
11	2	120	30	30	20
12	4	70	45	30	18
13	5	55	85	20	25
14	6	45	100	60	30
15	7	80	100	150	50

Номер варианта	Номер схемы	P_1	P_2	P_3	ω рад/с
		кВт			
16	2	90	45	20	20
17	1	110	60	30	35
18	3	40	30	30	16
19	4	130	90	55	40
20	5	100	80	65	25
21	6	50	110	75	30
22	7	35	50	80	40
23	8	20	65	38	10
24	9	30	80	45	15
25	10	75	120	90	30
26	3	70	60	40	25
27	8	30	100	45	15
28	9	35	95	50	10
29	10	45	150	70	40
30	2	80	55	35	25

Сопротивление материалов

Тема: Расчет вала при совместном действии изгиба и кручения

Расчетно-графическая работа №8

Последовательность решения задачи

1. Изобразить вал на рисунке с приложенными внешними нагрузками.
2. Через ось одного из подшипников провести оси координат x, y, z, ось z направлена по продольной оси вала.
Привести действующие на вал нагрузки к его продольной оси.
Освободить вал от опор, заменив их действие реакциями в вертикальной и горизонтальной плоскостях.
3. По заданной мощности P и угловой скорости ω определить врачающие моменты, действующие на вал.

$$M_{\text{вр}} = \frac{P}{\omega}; \text{ где}$$

$M_{\text{вр}}$ - врачающий момент, Н•м

P – мощность, Вт

Ω – угловая скорость, рад/с

4. Вычислить нагрузки F_1 и F_2 ; F_{r1} и F_{r2} , приложенные к валу.

$$M_{\text{вр}} = F \cdot r, \text{ где}$$

$M_{\text{вр}}$ – врачающий момент, Н•м

F – нагрузка, действующая на вал, Н

r- радиус зубчатого колеса, м

5. Из условия равновесия вала, имеющего неподвижную ось, составить четыре уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum M_x &= 0 \quad \sum X_i = 0 \\ \sum M_y &= 0 \quad \sum Y_i = 0 \end{aligned}$$

Решить уравнения и определить реакции опор.

6. Проверить правильность определения реакций. Для проверки необходимо провести дополнительные оси x и z

$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0$$

Подставив значения, должны получить тождество $0=0$. Значит реакции опор определены верно.

7. Пользуясь методом сечений вычислить по участкам крутящие моменты по длине вала. Построить эпюру крутящих моментов M_z .
8. Определить в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости и построить эпюру изгибающих моментов M_x .
9. Определить в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_y в горизонтальной плоскости и построить эпюру изгибающих моментов M_y .
10. Определить наибольшее значение эквивалентного момента:

$$M_{\text{экв. max}} = \sqrt{M_y^2 + M_x^2 + M_z^2}$$

11. Приняв $\sigma_{\text{экв}} = [\sigma]$, определить требуемый осевой момент сопротивления:

$$W_x = \frac{M_{\text{экв. max}}}{[\sigma]}$$

12. Определить диаметр вала.

Для сплошного круглого сечения

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$$

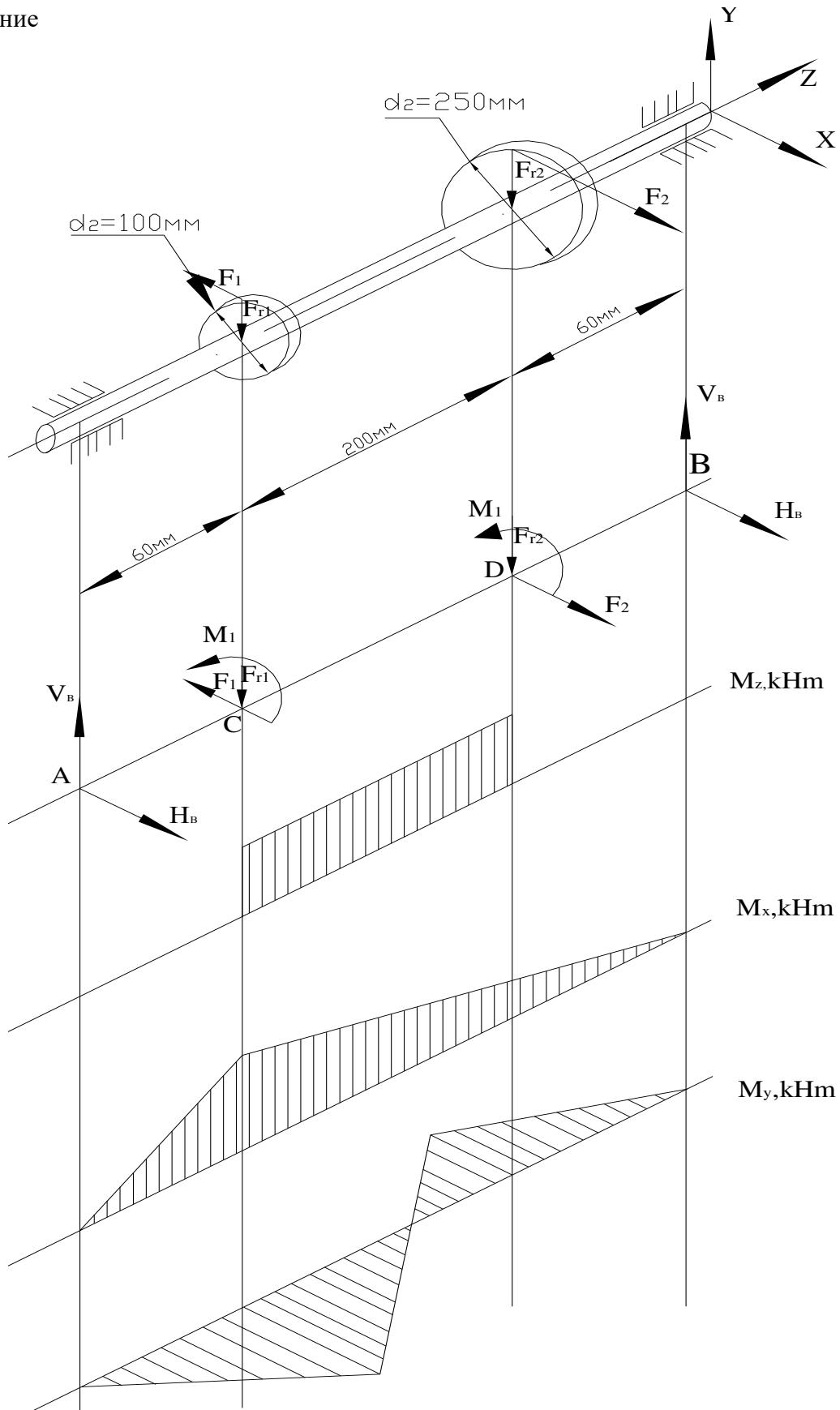
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{ЭКБ}_{\max}}}{\pi[\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКБ}}}{0,1[\sigma]}}$$

Полученное значение диаметра вала округлить до ближайшего четного (или оканчивающегося на пять) числа.

Задача.

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами, передающего мощность $P=20\text{кВт}$ при угловой скорости $\omega=50 \text{ рад/с}$, определить диаметр вала, принять $[\sigma]=160 \text{ МПа}$.

Решение



Определяем врачающий момент.

При равномерном вращении вала

$$M_{z_1} = M_{z_2} = \frac{P}{\omega} = \frac{20 \cdot 10^3}{50} = 400 \text{ H} \cdot \text{м}$$

Вычисляем нагрузки, приложенные к валу:

- окружные силы

$$F_1 = \frac{2M_{z_1}}{d_1} = \frac{2 \cdot 400}{0,1} = 8 \cdot 10^3 \text{ H} = 8kH$$

$$F_2 = \frac{2M_{z_2}}{d_2} = \frac{2 \cdot 400}{0,25} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ H} = 3,2kH$$

-радиальные силы $F_{r1}=F_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha$. α - стандартный угол зацепления $\alpha=20^\circ$, $\operatorname{tg}20^\circ=0,364$.

$$F_{r1}=0,364 \cdot F_1=0,364 \cdot 8=2,9 \text{ kH}$$

$$F_{r2}=0,364 \cdot F_2=0,364 \cdot 3,2=1,2 \text{ kH}$$

Определяем реакции опор от радиального усилия

$$\sum M_A = F_{r_1} \cdot AC + F_{r_2} \cdot AD - V_B \cdot AB = 0$$

$$V_B = \frac{F_{r_1} \cdot AC + F_{r_2} \cdot AD}{AB} = \frac{2,9 \cdot 0,06 + 1,2 \cdot 0,26}{0,32} = 1,5kH$$

$$\sum M_B = V_A \cdot AB - F_{r_1} \cdot BC - F_{r_2} \cdot DB = 0$$

$$V_A = \frac{F_{r_1} \cdot BC + F_{r_2} \cdot DB}{AB} = \frac{2,9 \cdot 0,26 + 1,2 \cdot 0,06}{0,32} = 2,6kH$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum Y_i &= 0; \quad \sum Y_i = V_A - F_{r_1} - F_{r_2} + V_B = 0 \\ &2,6 - 2,9 - 1,2 + 1,5 = 0 \\ &0 = 0 \end{aligned}$$

Определяем реакции опор от окружного усилия

$$\sum M_A = F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD - H_B \cdot AB = 0$$

$$H_B = \frac{F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{8 \cdot 0,06 - 3,2 \cdot 0,26}{0,32} = -1,1kH$$

$$\sum M_B = H_A \cdot AB - F_1 \cdot BC + F_2 \cdot DB = 0$$

$$H_A = \frac{F_1 \cdot CB - F_2 \cdot DB}{AB} = \frac{8 \cdot 0,26 - 3,2 \cdot 0,06}{0,32} = 5,9kH$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum Y_i &= 0; \quad \sum Y_i = H_A - F_1 + F_2 + H_B = 0 \\ &5,9 - 8 + 3,2 - 1,1 = 0 \\ &0 = 0 \end{aligned}$$

Определяем в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x и M_y .

$$M_{cx} = V_A \cdot AC = 2,6 \cdot 0,06 = 0,16 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

$$M_{dx} = V_A \cdot AD - F_{r1} \cdot CD = 2,6 \cdot 0,26 - 2,9 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

$$M_{cy} = H_A \cdot AC = 5,9 \cdot 0,06 = 0,354 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

$$M_{dy} = H_A \cdot AD - F_1 \cdot CD = 5,9 \cdot 0,26 - 8 \cdot 0,2 = -0,07 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

Вычисляем полный изгибающий момент

$$M_C = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{0,16^2 + 0,354^2} = 0,388 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

$$M_D = \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,07^2} = 0,122 \text{ kH} \cdot \text{м}$$

Сечение в т.С является опасным.

Определяем эквивалентный момент

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_C^2 + M_A^2} = \sqrt{0,388^2 + 0,4^2} = 0,557 kH \cdot m$$

Определяем требуемый диаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,557 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0,032 m = 32 \text{мм}$$

Окончательно принимаем диаметр вала 32 мм.

Задание для расчетно-графической работы №8:

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами требуется:

1. Изобразить расчетную схему вала, согласно схемы вала заданного варианта.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. Построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальных плоскостях.
4. Определить диаметр вала по третьей теории прочности, если допускаемое напряжение для вала $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Данные: передаваемая валом мощность P и его угловая скорость ω принять согласно заданного варианта.

вариант	Номер схемы	$P_1 \text{ кВт}$	$\omega \text{ рад/с}$	вариант	Номер схемы	$P_1 \text{ кВт}$	$\omega \text{ рад/с}$
1.	1	8	36		16.	1	10
2.	2	12	40		17.	2	22
3.	3	10	30		18.	3	20
4.	4	6	36		19.	4	5
5.	5	5	18		20.	5	24
6.	6	21	15		21.	6	18
7.	7	30	24		22.	7	25
8.	8	16	40		23.	8	30
9.	9	26	25		24.	9	16
10.	10	40	70		25.	10	30
11.	1	20	50		26.	6	15
12.	2	9	36		27.	7	22
13.	3	15	45		28.	8	27
14.	4	7	35		29.	9	6
15.	5	12	52		30.	10	32

Сопротивление материалов

Тема: Определение допускаемого значения центрально-сжимающей силы.

Расчетно-графическая работа №9

Порядок выполнения работы

1. По справочникам или нормам определяют расчетной сопротивление материала на сжатие R , если оно не задано.
2. Определяют площадь поперечного сечения A стержня по размерам сечения или типу и номеру профиля проката.
3. Определяют коэффициент продольного изгиба φ в следующем порядке:
 - находят расчетную длину стержня $l_0 = \mu l$, где l -геометрическая длина стержня; μ -коэффициент приведения длины, который зависит от способа закрепления концов стержня;
 - определяют моменты инерции сечения J_x и J_y относительно главных центральных осей. Формулы для определения моментов инерции простых геометрических фигур относительно собственных осей приведены в приложении. Моменты инерции профилей стального проката приведены в сортаменте;
 - находят радиусы инерции сечения относительно осей x и y :

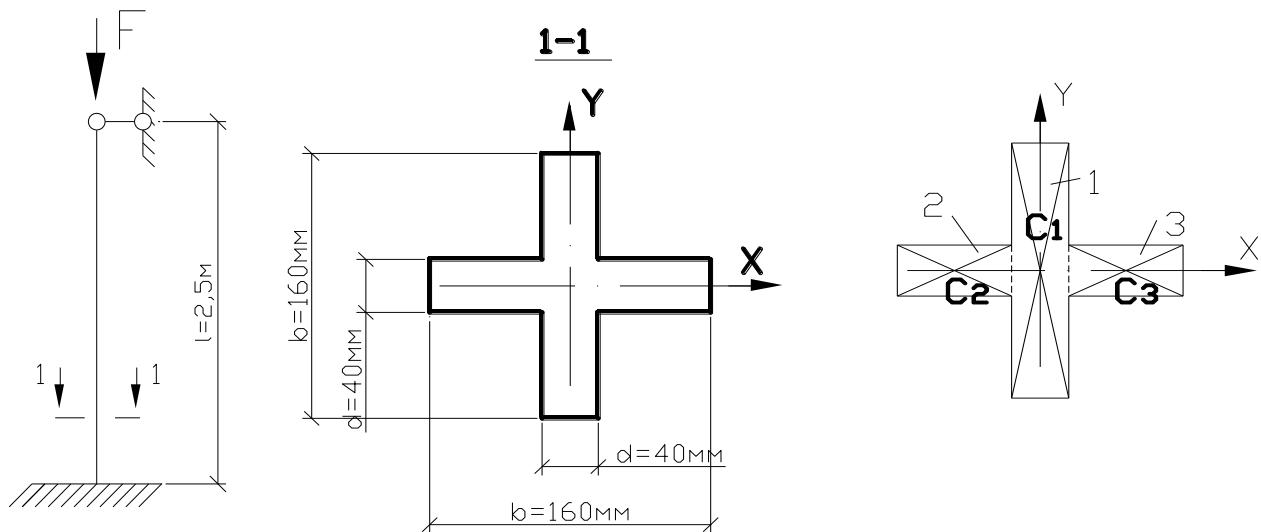
$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} ; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}},$$

Если i_x и i_y не равны, то для дальнейших расчетов принимаем наименьший из них, обозначив его i_{min} . Если $i_x = i_y$, то расчет можно вести по любому из них;

- г) определяют гибкость стержня $\lambda = l_0 / i_{min}$;
 - д) по найденному значению гибкости и в зависимости от материала стержня определяют коэффициент продольного изгиба φ (см. таблицы). При этом пользуются интерполяцией.
4. Определяют допускаемое значение сжимающей силы $F \leq R \varphi A$.

Задача.

Определить значение допускаемой силы для центрально-сжатой стойки, показанной на рис. Материал стойки – алюминий марки АД31Т.



Решение:

1. Расчетное сопротивление алюминия $R=55\text{МПа}$ (см. табл.).
2. Поперечное сечение разбиваем на простые составные фигуры - три прямоугольника (см. рис.), и определяем площадь всего поперечного сечения стержня $A=16 \cdot 4 + 2 \cdot 6 \cdot 4 = 112\text{см}^2 = 112 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2$.
3. Определяем коэффициент продольного изгиба φ :
 - a) расчетная длина стержня $l_0 = \mu l = 0,7 \cdot 2,5 = 1,75\text{м}$, где $\mu=0,7$ (см. прил.);
 - b) моменты инерции сечения $J_x = J_y$, так как сечение имеет две оси симметрии:

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} = 1365 + 32 + 32 = 1429\text{ см}^4,$$

$$\text{где } J_x^I = \frac{(4 \cdot 16^3)}{12} = 1365\text{ см}^4;$$

$$J_x^{II} = J_x^{III} = \frac{(6 \cdot 4^3)}{12} = 32\text{ см}^4;$$

в) радиус инерции сечения равен:

$$i_x = i_y = i_{\min} = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{1429}{112}} = 3,57\text{ см};$$

г) гибкость стержня:

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} = \frac{175}{3,57} = 46,7;$$

д) определим коэффициент продольного изгиба φ (см. прил.) с помощью интерполяции значение $\lambda=40$ ($\varphi=0,88$) и $\lambda=50$ ($\varphi=0,835$):

$$\varphi = 0,88 - \frac{0,88 - 0,835}{10} \cdot (46,7 - 40) = 0,85.$$

4. Определяем сжимающую силу

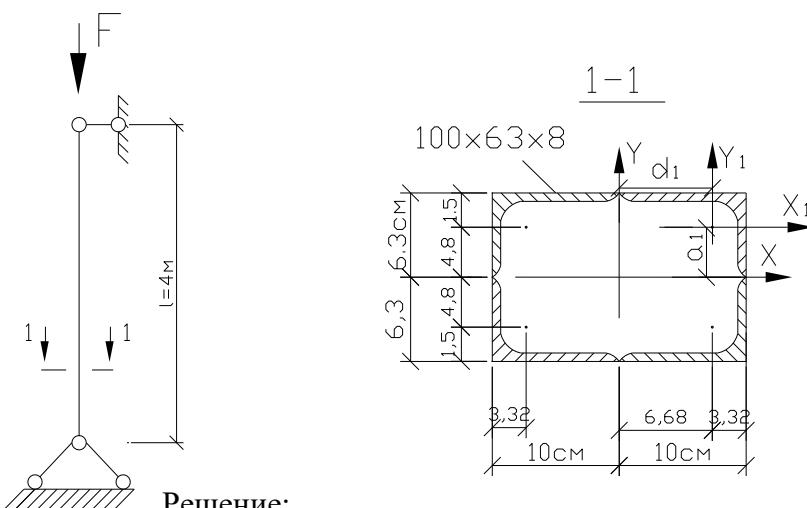
$$F = R \varphi A = 55 \cdot 0,85 \cdot 112 \cdot 10^{-4} = 5236 \cdot 10^{-4} = 523,6\text{kH}$$

Ответ: $F=523,6\text{ kH}$

Задача.

Определить допускаемое значение сжимающей силы для центрально-сжатого стержня, показанного на рисунке. Материал стержня – сталь класса С 38/23 марки Ст3.

Сечение стержня состоит из четырех уголков 100x63x8.



Решение:

1. Расчетное сопротивление стали $R=210\text{МПа}$ (см. табл.).
2. Площадь поперечного сечения стержня равна:
площадь поперечного сечения уголка $A^{\text{уг}}=15,6 \text{ см}^2$ (см.таблицу сортамента), тогда $A=4 \cdot A^{\text{уг}}=4 \cdot 15,6=62,4 \text{ см}^2=62,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.
3. Определяем коэффициент продольного изгиба φ :
 - расчетная длина стержня $l_0=\mu l=1 \cdot 4=4\text{м}$, где $\mu=1$ (см. прил.);
 - определим моменты инерции сечения относительно осей x и y . Так как сечение состоит из неравнобоких уголков, то момент инерции относительно оси x не будет равен моменту инерции относительно оси y . Момент инерции относительно оси x $J_x = 4J_{x_1}^I + 4a_1^2A_1 = 4 \cdot 127 + 4 \cdot 6,68^2 \cdot 12,6 = 2757\text{см}^4$,

где $J_{x_1}^I = J_y^{\text{уг}} = 127\text{см}^4$ - принято по таблице сортамента для уголка 100x63x8.

Момент инерции относительно оси y

$$J_y = 4J_{y_1}^I + 4d_1^2A_1 = 4 \cdot 39,2 + 4 \cdot 4,8^2 \cdot 12,6 = 1318\text{см}^4,$$

где $J_{y_1}^I = J_x^{\text{уг}} = 39,2\text{см}^4$ - принято по таблице сортамента для уголка 100x63x8.

Наименьшим моментом инерции является момент инерции относительно оси y ;

в) минимальный радиус инерции сечения $i_{\min} = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{1318}{50,4}} = 5,1\text{см};$

г) наибольшая гибкость стержня $\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} = \frac{400}{51} = 78,4;$

д) определяем коэффициент продольного изгиба φ (см. прил.) с помощью интерполяции значение $\lambda=70$ ($\varphi=0,77$) и $\lambda=80$ ($\varphi=0,715$):

$$\varphi = 0,77 - \frac{0,77 - 0,715}{10} \cdot (78,4 - 70) = 0,724.$$

4. Допускаемое значение сжимающей силы

$$F = R \varphi A = 210 \cdot 0,724 \cdot 50,4 \cdot 10^{-4} = 7663 \cdot 10^{-4} = 766,3\text{kH}$$

Ответ: $F=766,3 \text{ kN}$

Подбор сечения центрально сжатой составной стойки.

Порядок выполнения работы

Задачу решают способом последовательных приближений.

1. Задаются величиной коэффициента продольного изгиба φ . В первом приближении его можно принять равным $\varphi=0,6\dots 0,8$.
2. Определяют требуемую площадь поперечного сечения стойки

$$A_{mp} \geq \frac{F}{\varphi R},$$

где F – центрально сжимающая сила; R - расчетное сопротивление материала сжатию, МПа (см. приложение).

По найденной площади определяют номер профиля по сортаменту. Если сечение состоит из нескольких профилей, то при решении задач данной работы профили проката следует принимать одинаковыми по площади. При решении практических задач рекомендации могут быть другими.

3. Проверяют устойчивость принятого сечения в следующем порядке:

- а) определяют расчетную длину стержня $l_0 = \mu l$, где l – геометрическая длина стержня, μ – коэффициент приведения длины (коэффициент заделки), который зависит от способа закрепления концов стержня;
- б) определяют моменты инерции сечения J_x и J_y относительно главных центральных осей x и y , которые совпадают с осями симметрии сечения. Моменты инерции профилей проката относительно собственных осей определяются по таблицам ГОСТов;
- в) находят радиусы инерции сечения относительно осей x и y :

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}};$$

г) определяют гибкость стержня:

$$\lambda_x = l_0 / i_x; \quad \lambda_y = l_0 / i_y;$$

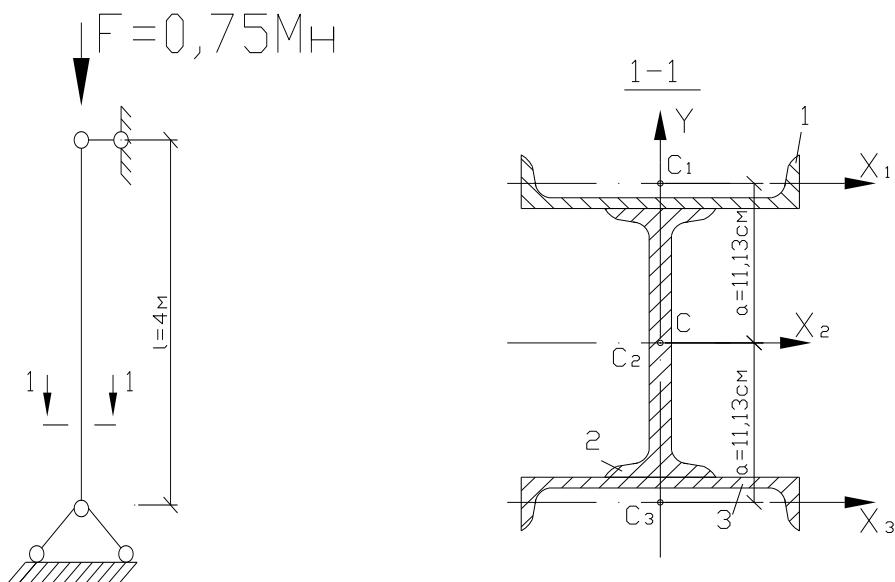
д) по наибольшему значению λ в зависимости от материала стойки определяют коэффициент продольного изгиба φ (см. приложение);

е) подставляют полученные значения в формулу $\frac{F}{\varphi A} \leq R$.

Если это условие выполняется, то устойчивость стержня обеспечена, и наоборот. Если несущая способность стержня не обеспечена, то необходимо увеличить площадь сечения, приняв больший профиль, и выполнить проверку устойчивости стержня. Если недонапряжение составляет более 5%, то необходимо уменьшить площадь сечения, приняв меньший профиль, добиваясь, чтобы недонапряжение не превышало 5%.

Задача.

Подобрать сечение центрально-сжатой составной стойки, показанной на рисунке. Материал стойки – сталь класса С 38/23 марки Ст3.



Решение: 1-ое приближение

1. Задаемся величиной $\varphi=0,7$.
2. Определим требуемую площадь сечения

$$A_{mp} \geq \frac{F}{\varphi R} = \frac{0,8}{0,7 \cdot 210} = 0,00544 \text{ м}^2 = 54,4 \text{ см}^2,$$

Где $R=210 \text{ МПа}$ - расчетное сопротивление стали класса С 38/23.

Принимаем профили одинаковыми по площади. На один профиль требуется площадь $54,4/3=18,13 \text{ см}^2$. Принимаем два швеллера № 16а с площадью $A_1=2 \cdot 18,1=36,2 \text{ см}^2$ и двутавровую балку № 16 с площадью $A_2=20,2 \text{ см}^2$. Общая площадь сечения $A=36,2+20,2=56,4 \text{ см}^2$ (см. таблицы ГОСТа).

3. Проверим устойчивость принятого стержня в следующем порядке:

- а) определим расчетную длину стержня $l_0=\mu l=1 \cdot 4=4 \text{ м}$, где $\mu=1$ для стержня с шарнирным закреплением концов;
- б) определим момент инерции сечения относительно оси x

$$J_x = J_x^{\partial \theta} + 2J_x^{ws} = J_{x_{рабл}}^{\partial \theta} + 2(J_{y_{рабл}}^{ws} + a_1^2 A_{ws}) = 873 + 2(63,3 + 9,8^2 \cdot 18,1) = 4476 \text{ см}^4,$$

где $a_1=(h_{дв}/2)+z_0^{ws}=(16/2)+1,8=9,8 \text{ см}$;

определим момент инерции сечения относительно оси y

$$J_y = J_y^{\partial \theta} + 2J_y^{ws} = J_{y_{рабл}}^{\partial \theta} + 2J_{x_{рабл}}^{ws} = 58,6 + 2 \cdot 747 = 1553 \text{ см}^4$$

- в) определим радиусы инерции сечения:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{4476}{56,4}} = 8,91 \text{ см};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{1553}{56,4}} = 5,25 \text{ см};$$

г) определим гибкости стержня:

$$\lambda_x = \frac{l_0}{i_x} = \frac{400}{8,91} = 44,9; \quad \lambda_y = \frac{l_0}{i_y} = \frac{400}{5,25} = 76,2;$$

д) для наибольшего значения гибкости $\lambda_y=76,2$ определим коэффициент φ (см.таблицу) по интерполяции между значениями $\lambda=70$ ($\varphi=0,77$) и $\lambda=80$ ($\varphi=0,715$):

$$\varphi = 0,77 - \frac{0,77 - 0,715}{10} \cdot (76,2 - 70) = 0,736;$$

- е) определим расчетное напряжение в сечении:

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} = \frac{0,8}{0,736 \cdot 56,4 \cdot 10^{-4}} = 192,7 \text{ МПа} \leq 210 \text{ МПа},$$

Недонапряжение равно

$$\frac{210 - 192,7}{210} \cdot 100 = 8,2\% > 5\%.$$

Недонапряжение получилось больше 5%, поэтому необходим перерасчет.

2-ое приближение:

1. Принимаем во втором приближении $\varphi=(0,736+0,7)/2=0,718$.

2. Требуемая площадь сечения

$$A_{mp} \geq \frac{F}{\varphi R} = \frac{0,8}{0,718 \cdot 210} = 0,005531 \text{ м}^2 = 53,1 \text{ см}^2,$$

На один профиль требуется $53,1/3=17,7 \text{ см}^2$. Принимаем два швеллера № 16 с площадью $A_1=2 \cdot 18,1=36,2 \text{ см}^2$ и двутавровую балку № 14 с площадью $A_2=17,4 \text{ см}^2$. Общая площадь сечения $A=36,2+17,4=53,6 \text{ см}^2$ (см. таблицы ГОСТа).

4. Проверим устойчивость стойки:

- а) $l_0=\mu l=1 \cdot 4=4 \text{ м}$, осталось прежним;

б) поскольку $J_x < J_y$, определим наименьший момент инерции, который дает наибольшую гибкость:

$$J_y = J_y^{\partial\theta} + 2J_y^{us} = J_{y_{раб}}^{\partial\theta} + 2J_{x_{раб}}^{us} = 41,9 + 2 \cdot 747 = 1536 \text{ см}^4$$

в) радиус инерции

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{1536}{53,6}} = 5,35 \text{ см};$$

г) гибкость стержня

$$\lambda_y = \frac{l_0}{i_y} = \frac{400}{5,35} = 74,8;$$

д) коэффициент продольного изгиба

$$\varphi = 0,77 - \frac{0,77 - 0,715}{10} \cdot (74,8 - 70) = 0,744;$$

е) расчетное напряжение

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} = \frac{0,8}{0,744 \cdot 53,6 \cdot 10^{-4}} = 201 \text{ МПа} \leq 210 \text{ МПа},$$

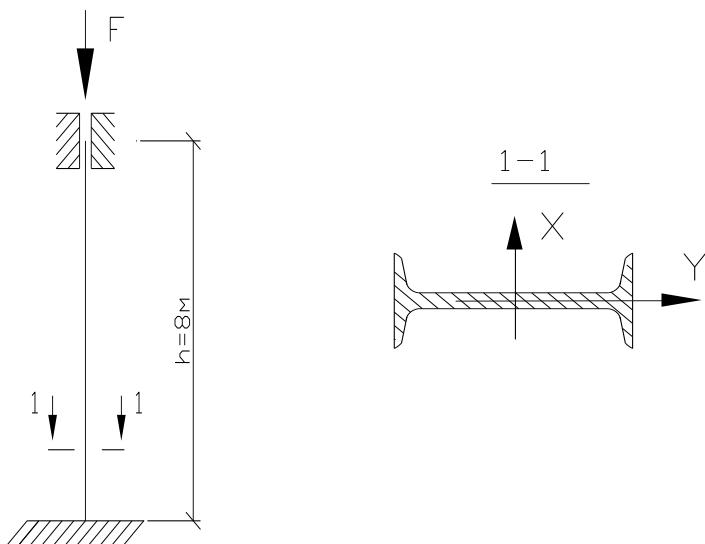
Недонапряжение равно

$$\frac{210 - 201}{210} \cdot 100 = 4,3\% < 5\%, \text{ что допустимо.}$$

Ответ: принято сечение стойки из двух швеллеров № 16 и двутавровой балки № 14.

Задача.

Подобрать сечение центрально сжатой стальной колонны из прокатного двутавра (см. рисунок). Расчетная сжимающая сила $F=0,85 \text{ МН}$. Высота колонны $h=8\text{м}$, концы жестко защемлены в обоих направлениях. Материал колонны – сталь марки Ст.3 с расчетным сопротивлением 210 МПа , коэффициент условий работы $\gamma_c=1$. Предельная гибкость колонны $\lambda_{\text{пред}}$ не должна превышать 150.



Решение:

Подбор сечения производим способом последовательных приближений.
1-е приближение.

Предварительно зададимся коэффициентом продольного изгиба $\varphi_0=0,5$, что соответствует гибкости $\lambda \approx 113 < \lambda = 150$; тогда из условия устойчивости найдем требуемую площадь сечения брута:

$$A_{\delta p}^{mp} \geq \frac{F}{\gamma_c \varphi R} = \frac{0,85}{1 \cdot 0,5 \cdot 210} = 0,0081 m^2 = 81 cm^2$$

По таблицам сортамента прокатных двутавров принимаем двутавр №45 с площадью поперечного сечения $A=83 \text{ см}^2$, $i_{min}=i_y=3,12 \text{ см}$.

Наибольшая гибкость

$$\lambda_{max} = \frac{l_0}{i_{min}} = \frac{\mu H}{i_{min}} = \frac{0,5 \cdot 800}{3,12} = 128 < 150, \text{ где } \mu=0,5;$$

для значения гибкости $\lambda=128$ определим коэффициент φ (см.таблицу) путем интерполяции между значениями $\lambda=120$ ($\varphi=0,45$) и $\lambda=130$ ($\varphi=0,4$):

$$\varphi_1 = 0,4 + \frac{0,45 - 0,4}{10} \cdot (130 - 128) = 0,41.$$

Определяем расчетное напряжение

$$\sigma = \frac{F}{\varphi_1 A} = \frac{0,85}{0,41 \cdot 83 \cdot 10^{-4}} = 249,8 MPa > R=210 MPa$$

Так как напряжение получилось значительно больше расчетного сопротивления материала, то необходимо увеличить сечение колонны.

2-е приближение.

Для ускорения процесса подбора сечения рекомендуется принимать за новое значение коэффициента φ среднее арифметическое первых двух:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,41}{2} = 0,455,$$

После чего повторяем подбор:

$$A_{\delta p}^{mp} \geq \frac{F}{\gamma_c \varphi R} = \frac{0,85}{1 \cdot 0,455 \cdot 210} = 0,0089 m^2 = 89 cm^2$$

Принимаем двутавр №50 с площадью $A=97,8 \text{ см}^2$, $i_{y\text{шт}}=i_y=3,26 \text{ см}$;

$$\lambda_{max} = \frac{l_0}{i_{min}} = \frac{\mu H}{i_{min}} = \frac{0,5 \cdot 800}{3,26} = 123 < 150;$$

коэффициент продольного изгиба

$$\varphi_2 = 0,45 - \frac{0,45 - 0,4}{10} \cdot (123 - 120) = 0,435;$$

расчетное напряжение

$$\sigma = \frac{F}{\varphi_2 A} = \frac{0,85}{0,435 \cdot 89 \cdot 10^{-4}} = 199,8 MPa < R=210 MPa,$$

Т.е. напряжение в колонне не превышает расчетного сопротивления.

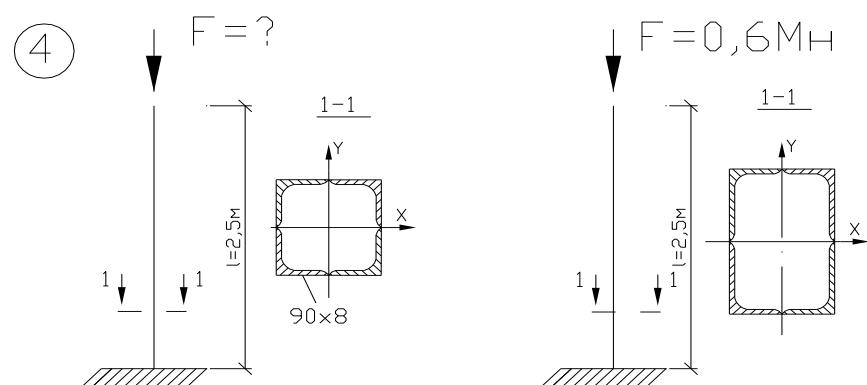
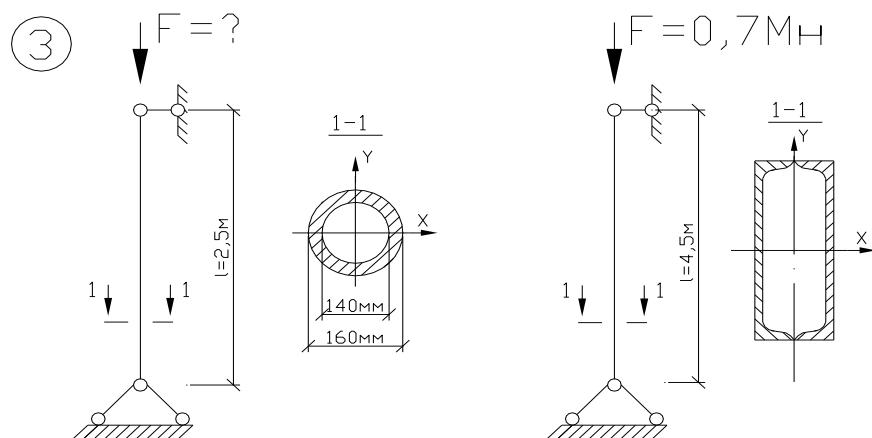
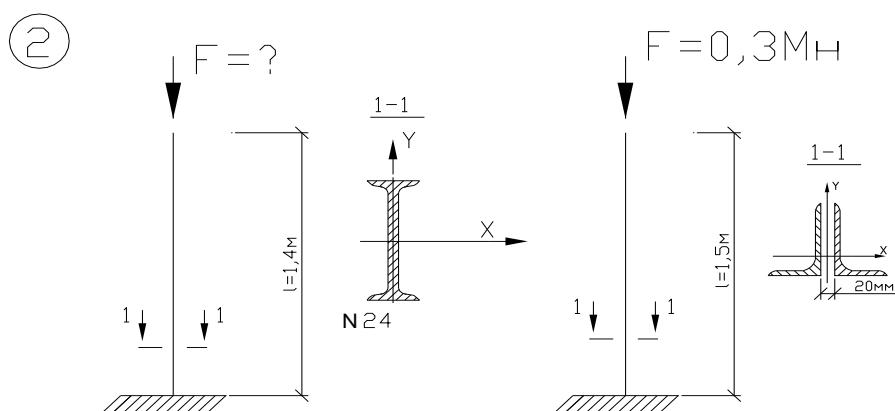
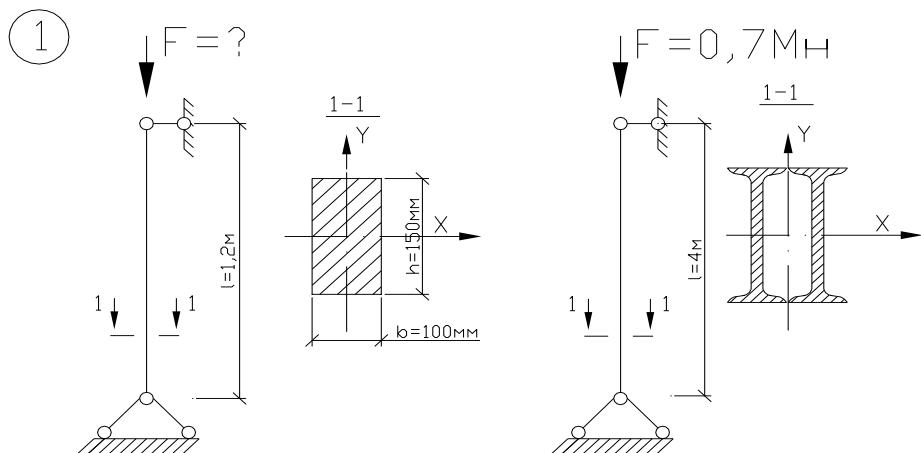
Таким образом, окончательно принимаем двутавр №50.

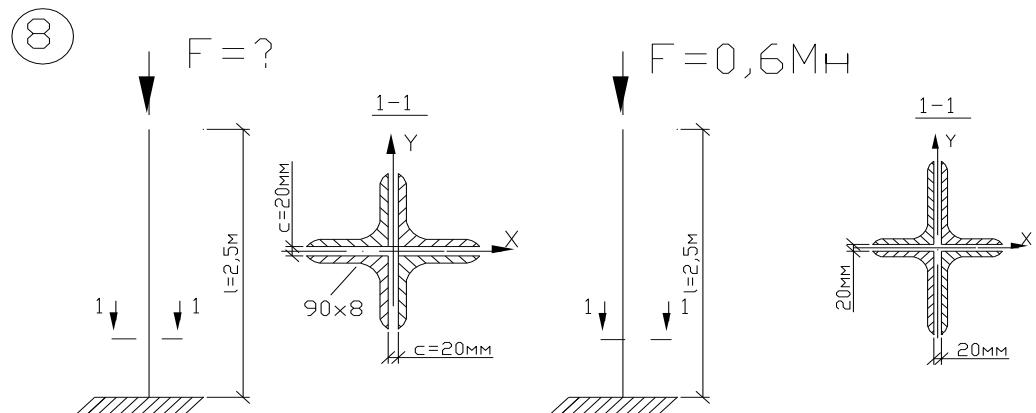
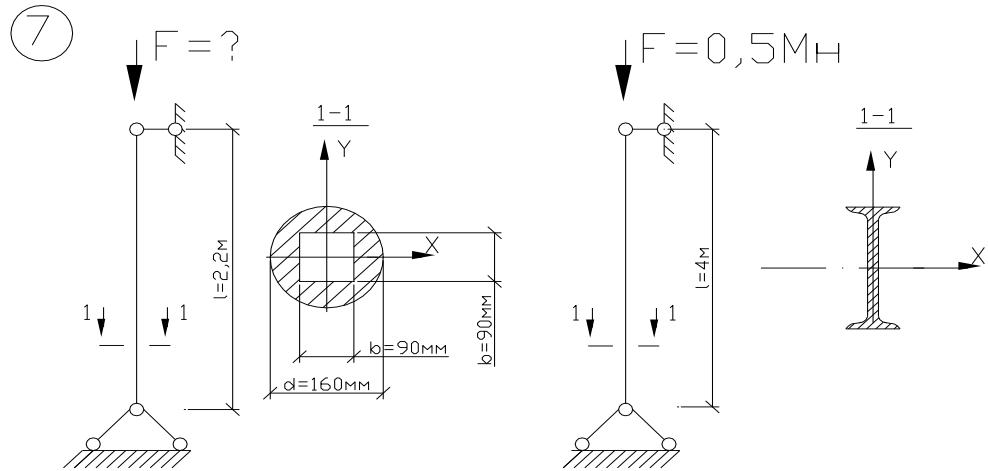
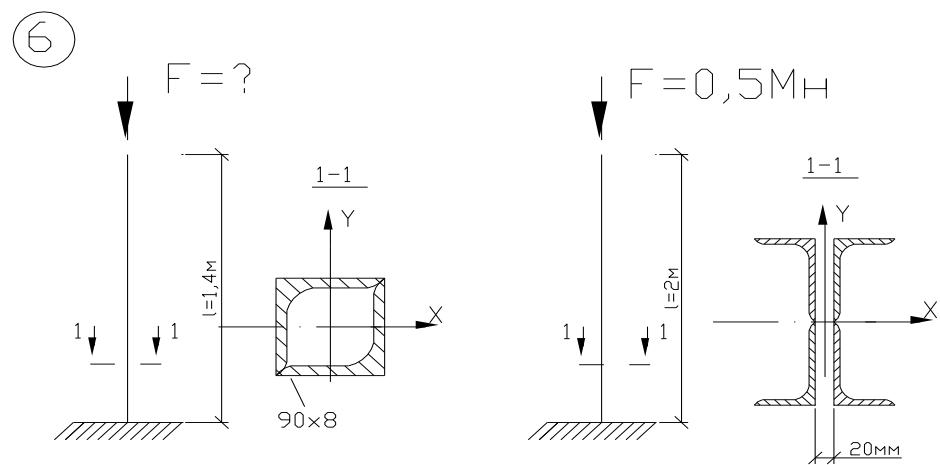
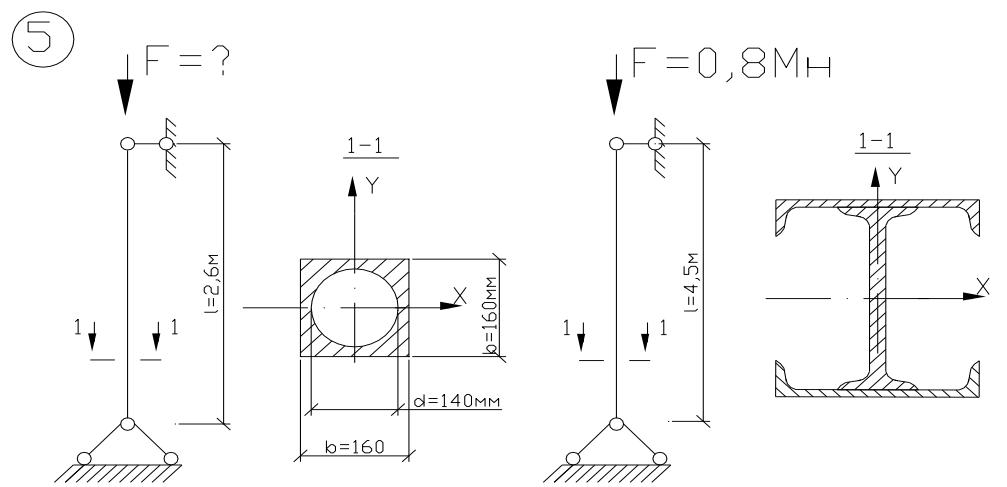
Ответ: принято сечение стойки из двутавровой балки № 50.

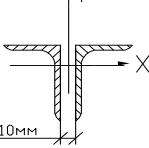
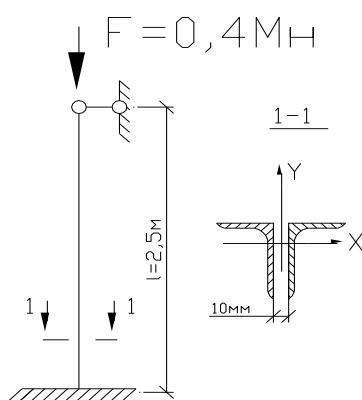
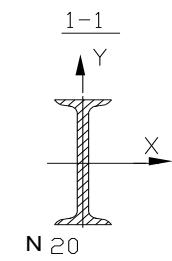
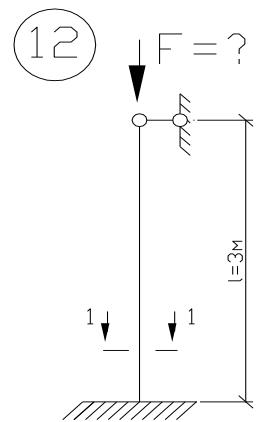
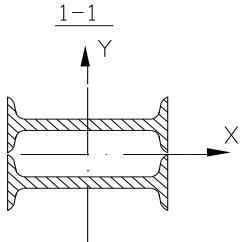
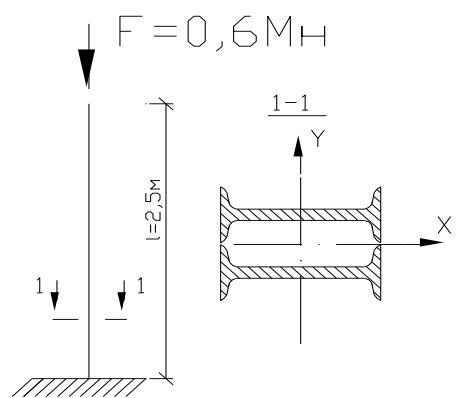
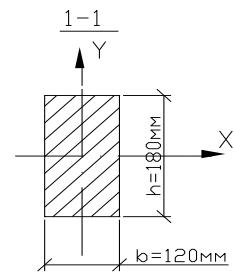
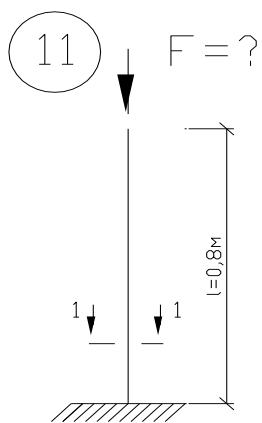
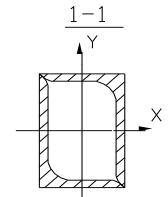
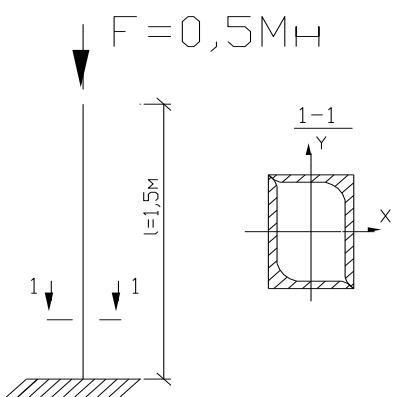
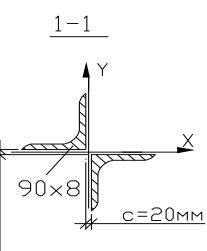
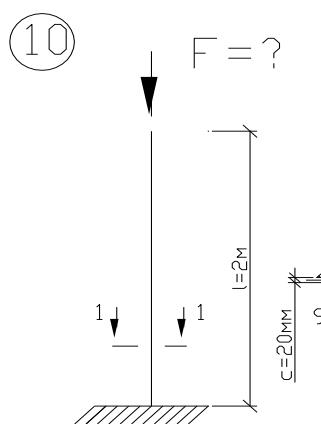
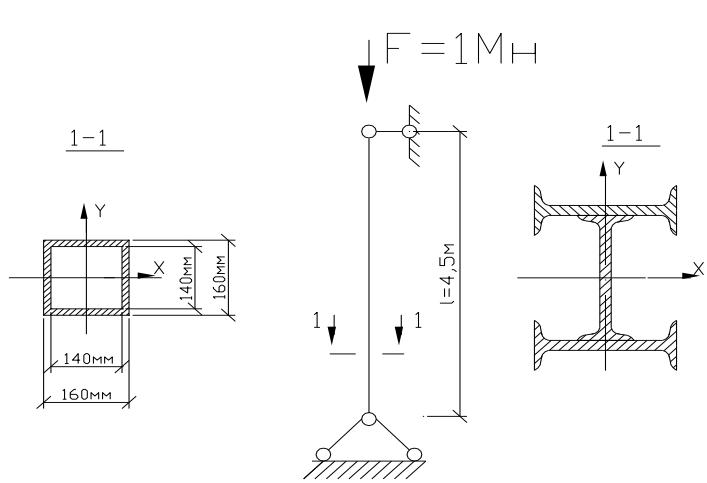
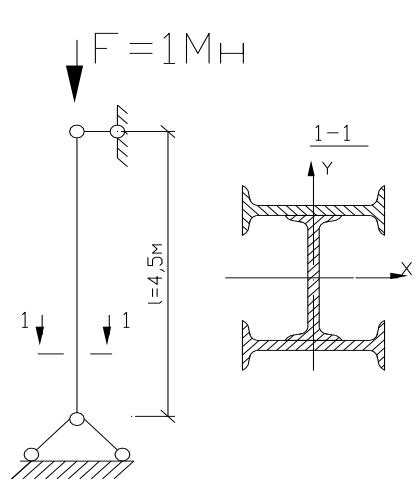
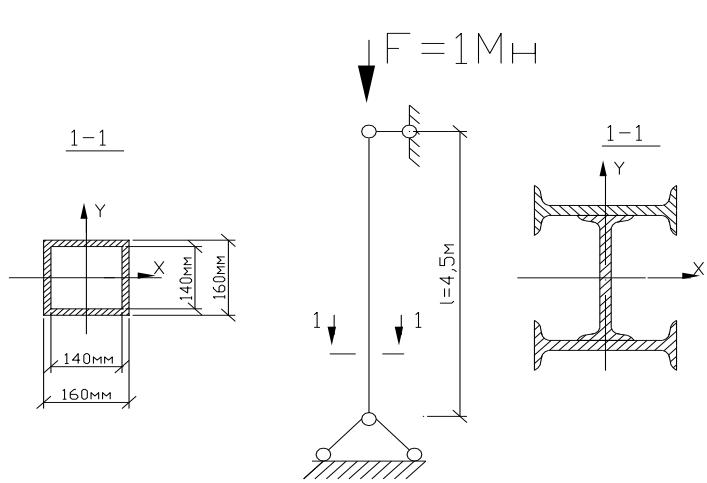
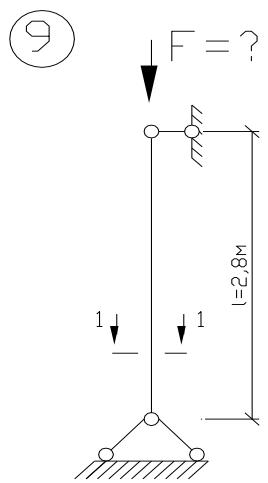
Задание для расчетно-графической работы №9:

Для задачи 1 определить допускаемое значение центрально сжимающей силы по данным своего варианта. Материал стержня для нечетных вариантов принять алюминий марки АД31Т, для четных – сталь класса С38/23 марки Ст3.

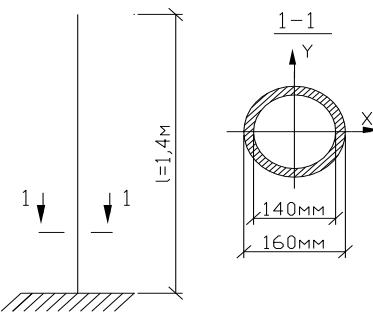
Для задачи 2 подобрать сечение центрально сжатой стойки по данным своего варианта. Материал стойки для нечетных вариантов – сталь класса С 38/23, для четных вариантов – сталь класса С 44/29.



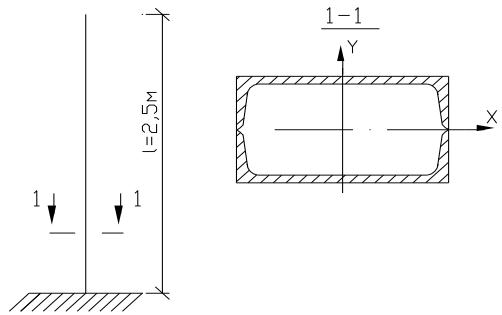




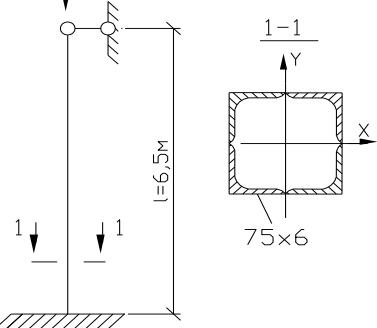
(13) $F = ?$



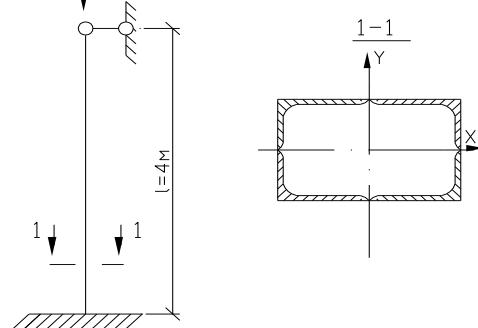
$F = 0,5 \text{ MN}$



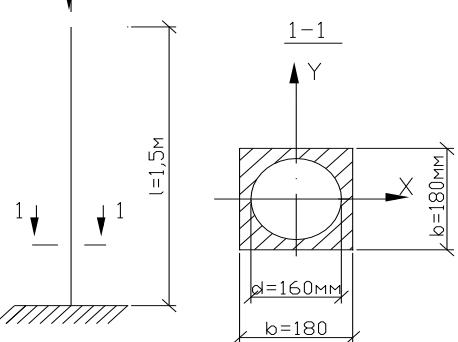
(14) $F = ?$



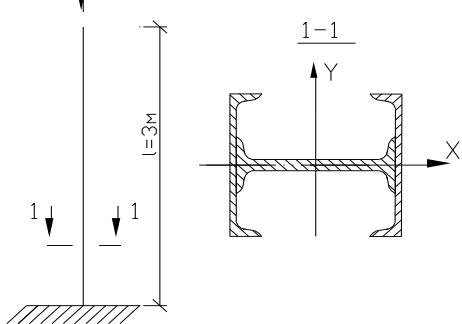
$F = 0,7 \text{ MN}$



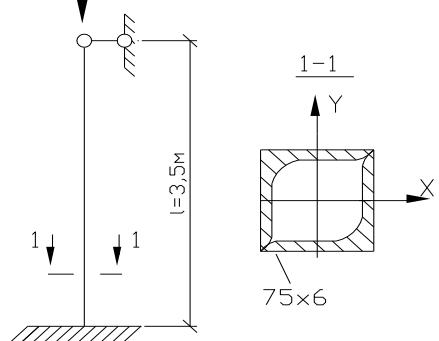
(15) $F = ?$



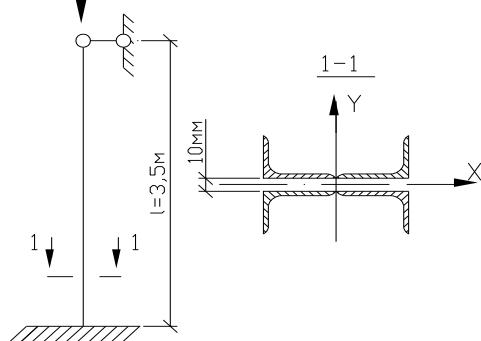
$F = 0,7 \text{ MN}$



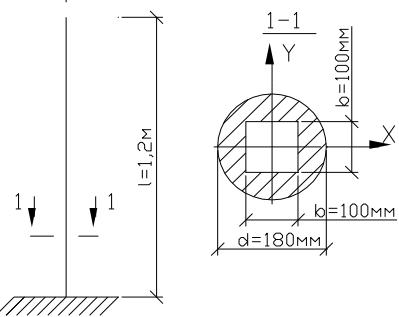
(16) $F = ?$



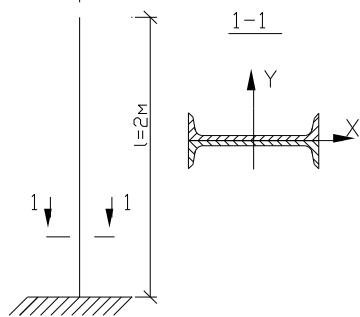
$F = 0,6 \text{ MN}$



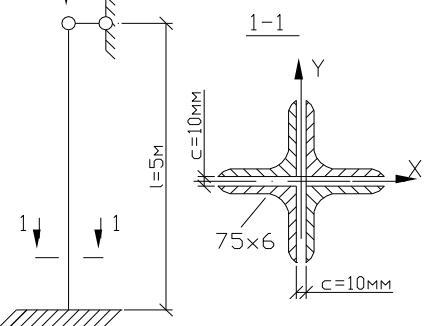
(17) $F = ?$



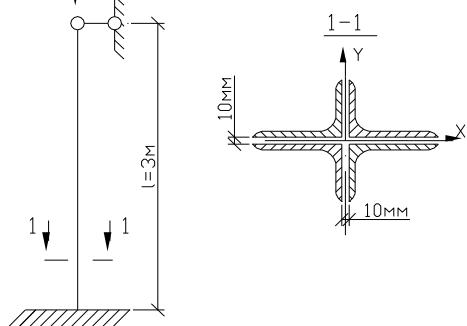
$$F = 0,4\text{M}\text{H}$$



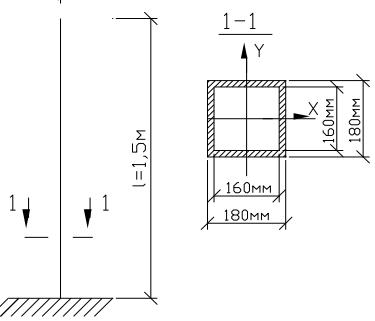
(18) $F = ?$



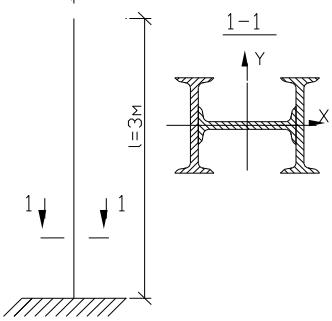
$$F = 0,6\text{M}\text{H}$$



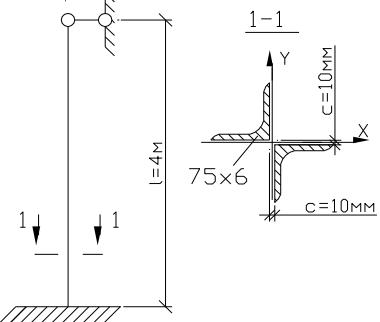
(19) $F = ?$



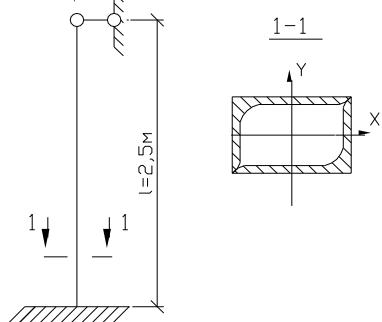
$$F = 0,9\text{M}\text{H}$$



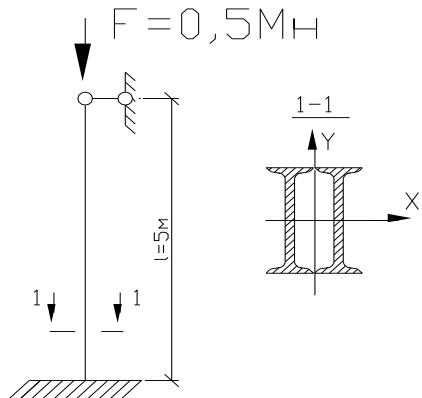
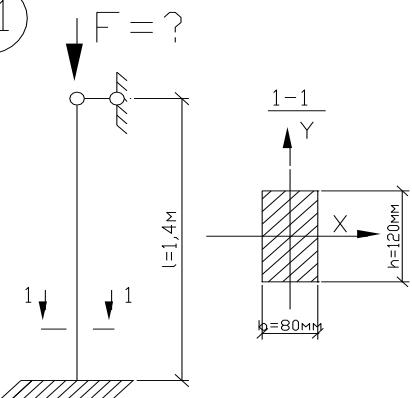
(20) $F = ?$



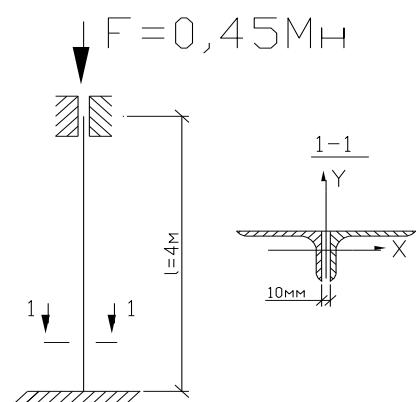
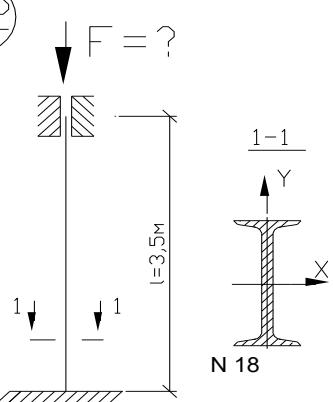
$$F = 0,5\text{M}\text{H}$$



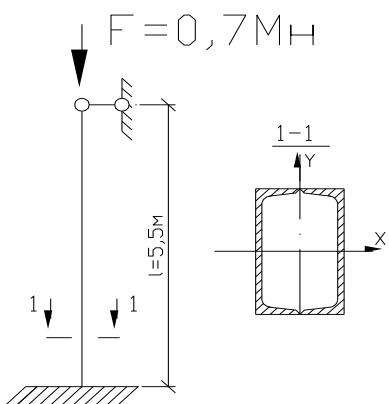
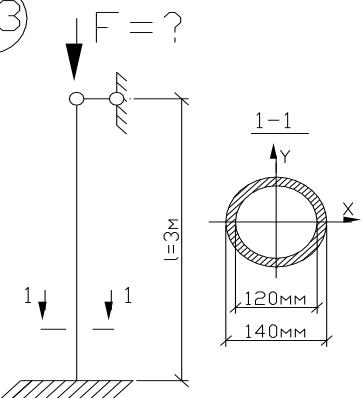
(21)



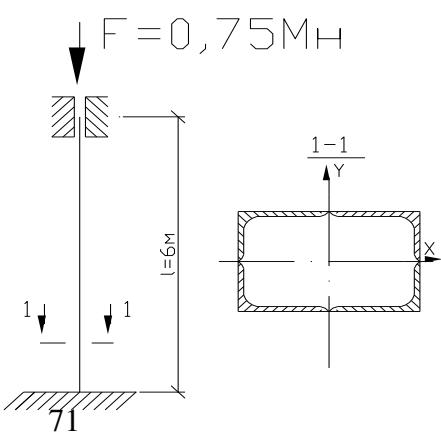
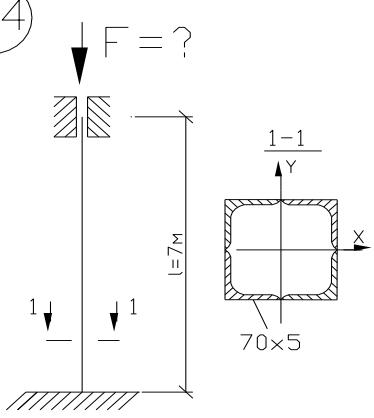
(22)



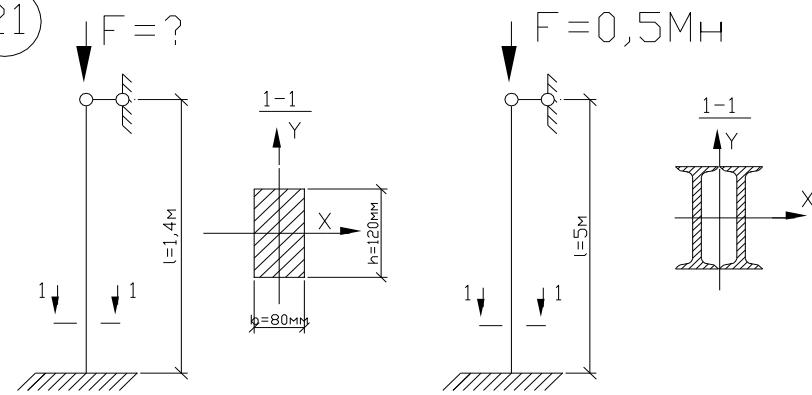
(23)



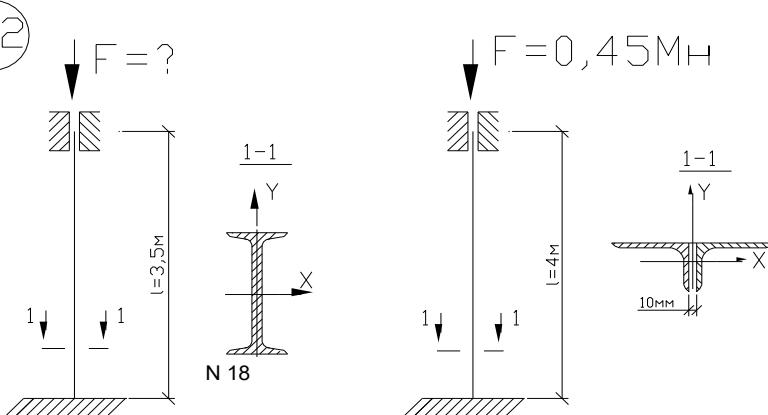
(24)



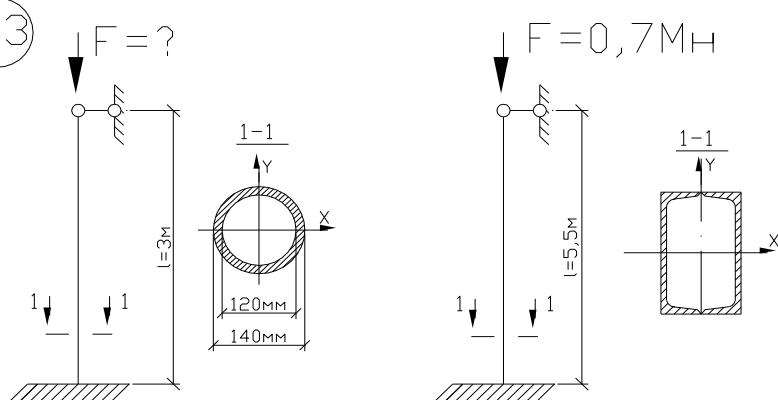
(21)



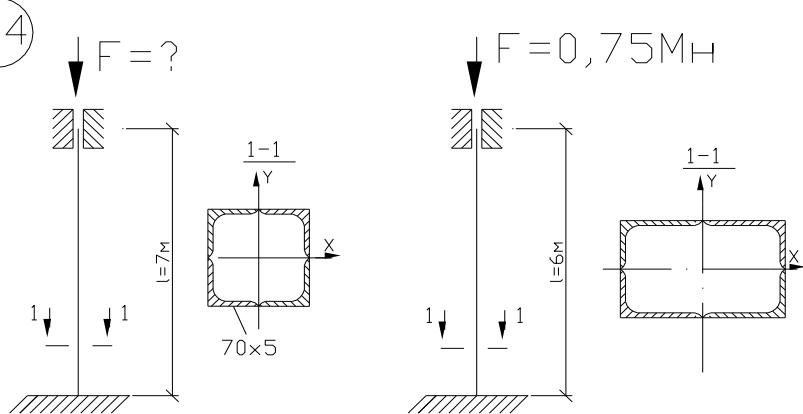
(22)



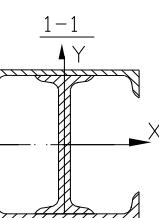
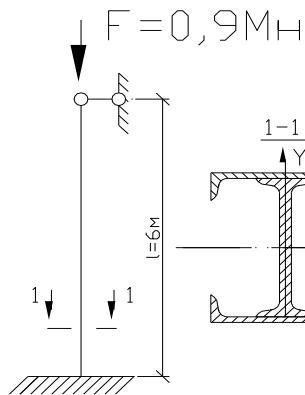
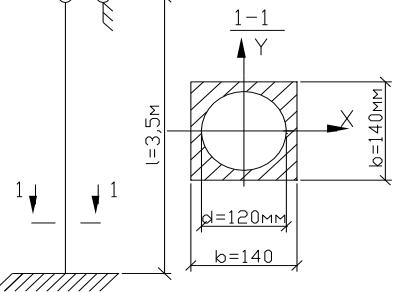
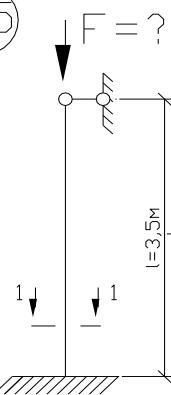
(23)



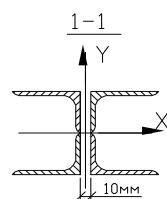
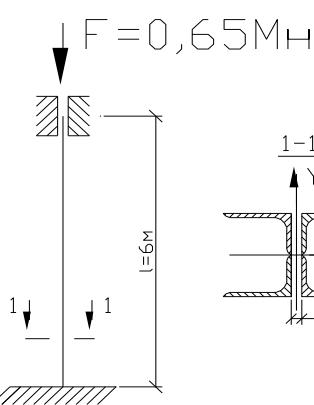
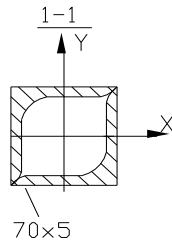
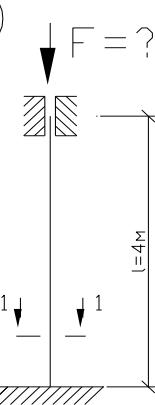
(24)



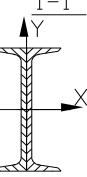
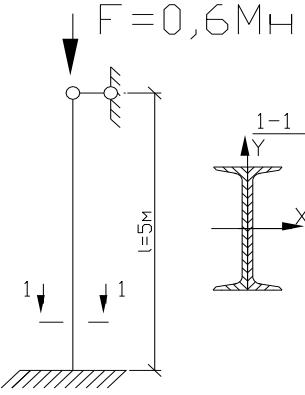
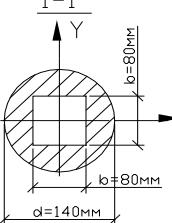
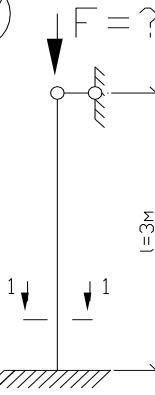
(25)



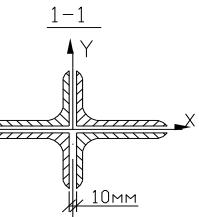
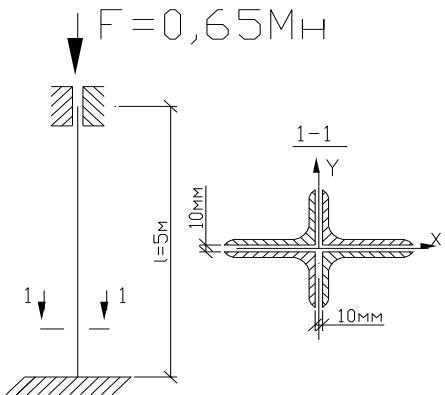
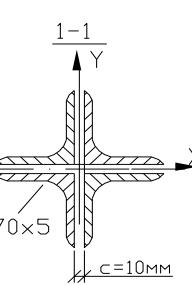
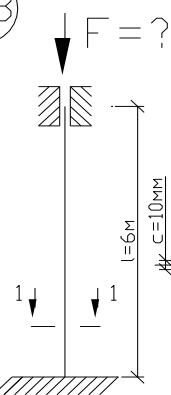
(26)



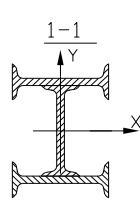
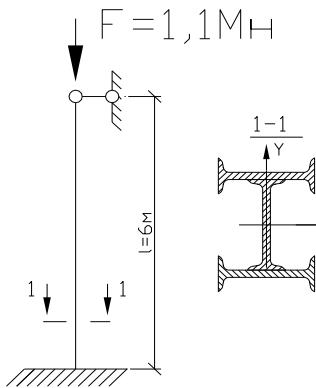
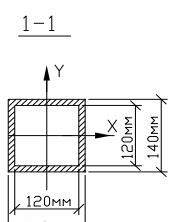
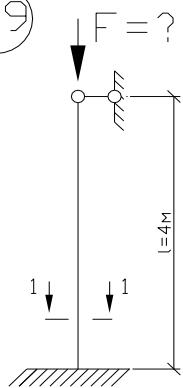
(27)



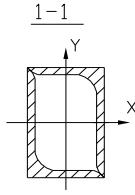
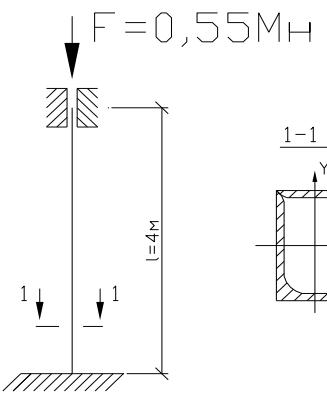
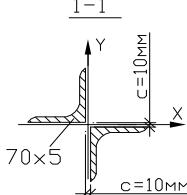
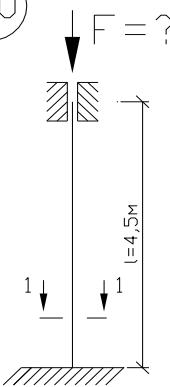
(28)



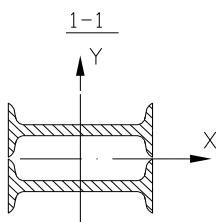
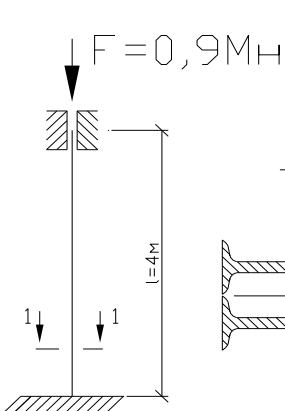
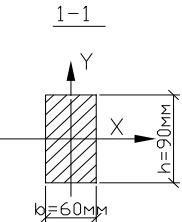
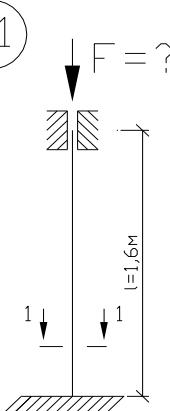
(29)



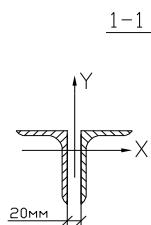
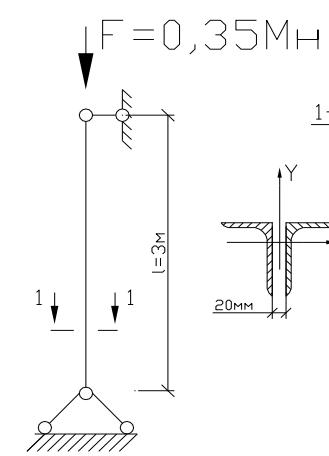
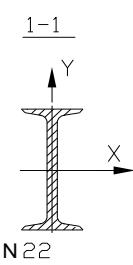
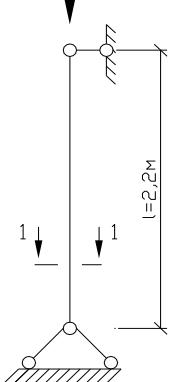
(30)

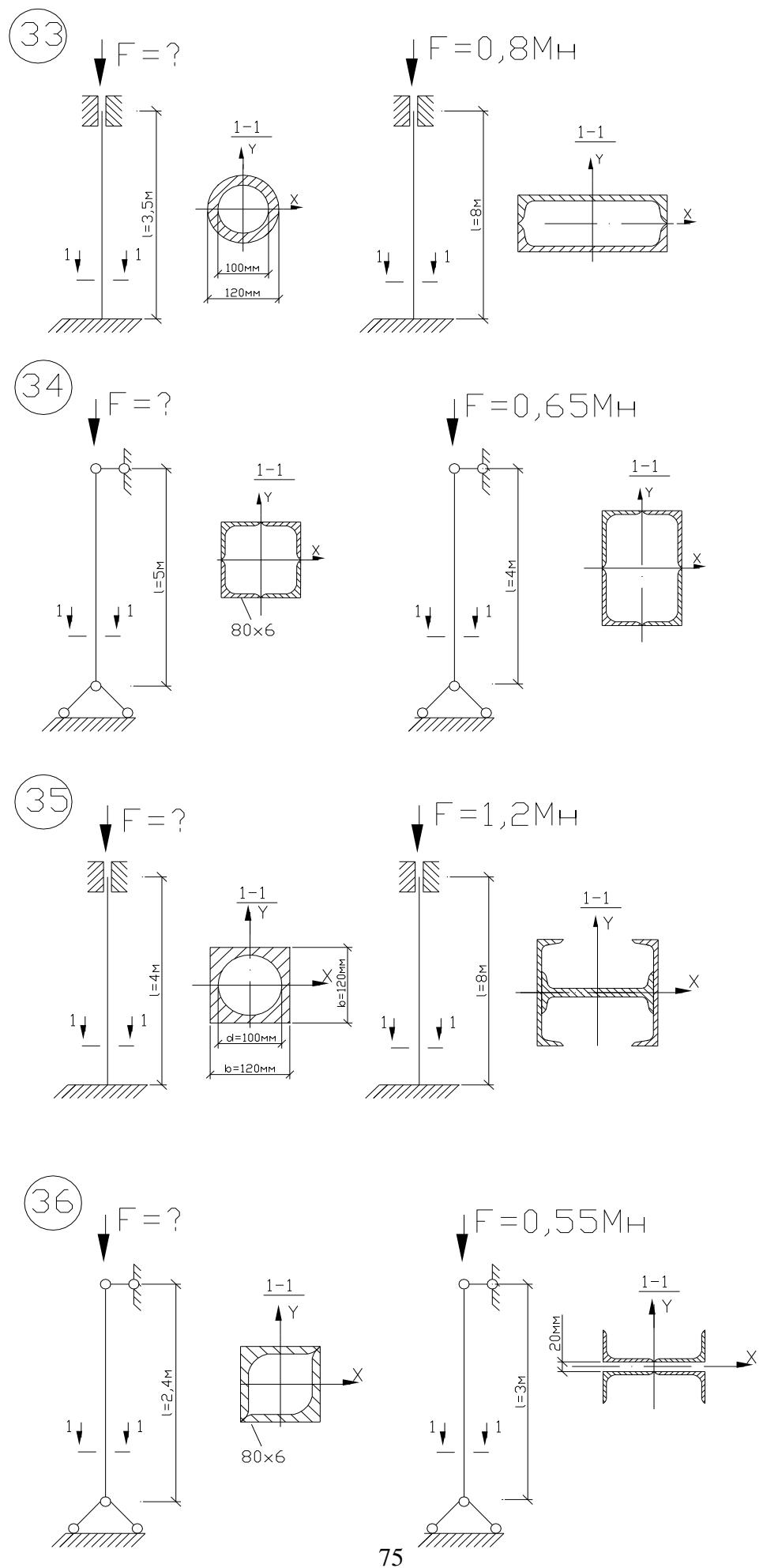


(31)



(32)

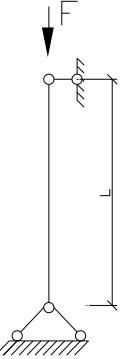
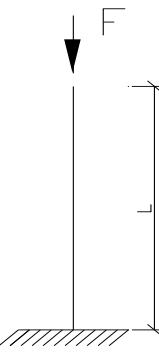
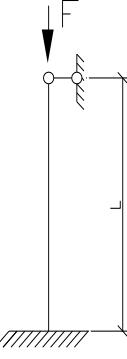
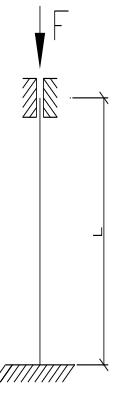




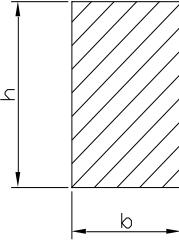
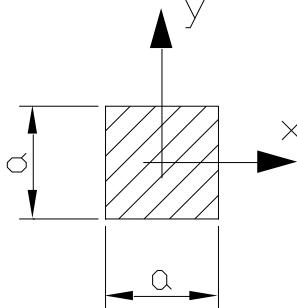
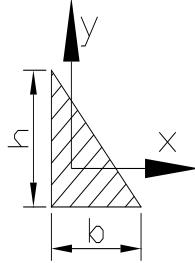
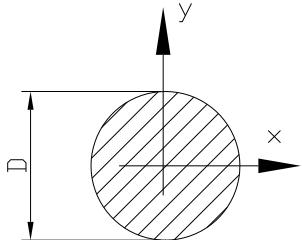
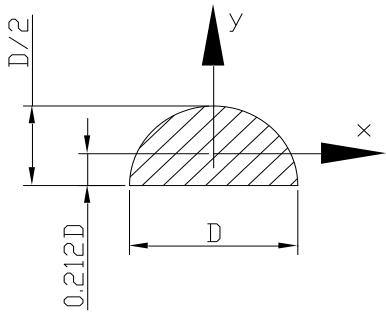
Коэффициенты продольного изгиба центрально-сжатых элементов

Гибкость элементов λ	Коэффициент φ для элементов из стали классов			Коэффициент φ для элементов из алюминия марок	
	C38/23	C44/29	C46/33	АД1М	АД31Т
0	1	1	1	1	1
10	0,988	0,98	0,986	1	1
20	0,97	0,968	0,965	1	0,995
30	0,943	0,935	0,932	0,985	0,93
40	0,905	0,892	0,888	0,935	0,88
50	0,867	0,843	0,837	0,887	0,835
60	0,82	0,792	0,78	0,858	0,793
70	0,77	0,73	0,71	0,825	0,75
80	0,715	0,66	0,637	0,792	0,706
90	0,655	0,592	0,563	0,76	0,656
100	0,582	0,515	0,482	0,726	0,61
110	0,512	0,44	0,413	0,693	0,562
120	0,48	0,383	0,35	0,66	0,518
130	0,397	0,33	0,302	0,63	0,475
140	0,348	0,285	0,256	0,595	0,435
150	0,305	0,25	0,226	0,562	0,4
160	0,27	0,22	0,2	-	-
170	0,24	0,195	0,178	-	-

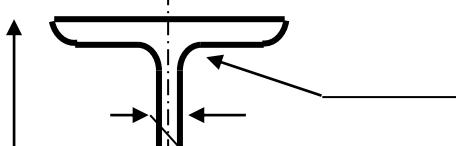
Коэффициенты приведения длины

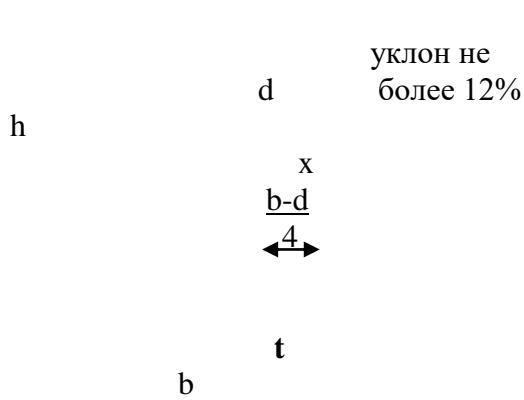
Способ закрепления концов стержня				
Коэффициент μ	1	2	0,7	0,5

Моменты инерции простых геометрических фигур

Сечение	J_x	J_y
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{b^3h}{12}$
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$
	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{b^3h}{36}$
	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0.05D^4$	$\frac{\pi D^4}{64} \approx 0.05D^4$
	$0,00686 D^4 \approx 0.11D^4$	$\frac{\pi D^4}{128} \approx 0.025D^4$

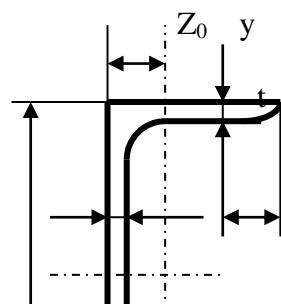
Сталь прокатная – балки двутавровые





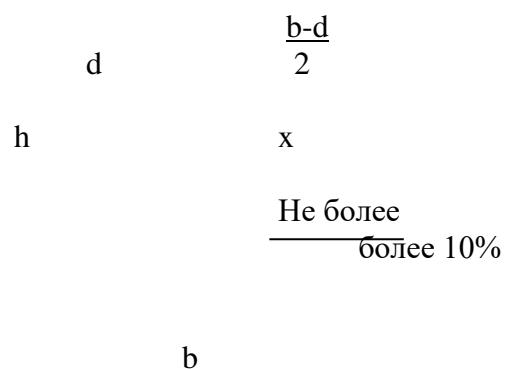
h – высота балки
 b – ширина полки
 t – средняя толщина полки
 J - момент инерции
 W – момент сопротивления
 S – статический момент сопротивления
 i – радиус инерции
 d - толщина стенки

№ пр-ля	Масса 1м длины проката	Размеры				Площадь сечения	Справочные величины для осей						
		h	b	d	T		x-x				y-y		
							J _x	W _x	i _x	S _x	J _y	W _y	i _y
	кг	мм				см ²	см ⁴	см ³	см	см ³	см ⁴	см ³	см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,4	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,08
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,4	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	108	600	190	12,0	17,8	130	70806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54



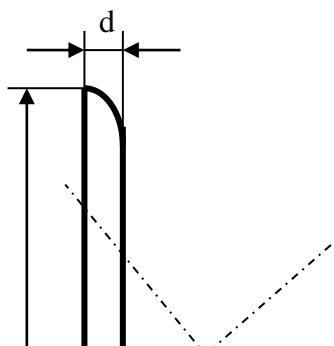
Сталь прокатная швеллеры

h - высота швеллера;



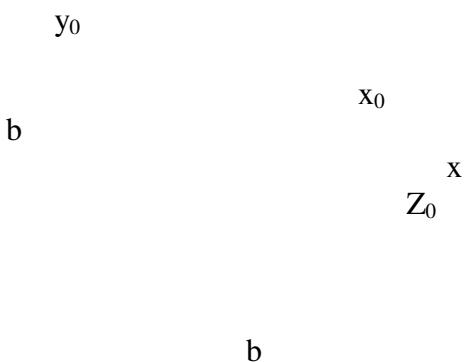
b-ширина полки;
 d- толщина стенки;
 t- средняя толщина полки;
 J- момент инерции;
 W- момент сопротивления;
 i- радиус инерции;
 S- статический момент полусечения;
 z_0 - расстояние от оси y-y до наружной
грани стенки;

№ пр- ля	Масса 1 м длины прока- та	размеры				S сечени- я	Справочные величины для осей								
		h	b	d	t		x-x				y-y			Z_0	
							J_x	W_x	i_x	S_x	J_y	W_y	i_y		
	кг	мм				см ²	см ⁴	см ³	см	см ³	см ⁴	см ³	см	см	
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24	
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80	
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	
40	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,73	



Сталь прокатная угловая равнополочная

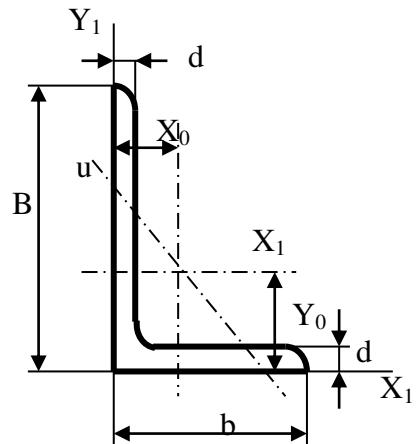
b-ширина полки;



d- толщина полки;
J- момент инерции;
i- радиус инерции;
 Z_0 - расстояние от центра тяжести до полки ;

№ пр-ля	размеры		S профиля	Масса 1 м длины проката	Справочные величины для осей									
	b	d			x-x		x ₀ x ₀		y ₀ - y ₀		x ₁ -x ₁	z ₀ +d		
					J _x	i _x	J _{x0} max	i _{x0} max	J _{y0} min	i _{y0} min				
	мм		см ²	кг	см ⁴	см	см ⁴	см	см ⁴	см	см ⁴	см		
2	20	3	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60		
		4	1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64		
2,5	25	3	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73		
		4	1,86	1,46	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76		
2,8	28	3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80		
3,2	32	3	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89		
		4	2,43	1,91	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94		
3,6	36	3	2,10	1,65	2,59	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99		
		4	2,75	2,16	3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04		
4	40	3	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09		
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,59	1,90	0,78	8,53	1,13		
4,5	45	3	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21		
		4	3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26		
		5	4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30		
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	20,4	1,33		
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38		
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42		
5,6	56	4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52		
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57		
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69		
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74		
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78		
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88		
		5	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90		
		6	8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94		
7,5	75	5	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02		
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06		
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10		
		8	11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113	2,15		
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18		
8	80	5,5	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17		
		6	9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,8	1,58	102	2,19		
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23		
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27		
9	90	6	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43		
		7	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47		
		8	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51		
		9	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55		
		6,5	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68		
		7	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71		

10	100	8	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16	29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
11	110	7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
12,5	125	8	19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		9	22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53
		14	33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
14	140	16	37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68
		9	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78
		10	27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82
		12	32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90



Сталь прокатная угловая неравнополочная

B – ширина большей полки

b – ширина меньшей полки

d – толщина полки

J – момент инерции

i – радиус инерции

X₀-Y₀ – расстояния от центра тяжести до полок

№ про- ля	размеры			Площадь профиля	Масса 1 м длины проката	Справочные величины для осей												
						x-x		y-y		x ₁ -x ₁		y ₁ -y ₁		u-u				
	MМ	Cм ²	кг			см	см ⁴	см	см ⁴	см	см ⁴	см	см ⁴	см	см			
5,6/3,6	56	36	4	3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,406		
			5	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404		
6,3/3,6	63	40	4	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397		
			5	4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,73	0,86	0,396		
			6	5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393		
			8	7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386		
7/4,5	70	45	5	5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406		
7,5/5	75	50	5	6,11	4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436		
			6	7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435		
			8	9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,403		
8/5	80	50	5	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,378		
			6	7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386		
9/5,6	90	56	5,5	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384		
			6	8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384		
			8	11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380		

10/6,3	100	63	6 7 8 10	9,59 11,1 12,6 15,5	7,53 8,70 9,87 12,1	98,3 113 127 154	3,2 3,19 3,18 3,15	30,6 35,0 39,2 47,1	1,79 1,78 1,77 1,75	198 232 266 333	3,23 3,28 3,32 3,40	49,9 58,7 67,6 85,8	1,42 1,46 1,50 1,58	18,2 20,8 23,4 28,3	1,38 1,37 1,36 1,35	0,393 0,392 0,391 0,387
11/7	110	70	6,5 8	11,4 13,9	8,98 10,9	142 172	3,53 3,51	45,6 54,6	2 1,98	286 353	3,55 3,61	74,3 92,3	1,58 1,64	26,9 32,3	1,53 1,52	0,402 0,400
12,5/8	125	80	7 8 10 12	14,1 16,0 19,7 23,4	11 12,5 15,5 18,3	227 256 312 365	4,01 4 3,98 3,95	73,7 83,0 100 117	2,29 2,28 2,26 2,24	452 518 649 781	4,01 4,05 4,14 4,22	119 137 173 210	1,8 1,84 1,92 2	43,4 48,8 59,3 69,5	1,76 1,75 1,74 1,72	0,407 0,406 0,404 0,400
14/9	140	90	8 10	18,0 22,2	14,1 17,5	364 444	4,49 4,47	120 146	2,58 2,56	727 911	4,49 4,58	194 245	2,03 2,12	70,3 85,5	1,98 1,96	0,411 0,409

Список литературы

Основная литература:

1. Лукьянов, М. А. Техническая механика : учебник / М.А. Лукьянов, А.М. Лукьянов. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 486 с. — (Высшее образование: Специалитет). — DOI 10.12737/1078230. - ISBN 978-5-16-016027-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1078230> (дата обращения: 07.04.2022). – Режим доступа: по подписке.

Дополнительная литература:

1. Завистовский, В. Э. Техническая механика : учебное пособие / В.Э. Завистовский. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 376 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-015256-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1190673> (дата обращения: 08.04.2022). – Режим доступа: по подписке.
2. Завистовский, В. Э. Техническая механика: детали машин : учебное пособие / В.Э. Завистовский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 350 с. — (Высшее образование: Магистратура). — www.dx.doi.org/10.12737/textbook_5d199463a99d77.06586963. - ISBN 978-5-16-015257-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1020988> (дата обращения: 08.04.2022). – Режим доступа: по подписке..