ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Сибирский колледж транспорта и строительства

СБОРНИК ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН. 02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

для специальности

09.02.06 Сетевое и системное администрирование

базовая подготовка

среднего профессионального образования

Иркутск 2023 г.

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.
00a73c5b7b623a969ccad43a81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00
Подпись соответствует файлу документа

РАССМОТРЕНО:
ЦМК математики, физики
Председатель ЦМК:
Новикова Т.П.
Протокол № 9
«29» мая 2023г.

Составитель Новикова Т.П., преподаватель высшей категории, Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения».

Содержание:

Предисловие 4
Тема: Операции над множествами
Практическая работа №1 «Решение задач на операции над множествами» 5
Практическая работа №2 " Решение задач на операции над множествами" 6
Тема: Отношения.
Практическая работа №3 " Решение задач на бинарные отношения» 7
Тема: Элементы комбинаторики
Практическая работа №4 «Решение комбинаторных задач» 8
Практическая работа №5 «Решение задач на операции над графами – 1» 10
Практическая работа №6 " Решение задач на операции над графами 11
Тема: Исчисление высказываний
Практическая работа № 7 «Решение задач на исчисление высказываний 14
Тема: Булевы функции
Практическая работа № 8 " Составление таблиц истинности для формул алгебры логики" 15
Практическая работа № 9 " Решение задач на нахождение СКНФ и СДНФ" 16
Практическая работа № 10 " Решение задач на эквивалентность формул» 17
Тема: Минимизация булевы функции
Практическая работа № 11" Решение задач на минимизацию булевых функций методом неопределенных коэффициентов" 9
Практическая работа № 12 " Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода Квайна - Мак-Класски 20
Практическая работа № 13 " Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода карт Карно. Полином Жегалкина. Теорема Поста" 21
Тема: Логика предикатов
Практическая работа № 14" Решение задач на правила вывода исчисления предикатов" 21
Практическая работа №15" Дедуктивные умозаключения. Методы научного познания. Индуктивные умозаключения. Метод математической индукции. Решение задач 22
Практическая работа №16 "Аппарат алгебры высказываний для работы с умозаключениями. Решение задач" 25
Тема: Элементы теории и практики кодирования.
Практическая работа №17" Системы счисления" 25
Тема: Кодирование информации
Практическая работа №18" Кодирование информации" 26
Практическая работа №19" Шифрование с открытым ключом" 26
Тема: Конечные автоматы
Практическая работа №20" Решение общих задач теории автоматов" 26
Список использованной литературы 26

Предисловие

Сборник задач содержит задания для практических работ, предназначенных для более глубокого изучения дисциплины; систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений; углубления и расширения теоретических и практических знаний; формирования умений использовать специальную, справочную литературу, а так же содержит методические указания по выполнению предложенных заданий и список литературы, необходимой для изучения дисциплины.

Использование данного сборника задач в учебном процессе позволит каждому студенту освоить теоретический материал, даст возможность применить полученные знания на практике.

Указания к оцениванию практических работ

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 89	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Тема: Операции над множествами.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Решение задач на операции над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над множествами, умения представлять множества в виде круговых диаграмм.

Ход работы

1) ***Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)***

1)Назовите цели и задачи математики.

2)Что изучает дискретная математика?

3)Что называется множеством, элементами множества?

4)Какие виды множеств бывают?

5)Способы задания множеств?

6)Операции над множествами и их иллюстрация с помощью кругов Эйлера?

7)Основные свойства операций над множествами?

8)Декартово произведение множеств и его степень?

9).Записать формулу количества элементов в объединении двух конечных множеств.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1.Даны множества $A_1 = \{a, b, c\}$, $A_2 = \{c, d, e, f\}$, $U = \{a, b, c, d, e, f\}$. Осуществить операции: а)объединения; б)пересечения; в)разности; г)дополнения.

Решение:

а)объединение множеств A_1 и A_2 содержит все элементы, принадлежащие множествам A_1 и A_2: $A_1 \cup A_2 = \{a, b, c, d, e, f\}$.

б)пересечение множеств A_1 и A_2 содержит только элементы, принадлежащие и первому, и второму множествам одновременно: $A_1 \cap A_2 = \{c\}$.

в)используя определение разности множеств, получаем: $A_1 \setminus A_2 = \{a, b\}$,

$A_2 \setminus A_1 = \{d, e, f\}$.

г)дополнение $\overline{A1}$ содержит только те элементы множества U, которые не принадлежат множеству A_1: $\overline{A1} = U \setminus A_1 = \{d, e, f\}$,

аналогично, $\overline{A_2} = U \setminus A_2 = \{a, b\}$.

2. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество $(A \cup C) \cap (B \cup C)$.

Решение:

с помощью кругов Эйлера наглядно представлено на рис.1 и 2. На рис.1 множество **A** заштриховано горизонтально, а $\mathbf{B} \cap \mathbf{C}$ — вертикально; поэтому $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$ — область, попадающая под вертикальную или горизонтальную штриховку. На рис.2 множество $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ заштриховано горизонтально, а $\mathbf{A} \cup \mathbf{C}$ — вертикально; тогда $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$ — область, попадающая под обе штриховки. Легко видеть, что обе эти области совпадают.

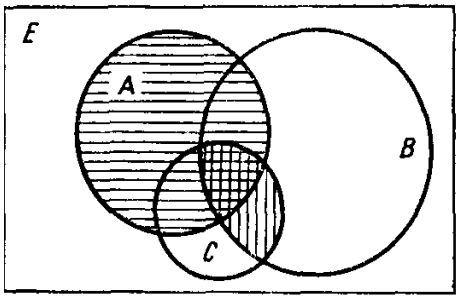


Рис.1

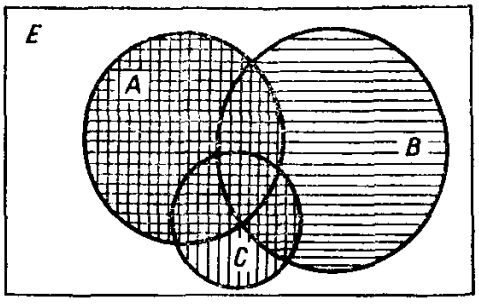


Рис.2

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1.Пусть A = {1,3}, B = {2,3,4}, C = {2,4}, U = {1,2,3,4}. Найти: а) $\overline{A} \cup \overline{B}$; б) $\overline{A \cap B}$; в) $A \cap \overline{B}$; г) (B \ C) ∪ A.

2. Найти A ∪ B, A ∩ B, A \ B, A ÷ B, $\overline{A}$, если A = {1.2.4.6. }, B = $\{a, b, c, f, k\}$, U = $\{1,2,3,4,5,6,7, a, b, c, d, e, f, k, m, n\}$

3.Пусть A = {□,∗, Δ }, B = {□,○ }, C = {○,∗, Δ, #}.
Доказать, что A ∩ (B ∪ C) = (A ∩ B) ∪ (A ∩ C).

4.С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество: A ∪ (C ∪ $\overline{B}$).

5. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество: $\overline{A}$ ÷ C.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Решение задач на операции над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умения использовать операции над множествами при решении задач.

Ход работы

1) ***Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)***

1)Назовите цели и задачи дискретной математики.

2)Что изучает дискретная математика?

3)Что называется множеством, элементами множества?

4)Какие виды множеств бывают?

5)Способы задания множеств?

6)Операции над множествами и их иллюстрация с помощью кругов Эйлера?

7)Основные свойства операций над множествами?

8)Декартово произведение множеств и его степень?

9).Записать формулу количества элементов в объединении двух конечных множеств.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Пусть универсальное множество U – множество всех учащихся и преподавателей СКТиС; A – множество всех преподавателей; B – множество учащихся, успевающих по всем дисциплинам на «отлично»; c – множество неуспевающих учащихся; D – множество учащихся группы КСК – 16 – 1.Какой содержательный смысл каждого из следующих множеств:

а)$\overline{A}$; б) $\overline{B}$; в) $B \cap D$; г)D \ C; д) A∪ $\overline{C}$; е) A ∪ (B ∩ D); ж) C \ D.

Решение:

а) $\overline{A}$ – множество всех учащихся колледжа (без преподавателей);

б) $\overline{B}$ – множество преподавателей и учащихся, кроме успевающих по всем предметам на «отлично»;

в) $B \cap D -$ множество отличников, обучающихся в группе КСК $- 16 - 1$;

г) D \ C – множество учащихся группы КСК $- 16 - 1$, справляющихся с учебным планом;

д) A∪ $\overline{C}$ – множество преподавателей и всех успевающих учащихся;

е) A ∪ (B ∩ D) – множество преподавателей и отличников группы КСК $- 16 - 1$;

ж)C \ D – множество неуспевающих учащихся колледжа, кроме группы КСК $16 - 1$.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1.Пусть X – множество студентов 2 курса одной группы колледжа, учащихся на «4» и «5», а У – множество студентов другой группы этого же колледжа, учащихся на «отлично».
Определить множество X ∪ У, X ∩ У, X \У.

2. В некоторой группе 12 человек изучают английский язык и 16 – французский язык. Причем 4 человека изучают оба языка. Сколько человек в группе?

3. Пусть A –множество всевозможных параллелограммов, B – множество прямоугольников, C – множество ромбов. D –множество квадратов, E – множество трапеций. Запишите результаты операций:

а) B ∩ C; б) B ∪ C ∪ D ∪ A; в) D ∩ E.

4.Из 50 учащихся 32 занимаются в спортивных секциях, 21 занимаются в техническом кружке, 15 – в кружке художественной самодеятельности. Причем 10 человек увлекаются и спортом и техникой, 7 –техникой и художественной самодеятельностью, 9 - спортом и художественной самодеятельностью, 4 – спортом, техникой и художественной самодеятельностью. Сколько человек ничем не увлекаются?

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Отношения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Решение задач на бинарные отношения.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение задавать бинарные отношения.

Ход работы

1) ***Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)***
2) Что называют отношением?
3) Назовите основные виды отношений.
4) Дайте определение бинарного отношения.

5) Как обычно задаются бинарные отношения?

6) Перечислите свойства бинарных отношений.

2) ***Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)***

1.Пусть M = {3, 4, 5, 6, 7 ,8, 9}. Записать бинарное отношение R перечислением элементов и матрицей, если R означает «быть делителем».

Решение:

R = {(a, b)| a, b ∈ M, a – делитель b}.

R = {(3,3), (3,6), (3,9), (4,4), (4,8), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9)}.

Матрица:

a\b	3	4	5	6	7	8	9
3	1	0	0	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	1

2.Определить тип отношения равносильности на множестве формул

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Решение: данное отношение является отношением эквивалентности, так как имеются все характерные свойства этого типа отношений.

3. *R* — отношение «*a* является отцом *b*». Запишите словами отношение R^2: aR^2b.

Решение: данное отношение было применено дважды, следовательно, отношение aR^2b означает «*a* является дедом *b*».

3) ***самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):***

1. Пусть M = {1,2,3,4,5,6}. Записать бинарное отношение R перечислением элементов и матрицей, если R означает «быть больше или равным».

2. Определить тип отношения {(a, b)| a и b вычисляют среднее значение случайной величины. }

3. Определить тип отношения {а, б, в, г, д, е, ж. з} отношение предшествования букв в русском алфавите.

4. Рассмотрим следующие восемь отношений между людьми, а именно: «быть отцом», «быть матерью», «быть сыном» «быть дочерью», «быть братом», «быть сестрой», «быть мужем», «быть женой». Выразить через них с помощью операций над отношениями следующие отношения: «быть племянницей», «быть тестем».

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Элементы комбинаторики.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Решение комбинаторных задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение решать комбинаторные задачи.

Ход работы

1) ***Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)***

1)Дать определение перестановки, сочетания и размещения.
2) Дать определение понятия подстановка.
3) Что называется отображением?
4) Какие виды отображений бывают?
5) Что такое композиция функций?
6) Что называется биномом Ньютона?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

а) В некоторой средней школе имеется три пятых класса, в которых обучаются соответственно 28, 31 и 26 учащихся. Требуется одного из них выбрать для участия в совете школы. Сколькими способами можно сделать выбор?

Решение: По правилу суммы получаем $28+31+26=85$.

б) В секции фигурного катания занимаются 14 мальчиков и 18 девочек. Сколькими различными способами из детей, занимающихся в секции, можно образовать спортивные пары.

Решение: По правилу произведения получаем $14\cdot 18=252$.

в) Куплено различных 12 книг. На полке можно поставить в ряд ровно 6 книг. Сколькими различными способами можно это сделать?

Решение: Будем считать различными не только те случаи, когда берутся разные книги, но и когда они по-разному расставлены на полке (в различном порядке). Тогда речь идёт о перестановках по 6 из 12. Получаем: $A_{12}^{6}=12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7=665280$.

г) Сколько различных комбинаций может получиться при одновременном бросании трёх игральных костей?

Решение: Каждая игральная кость представляет собой кубик, на гранях которого нанесено от одного до 6 очков. При каждом бросании мы будем получать наборы вида $a_1a_2a_3$, где $1\le a_i\le 6, i=1,2,3$ - количество очков, выпавших на соответствующей кости. Речь идёт о перестановках с повторениями по 3 элемента из 6. Получаем: $\overline{A}_6^3=6^3=216$.

д) Сколькими различными способами можно расставить на полке 10 различных книг?

Решение: Здесь, в отличие от примера 2, значение имеет только порядок расставляемых книг. Поэтому речь идёт о перестановках из 10 элементов. Получаем: $P_{10}=10!=3628800$.

е) В отделе работают 10 сотрудников. Требуется отобрать трёх из них для того, чтобы направить в командировку. Сколькими способами можно это сделать?

Решение: Поскольку имеет значение только то, какие именно сотрудники отобраны, то речь идёт о сочетаниях без повторений по 3 элемента из 10. Получаем: $C_{10}^{3}=\dfrac{10!}{3!\cdot 7!}=120.$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. В цветочном магазине имеются в продаже 5 различных видов цветов. Покупателю требуется составить букет из 7 цветов. Сколькими способами можно это сделать?

2. Музыкальный концерт состоит из 3-х песен и 2-х скрипичных пьес. Сколькими способами можно составить программу концерта так, чтобы он начинался и оканчивался исполнением песни и чтобы скрипичные пьесы не исполнялись одна за другой.

3. Сколько различных 3-х буквенных слов можно образовать, используя буквы составляющие вашу фамилию, причем эти слова должны начинаться и оканчиваться согласными, а в середине должна стоять гласная буква.

4.Запишите разложение бинома $(x+y)^4$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Операции над графами.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Решение задач на операции над графами.

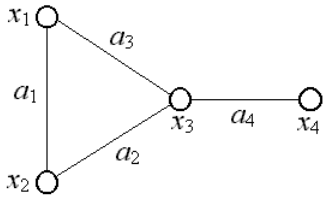
ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над графами.
Ход работы

Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1) Дать определение понятия графа.
2) Перечислите основные виды графов.
3) Перечислите способы задания графов.
4) Перечислите операции над графами.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Определите степени вершин графа:



Решение: степень вершины графа – это количество ребер, исходящих из этой вершины. $P(x_1) = 2$; $p(x_2) = 2$; $p(x_3) = 3$; $p(x_4) = 1$

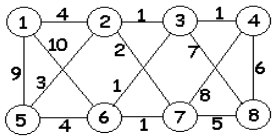
2.Определить сумму степеней данного графа.

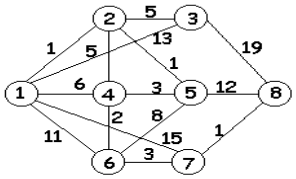
Решение: сумма степеней графа равна удвоенному числу ребер графа. Так как ребер в данном графе 4,то сумма степеней вершин равна 8.

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

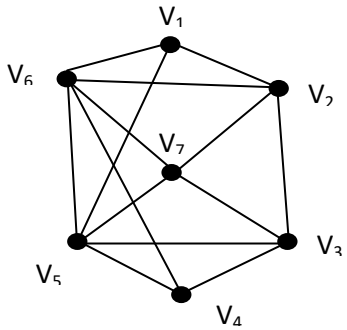
1. Дан граф
А) Запишите количество ребер и вершин графа;
В) Определить кратчайший путь из вершины 1 в вершину 8 для графа, представленного на рисунке;

С) Запишите номера вершин, имеющих одинаковую степень**:**





2. Граф задан диаграммой.
А) Составьте маршруты длины 5 из вершиныV_2 в вершину V_5. Составьте простую цепь, соединяющую эти вершины.
В) Постройте простой цикл, содержащий вершину V_4.



4. Сумма степеней вершин графа равна 8. Найдите число ребер.
5. Число ребер графа равно 12. Найти сумму степеней вершин графа.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Операции над графами.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Решение задач на операции над графами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над графами.
Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)Дать определение понятия графа.
2)Перечислите основные виды графов.
3)Перечислите способы задания графов.
4)Перечислите операции над графами.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Для графа, заданного отношением на множестве построить матрицу смежности, списки смежных вершин и нарисовать граф.

Пример $V = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ $R = \{(1,2),(3,4),(1,4),(3,3),(3,7),(7,3),(8,4),(3,5),(5,7),(8,1)\}$

Решение

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0

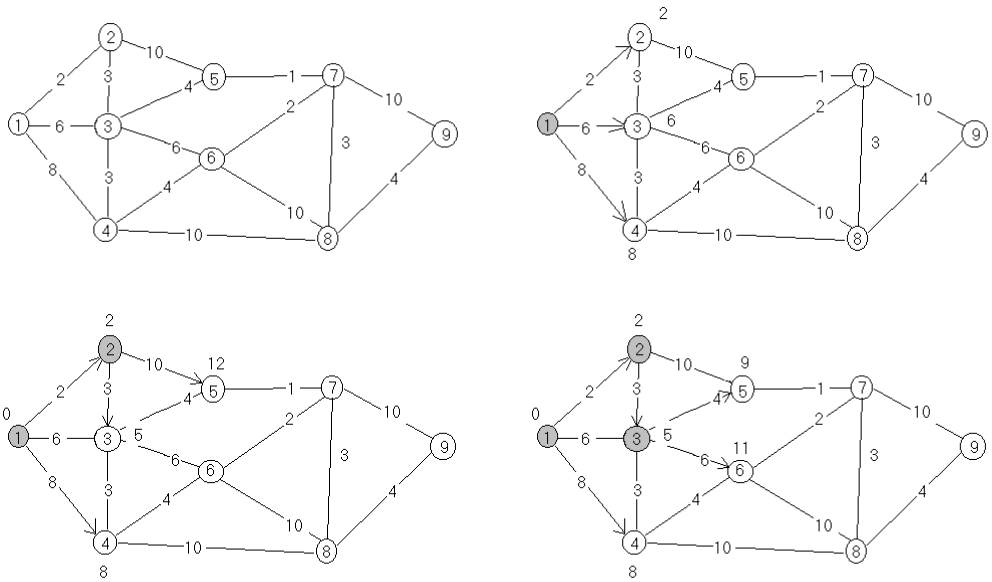
3	0	0	1	1	1	0	1	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0
8	1	0	0	1	0	0	0	0

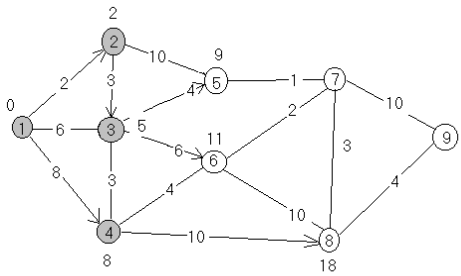
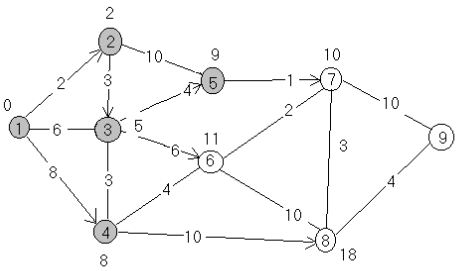
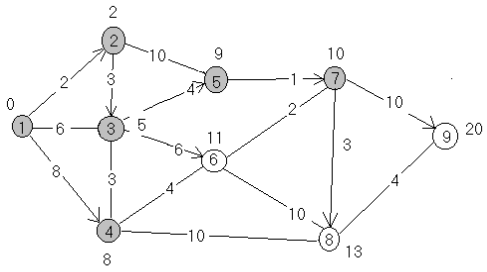
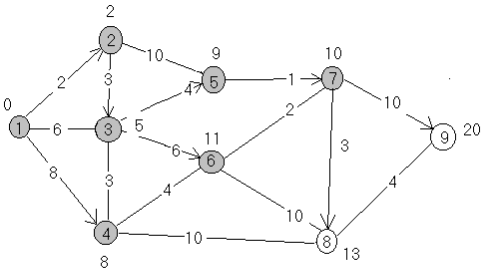
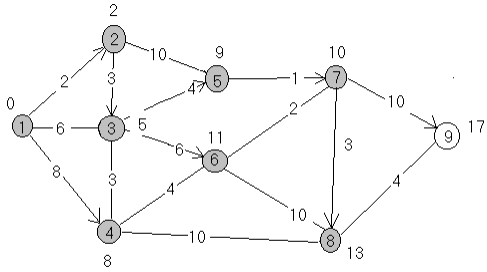
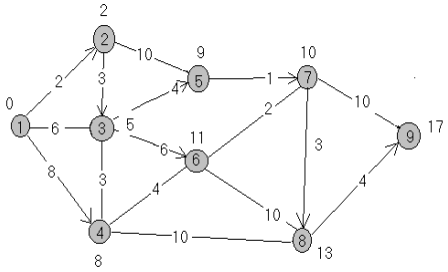
1	2,4
2	
3	3,4,5,7
4	
5	7
6	
7	3
8	1,4

2. Найти кратчайший путь в графе, продемонстрировав работу алгоритма Дейкстры
Пример Задана матрица весов. Найти кратчайший путь от вершины 1 к 9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	6	8					
2	2	0	3		10				
3	6	3	0	3	4	6			
4	8		3	0		4		10	
5		10	4		0		1		
6			6	4		0	2	10	
7					1	2	0	3	10
8				10		10	3	0	4
9							10	4	0

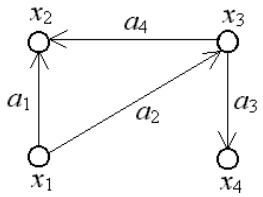
Решение



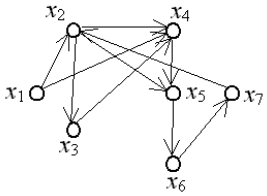
3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1.Дан граф



Записать матрицу смежности графа.

2. Дан граф. Записать кратчайший путь из вершины 1 в вершину 6.



4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		

2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Исчисление высказываний.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

Решение задач на исчисление высказываний.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над высказываниями.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)Что называется высказыванием?
2)Перечислите виды высказываний.
3)Перечислите операции над высказываниями.
4)Что такое таблицы истинности?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Какие из следующих предложений являются высказываниями?
а)Москва – столица России.
б)студент 2 курса.
в)ΔABC подобен ΔAKM
г)$17 \cdot 2 = 3$
Решение: высказывание – это предложение, о котором можно судить истинно оно или ложно, поэтому высказываниями будут являться предложения а, в, г.
2.Пусть высказывание р таково:
а)$2 \cdot 2 = 4$;
б)Слон – насекомое;
в)я мальчик;
каким будет высказывание $\bar{p}$?
Составить высказывания и определить их истинность.
Решение: а) $2 \cdot 2 \neq 4$ – ложь;
б) Слон – не насекомое – истина;
в)я не мальчик – истина, если р ложно и наоборот;
3.Пусть высказывания р и к таковы:
Р: «Это целое положительное число», к: «Это целое положительное число простое». Прочитать словами высказывания:
а) $p \wedge к$; б)$\bar{p} \wedge к$; в) $p \wedge \bar{к}$; г)$\bar{p} \vee \bar{к}$.
Решение: а)данная логическая операция конъюнкция, ее определяет союз «и», поэтому высказывание будет звучать так: «это целое положительное простое число»
б)это нецелое положительное простое число;
в)Это целое положительное составное число;
г)Это не целое положительное или составное число.

3)самостоятельное выполнение типового расчета (работа в группе):

1.Образуйте отрицания следующих высказываний:
а) 4 делится на 2;
б)$42 + 7 \neq 50$;
в)сегодня понедельник;
г)$7 > 2$.
2.Даны отрицания высказываний:
а)Медиана в равнобедренном треугольнике не является высотой;
б)5 – простое число;
в)$2 + 3 = 5$;
г)сумма углов в треугольнике не равна 180°

сформулируйте эти высказывания. Определите их истинность.

3. Импликацию $p \to q$ можно выразить через дизъюнкцию и отрицание $p \to q = \bar{p} \vee q$. Проверить справедливость этой формулировки, составив соответствующую таблицу истинности.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

.Составление таблиц истинности для формул алгебры логики.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение составлять таблицы истинности для логических формул..

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)Дайте определение булевой функции.

2)Перечислите формулы алгебры логики.

3) Дайте определение тождественно истинной и тождественно ложной формулы.

4) Какие формулы называются эквивалентными?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Построим таблицу значений функции $f(x_1, x_2, x_3) = \square(x_2 \supset \square x_3) \sim (\square x_1 \vee x_2)$.

Решение:

Таблица представляет последовательное вычисление этой функции.

x_1	x_2	x_3	$\square x_3$	$x_2 \supset \square x_3$	$\square(x_2 \supset \square x_3)$	$\square x_1$	$\square x_1 \vee x_2$	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0	1	1

3)самостоятельное выполнение типового расчета (взаимопроверка по эталону решения):

Построить таблицы истинности для формул:

1) $f(x,y,z) = (x \vee \bar{z}) \to x \cdot (y \sim z)$
2) $f(x, y, z) = (\overline{x \oplus y}) \vee (z \downarrow \overline{x})$
3) $f(x,y,z) = (yz \to (x \vee y)) \sim (y \mid z)$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Булевы функции.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9
Решение задач на нахождение СКНФ и СДНФ.
ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение нахождения СКНФ и СДНФ формул.
Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1.Дайте определение элементарной дизъюнкции;
2. Дайте определение элементарной конъюнкции;
3. Дайте определение элементарной дизъюнктивной нормальной формы функции;
4. Дайте определение элементарной конъюнктивной нормальной формы функции;
5.перечислите порядок действий при исходной формулы к нормальной форме;
6. Дайте определение совершенной дизъюнктивной нормальной формы функции;
7. Дайте определение совершенной конъюнктивной нормальной формы функции;
8.Как с помощью таблиц истинности привести формулу функции к СДНФ;
9. Как с помощью таблиц истинности привести формулу функции к СКНФ?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Составить таблицу истинности для булевой функции $F=(\bar{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2$.

Решение:

Отметим связь между СДНФ и таблицей истинности.

Таблица истинности СДНФ

x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1 \downarrow x_3$	$F=(\bar{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2$	Элементарные конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	0	
0	1	0	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 x_3$
1	0	0	0	1	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	
1	1	1	0	0	1	$x_1 x_2 x_3$

Следовательно: $F=x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$.

2. Для булевой функции, заданной в виде ДНФ $F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3$, составить СДНФ и выполнить проверку по таблице истинности.

Решение: Применяя закон склеивания (в обратном порядке: $x = xy \vee x\bar{y}$), дополняем конъюнкции, до полных элементарных конъюнкций. Конъюнкцию x_1 дополняем в два этапа, так как $\overline{x_1 x_2 x_3}$ не является элементарной конъюнкцией:

$$F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3 = x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 =$$

$$= x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3.$$

Так как $x \vee x = x$, после сокращения одинаковых конъюнкций получаем СДНФ:

$$F = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3.$$

Таблица истинности СДНФ

x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_3$	$x_2 \bar{x}_3$	$F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3$	Элементарные

						конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	0	0	0	
1	0	0	1	1	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	0	0	1	$x_1 \bar{x}_3 x_2$
1	1	0	1	1	1	$x_1 x_3 \bar{x}_2$
1	1	1	0	0	1	$x_1 x_3 x_2$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Привести данные формулы к СДНФ и СКНФ:

1)f(x,y,z) = (z ∨ y) → (x | y) · $\bar{z}$

2)f(x,y,z,t) = t | (y ∨ (z ~ $\bar{x}$))

3) f(x,y,z,t) = $\overline{(x \to t)}$ ~ (z ∨ (x | y))

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

Решение задач на эквивалентность формул.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять эквивалентные преобразования формул.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1.Какое преобразование называется эквивалентным?

2.Перечислите основные эквивалентности.

3.Какие функции называются двойственными?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. С помощью основных равносильностей доказать, что в булевой функции $F = (x_2 \vee x_2 x_3) \to (x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3)$ переменная x_3 является фиктивной.

Решение**:** Применяя закон поглощения и закон склеивания, получим

$F = (x_2 \vee x_2 x_3) \to (x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3) = x_2 \to x_1$.

Так как существует такая формула, реализующая эту булеву функцию, в которой отсутствует x_3, то эта переменная является фиктивной.

2. С помощью таблицы истинности убедиться в справедливости законов де Моргана $\overline{x\,y} = \bar{x} \vee \bar{y}$.

Решение**:** Построим таблицу истинности для $\overline{x\,y}$ и $\bar{x} \vee \bar{y}$.

x	y	$x\,y$	$\overline{x\,y}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} \vee \bar{y}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Так как в таблице истинности булевым функциям $\overline{x\,y}$ и $\bar{x} \vee \bar{y}$ соответствуют одинаковые столбцы, то формулы $\overline{x\,y}$ и $\bar{x} \vee \bar{y}$ равносильны.

3. С помощью основных равносильностей доказать закон обобщенного склеивания $x\,y \vee \bar{x}\,z = x\,y \vee \bar{x}\,z \vee y\,z$.

Решение: Применяя закон склеивания (в обратном порядке, то есть $y\,z = x\,y\,z \vee \bar{x}\,y\,z$) и дистрибутивность (то есть вынесем за скобки $x\,y$ и $\bar{x}\,z$), получим

$$x\,y \vee \bar{x}\,z \vee y\,z = x\,y \vee \bar{x}\,z \vee x\,y\,z \vee \bar{x}\,y\,z = x\,y(1 \vee z) \vee \bar{x}\,z(1 \vee y) = x\,y \vee \bar{x}\,z\,.$$

4. С помощью основных равносильностей доказать, что $\overline{y \vee (x\,\bar{y} \vee \bar{y})} \to x(x \vee x\,z) = 1$.

Решение: Применяя основные равносильности, получим

$$\overline{y \vee (x\,\bar{y} \vee \bar{y})} \to x(x \vee x\,z) = \overline{y \vee \bar{y}} \to x\,x = \bar{1} \to x = 0 \to x = \bar{0} \vee x = 1 \vee x = 1.$$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1)С помощью преобразований доказать, что:

1. a → b = $\bar{a}$ ∨ b;

2. a ~ b = (a → b)(b → a);

3.a | b = $\overline{a \cdot b}$.

2)Проверить равносильность формул:

1. $x \oplus (y|z)$ и $(x \to y) \downarrow (x \to z)$

2. $x \to (y \downarrow z)$ и $(x \oplus y) | (x \oplus z)$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

Решение задач на минимизацию булевых функций методом неопределенных коэффициентов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод неопределенных коэффициентов для минимизации функций.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)В чем состоит задача минимизации булевых функций?
2)Цель минимизации?
3)Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
4)Раскройте суть метода неопределенных коэффициентов.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Минимизировать заданное выражение:
$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2\overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1\overline{x_2 x_3} \vee \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$
После вычисления значений функции на всех наборах и подстановки в форму, полученную на лекции, получаем:
1.f(1,1,1) = 1;
2.f(1,1,0) = 1;
3.f(1,0,1) = 1;
4.f(0,1,1) = 0;
5.f(1,0,0)= 1;
6.f(0,1,0) = 0;
7.f(0,0,1) = 0;
8/f(0,0,0) = 1
Вычеркиваем все строки, где функция равна 0, и все коэффициенты из этих строк вычеркиваем из остальных строк. Получились наборы:
1.$a_1 \vee a_7 \vee a_{11} \vee a_{26} = 1$;
2. $a_1 \vee a_7 \vee a_{13} \vee a_{25} = 1$;
3. $a_1 \vee a_9 \vee a_{11} \vee a_{24} = 1$;
5. $a_1 \vee a_9 \vee a_{13} \vee a_{18} \vee a_{20} = 1$;
8. $a_{18} \vee a_{19} = 1$
В первых четырех уравнениях конъюнкция наименьшего ранга a_1 и a_{18}. Таким образом, принимая $a_1 = 1$ и $a_{18} = 1$. Остальные коэффициенты принимаем равными 0. Получаем:
$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee \overline{x_2}\ \overline{x_3}$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Минимизировать функцию:
1)$f(x,y,z) = (x \circ z) \rightarrow \bar{y} \sim (x \vee y)$
2)$f(x,y,z,t) = \bar{x} \cdot (z \rightarrow (y \vee t))$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода Квайна - Мак-Класски.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод Квайна - Мак-Класски для минимизации функций.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)В чем состоит задача минимизации булевых функций?
2)Цель минимизации?
3)Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
4)Раскройте суть метода Квайна – Мак Класски.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Пользуясь алгоритмом приведенным в лекции, минимизировать выражение в форме СДНФ:

$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1\,\bar{x}_2\,x_3x_4 \vee \bar{x}_1\,x_2\,\bar{x}_3\,\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\,x_2\bar{x}_3\,x_4 \vee \bar{x}_1\,x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\,\bar{x}_3\,x_4 \vee x_1\bar{x}_2\,x_3x_4 \vee$
$\vee\, x_1x_2\bar{x}_3\,\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3\,x_4.$

Пронумеруем все входящие минтермы. Производим склеивание термов 4-го ранга и получаем термы 3-го ранга:

1-4(x_2) $\bar{x}_1\,x_3x_4$ (1) 3-8(x_2) $x_2\bar{x}_3x_4$ (6)
1-6(x_1) $\bar{x}_2\,x_3x_4$ (2) 5-6(x_2) $x_1\bar{x}_2\,x_4$ (7)
2-3(x_4) $\bar{x}_1x_2\bar{x}_3$ (3) 5-8(x_2) $x_1\bar{x}_3x_4$ (8)
2-7(x_1) $x_2\bar{x}_3\,\bar{x}_4$ (4) 7-8(x_2) $x_1x_2\bar{x}_3$ (9)
3-4(x_3) $\bar{x}_1x_2x_4$ (5)

Производим склеивание термов 3-го ранга и получаем термы 2-го ранга:

3-9 (x_1) $x_2\bar{x}_3$
4-6 (x_4) $x_2\bar{x}_3$

Дальнейшее склеивание не возможно. Составим таблицу, в колонках которой – термы исходного выражения, в столбцах – полученные простые импликанты. Если какая-нибудь импликата входит в исходный терм, то в соответствующем столбце и строке ставим метку. Далее делаем все по алгоритму. Получаем: $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\,x_4$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Минимизировать функцию:

1)$f(x,y,z) = (x \circ z) \to \bar{y} \sim (x \vee y)$
2)$f(x,y,z,t) = \bar{x} \cdot (z \to (y \vee t))$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода карт Карно. Полином Жегалкина. Теорема Поста.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод карт Карно для минимизации функций.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)В чем состоит задача минимизации булевых функций?
2)Цель минимизации?
3)Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
4) Раскройте суть метода карт Карно.
5)Какая алгебра называется алгеброй Жегалкина?
6)Какая формула называется полиномом Жегалкина?
7)Когда множество называют замкнутым классом?
8)Дайте формулировку теоремы о функциональной полноте.
9) Дайте формулировку теоремы Поста.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Используя алгоритм, приведеннй в лекции минимизируем функцию методом карт Карно:

f(x,y,z) = (x ○z)→ $\bar{y}$ ~ (x ∨ y)

2. Составить канонический полином Жегалкина *P(F)* булевой функции, если СДНФ данной булевой функции, имеет вид: $F = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3$.

Решение: Заменим операцию дизъюнкции операцией сложения по модулю два по (6). При этом воспользуемся тем, что произведение (конъюнкция) любых полных дизъюнкций СДНФ всегда равно нулю. Следовательно, СПНФ будет иметь вид:

$$F = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \oplus x_1\bar{x}_2x_3 \oplus x_1x_2x_3.$$

Все переменные с отрицанием заменяем по формуле (2), затем раскрываем скобки и из полученного выражения удаляем попарно одинаковые слагаемые в соответствии с (1):

$$F = (1 \oplus x_1)(1 \oplus x_2)(1 \oplus x_3) \oplus x_1(1 \oplus x_2)x_3 \oplus x_1x_2x_3 =$$

$$= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3 =$$

$$= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3.$$

Ответ: *P(F)* $= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$.

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1.минимизировать функцию методом карт Карно f(x,y,z,t) = $\bar{x}$ · (z → (y ∨ t))

2.Привести функцию к полиному Жегалкина:

а) $x_1x_2 \vee \overline{x_1}\ \overline{x_2}$;

б) $x_1 \rightarrow (x_2 \mid x_3)$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

Решение задач на правила вывода исчисления предикатов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнения операций над предикатами.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)Что понимается под высказыванием?
2)Что понимается под исчислением высказываний?

3)На чем строится исчисление высказываний?
4)Определите все перечисленные компоненты.
2.Изобразите схематически следующие предикаты:
а)Если элементы обладают свойством А, то они обладают и свойством В.
в)Если элементы обладают свойством А, то они обладают и свойством $\overline{B}$.
в)Если элементы обладают свойством $\overline{A}$, то они обладают и свойством $\overline{B}$.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Доказать, что предикат $(x- y)(x+ y) = x^2 – y^2$ является тождественно истинным.
Решение: какие бы действительные значения не принимали бы переменные х и у, при выполнении действия умножения в результате получим разность квадратов (формула сокращенного умножения).
2.Доказать, что решением неравенства $x^2 – 8x+ 15 > 0$ является дизъюнкция двух предикатов.
Решение: решив это неравенство, получим $x \in (- \infty; 3) \cup (5; + \infty)$. Здесь мы имеем дело с двумя предикатами $x < 3$ и $x > 5$, то есть $(x < 3) \vee (x > 5)$.
3. Пусть Д – множество действительных чисел. Образуйте из предиката $x^2 < 0$ высказывание, навешивая квантор ∃ и определите его истинность.
Решение: навешивая квантор ∃, получим высказывание $(\exists x \in Д)\ x^2 < 0$. Это высказывание ложно.

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Доказать, что предикат $x – 4 > 3$является ложным, навешивая квантор ∃, при условии, что Z_ - множество целых отрицательных чисел.
2.Доказать, что предикат $x + 1 = x$ является тождественно ложным;
3. Доказать, что решением неравенства $x^2 – 8x+ 15 < 0$ является конъюнкция двух предикатов.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15

Дедуктивные умозаключения. Методы научного познания. Индуктивные умозаключения. Метод математической индукции. Решение задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применения различных методов доказательств теорем.

Ход работы

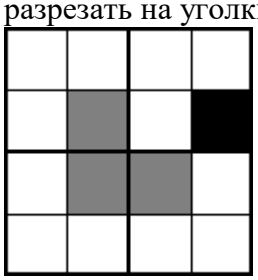
1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1.Что подразумевается под дедуктивными умозаключениями?
2.Объясните суть метода математической индукции.

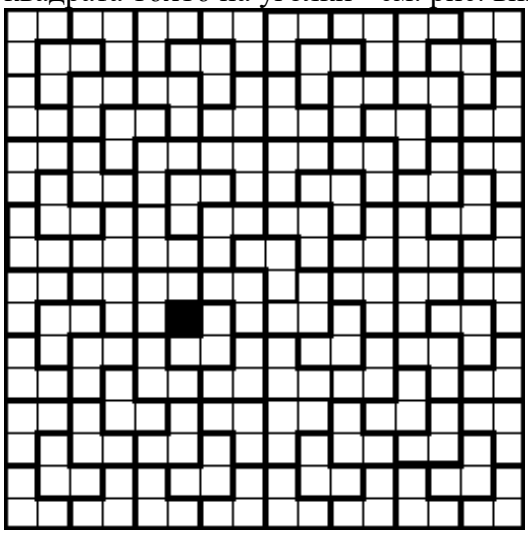
2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Из квадрата 16х16 клеток вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на уголки из трех клеток.
Решение № 1. Что делать, если не хочется рассматривать кучу разных случаев вырезания клетки из квадрата 16х16 (как ни сокращай, но 36 принципиально разных случаев там есть)? Давайте посмотрим на квадраты поменьше (но тоже со стороной, равной степени двойки): 8х8, 4х4, 2х2. Для 2х2 доказывать нечего: вырезали любую клетку, и остался один уголок. А вот теперь посмотрим на квадрат 4х4 - он составлен из 4-х квадратов 2х2

(см. рис.). В один из них попадет вырезанная клетка (черная на рис.) - и он разрежется на уголки (т.е., как сказано выше, там будет ровно 1 уголок). Что же делать с тремя другими? (это и есть самый сложный для момент в задаче!) А давайте возьмем в этих трех квадратах уголок, прилежащий к центру большого квадрата - и отрежем его (серые клетки на рис.). Тогда у нас останется три квадратика 2x2 с вырезанной клеткой - а их мы уже умеем разрезать на уголки.



Теперь перейдем от 4x4 к 8x8: квадратик 8x8 составен из четырех квадратиков 4x4. В одном из них есть вырезанная клетка, а в остальных трех мы вырежем по клетке, отрезав прилежащий к центру уголок (аналогично предыдущему). Теперь образуется 4 квадратика 4x4, в каждом из которых вырезана клетка. Каждый из них мы умеем разрезать на уголки - значит, разрежем и весь квадрат 8x8. А от квадрата 8x8 можно точно так же перейти к квадрату 16x16, составив его из четырех частей - получаем ч.т.д (пример разрезания всего квадрата 16x16 на уголки - см. рис. внизу).



Решение №2. (то же самое, но с волшебным словом "индукция") Докажем по индукции следующее утверждение: квадрат $2^n x 2^n$ с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки из трех клеток.(На самом деле, здесь спрятан бесконечный ряд утверждений: про квадрат 2x2, 4x4, 8x8, 16x16... 1024x1024 и т.д.)
База: Квадрат 2x2 с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки. Это верно, т.к. после вырезания клетки от квадрата 2x2 остается один уголок.
Переход: Если квадрат $2^n x 2^n$ с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки, то можно разрезать и квадрат $2^{n+1} x 2^{n+1}$. Действительно, квадрат $2^{n+1} x 2^{n+1}$ составлен из четырех квадратов $2^n x 2^n$. В одном из них вырезана клетка, а в остальных трех квадратах вырежем по клетке, отрезав уголок, прилежащий к центру исходного квадрата. Тогда каждый из этих четырех квадратов можно будет разрезать на уголки по предположению индукции, значит, можно разрезать и исходный квадрат, ч.т.д.
Замечание: предположением индукции называется предположение о верности очередного утверждения ряда, из верности которого мы в переходе индукции доказываем верность следующего утверждения ряда.
(!) Когда задача решается по индукции, то решение *записывается* в стиле, похожем на решение №2. Но *придумывается* оно часто в стиле решения №1 - так бывает удобнее, особенно для начинающих ;-)

А настоящее овладение методом- это умение придумывать решение *сразу* таким, как оно будет записано ;-)

2.Докажите, что число из 243 единиц делится на 243.

Решение №1: Давайте опять попробуем что-нибудь попроще. Например, 111 делится на 3, а число 111111111 - на 9. Это, конечно, правда, по общеизвестным признакам делимости на 3 и на 9 (на 3 и на 9 делится сумма цифр этих чисел). Но дальше признаки делимости заканчиваются :(Что же делать? Давайте *по-другому* докажем, что 111111111 делится на 9 - так, чтобы можно было из этого сделать *переход в общем виде*. Конечно, надо пользоваться тем, что в общем виде будет предположением индукции: 111 делится на 3. А давайте 111111111 на него *поделим* - в частном будет 1001001. Это частное, конечно, делится на 3 (по тому же признаку). А произведение двух чисел, делящихся на 3, делится на 9.

Идем дальше: почему число из 27 единиц делится на 27? Поделим его на 111111111 и получим в частном $10^{18}+10^{9}+1$. Это частное опять делится на 3 (его сумма цифр 3), а делитель, как мы уже знаем, на 9. Поэтому число из 27 единиц делится на 9*3=27. Само это число будет делителем числа из 81 единицы, и в частном получается уже $10^{54}+10^{27}+1$ - все равно оно на 3 делится, по тем же причинам. А число из 81 единицы поделится тогда на 27*3=81, что и следовало ожидать. Еще один такой же переход - и мы получим, что число из 243 единиц делится на 243, ч.т.д.

(!) Важная мысль: здесь, переходя к предыдущим шагам, мы уменьшаем уже не один, а *оба параметра*: число, которое должно делится, и число, на которое оно должно делится.

Решение №2: (опять то же самое, но сторого индуктивно записанное) Докажем по индукции утверждение: число из 3^{n} единиц делится на 3^{n} (т.е. бесконечный ряд утверждений при разных натуральных n).

База: 111 делится на 3 (n=1). Святая правда. В частном 37 получается.

Переход: Заметим, что число из 3^{n+1} единиц делится на число из 3^{n} единиц, и в частном будет $10^{2*3n}+10^{3n}+1$ (т.е. число из трех единиц и кучи нулей). Делитель, по предположению индукции, делится на 3^{n}, а частное - на 3 (т.к. его сумма цифр 3). Значит, число из 3^{n+1} единиц делится на $3^{n}*3=3^{n+1}$, ч.т.д.

Замечание: Можно доказать, опять же по индукции, что число из 3^{n} единиц содержит 3 в степени ровно n. При n=1 это верно (база), а дальше заметим, что частное от деления числа из 3^{n+1} единиц на число из 3^{n} единиц делится только на 3, но не на 9, т.к. его сумма цифр равна 3 (переход).

Мы заметили некоторую закономерность в значениях изучаемой последовательности. Проверяем эту закономерность для n=1. Предполагаем, что формула справедлива при некотором n и доказываем, что она справедлива для n=n+1. Подставляем в формулу n+1 и получаем формулу, которой соответствует (n+1) – ый член. Затем получаем (n+1) – ый член, исходя из общего принципа построения последовательности. Получим формулу для n+1. Если эти формулы совпадают, то закономерность считается доказанной.

3)самостоятельное выполнение типового расчета (работа в парах):

1.Докажите, что 1+2+...+N=N(N+1)/2 (такие числа называются "треугольными": 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28...).

2. Докажите, что $3^{2N+2}+8N-9$ делится на 16 при любом натуральном N.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

Аппарат алгебры высказываний для работы с умозаключениями. Решение задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применения различных методов доказательств теорем.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1.Что подразумевается под дедуктивными умозаключениями?

2.Объясните суть метода математической индукции.

2)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1.Докажите, что $2^N>N$ при любом натуральном N.

2. Докажите, что $1+3+...+(2N-1)=N^2$ - сумма первых N нечетных чисел равна N^2.

3.Докажите, что формула $S_n = 1+2+3+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$ справедлива при n=1.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Элементы теории и практики кодирования.
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

Системы счисления

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение перехода из одной системы счисления в другую.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1.Какие системы счисления используются для кодировки информации?

2.Как перевести число из двоичной системы в десятичную?

3.Как перевести число из восьмеричной системы в десятичную?

4.Как выполнить обратный переход?

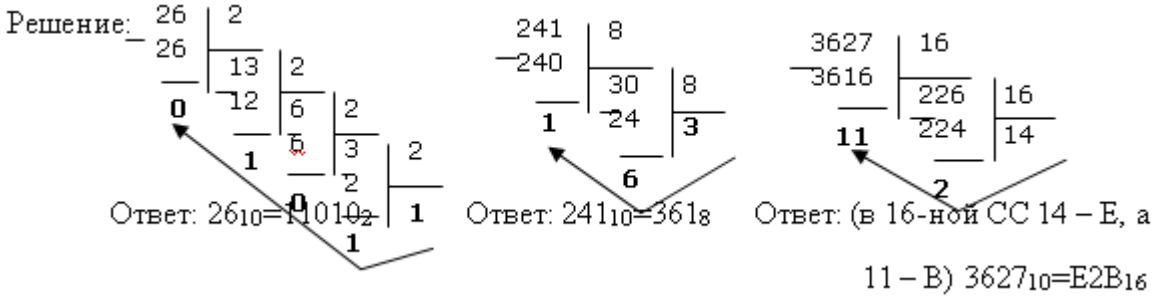
2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Перевести числа 10100110_2 , 703_8 в десятичную систему

Решение: $10100110_2=1*2^7+0*2^6+1*2^5+0*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+0*2^0=128+32+4+2=166_{10}$

$703_8=7*8^2+0*8^1+3*8^0=448+3=447_{10}$

2. Перевести числа 26, 241 и 3627 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную:



3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1.Перевести числа1001101, 110101 из двоичной системы в десятичную.

2. Перевести числа 624, 3771 из восьмеричной системы счисления в десятичную.

3.Перевести числа 23FA1, 12E5 из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную.

4.Перевести каждое из чисел 732, 112, 3895 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Кодирование информации
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

Кодирование информации

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение формировать умение самостоятельно находить необходимый теоретический материал.

Ход работы

Заслушивание и обсуждение сообщений.

Тема: Кодирование информации
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

Шифрование с открытым ключом

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение формировать умение самостоятельно находить необходимый теоретический материал.

Ход работы

Заслушивание и обсуждение сообщений.

Тема: Конечные автоматы
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

Решение общих задач теории автоматов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение строит конечные автоматы; проверить знания и умения по предмету.

Ход работы

представление презентаций на тему «Конечные автоматы».

Используемая литература

Основная литература:

Канцедал С. А. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2019. - 224 с. ЭБС znanium

Дополнительная литература:

Вороненко А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями: Учебно-методическое пособие / А.А. Вороненко, В.С. Федорова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 104 с., ЭБС znanium