

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Иркутский государственный университет путей сообщения»
Сибирский колледж транспорта и строительства

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
учебной дисциплины ОП.10. Основы электротехники
специальности 09.02.06 Сетевое и системное администрирование
базовая подготовка
среднего профессионального образования

Иркутск, 2023

РАССМОТРЕНО:
Цикловой методической
комиссией общетехнических и
электротехнических дисциплин
Протокол № 9
«25» мая 2023 г.
Председатель ЦМК: Игнатенко Ж.С.

Разработчик:

Н.Б. Эмерсали преподаватель ФГБОУ ВО ИрГУПС СКТиС

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа №1. Соединение конденсаторов в батарею.

Практическая работа № 2. Делитель напряжения.

Практическая работа №3. Расчет цепей постоянного тока

Практическая работа №4. Потенциальная диаграмма.

Практическая работа № 5. Законы Кирхгофа. Методы анализа сложных электрических цепей постоянного тока. Методы преобразований

Практическая работа №6. Расчет сложных электрических цепей постоянного тока

Практическая работа № 7. Расчет параметров переменного тока.

Практическая работа № 8. Расчет неразветвленных электрических цепей переменного тока.

Практическая работа № 9. Экспериментальное определение параметров элементов цепей переменного тока

Практическая работа № 10. Цепи со взаимной индукцией

Практическая работа № 11. Нелинейная цепь переменного тока

Практическая работа №12. Расчет трехфазных электрических цепей переменного тока соединенных «треугольником».

Практическая работа №13. Расчет трехфазных электрических цепей переменного тока соединенных «звездой».

Практическая работа № 15. Спектр дискретного сигнала

Практическая работа № 16. Анализ дискретного сигнала

Практическая работа №1. Соединение конденсаторов в батарею и расчет общей емкости конденсатора

Цель: рассчитать напряжение, заряд, емкость конденсаторов и их энергию в электрических цепях постоянного тока с последовательным, параллельным и смешанным соединением конденсаторов.

1. Краткие теоретические сведения

$$C = \frac{Q}{U}$$

Конденсатор – электронный компонент, предназначенный для накопления электрического заряда. Способность конденсатора накапливать электрический заряд зависит от его главной характеристики – емкости. Емкость конденсатора (C) определяется как соотношение количества электрического заряда (Q) к напряжению (U).

где C – емкость конденсатора, Φ

Q – заряд конденсатора, Кл

U – напряжение на конденсаторе, В

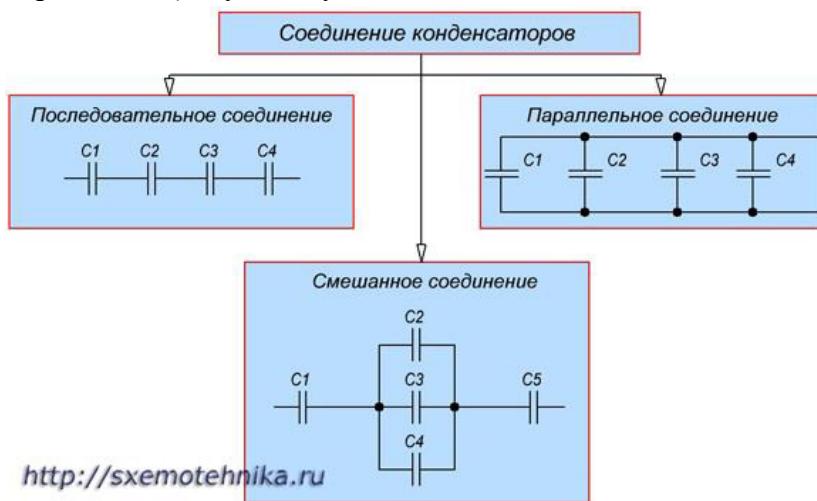
Энергия конденсатора зависит от его емкости. Поэтому при изменении емкости заряженного конденсатора будет изменяться его энергия:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2}$$

где W – энергия конденсатора, Дж

В электрических цепях применяются различные способы соединения конденсаторов.

Соединение конденсаторов может производиться: последовательно, параллельно и смешанно (то есть последовательно-параллельно). Существующие виды соединения конденсаторов показаны на рисунке 1.



<http://sxemotekhnika.ru>

Рисунок 1. Способы соединения конденсаторов.

Параллельное соединение конденсаторов.

Если группа конденсаторов включена в цепь таким образом, что к точкам включения непосредственно присоединены пластины всех конденсаторов, то такое соединение называется параллельным соединением конденсаторов (рисунок 2.).

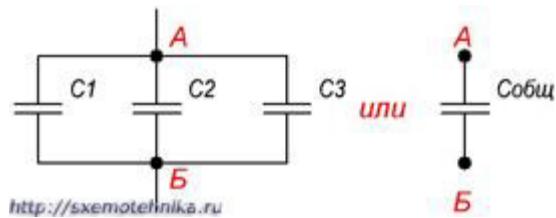


Рисунок 2. Параллельное соединение конденсаторов.

При заряде группы конденсаторов, соединенных параллельно, между пластинами всех конденсаторов будет одна и та же разность потенциалов, так как все они заряжаются от одного и того же источника тока.

$$U = U_{C1} = U_{C2} = U_{C3} = \dots$$

Общее же количество электричества на всех конденсаторах будет равно сумме количеств электричества, помещающихся на каждом из конденсаторов, так как заряд каждого из конденсаторов происходит независимо от заряда других конденсаторов данной группы:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

Исходя из этого, всю систему параллельно соединенных конденсаторов можно рассматривать как один эквивалентный (равноценный) конденсатор. Тогда общая емкость конденсаторов при параллельном соединении равна сумме емкостей всех соединенных конденсаторов.

Обозначим суммарную емкость соединенных в батарею конденсаторов буквой Собщ, емкость первого конденсатора C_1 емкость второго C_2 и емкость третьего C_3 . Тогда для параллельного соединения конденсаторов будет справедлива следующая формула:

$$\text{Собщ} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Последний знак + и многоточие указывают на то, что этой формулой можно пользоваться при четырех, пяти и вообще при любом числе конденсаторов.

Последовательное соединение конденсаторов.

Если же соединение конденсаторов в батарею производится в виде цепочки и к точкам включения в цепь непосредственно присоединены пластины только первого и последнего конденсаторов, то такое соединение конденсаторов называется последовательным (рисунок 3).

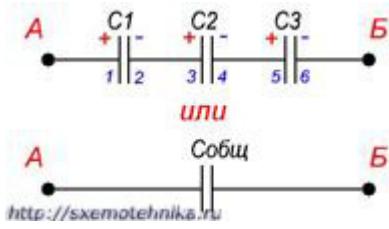


Рисунок 3. Последовательное соединение конденсаторов.

При последовательном соединении все конденсаторы заряжаются одинаковым количеством электричества, так как непосредственно от источника тока заряжаются только крайние пластины (1 и 6), а остальные пластины (2, 3, 4 и 5) заряжаются через влияние. При этом заряд пластины 2 будет равен по величине и противоположен по знаку заряду пластины 1, заряд пластины 3 будет равен по величине и противоположен по знаку заряду пластины 2 и т. д. Всю группу конденсаторов, соединенных последовательно, можно рассмотреть как один эквивалентный конденсатор, между пластинами которого существует напряжение, равное сумме напряжений на всех конденсаторах группы, а заряд которого равен заряду любого из конденсаторов группы.

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots$$

Напряжения на различных конденсаторах будут различными, так как для заряда одним и тем же количеством электричества конденсаторов различной емкости всегда требуются различные напряжения.

$$U = U_{C1} + U_{C2} + U_{C3} + \dots$$

Чем меньше емкость конденсатора, тем большее напряжение необходимо для того, чтобы зарядить этот конденсатор требуемым количеством электричества, и наоборот.

Таким образом, при заряде группы конденсаторов, соединенных последовательно, на конденсаторах малой емкости напряжения будут больше, а на конденсаторах большой емкости — меньше.

Для вычисления общей емкости при последовательном соединении конденсаторов удобнее всего пользоваться следующей формулой:

Для частного случая двух последовательно соединенных конденсаторов рисунок 4



$$C_{общ} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Рисунок 4. Последовательное соединение двух конденсаторов. Формула для вычисления их общей емкости будет иметь

Смешанное (последовательно-параллельное) соединение конденсаторов

Последовательно-параллельным соединением конденсаторов называется цепь имеющая в своем составе участки, как с параллельным, так и с последовательным соединением конденсаторов.

На рисунке 5 приведен пример участка цепи со смешанным соединением конденсаторов.

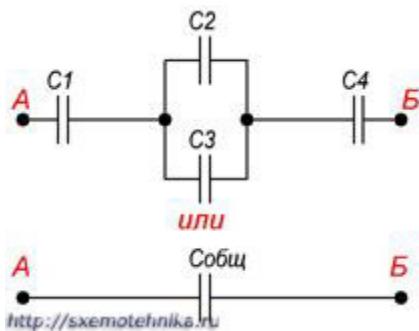


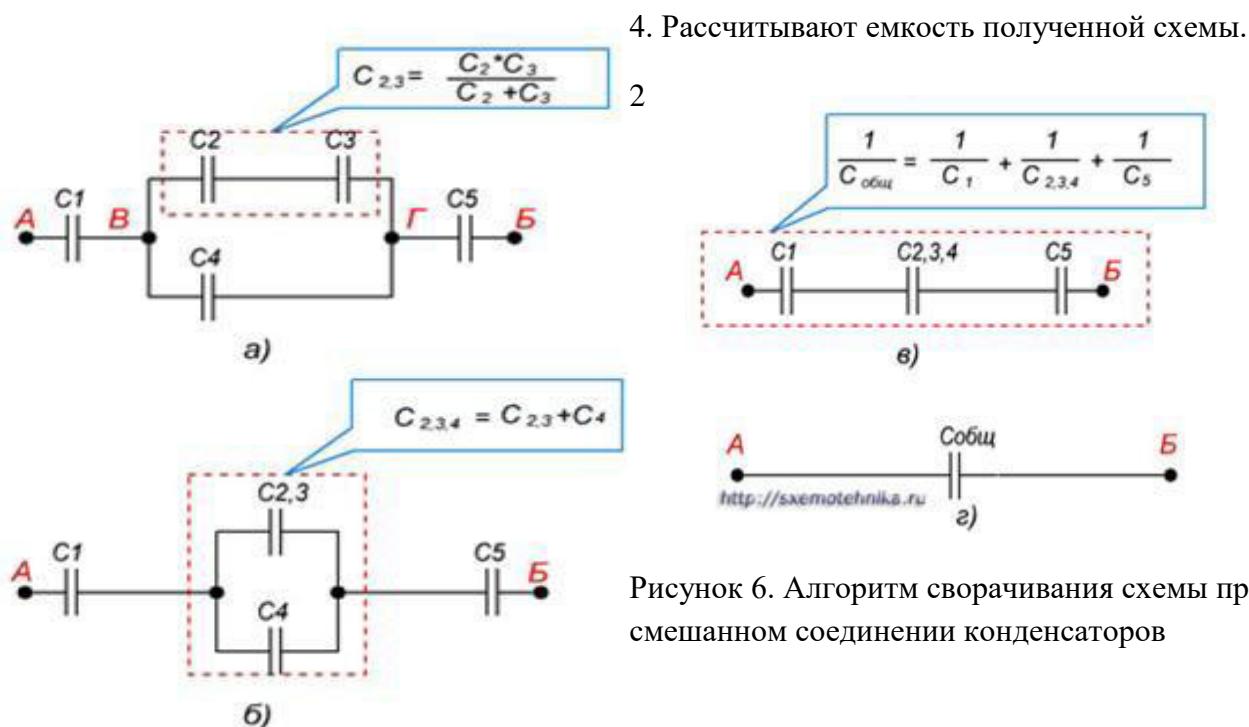
Рисунок 5. Последовательно-параллельное соединение конденсаторов.

При расчете общей емкости такого участка цепи с последовательно-параллельным соединением конденсаторов этот участок разбивают на простейшие участки, состоящие только из групп с последовательным или параллельным соединением конденсаторов.

Всякое смешанное соединение конденсаторов путем упрощений может быть сведено либо к параллельному соединению, либо к последовательному.

Алгоритм расчета имеет вид:

1. Определяют эквивалентную емкость участков с последовательным соединением конденсаторов.
2. Если эти участки содержат последовательно соединенные конденсаторы, то сначала вычисляют их емкость.
3. После расчета эквивалентных емкостей конденсаторов перерисовывают схему. Обычно получается цепь из последовательно соединенных эквивалентных конденсаторов. Один из примеров расчета емкости при смешанном соединении конденсаторов приведен на рисунке 6



4. Рассчитывают емкость полученной схемы.

2

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2,3,4}} + \frac{1}{C_5}$$

b)

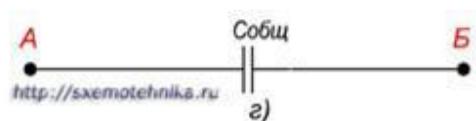


Рисунок 6. Алгоритм сворачивания схемы при смешанном соединении конденсаторов

Пример выполнения задания

Пример 1.

Дано:

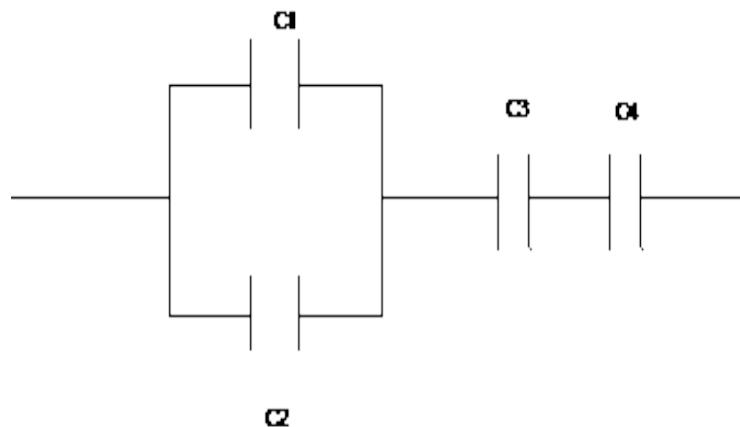
$$C_1 = 8 \text{ мкФ}$$

$$C_2 = 4 \text{ мкФ}$$

$$C_3 = 6 \text{ мкФ}$$

$$C_4 = 4 \text{ мкФ}$$

$$U = 36 \text{ В}$$



Конденсаторы C1 и C2 соединены параллельно:

$$\text{Собщ, } q_1, q_2, q_3, C_{1,2} = C_1 + C_2 = 8 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 10^{-6} = 12 \cdot 10^{-6} \Phi = 12 \text{ мкФ}$$

q4, q, W1, W2, 2. Конденсаторы C3 и C4 соединены последовательно: W3, W4, W -

$$C_{3,4} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 10^{-6}} = 2,4 \cdot 10^{-6} \Phi = 2,4 \text{ мкФ}$$

??

3. Общая емкость:

$$\text{Собщ} = \frac{C_{1,2} \cdot C_{3,4}}{C_{1,2} + C_{3,4}} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,4 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6} + 2,4 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-6} \Phi = 2 \text{ мкФ}$$

4. Определим заряд цепи:

$$q = \text{Собщ} \times U = 2 \cdot 10^{-6} \times 36 = 72 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 72 \text{ мкКл}$$

При последовательном соединении конденсаторов:

$$q = q_{1,2} = q_3 = q_4 = 72 \text{ мкКл}$$

Тогда, напряжение на участках цепи

$$U_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{C_{1,2}} = \frac{72 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6}} = 6 \text{ В}$$

$$U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{72 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6}} = 12 \text{ В}$$

$$U_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{72 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} = 18 \text{ В}$$

$$U_{1,2} = U_1 = U_2 = 6 \text{ В, тогда}$$

$$q_1 = C_1 \times U_1 = 8 \cdot 10^{-6} \times 6 = 48 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 48 \text{ мкКл}$$

$$q_2 = C_2 \cdot U_2 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 6 = 24 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 24 \text{ мкКл}$$

5. Энергия всей цепи:

$$W = \frac{\text{Собщ} \cdot U^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 36^2}{2} = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,29 \text{ мДж}$$

Энергия электрического поля каждого конденсатора:

$$W_1 = \frac{q_1 \cdot U_1}{2} = \frac{48 \cdot 10^{-6} \cdot 6}{2} = 0,14 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 0,14 \text{ мДж}$$

$$W_2 = \frac{q_2 \cdot U_2}{2} = \frac{24 \cdot 10^{-6} \cdot 6}{2} = 0,07 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 0,07 \text{ мДж}$$

$$W_3 = \frac{q_3 \cdot U_3}{2} = \frac{72 \cdot 10^{-6} \cdot 12}{2} = 0,43 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 0,43 \text{ мДж}$$

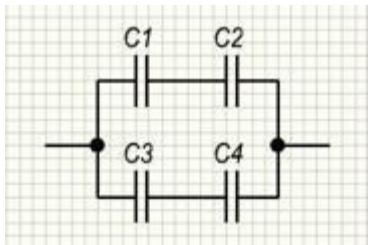
$$W_4 = \frac{q_4 \cdot U_4}{2} = \frac{72 \cdot 10^{-6} \cdot 18}{2} = 0,65 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 0,65 \text{ мДж}$$

Ответ: Собщ = 2 мкФ, q1 = 48 мкКл, q2 = 24 мкКл, q = q3 = q4 = 72 мкКл,

$$W_1 = 0,14 \text{ мДж}, W_2 = 0,07 \text{ мДж}, W_3 = 0,43 \text{ мДж}, W_4 = 0,65 \text{ мДж},$$

$$W = 1,29 \text{ мДж.}$$

Пример 2



Эквивалентная емкость верхней ветви

$$C_{1,2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

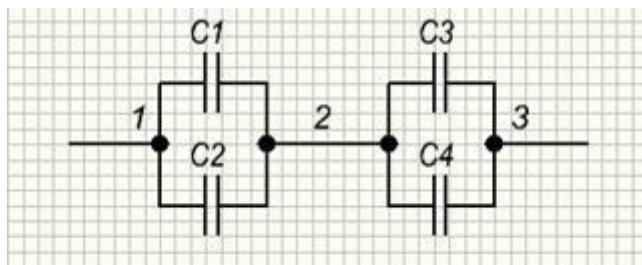
Эквивалентная емкость нижней цепи

$$C_{3,4} = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4}$$

Теперь это смешанное соединение конденсаторов может быть приведено к параллельному соединению. Эквивалентная емкость всей батареи конденсаторов

$$C = C_{1,2} + C_{3,4} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4}$$

Пример 3



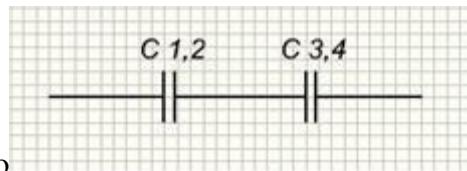
Эквивалентная емкость между точками 1 и 2:

$$C_{1,2} = C_1 + C_2$$

Эквивалентная емкость между точками 2 и 3

$$C_{3,4} = C_3 + C_4$$

Теперь это смешанное соединение конденсаторов может быть приведено к



последовательному соединению

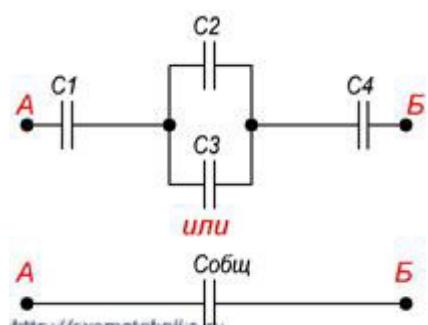
Эквивалентная емкость батареи конденсаторов

$$C = \frac{C_{1,2} \cdot C_{3,4}}{C_{1,2} + C_{3,4}}$$

Смешанное (последовательно-параллельное)

соединение конденсаторов

Последовательно-параллельным соединением конденсаторов называется цепь имеющая в своем составе участки, как с параллельным, так и с последовательным соединением конденсаторов.



На рисунке 5 приведен пример участка цепи со смешанным соединением конденсаторов.

Рисунок 5. Последовательно-параллельное соединение конденсаторов.

При расчете общей емкости такого участка цепи с последовательно-параллельным соединением конденсаторов этот участок разбивают на простейшие участки, состоящие только из групп с последовательным или параллельным соединением конденсаторов.

Всякое смешанное соединение конденсаторов путем упрощений может быть сведено либо к параллельному соединению, либо к последовательному.

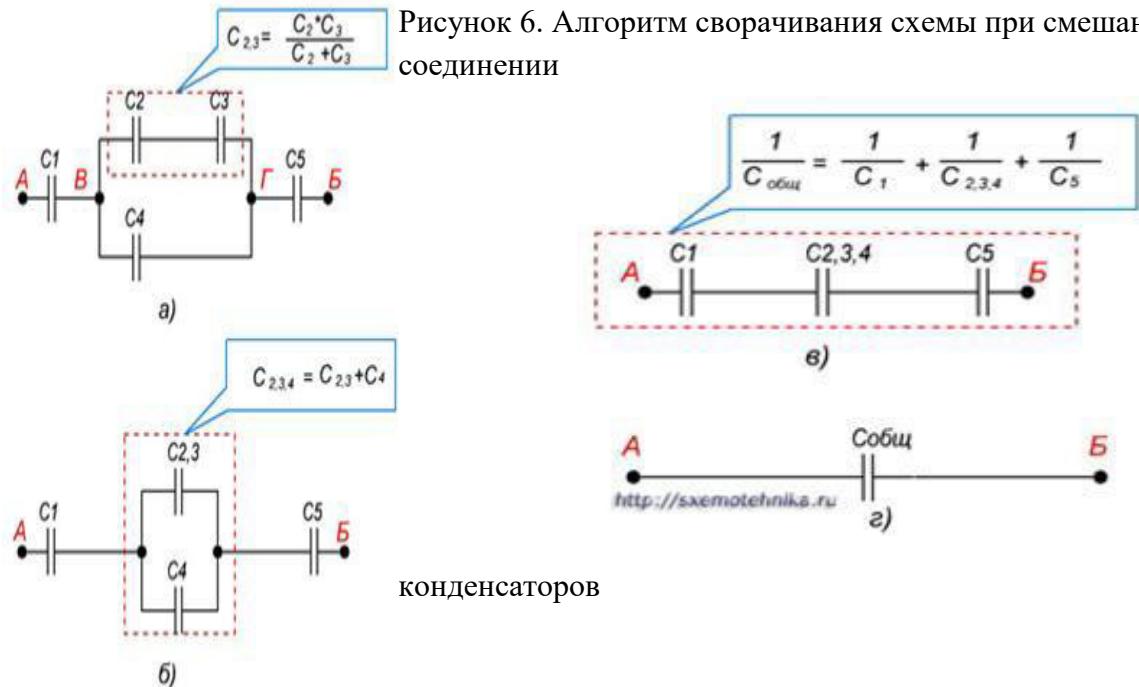
Алгоритм расчета имеет вид:

1. Определяют эквивалентную емкость участков с последовательным соединением конденсаторов.
2. Если эти участки содержат последовательно соединенные конденсаторы, то сначала вычисляют их емкость.
3. После расчета эквивалентных емкостей конденсаторов перерисовывают схему. Обычно получается цепь из последовательно соединенных эквивалентных конденсаторов.

4.

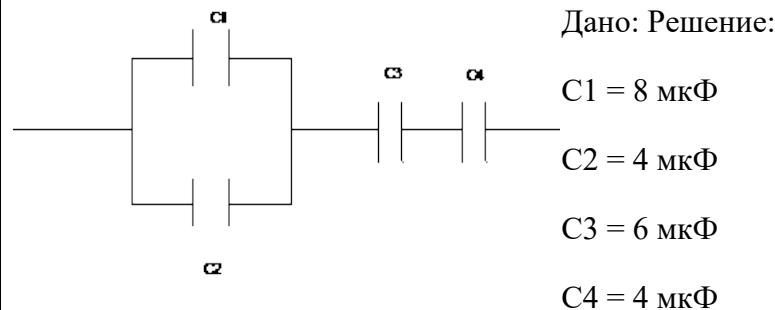
Рассчитывают емкость полученной схемы.

Рисунок 6. Алгоритм сворачивания схемы при смешанном соединении



2. Пример выполнения задания

Пример 1.



_____ $U = 36 \text{ В}$ 1. Конденсаторы C_1 и C_2 соединены параллельно:

$$\text{Собш, } q_1, q_2, q_3, C_{1,2} = C_1 + C_2 = 8 \times 10^{-6} + 4 \times 10^{-6} = 12 \times 10^{-6} \Phi = 12 \text{ мкФ}$$

2. Конденсаторы C_3 и C_4 соединены последовательно:

$W_3, W_4, W -$

?

$$C_{3,4} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 10^{-6}} = 2,4 \cdot 10^{-6} \Phi = 2,4 \text{ мкФ}$$

3. Общая емкость:

$$\text{Собш} = \frac{C_{1,2} \cdot C_{3,4}}{C_{1,2} + C_{3,4}} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,4 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6} + 2,4 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-6} \Phi = 2 \text{ мкФ}$$

4. Определим заряд цепи:

$$q = \text{Собш} \times U = 2 \times 10^{-6} \times 36 = 72 \times 10^{-6} \text{ Кл} = 72 \text{ мкКл}$$

При последовательном соединении конденсаторов:

$$q = q_{1,2} = q_3 = q_4 = 72 \text{ мкКл}$$

Тогда, напряжение на участках цепи

$$U_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{C_{1,2}} = \frac{72 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-6}} = 6 \text{ В}$$

$$U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{72 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6}} = 12 \text{ В}$$

$$U_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{72 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} = 18 \text{ В}$$

$$U_{1,2} = U_1 = U_2 = 6 \text{ В, тогда}$$

$$q_1 = C_1 \times U_1 = 8 \times 10^{-6} \times 6 = 48 \times 10^{-6} \text{ Кл} = 48 \text{ мкКл}$$

$$q_2 = C_2 \times U_2 = 4 \times 10^{-6} \times 6 = 24 \times 10^{-6} \text{ Кл} = 24 \text{ мкКл}$$

5. Энергия всей цепи:

$$W = \frac{\text{Собщ} \cdot U^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 36^2}{2} = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{Дж} = 1,29 \text{ мДж}$$

Энергия электрического поля каждого конденсатора:

$$W_1 = \frac{q_1 \cdot U_1}{2} = \frac{48 \cdot 10^{-6} \cdot 6}{2} = 0,14 \cdot 10^{-3} \text{Дж} = 0,14 \text{ мДж}$$

$$W_2 = \frac{q_2 \cdot U_2}{2} = \frac{24 \cdot 10^{-6} \cdot 6}{2} = 0,07 \cdot 10^{-3} \text{Дж} = 0,07 \text{ мДж}$$

$$W_3 = \frac{q_3 \cdot U_3}{2} = \frac{72 \cdot 10^{-6} \cdot 12}{2} = 0,43 \cdot 10^{-3} \text{Дж} = 0,43 \text{ мДж}$$

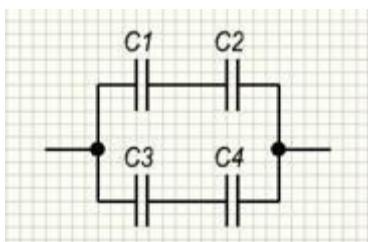
$$W_4 = \frac{q_4 \cdot U_4}{2} = \frac{72 \cdot 10^{-6} \cdot 18}{2} = 0,65 \cdot 10^{-3} \text{Дж} = 0,65 \text{ мДж}$$

Ответ: Собщ = 2мкФ, q1 = 48 мкКл, q2 = 24 мкКл, q = q3 = q4 = 72 мкКл,

$$W_1 = 0,14 \text{ мДж}, W_2 = 0,07 \text{ мДж}, W_3 = 0,43 \text{ мДж}, W_4 = 0,65 \text{ мДж},$$

$$W = 1,29 \text{ мДж}.$$

Пример2



Эквивалентная емкость верхней ветви

$$C_{1,2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

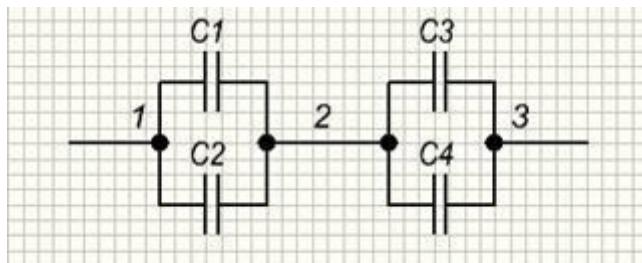
Эквивалентная емкость нижней цепи

$$C_{3,4} = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4}$$

Теперь это смешанное соединение конденсаторов может быть приведено к параллельному соединению. Эквивалентная емкость всей батареи конденсаторов

$$C = C_{1,2} + C_{3,4} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4}$$

Пример 3



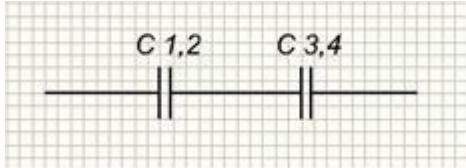
Эквивалентная емкость между точками 1 и 2:

$$C_{1,2}=C_1+C_2$$

Эквивалентная емкость между точками 2 и 3

$$C_{3,4}=C_3+C_4$$

Теперь это смешанное соединение конденсаторов может быть приведено к последовательному соединению



Эквивалентная емкость батареи конденсаторов

$$C = \frac{C_{1,2} \cdot C_{3,4}}{C_{1,2} + C_{3,4}}$$

Пример 4

Конденсатор емкостью $C=2 \text{ мкФ}$ и номинальным рабочим напряжением $U_p=600$ в вышел из строя.

Составить схему замены его конденсаторами емкостью $C=1 \text{ мкФ}$ и номинальным рабочим напряжением $U_p=200 \text{ В}$.

Решение. Конденсаторы с номинальным рабочим напряжением 200 В нельзя включать под напряжение 600 В. Поэтому прежде всего необходимо обеспечить электрическую прочность батареи. Для этого конденсаторы надо соединить последовательно. Число последовательно соединенных конденсаторов должно быть

$$m = \frac{U}{U_p} = \frac{600}{200} = 3$$

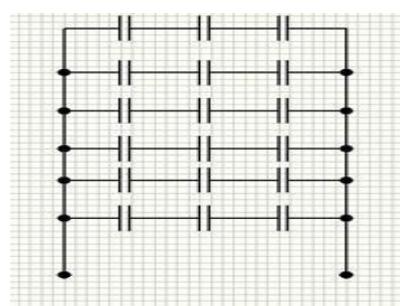
Емкость такой ветви

$$C_{1,3} = \frac{C_1}{3} = \frac{1}{3}$$

Для обеспечения емкости батареи необходимо соединить несколько параллельных ветвей. Число параллельных ветвей

$$n = \frac{C}{C_{1,3}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6$$

Общая схема замены конденсатора



3. Индивидуальные задания для обучающихся

Задание: Определить эквивалентную емкость цепи, напряжение на каждом конденсаторе, заряд и энергию электрического поля в цепи и для каждого конденсатора.

График

Вариант	Рисунок схемы	C1	C2	C3	C4	U
мкФ	мкФ	мкФ	мкФ	В		
1	1	10	6	8	6	38
2	2	0,1	0,15	0,3	0,2	100
3	3	30	15	5	60	30
4	4	4	6	10	20	20
5	5	1	2	2	2	60

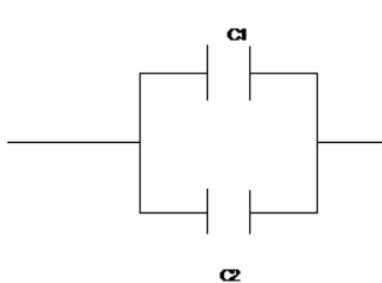


Рисунок 1

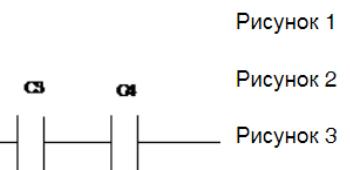


Рисунок 2

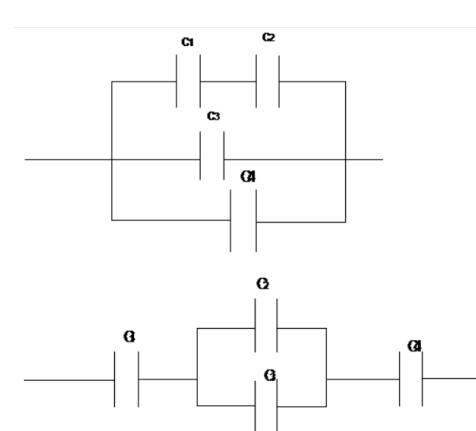


Рисунок 3

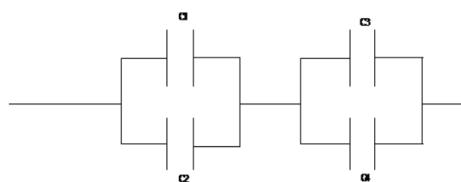


Рисунок 4

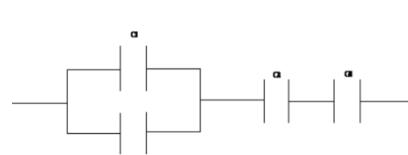


Рисунок 5

Методические указания к решению задачи 2
Практическая работа № 2. Делитель напряжения.

Практическая работа № 1

Расчёт резистивного делителя напряжения

Цель: Уметь рассчитывать элементы схемы; знать принципы соотношений между значениями показателей сигналов; уметь применять полученные данные для построения временной диаграммы.

Задание

- 1.1 Начертить схему резистивного делителя напряжения.
- 1.2 Рассчитать сопротивления резисторов для получения коэффициента передачи.
- 1.3 Округлить найденное сопротивление до стандартного номинала.
- 1.4 Определить полученный коэффициент передачи, сравнить его с заданным, оценить погрешность и сделать выводы к её допуску.
- 1.5 Определить амплитуду выходного напряжения.
- 1.6 Рассчитать мощность, которую рассеивают резисторы и обозначить на схеме номиналы мощностей резисторов.
- 1.7 Показать в масштабе эпюры входного и выходного напряжений, обращая внимание на фазу сигналов (вверху входное напряжение, внизу – выходное). **Внимание! Размещение эпюр в разных столбцах или на разных страницах не разрешается.**

Исходные данные

- 2.1 Входное сопротивление $R_{bx} \geq 1 \text{ кОм}$.
 - 2.2 Амплитуда входного напряжения $U_{m\,bx} = 10 + M, \text{ В}$.
- Здесь и дальше: М – предпоследняя, а N – последняя цифры зачётной книжки.

Методические указания к решению задания

- 3.1 Привести схему резистивного делителя напряжения.

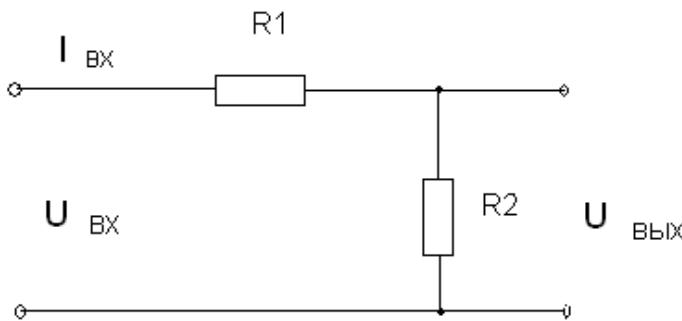


Рисунок 3.1 – Схема резисторного делителя напряжения

- 3.2 Рассчитать заданный коэффициент передачи делителя.

$$K = \frac{1}{10 + N}$$

Согласно условию задания

$$R_{bx} \geq 1 \text{ кОм}$$

А так как в данном случае резисторы соединены последовательно, то входное сопротивление цепи равно:

$$R_{bx} = R1 + R2 \quad (1.1)$$

Из данной формулы видно, что коэффициент передачи будет равным:

$$K = \frac{R2}{R_{bx}} = \frac{R2}{R1+R2} \quad (1.2)$$

Как видно по рисунку 1 и формуле 1.1 входное сопротивление зависит как от сопротивления резистора R1, так и от сопротивления резистора R2. Для выполнения условия задачи можно задать сопротивление одного из этих резисторов равным 1 кОм. Если задать R2 = 1 кОм, то в таком случае $R_{bx} > 1\text{k}\Omega$.

Тогда значение резистора R1

$$R1 = ((10+N)-1) \cdot 1000, \text{ Ом}$$

3.3 Из Приложения найти ближайшую стандартную величину R1.

3.4 Рассчитать коэффициент передачи делителя с новыми значениями.

$$K_{pac} = \frac{R1}{R1+R2}$$

Определить погрешность коэффициента передачи:

$$\Delta K = K_{pac} - K$$

$$\delta\% =$$

Так как в реальности нельзя изготовить идеальный резистор, все резисторы имеют шкалу допуска разброса параметров. Необходимо выбрать тип резистора из Рядов номинальных значений сопротивлений с ближайшим допустимым отклонением от номинала. Соответственно погрешность $\delta\%$ будет равна номинальному отклонению.

3.5 Определить амплитуду выходного напряжения

$$U_{m\text{ вых}} = K_{pac} \cdot U_{m\text{ вх}} \quad (1.3)$$

3.6 Рассчитать мощности, которые рассеивают резисторы по формуле:

$$P = U \cdot I = U^2 / R = I^2 \cdot R \quad (1.4)$$

Также используйте формулу:

$$U_{m\text{ вх}} = U_{m\text{ R1}} + U_{m\text{ R2}} = U_{m\text{ R1}} + U_{m\text{ вых}} \quad (1.5)$$

Выберите номинальные величины мощностей резисторов.

3.7 На графике покажите эпюры входного и выходного напряжений.

4 Пример расчета (для $M = 1, N=4$)

4.1 Приведем схему резистивного делителя напряжения.

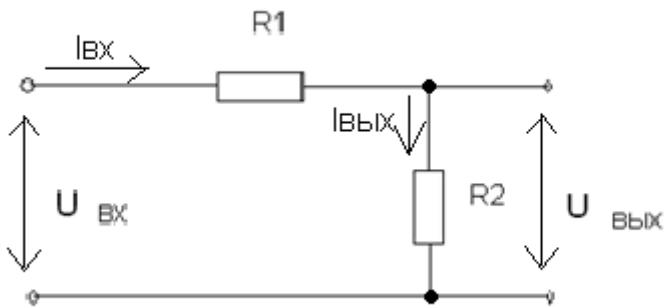


Рисунок 4.1 – Схема резистивного делителя напряжения

4.2 Рассчитаем заданный коэффициент передачи делителя.

$$K = \frac{1}{10 + N} = \frac{1}{10 + 4} = \frac{1}{14} = 0,071$$

Согласно условию задания

$$R_{BX} \geq 1 \text{ кОм}$$

А так как в данном случае резисторы соединены последовательно, то входное сопротивление цепи равно:

$$R_{BX} = R1 + R2 \quad (1.1)$$

Из данной формулы видно, что коэффициент передачи будет равным:

$$K = \frac{R2}{R_{BX}} = \frac{R2}{R1+R2} \quad (1.2)$$

Как видно по рисунку 3.1 и формуле 1.1 входное сопротивление зависит как от сопротивления резистора R1, так и от сопротивления резистора R2. Для выполнения условия задачи можно задать сопротивление одного из этих резисторов равным 1 кОм. Если задать R2 = 1 кОм, то в таком случае R_{BX} > 1 кОм.

Тогда значение резистора R1

$$R1 = ((10 + N) - 1) \cdot 1000 = (14 - 1) \cdot 1000 = 13000, \text{ Ом}$$

4.3 Из Приложения находим ближайшую стандартную величину R1=13кОм.

4.4 Рассчитать коэффициент передачи делителя с новыми значениями.

$$K_{pac} = R2 / (R1 + R2) = 1 / 14 = 0,071$$

Определить погрешность коэффициента передачи:

$$\Delta K = K_{pac} - K = 0,071 - 0,071 = 0$$

$$\delta\% = \frac{0}{0,071} \cdot 100\% = 0\%$$

Но так как в реальности нельзя изготовить идеальный резистор, все резисторы имеют шкалу допуска разброса параметров. Мы выбрали тип резистора из ряда Е24, для которого допустимые отклонения от номинала составляют $\pm 5\%$. Соответственно $\delta\% = 5\%$.

Полученное значение погрешности не превышает 5% , что удовлетворяет условию.

4.5 Определим амплитуду выходного напряжения

$$U_{m \text{ вых}} = K_{pac} \cdot U_{m \text{ вх}} \quad (1.3)$$

4.6 Рассчитаем мощности, которые рассеивают резисторы по формуле:

$$P = U \cdot I = U^2 / R = I^2 \cdot R \quad (1.4)$$

$$U_{m \text{ вх}} = 10 + M = 10 + 1 = 11 \text{ В}$$

$$U_{m \text{ вых}} = 0,071 \cdot 11 = 0,781 \text{ В}$$

Так как $U_{m \text{ вх}} = U_{m \text{ R1}} + U_{m \text{ R2}} = U_{m \text{ R1}} + U_{m \text{ вых}}$

$$U_{m \text{ R1}} = U_{m \text{ вх}} - U_{m \text{ вых}} = 11 - 0,781 = 10,219, \text{ В}$$

$$P_{R2} = U_{m \text{ вых}}^2 / R_2 = 0,781^2 / 1000 = 6,1 \cdot 10^{-4}, \text{ Вт}$$

$$P_{R1} = U_{m \text{ R1}}^2 / R_1 = 10,219^2 / 13000 = 8,03 \cdot 10^{-3}, \text{ Вт}$$

Выбираем номинальные величины мощностей резисторов.

$$P_{R1} = 0,125 \text{ Вт}; P_{R2} = 0,125 \text{ Вт}.$$

4.7 На графике покажем эпюры входного и выходного напряжений.

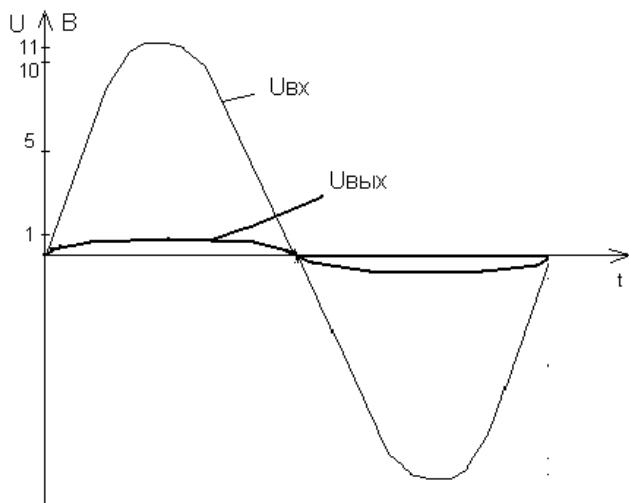


Рисунок 4.2 – Эпюры входного и выходного напряжений делителя
Приложение

Ряды номинальных значений сопротивлений, емкостей и индуктивностей с допуском $\pm 5\%$ и более

E3	E6	E12	E24	E3	E6	E12	E24	E3	E6	E12	E24
		2.2	2.2	2.2	2.2	4.7	4.7	4.7	4.7		
1.1				2.4				5.1			
1.2	1.2			2.7	2.7			5.6	5.6		
1.3								6.2			
1.5	1.5	1.5		3.3	3.3	3.3		6.8	6.8	6.8	
								7.5			
1.8	1.8			3.9	3.9			8.2	8.2		
								9.1			
				4.3							

Номиналы соответствуют числам, приведенным в таблице и числам, полученным умножением на 10^n , где n - целое положительное или отрицательное число.

Ряд Е3 соответствует отклонению от номинального значения $\pm 50\%$

Ряд Е6 соответствует отклонению от номинального значения $\pm 20\%$

Ряд Е12 соответствует отклонению от номинального значения $\pm 10\%$

Ряд Е24 соответствует отклонению от номинального значения $\pm 5\%$.

Методические указания к решению задачи 3

РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Решение этой задачи требует знания закона Ома для всей цепи и ее участков, первого закона Кирхгофа и методики определения эквивалентного сопротивления цепи смешанного соединения резисторов.

Теоретические сведения:

Взаимосвязь между основными параметрами цепи устанавливаются по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$

Последовательным соединением приемников электроэнергии (рис.1) называется соединение, при котором конец первого приемника соединен с началом второго, конец второго с началом третьего и т. д.

При размыкании цепи у одного из последовательно соединенных потребителей ток исчезает во всей цепи.

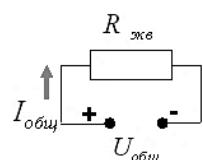
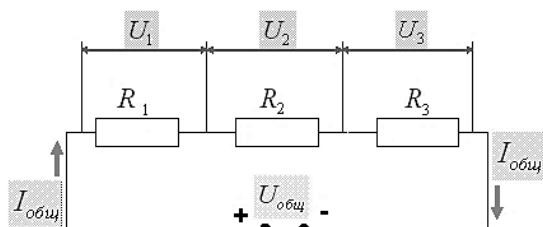


рис.1

Законы последовательного соединения приемников:

$$I_{общ} = I_1 = I_2 = I_3 \quad \text{сила тока на всех участках цепи одинакова}$$

$$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 \quad \text{напряжение на зажимах источника напряжения равна сумме напряжений на всех её участках}$$

$$R_{экв} = R_1 + R_2 + R_3 \quad \text{эквивалентное (общее) сопротивление цепи равно сумме сопротивлений, составляющих цепь}$$

Параллельным соединением приемников (рис.2) электрической энергии называется соединение, при котором начала всех ветвей электрической цепи присоединяются к первому узлу, концы этих же ветвей присоединяются ко второму узлу.

Узел – точка, в котором сходится более двух проводников.

Ветвь – каждый из проводников, расположенный между двумя узлами.

Разветвление – все вместе параллельно соединенные проводники.

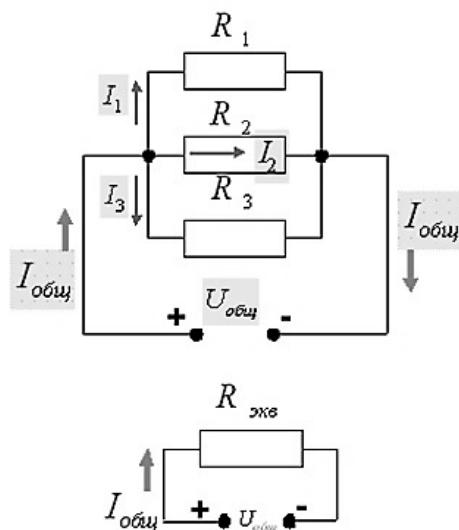


рис.

Законы параллельного соединения приемников.

$$U_{общ} = U_1 = U_2 = U_3 \quad \text{напряжение на зажимах источника напряжения и на отдельных участках одинаковы}$$

$$I_{общ} = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{сила тока в неразветвленной части цепи равен сумме токов в разветвлении}$$

$$G_{экв} = G_1 + G_2 + G_3 \quad \text{эквивалентная (общая) проводимость разветвления цепи равна сумме проводимостей отдельных ветвей, составляющих цепь}$$

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R_{123} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Так как напряжение между узлами постоянно, то токи в ветвях не зависят друг от друга. Поэтому при отключении одной из ветвей все остальные ветви будут продолжать работать.

- Чем больше ветвей в параллельном соединении, тем меньше общее сопротивление всей цепи.
- При параллельном соединении резисторов их общее сопротивление будет меньше наименьшего из сопротивлений.

Схемы для расчета и данные смотреть в Приложении 1.

Пример 1:

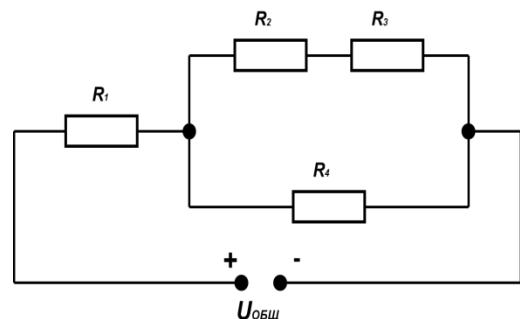
Методические указания к решению задачи 1

Расчетно - графическая работа №1

Расчет электрических цепей постоянного тока

Дано: $R_1, R_2, R_3, R_4, U_{общ}$

Определить: все токи и напряжения электрической цепи

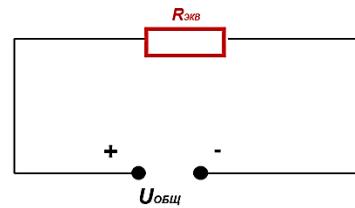


Преобразуем схему, разбив ее на части. В этих частях должны присутствовать простейшие, чисто последовательные или чисто параллельные соединения.

<p>В схеме имеется чисто последовательное соединение резисторов R_2 и R_3.</p>	<p>Схема А)</p>
<ul style="list-style-type: none"> ➤ По законам последовательного соединения можно найти эквивалентное им сопротивление $R_{23} = R_2 + R_3$ ➤ В схеме (Б) имеется чисто параллельное соединение резисторов R_{23} и R_4. 	<p>Схема Б)</p>
<ul style="list-style-type: none"> ➤ По законам параллельного соединения можно найти эквивалентное им сопротивление: $R_{234} = \frac{R_{23} \cdot R_4}{R_{23} + R_4}$ ➤ В схеме (Б) имеется чисто последовательное соединение резисторов R_1 и R_{234}. 	<p>Схема В)</p>

По законам последовательного соединения можно найти эквивалентное сопротивление всей схемы
 $R_{\text{экв}} = R_1 + R_{234}$

Схема С)



Рассчитаем все токи и все напряжения, которые можно определить в данной цепи.

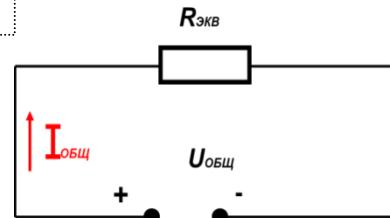
Определение и расчет цепи начинаем с самого простейшего варианта (С).

Дано: $R_{\text{экв}}$, $U_{\text{общ}}$

$$I_{\text{общ}} = \frac{U_{\text{общ}}}{R_{\text{экв}}}$$

Определяем: $I_{\text{общ}}$ по закону Ома:

Схема С)



Дано: R_1 , R_{234} , $I_{\text{общ}}$, $U_{\text{общ}}$

Определяем падение напряжения на каждом резисторе.

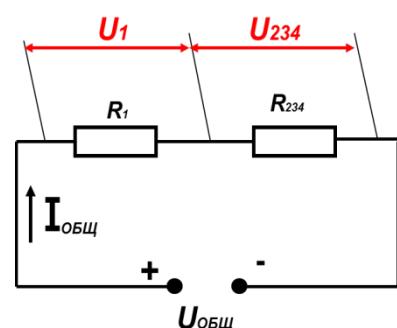
По законам последовательного соединения

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_{234}$$

По закону Ома:

$$U_1 = I_{\text{общ}} \cdot R_1 \quad U_{234} = I_{\text{общ}} \cdot R_{234}$$

Схема В)



Дано: R_1 , R_{23} , R_4 , $I_{\text{общ}}$, $U_{\text{общ}}$, U_1 , U_{234}

Определяем токи разветвлений I_{23} и I_4

По закону параллельного соединения:

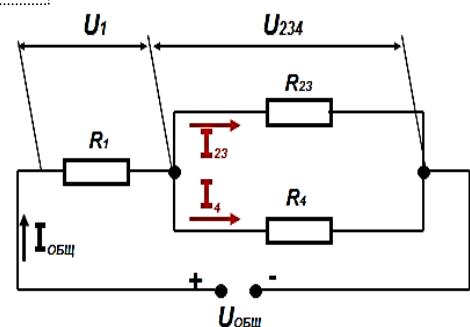
$$I_{\text{общ}} = I_{23} + I_4$$

$$I_{23} = \frac{U_{234}}{R_{23}}$$

$$I_4 = \frac{U_{234}}{R_4}$$

по закону Ома:

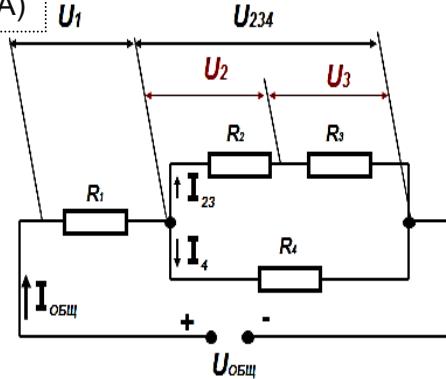
Схема Б)



Дано: R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , $U_{\text{общ}}$, $I_{\text{общ}}$, U_1 , U_{234} , I_{23} , I_4

Определяем падение напряжения на резисторах
 R_2 и R_3
 по закону Ома: $U_2 = I_{23} \cdot R_2$ $U_3 = I_{23} \cdot R_3$

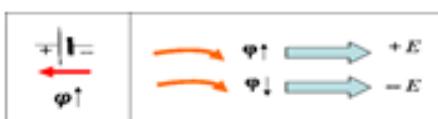
Схема А)



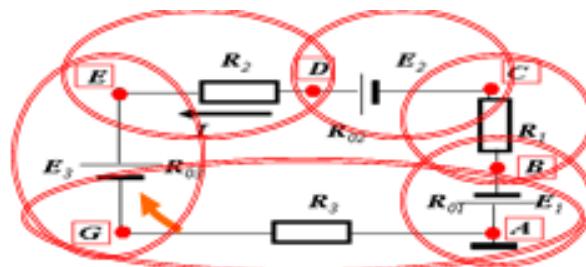
Методические указания к решению задачи 4

Практическая работа №4. Потенциальная диаграмма.

Потенциальная диаграмма представляет собой *график зависимости* потенциалов точек цепи от величины сопротивлений участков между этими точками $\varphi = f(R)$.



Ток в сопротивлении направлен от точки с более высоким потенциалом к точке с меньшим потенциалом.



$$\varphi_B = \varphi_A - E_1 - IR_{01} = 0 - 8 - 2 \cdot 0,15 = -8,3 \text{ В}$$

$$\varphi_C = \varphi_B - IR_1 = -8,3 - 2 \cdot 0,5 = -9,3 \text{ В}$$

$$\varphi_D = \varphi_C + E_2 - IR_{02} = -9,3 + 24 - 2 \cdot 0,1 = 14,5 \text{ В}$$

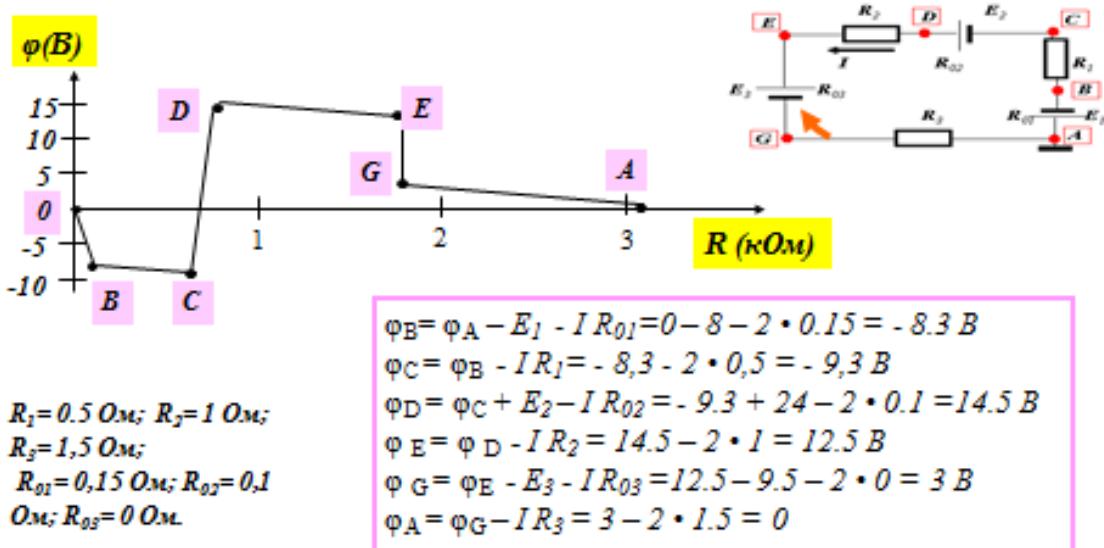
$$\varphi_E = \varphi_D - IR_2 = 14,5 - 2 \cdot 1 = 12,5 \text{ В}$$

$$\varphi_G = \varphi_E - E_3 - IR_{03} = 12,5 - 9,5 - 2 \cdot 0 = 3 \text{ В}$$

$$\varphi_A = \varphi_G - IR_3 = 3 - 2 \cdot 1,5 = 0$$

$$E_1 = 8\text{В}; E_2 = 24\text{В}; E_3 = 9,5\text{В}; \\ R_1 = 0,5 \Omega; R_2 = 1 \Omega; R_3 = 1,5 \Omega; \\ R_{01} = 0,15 \Omega; R_{02} = 0,1 \Omega; R_{03} = 0 \Omega.$$

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ДИАГРАММА



Методические указания к решению задачи 5

Расчетно - графическая работа №5

. Законы Кирхгофа. Методы анализа сложных электрических цепей постоянного тока. Методы преобразований

Электрические цепи с несколькими контурами, состоящие из разных ветвей с произвольным размещением потребителей и источников энергии, называются *сложными электрическими цепями*.

Точка электрической цепи называется *узлом* или *точкой разветвления*, если в ней соединены три или более проводов или ветвей.

Ветвью электрической цепи называется участок, состоящий из одного или несколько элементов так, что по ним проходит один и тот же ток, присоединённый к двум узлам.

Контур электрической цепи представляет собой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, например контур из четырёх ветвей.

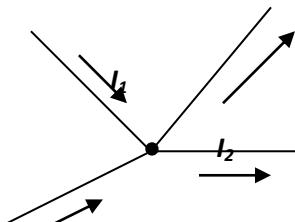
Сложные электрические цепи рассчитываются методами:

1. узловых и контурных уравнений;
2. контурных токов;
3. узлового напряжения;
4. наложения (суперпозиции);
5. преобразования схемы.

1. Законы Кирхгофа.

Первый закон:

Алгебраическая сумма токов узла электрической цепи равна нулю.



$$\sum I = 0$$

рис. 1

Со знаком плюс записываются токи, направленные к узлу, со знаком минус токи текущие от узла электрической цепи. Пользуясь этим законом для узла A рис 1., можно записать уравнение.

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$

Второй закон Кирхгофа:

В замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма ЭДС источников тока равна алгебраической сумме произведений токов на всех сопротивлениях этого контура.

$$\sum E = \sum I \cdot R$$

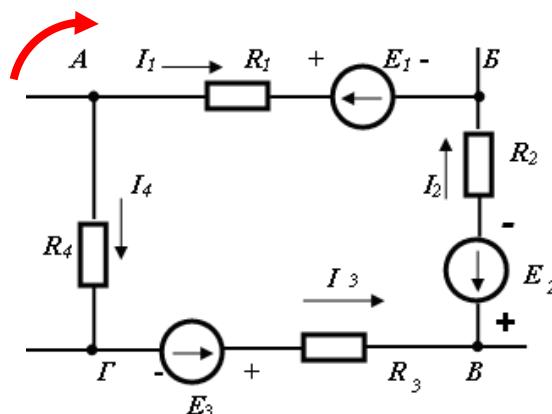


рис.2

Если направления токов в ветвях неизвестны, то при составлении уравнений по законам Кирхгофа их необходимо предварительно выбрать произвольно и обозначить на схеме стрелками.

Для каждого контура сложной электрической цепи по второму закону Кирхгофа можно составить только одно уравнение. При этом особое внимание следует обратить на знаки

э. д. с. и падений напряжения. Вначале произвольно выбирают направление обхода контура, например точка A . Если действующая в контуре э. д. с.

совпадает с направлением обхода, то ее считают положительной. При обратном направлении ЭДС со знаком минус. Падение напряжения на сопротивлении считают положительным, если направление тока в нем совпадает с направлением обхода контура.

Направление обхода, обозначим красной стрелкой. И составляем уравнение для замкнутого контура по второму закону Кирхгофа.

$$-E_1 + E_2 - E_3 = I_1 R_1 + I_1 R_{01} - I_2 R_2 - I_2 R_{02} - I_3 R_3 - I_3 R_{03} - I_4 R_4.$$

В левой части этого уравнения записана алгебраическая сумма э. д. с, действующих в контуре, а в правой части — сумма падений напряжения во всех сопротивлениях, входящих в этот контур. Равенство является математическим выражением второго закона Кирхгофа.

1. Метод уравнений Кирхгофа [узловых и контурных уравнений]

Самым общим методом расчёта сложных электрических цепей является метод уравнений Кирхгофа. Сущность этого метода: составление системы уравнений в соответствии с первым и вторым законами Кирхгофа и решение этой системы относительно неизвестных токов. Общее число уравнений, составленных по первому и второму законам Кирхгофа должно быть равно числу неизвестных токов.

Для того чтобы контурные уравнения были независимыми, их составляют по следующему правилу. Каждое очередное уравнение должно составляться для контура, отличного от предыдущего, хотя бы одной новой ветвью.

Сложная электрическая цепь рис. 3 имеет два узла (Б и Д) и три ветви с токами I_1 , I_2 и I_3 . Обозначим контуры цепи I – АБДЗА; II – АБВГДЗА; III – БВГДБ.

Составить все возможные уравнения по второму закону Кирхгофа для цепи, схема которой показана на рис. 3.

Решение: Для контуров по второму закону Кирхгофа:

$$\text{АБДЗА: } +E_2 + E_1 = I_1 R_1 - I_2 R_{02} - I_2 R_3 + I_1 R_2 + I_1 R_{01};$$

$$\text{АБВГДЗА: } E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_4 + I_1 R_2 + I_1 R_{01};$$

$$\text{БВГДБ: } E_2 = -I_3 R_4 - I_2 R_{02} - I_2 R_3;$$

Для узла Б по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

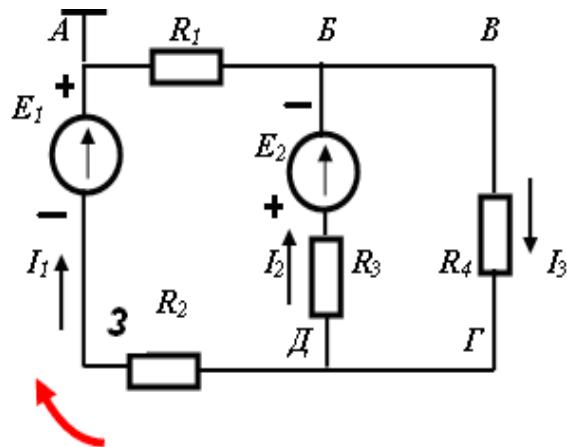


рис. 3

После решения уравнений получены токи I_1 и I_3 с положительным знаком. Значит, действительное направление этих токов совпадает с выбранным направлением, указанным на схеме стрелками.

Если значение какого-либо тока при расчете окажется отрицательным, то из этого следует, что ток в действительности проходит в направлении, противоположно выбранному.

2. Метод контурных токов

Метод узловых и контурных уравнений в ряде случаев требует больших вычислений. Например, при расчете цепи рис.4, имеющей три узла (A , B , Γ) и пять ветвей, требуется составить и решить систему из пяти уравнений. Число уравнений системы можно сократить, применив метод контурных токов. Для расчета по методу контурных токов схему сложной цепи разбивают на отдельные контуры — ячейки. Например, схему рис.4 разбивают на три контура: контур I — $AB\Gamma A$, контур II — $3B\Delta A$ и контур III — $B\Gamma\Delta B$. Затем каждому контуру приписываются произвольно направленный контурный ток, одинаковый для всех участков данного контура (контурный ток нарисован красным цветом).

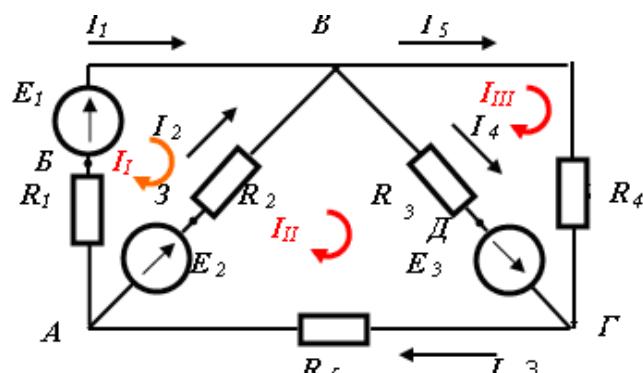


рис 4

Причём всем контурным токам придано одно и тоже положительное направление — по часовой стрелке. Контурные токи, проходящие по внешним ветвям, являются для них действительными токами. Например, ток

$I_I = I_1$, $I_{II} = I_3$, $I_{III} = I_5$. Действительные токи внутренних ветвей можно найти как разность токов двух контуров, в которую входит эта ветвь I_3

$I_2 = I_{II} - I_1$, $I_3 = I_{II} - I_{III}$. Выбрав и указав на схеме направление контурных токов, для каждого контура составляют уравнение по второму закону Кирхгофа. Направление обхода контуров принимается совпадающим с направлением контурных токов. Для схемы рис. 4 имеем три уравнения для контуров:

1. $E_1 - E_2 = I_I(R_1 + R_2) - I_{II}R_2$;
2. $E_2 + E_3 = -I_I R_2 + I_{II}(R_2 + R_3 + R_5) - I_{III}R_3$;
3. $-E_3 = I_{III}(R_3 + R_5) - I_{II}R_3$;

Левая часть каждого уравнения — алгебраическая сумма э. д. с, включенных в контур. А правая часть — общее падение напряжения от контурного тока данного контура и контурных токов смежных контуров. Подставляя в систему уравнений числовые значения сопротивлений и э. д. с. и решая их совместно, находят контурные токи I_I , I_{II} , I_{III} .

Токи в ветвях схемы легко определить по контурным токам.

3. Метод узлового напряжения

1. Определение узлового напряжения и токов. Потребители электрической энергии (лампы, электродвигатели и т. д.) соединяются параллельно. Часто общая мощность включенных приемников становится больше той, которую может отдать в сеть источник энергии. В таких случаях для увеличения мощности при неизменном напряжении источники энергии включают параллельно. При этом получается сложная электрическая цепь, представленная на рис. 5. В ней имеется два узла A и B , к которым присоединяются источники энергии с э. д. с. E_1 , E_2 и E_3 . Сопротивления R_1 , R_2 , R_3 можно принять за внутренние сопротивления источников тока, а сопротивление R_4 — за сопротивление всех приемников энергии. Напряжение между узлами A и B называется узловым напряжением. Оно равно разности потенциалов узловых точек, т. е.

$$U = \varphi_A - \varphi_B;$$

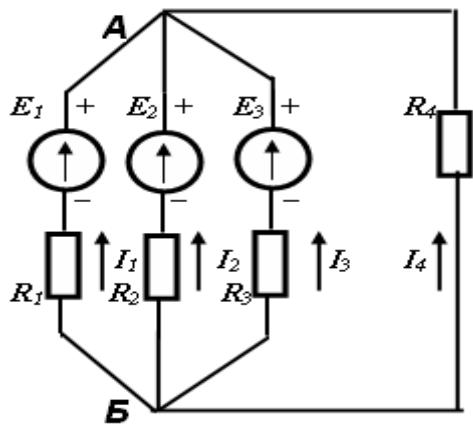


рис 5.

Для расчета подобных сложных электрических цепей обычно пользуются методом узлового напряжения. Выведем формулу этого напряжения. Если э. д. с. E_1 , E_2 и E_3 больше узлового напряжения, то все источники э. д. с будут работать в режиме генераторов, а токи I_1 , I_2 и I_3 направлены к узлу A . Ток приёмников $I_4 = I_1 + I_2 + I_3$.

Так как э. д. с. E_1 больше узлового напряжения U , то на сопротивлении R_4 возникает падение напряжения $U_1 = E_1 - U = I_1 R_1$;

Следовательно, ток первого источника $I_1 = (E_1 - U) / R_1 = (E_1 - U) g_1$;
где $g_1 = 1/R_1$ — проводимость первой ветви.

Аналогично определяем токи второго и третьего источников.

$$I_2 = (E_2 - U) g_2 ;$$

$$I_3 = (E_3 - U) g_3 ;$$

Ток приёмников энергии

$$I_4 = U / R_4 = U g_4 ;$$

Для узла A напишем уравнение по первому закону Кирхгофа $I_4 = I_1 + I_2 + I_3$.

Подставив в это уравнение найденные выражения для токов, получим

$$U g_4 = (E_1 - U) g_1 + (E_2 - U) g_2 + (E_3 - U) g_3$$

Раскрыв скобки, получим

$$U = \frac{\sum E \cdot g}{\sqrt{g}}$$

Где E — ЭДС источника в ветви;

g — проводимость ветви;

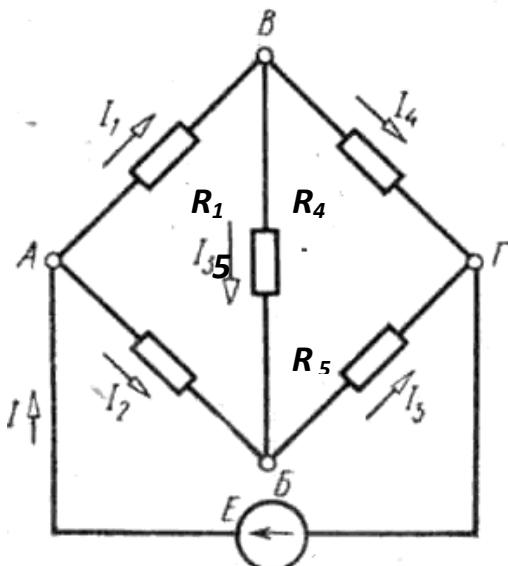
Таким образом, узловое напряжение равно алгебраической сумме произведений ЭДС на проводимость соответствующих ветвей, делённой на сумму проводимости ветвей.

4. Метод преобразования схемы.

На рис. 6 дана электрическая цепь с одним источником питания, широко применяемая в области электрических измерений. Особенностью этой схемы является наличие в ней соединений, называемых треугольником и звездой.

Треугольником сопротивлений называют соединение трех ветвей, образующих замкнутый контур с тремя узлами. В схеме рис. 6 имеется два треугольника: с сопротивлениями R_1, R_2, R_5 и R_3, R_4, R_5 ;

Звездой сопротивлений называют соединение трех ветвей, имеющих общий узел. На рис. 6 звезду сопротивлений образуют ветви с сопротивлениями R_1, R_4, R_5 и R_2, R_3, R_5 ;



Любой треугольник сопротивлений можно заменить эквивалентной звездой. В результате замены получается другая схема, позволяющая упростить расчет. Например, схема рис. 6 после замены треугольника сопротивлений R_1, R_2, R_5 эквивалентной звездой R_A, R_B, R_C упрощается и содержит только последовательно и параллельно соединенные участки.

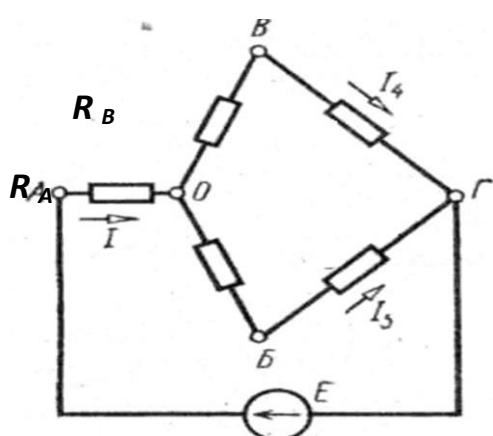


Рис 7.

Эквивалентность треугольника и звезды сопротивлений заключается в том, что их замена не изменяет потенциалов узловых точек (на схеме рис 6 точек А, Б, В), являющихся вершинами треугольника и эквивалентной звезды. Не изменяются также токи, напряжения и мощности в остальной части схемы, не затронутой преобразованием.

Для перехода от треугольника сопротивлений к эквивалентной звезде пользуются следующими формулами;

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_B = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad R_C = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Сопротивление луча R_A равно произведению двух сопротивлений треугольника, сходящихся в узле А, деленному на сумму всех сопротивлений треугольника. Так же определяются сопротивления R_B и R_C . Вернемся к схеме рис 7. Её легко рассчитать и определить токи I_1 , I_2 , I_3 , которые не изменились после замены треугольника эквивалентной звездой. Остальные токи находят из уравнений по законам Кирхгоффа, составленным для исходной электрической цепи. В некоторых электрических цепях расчёт упрощается после замены трёхлучевой звезды сопротивлений эквивалентным треугольником.

При преобразовании звезды в эквивалентный треугольник пользуются следующими формулами:

$$R_1 = R_B + R_A + R_B \cdot R_A / R_B$$

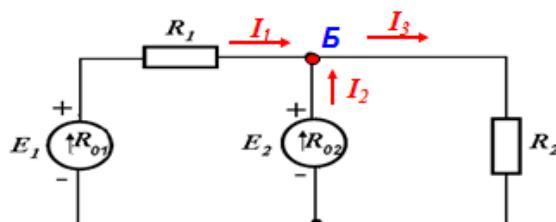
$$R_2 = R_A + R_B + R_A \cdot R_B / R_A$$

$$R_3 = R_B + R_A + R_B \cdot R_A / R_B .$$

Методические указания к решению задачи 6

Расчетно - графическая работа №6

Расчет сложных электрических цепей постоянного тока с двумя и более контурами с помощью законов Кирхгофа



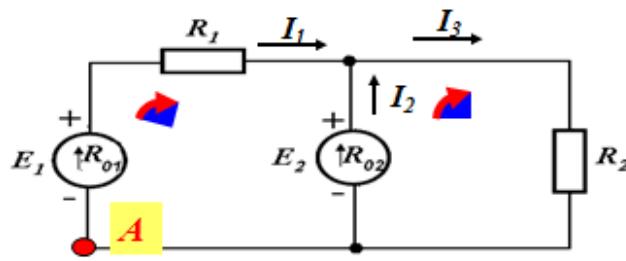
1. Составляем уравнение по первому закону Кирхгофа для узла точки **Б**.

$$\Sigma I = 0$$

2. Обозначим стрелками токи в ветвях I_1 , I_2 , I_3 .

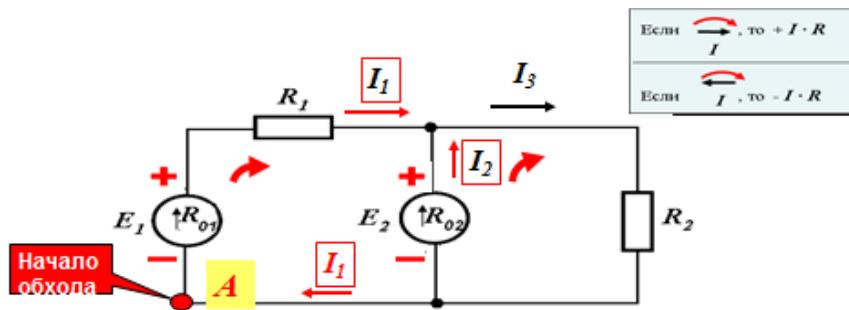
3. За положительный ток принимают ток, идущий к узлу.

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$



4. Выберем два независимых контура (левый и правый) и укажем стрелками направление их обхода

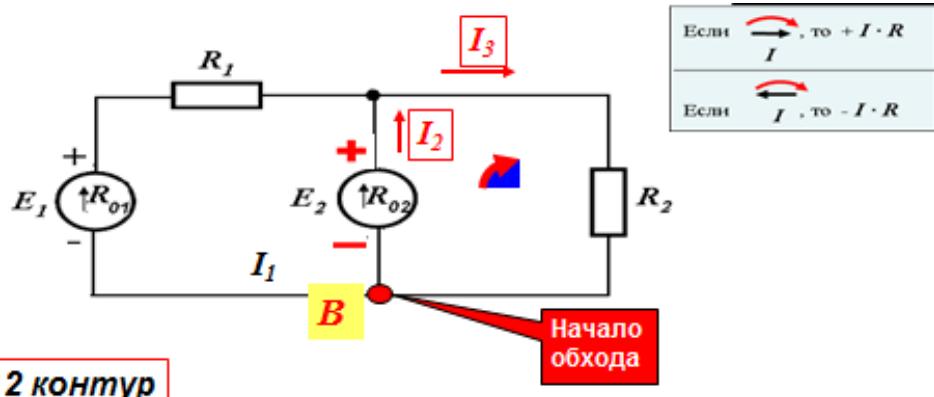
5. Выбираем начало обхода, например точка A.



Для выбранных независимых контуров составляем два уравнения по второму закону Кирхгофа

1 контур

$$+ E_1 - E_2 = I_1 \cdot R_{01} + I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_{02}$$

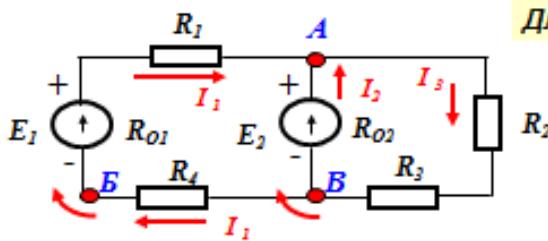


2 контур

$$E_2 = I_2 \cdot R_{02} + I_3 \cdot R_2$$

Задача

ЗАКОНЫ КИРХГОФА



Для узла А по первому закону Кирхгофа

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Для левого контура,
по второму закону Кирхгофа
начало обхода точка Б

$$E_1 - E_2 = I_1 \cdot R_{01} + I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_{02} + I_1 \cdot R_4$$

Для правого контура, по второму закону Кирхгофа **начало обхода точка Б**

$$E_2 = I_2 \cdot R_{02} + I_3 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3$$

Методические указания к решению задачи 7

Расчетно - графическая работа №7

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Теоретические сведения:

Параметры переменного электрического тока:

- Период T (рис.3) – время, в течение которого происходит весь цикл изменения переменных ЭДС, тока или напряжения; измеряется в секундах (с).
- Частота f – величина, обратная периоду, показывающая, сколько периодов содержится в 1 секунде (или число оборотов ротора в секунду); единица измерения Герц (Гц):

$$f = \frac{1}{T}$$

стандартная частота в России $f_{\text{ст}} = 50 \text{ Гц}$

- Угловая частота ω – скорость изменения угла α в течение времени t , единица измерения радиан в секунду (рад/с):

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \Rightarrow \alpha = \omega t \Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega}$$

На практике для России $\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}$

- Амплитудные значения тока I_m , напряжения U_m , эдс E_m (рис.3) – максимальные значения мгновенных величин тока, напряжения и ЭДС.
- Мгновенные значения тока i , напряжения u , эдс e (рис.4) – значения этих величин в любой момент

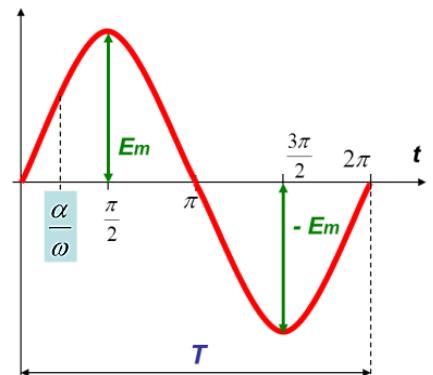


рис.3

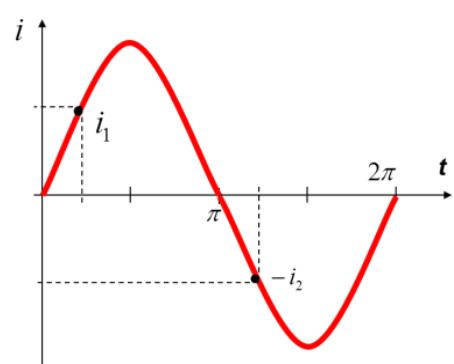


рис.4

времени. Изменяются по синусоидальному закону:

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin \omega t \\ u &= U_m \sin \omega t \\ e &= E_m \sin \omega t \end{aligned}$$

6. Действующие значения тока I , напряжения U и эдс E - вводятся для измерения синусоидальных величин тока, напряжения и ЭДС. Действующие значения синусоидальных величин наносятся на шкалы электроизмерительных приборов, измеряющих переменные значения

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0.707 E_m$$

Действующее значение переменного тока равно такому постоянному току, который за время, равное одному периоду, выделяет на резисторе одинаковое количество теплоты с переменным током

$$t_1 = 0$$

Не всегда начальный момент отсчета времени совпадает с прохождением через ноль синусоидальной величины, и в связи с этим на графике вектор I_m в начальный момент времени образует с горизонтальной осью некоторый угол α .

При этом в момент начала отсчета времени синусоидальная величина имеет значение:

Угол α (рис.5) называется *начальным фазовым углом* или *начальной фазой*:

$$i_1 = I_m \sin(\omega t_1 + \alpha) = I_m \sin \alpha$$

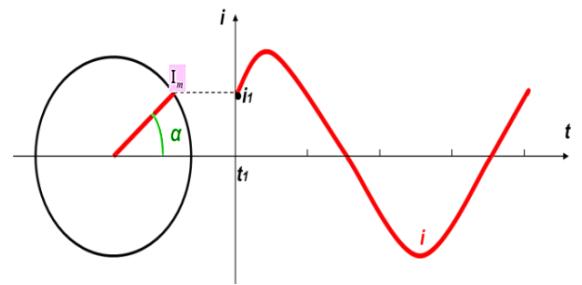


рис.5

Сдвиг фаз синусоидальных величин.

При вращении ротора с двумя укрепленными на нем витками e_1 и e_2 , в них будет индуцироваться ЭДС одинаковой частоты и с одинаковыми амплитудами (рис.6)

В следствие сдвига витков относительно друг друга в пространстве ЭДС достигают амплитудных значений не одновременно: где α_1 и α_2 начальные фазы, определяют величину смещения синусоид e_1 и e_2 относительно начала координат графика.

$$\begin{aligned} e_1 &= E_m \sin(\omega t + \alpha_1) \\ e_2 &= E_m \sin(\omega t + \alpha_2) \end{aligned}$$

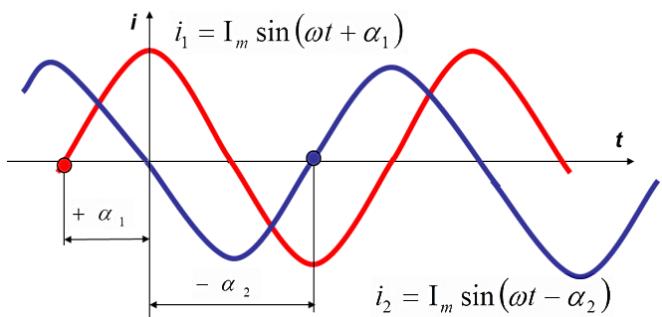


рис.6

Разность начальных фаз двух синусоидальных величин называется *сдвигом фаз* (рис.7):

$$\varphi = \alpha_1 - \alpha_2$$

Началом периода называется момент времени, в котором синусоидальная величина проходит через нулевое значение, после которого начинается её положительное значение.

Начальная фаза α отсчитывается по оси t от начала периода синусоиды до начала координат.

При $\alpha > 0$ – начало синусоиды сдвигается влево от начала координат

При $\alpha < 0$ – начало синусоиды сдвигается вправо от начала координат.

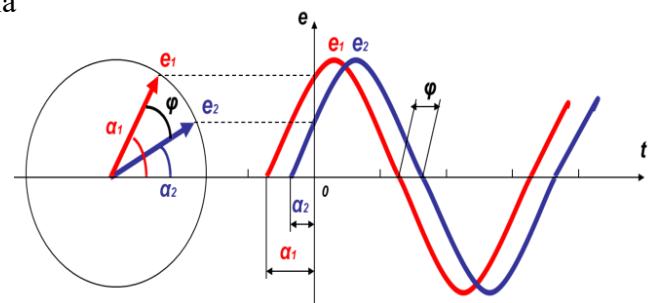


рис.7

Синусоида, у которой начало периода возникает слева на графике раньше, чем у другой – считается *опережающей по фазе*; а та, у которой позже – *отстающей по фазе*.

Методические указания к решению задачи 8

Расчет неразветвленных электрических цепей переменного тока № 8

Теоретические сведения: Однофазные электрические цепи переменного тока.

Участки цепи, где происходит в основном преобразование электромагнитной энергии в тепловую, обладают сопротивлением, которое называется *активным сопротивлением* и обозначается – R_a

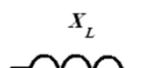
R_a – величина, характеризующая сопротивление цепи переменному току:

На таком участке включены резисторы, лампы накаливания, электронагревательные устройства, а также ферромагнитные сердечники различных электротехнических устройств

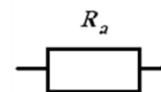
Участки цепи, где выражены в основном магнитные поля, обладают индуктивностью, которое называется *реактивным индуктивным сопротивлением* и обозначается – χ_L

$$\chi_L = \omega \cdot L \quad \text{единица измерения} \quad (\Omega)$$

На таком участке цепи включены индуктивные катушки различных электротехнических устройств (например обмотки полюсов электрических машин, обмотки трансформаторов).



Обозначение на схеме



Обозначение на схеме

$$R_a = \frac{U}{I}$$

единица измерения (Ом)

Участки цепи, где выражены в основном электрические поля, обладают емкостью, которое называется *реактивным емкостным сопротивлением* и обозначается – χ_c

$$\chi_c = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{единица измерения} \quad (\Omega)$$

X_c



Обозначение на схеме

На таком участке цепи включены конденсаторы, электрические кабели.

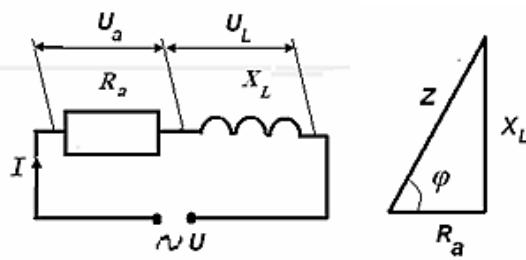
Однофазные электрические цепи, включающие вышеперечисленные параметры, называются цепями с сосредоточенными параметрами и позволяют изучить свойства отдельных участков цепи, обладающих *смешанными соединениями*:

Закон Ома для цепей переменного тока

$$I = \frac{U}{Z}$$

Для цепей переменного тока для *смешанных соединений* в закон Ома вводится понятие *полного сопротивления цепи* Z , в котором учитываются все виды сопротивлений. Z определяется из треугольника сопротивлений:

для активно - индуктивной цепи



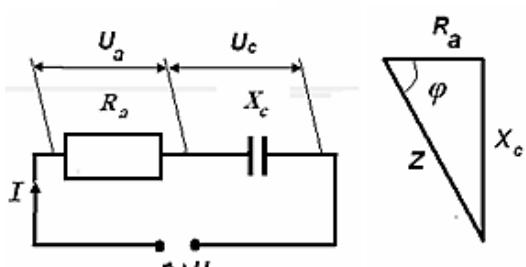
$$Z = \sqrt{R_a^2 + \chi_L^2}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R_a^2 + \chi_L^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{R_a}{Z}$$

$$\sin \varphi = \frac{U_L}{U} = \frac{\chi_L}{Z}$$

для активно - емкостной цепи



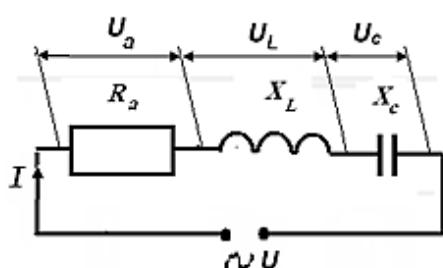
$$Z = \sqrt{R_a^2 + \chi_c^2}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R_a^2 + \chi_c^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U} = \frac{R_a}{Z}$$

$$\sin \varphi = \frac{U_c}{U} = \frac{\chi_c}{Z}$$

для активно - индуктивно - емкостной цепи

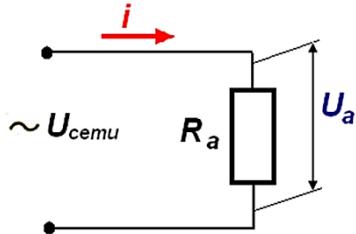


$$Z = \sqrt{R_a^2 + (\chi_L - \chi_c)^2} \quad \text{для } \chi_L > \chi_c$$

$$Z = \sqrt{R_a^2 + (\chi_c - \chi_L)^2} \quad \text{для } \chi_c > \chi_L$$

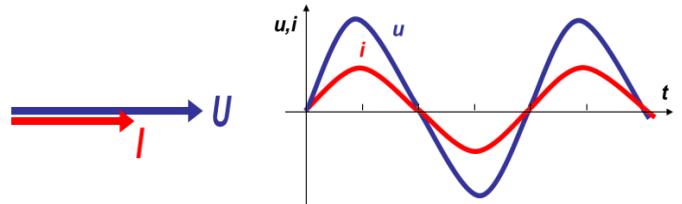
$$I = \frac{U}{Z}$$

Цепи с активным сопротивлением

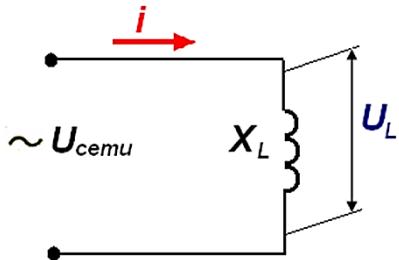


В проводнике с активным сопротивлением колебания тока по фазе совпадают с колебаниями напряжения, т.е. $\angle \varphi = 0$

На векторной диаграмме показывается совпадение I и U в виде параллельных векторов.

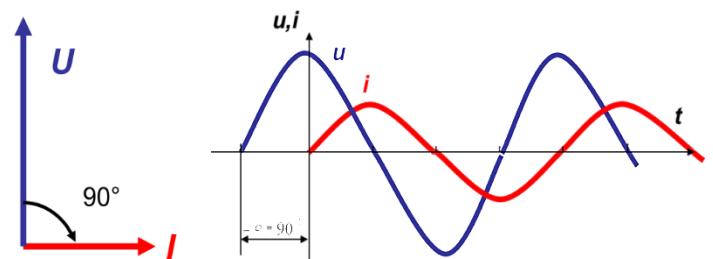


Цепи с индуктивным сопротивлением

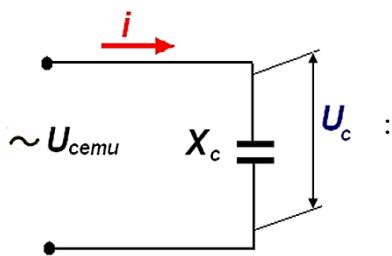


Ток в цепи с индуктивностью отстает от напряжения этой цепи $1/4$ периода, или $\angle \varphi = 90^\circ$

На векторной диаграмме отставание тока от напряжения показывается по часовой стрелке:

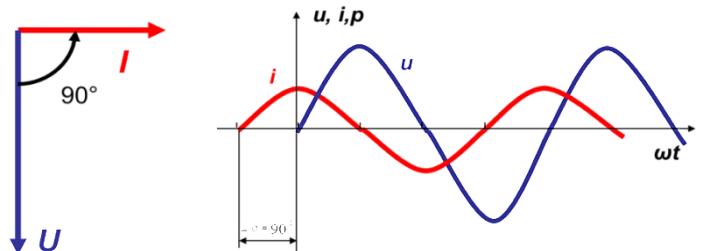


Цепи переменного тока с емкостным сопротивлением



Ток в цепи с емкостью в своих изменениях опережает по фазе напряжение конденсатора на $1/4$ периода, или $\angle \varphi = 90^\circ$

На векторной диаграмме опережение I относительно U показывается против часовой стрелки.



Схемы для расчета и данные смотреть Приложении 3.

Пример 2:

Расчетно - графическая работа №8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

$$i_1 = 15 \sin \left(314t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Дано:

$$i_2 = 25 \sin \left(314t - \frac{\pi}{6} \right)$$

ОПРЕДЕЛИТЬ:

1. Амплитуду тока
2. Действующее значение тока
3. Начальную фазу тока
4. Угловую частоту
5. Частоту
6. Период
7. Мгновенное значение тока в начальный момент времени
8. Сдвиг по фазе между заданными токами
9. Построить график токов и круговую диаграмму

Амплитудные значения тока I_m

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

$$I_{m1} = 15 \text{ A} \quad I_{m2} = 25 \text{ A}$$

$$2. \text{ Действующие значения тока } I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot I_m$$

$$I_1 = \frac{15}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot 15 = 10,6 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{25}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot 25 = 17,7 \text{ A}$$

$$3. \text{ Угол } \alpha \text{ (начальная фаза)} \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ \quad \alpha_2 = -\frac{\pi}{6} = -30^\circ$$

$$1. \text{ Угловая частота } \omega \text{ (рад/с)}$$

$$\omega = 314 \text{ rad/s}$$

$$5. \text{ Частота } f \text{ (Гц)}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \cdot 3,14} = 50 \text{ Гц}$$

$$6. \text{ Период } T \text{ (с)}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ с}$$

$$7. \text{ Мгновенное значение тока в начальный момент времени}$$

$$i_1 = 15 \sin \left(314 \cdot 0 + \frac{\pi}{2} \right) = 15 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 15 \cdot 1 = 15 \text{ A}$$

$$i_2 = 25 \sin \left(314 \cdot 0 - \frac{\pi}{6} \right) = 25 \cdot \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) = 25 \cdot \sin \frac{11\pi}{6} = 25 \cdot (-0,5) = -12,5 \text{ A}$$

$$8. \text{ Сдвиг по фазе между заданными токами}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

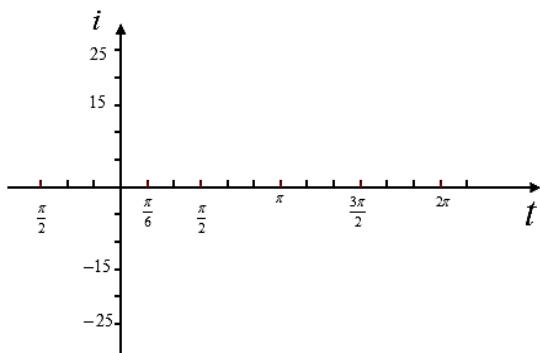
Построение графика токов

1. Для построения графиков токов подготовим координатную сетку

а) Отложить на оси t фазные углы, измеряемые в радианах



в) Отложить по оси i амплитудные значения токов

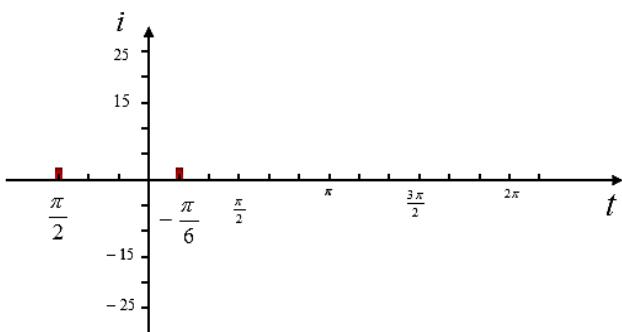


2. На начальном этапе построения графиков откладываются начальные фазы, которые будут являться началом периода синусоид

Начальная фаза α отсчитывается по оси t от начала синусоиды до начала координат:

При $\alpha > 0$ - начало синусоиды сдвигается влево от начала координат

При $\alpha < 0$ - начало синусоиды сдвигается вправо от начала координат.

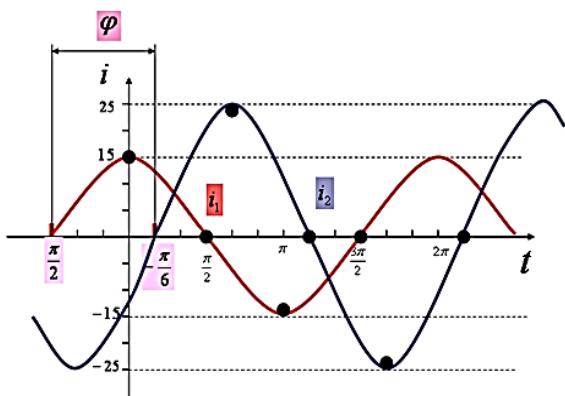


$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ > 0$$

$$\alpha_2 = -\frac{\pi}{6} = -30^\circ < 0$$

5. Определяем угол сдвига фаз между токами i_1 и i_2

По расчетам и на графике $\varphi = 120^\circ$

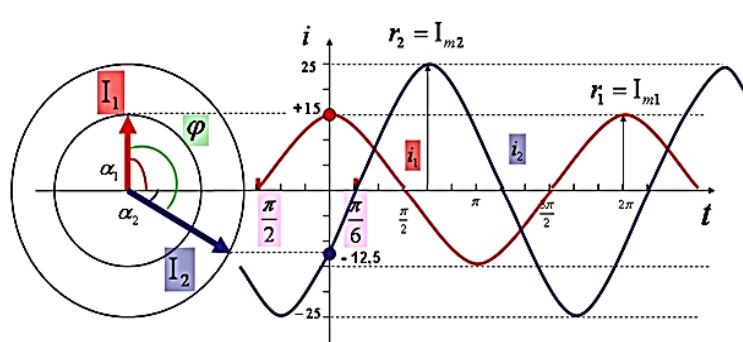


6. Построим круговую диаграмму в начальный момент времени $t = 0$.

По расчетам значения токов в этот момент времени $i_1 = 15 A$ $i_2 = -12,5 A$.

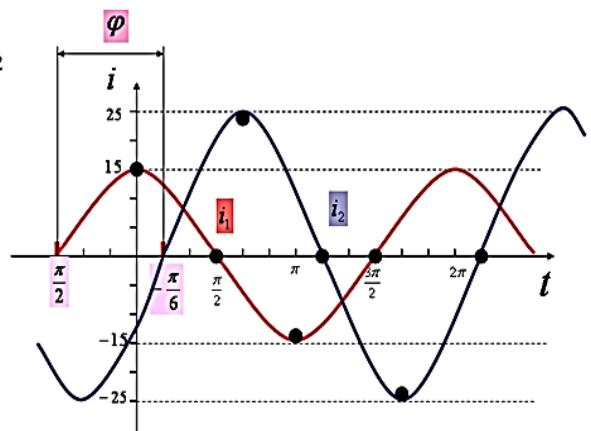
Строим по этим значениям вспомогательные окружности. Переносим значения токов в соответствии с их начальными фазами $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ $\alpha_2 = -\frac{\pi}{6}$ на эти окружности. Строим вектора токов.

Угол сдвига фаз на векторной диаграмме также должен быть равен $\varphi = 120^\circ$



5. Определяем угол сдвига фаз между токами i_1 и i_2

По расчетам и на графике $\varphi = 120^\circ$

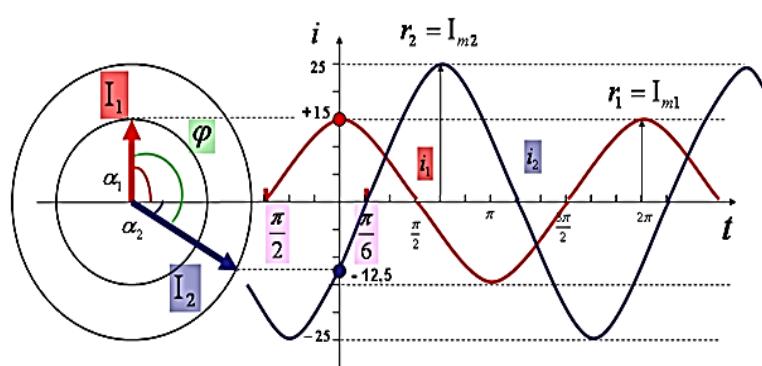


6. Построим круговую диаграмму в начальный момент времени $t=0$.

По расчетам значения токов в этот момент времени $i_1 = 15 \text{ A}$ $i_2 = -12.5 \text{ A}$.

Строим по этим значениям вспомогательные окружности. Переносим значения токов в соответствии с их начальными фазами $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ $\alpha_2 = -\frac{\pi}{6}$ на эти окружности. Строим вектора токов.

Угол сдвига фаз на векторной диаграмме также должен быть равен $\varphi = 120^\circ$

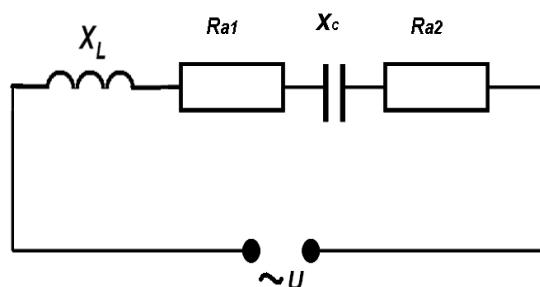


Данные для расчета смотреть в Приложении 3

Пример 3:

Расчетно - графическая работа №9

Расчет неразветвленных цепей переменного тока №9



Дано:

$$X_L = 9 \text{ Ом}$$

$$R_{a1} = 5 \text{ Ом}$$

$$X_C = 15 \text{ Ом}$$

$$R_{a2} = 3 \text{ Ом}$$

$$U = 200 \text{ В}$$

Определить:

1. \tilde{Z} - общее сопротивление цепи
2. I - общий ток цепи
3. $\cos \varphi$ - коэффициент мощности
4. Падения напряжения на каждом сопротивлении
5. Построить в масштабе векторную диаграмму
6. Активную P , реактивную Q , полную S мощности цепи

1. ОПРЕДЕЛЯЕМ общее сопротивление цепи Z

$$Z = \sqrt{(R_{a1} + R_{a2})^2 + (X_C - X_L)^2} = \sqrt{(5+3)^2 + (15-9)^2} = 10 \text{ } O\Omega$$

2. ОПРЕДЕЛЯЕМ общий ток цепи I

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{200}{10} = 20 \text{ A}$$

3. ОПРЕДЕЛЯЕМ коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{R_{a1} + R_{a2}}{Z} = \frac{5+3}{10} = 0,8 \quad \text{По таблице Брадиса определяем угол } \varphi = 36^\circ$$

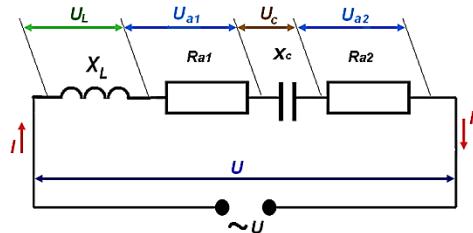
4. ОПРЕДЕЛЯЕМ падения напряжения на сопротивлениях

$$U_{a1} = I \cdot R_{a1} = 20 \cdot 5 = 100 \text{ B}$$

$$U_{a2} = I \cdot R_{a2} = 20 \cdot 3 = 60 \text{ B}$$

$$U_L = I \cdot X_L = 20 \cdot 9 = 180 \text{ B}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 20 \cdot 15 = 300 \text{ B}$$



5. ПОСТРОИМ векторную диаграмму тока и напряжений и докажем правильность произведенных расчетов

Построим векторную диаграмму с помощью векторного сложения найденных значений падений напряжений: $\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_{a1} + \vec{U}_C + \vec{U}_{a2}$

Выбираем масштаб

для тока и напряжений

$$M_I = 5 \text{ A/cm} \Rightarrow I = 4 \text{ см}$$

$$M_U = 50 \text{ B/cm} \Rightarrow U_{a1} = 2 \text{ см}$$

$$U_{a1} = 100 \text{ B} \quad U_{a2} = 60 \text{ B}$$

$$U_L = 180 \text{ B} \quad U_C = 300 \text{ B}$$

$$U = 200 \text{ B} \quad I = 20 \text{ A}$$

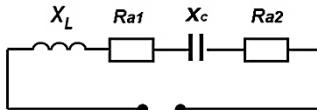
$$U_{a2} = 1,2 \text{ см}$$

$$U_L = 3,6 \text{ см}$$

$$U_C = 6 \text{ см}$$

$$U = 4 \text{ см}$$

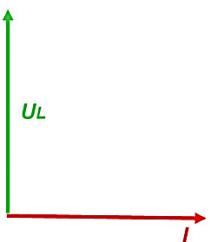
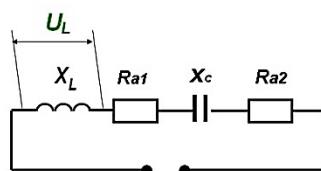
1. Откладываем горизонтально вектор $I = 4 \text{ см}$



2. В электрической схеме первым по счету стоит реактивное индуктивное сопротивление X_L

- Падение напряжения на нем U_L

- На векторной диаграмме вектор U_L откладывается относительно вектора тока вверх (против часовой стрелки)

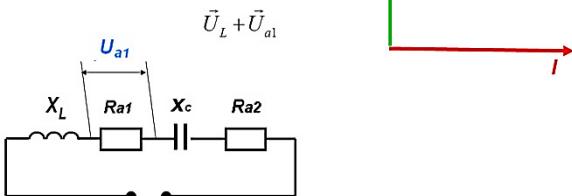


3. В электрической схеме вторым по счету стоит активное сопротивление R_{a1}

- Падение напряжения на нем U_{a1}

- На векторной диаграмме вектор U_{a1} откладывается относительно вектора тока параллельно

- При этом производится векторное сложение

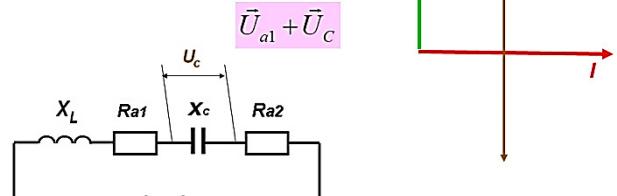


4. В электрической схеме третьим по счету стоит реактивное емкостное сопротивление X_c

- Падение напряжения на нем U_C

- На векторной диаграмме вектор U_C откладывается относительно вектора тока вниз (по часовой стрелке)

- При этом производится векторное сложение



5. В электрической схеме четвертым по счету стоит активное сопротивление R_{a2}

- Падение напряжения на нем U_{a2}

- На векторной диаграмме вектор U_{a2} откладывается относительно вектора тока параллельно

- При этом производится векторное сложение

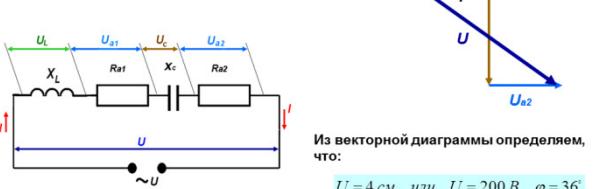


6. После геометрического сложения всех четырех векторов напряжений определяем полное напряжение схемы:

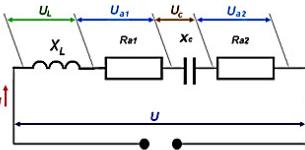
$$\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_{a1} + \vec{U}_C + \vec{U}_{a2}$$

- Для этого соединяем начало самого первого сопротивления U_L

с концом самого последнего вектора U_{a2}



Из векторной диаграммы определяем, что:
 $U = 4 \text{ см}$ или $U = 200 \text{ В}$ $\varphi = 36^\circ$

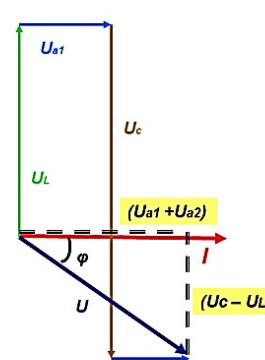


Вектор U является гипотенузой прямоугольного треугольника, катеты которого:

$$(U_{a1} + U_{a2}) \quad (U_c - U_L)$$

по теореме Пифагора :

$$U^2 = (U_{a1} + U_{a2})^2 + (U_c - U_L)^2$$



ОПРЕДЕЛЯЕМ активную мощность электрической цепи:

$$P = I^2 \cdot (R_{a1} + R_{a2}) = 20^2 \cdot (5 + 3) = 3200 \text{ Вт}$$

или

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 200 \cdot 20 \cdot 0,8 = 3200 \text{ Вт}$$

ОПРЕДЕЛЯЕМ реактивную мощность электрической цепи:

$$Q = I^2 \cdot (X_c - X_L) = 20^2 \cdot (15 - 9) = 2400 \text{ ВАр}$$

или

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 200 \cdot 20 \cdot 0,6 = 2400 \text{ ВАр}$$

ОПРЕДЕЛЯЕМ полную мощность электрической цепи:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3200^2 + 2400^2} = 4000 \text{ ВА}$$

или

$$S = U \cdot I = 200 \cdot 20 = 4000 \text{ ВА}$$

Данные для расчета смотреть в Приложении 3.

Методические указания к решению задачи 10, 11

Расчет трехфазных электрических цепей переменного тока №10,11

Теоретические сведения:

В трехфазной системе переменного тока действуют три эдс одинаковой частоты, взаимно смещенные по фазе на одну треть ($\frac{1}{3}T$) периода.

$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$e_C = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

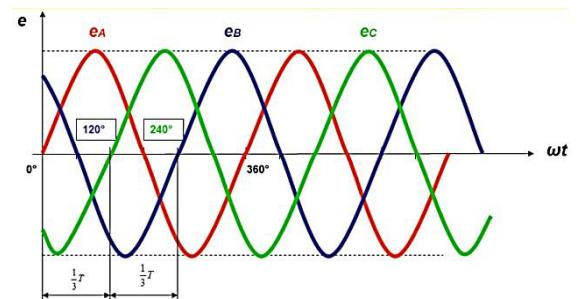


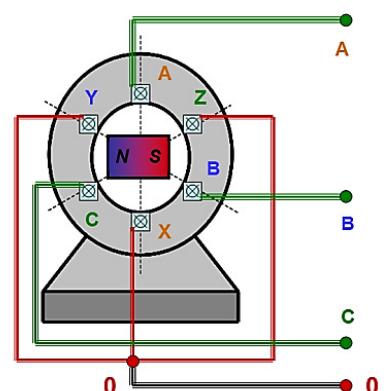
рис.8

Обмотки генератора можно соединить двумя способами: «звездой» и «треугольником».

Соединение обмоток генератора «звездой».

При соединении обмоток звездой концы обмоток X, Y, Z соединяются в одну точку N, называемую *нулевой точкой или нейтралью генератора*.

В четырехпроводной системе к нейтрали присоединяется нейтральный, или нулевой провод. К



Четырехпроводная

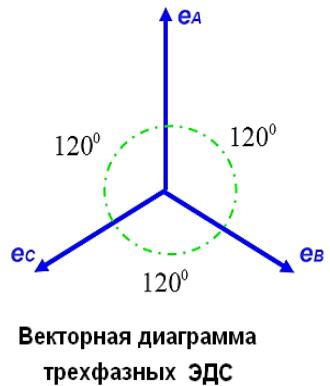
рис.9

началам обмоток генератора присоединяются три линейных провода.

Напряжения между началами и концами фаз, или, что то же, напряжения между каждым из линейных проводов и нулевым, называются *фазными напряжениями* и обозначаются U_A, U_B, U_c или в общем виде U_ϕ

Напряжения между началами обмоток, или, что то же, между линейными проводами, называются *линейными напряжениями* и обозначаются U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} или в общем виде U_L .

Обычно все фазы обмотки генератора выполняются одинаковыми, так что действующие значения эдс в фазах равны, т. е. $E_A=E_B=E_C$, но сдвинуты относительно друг друга на $\angle\varphi = 120^\circ$. На векторной диаграмме это показывается следующим образом.



Такую же диаграмму имеют фазные напряжения генератора U_A, U_B, U_c .

Соотношение между линейными и фазными напряжениями при соединении обмоток генератора «звездой».

.....
.....
.....
.....
.....

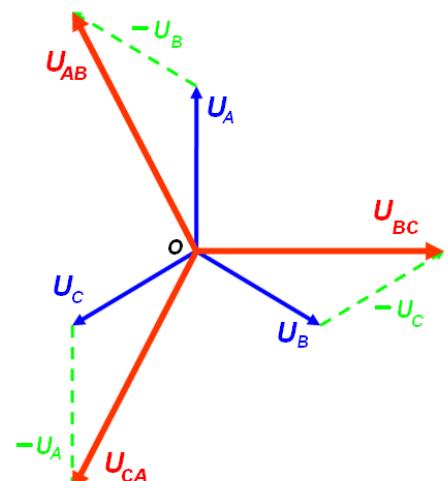
Вектор линейного напряжения равен разности векторов соответствующих фазных напряжений.

.....
.....
.....
.....
.....

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_A - \vec{U}_B = \vec{U}_A + (-\vec{U}_B)$$

$$\vec{U}_{BC} = \vec{U}_B - \vec{U}_C = \vec{U}_B + (-\vec{U}_C)$$

$$\vec{U}_{CA} = \vec{U}_C - \vec{U}_A = \vec{U}_C + (-\vec{U}_A)$$

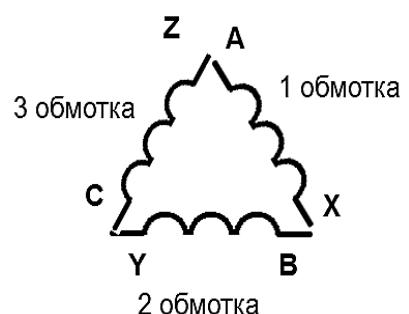


Векторная диаграмма напряжений

$$U_L = \sqrt{3} U_\phi$$

Соединение обмоток генератора «треугольником».

При соединении обмоток трехфазного генератора треугольником конец первой обмотки X соединяется с началом второй обмотки B , конец второй обмотки Y соединяется с началом третьей обмотки C и конец третьей обмотки Z с началом первой A . Три линейных провода, идущих к приемникам энергии, присоединяются к началам фаз A, B и C .



При таком соединении обмоток фазные напряжения *равны линейным*.

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_A \\ U_{BC} &= U_B \\ U_{CA} &= U_C \end{aligned}$$

$$U_\varphi = U_\text{L}$$

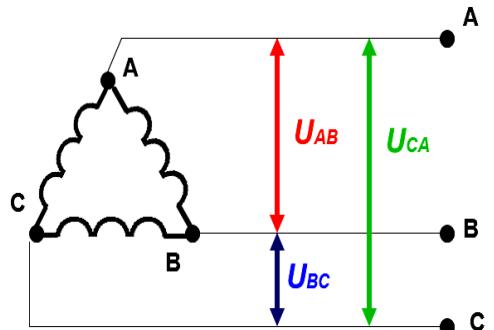


Схема соединения обмоток трехфазного генератора треугольником

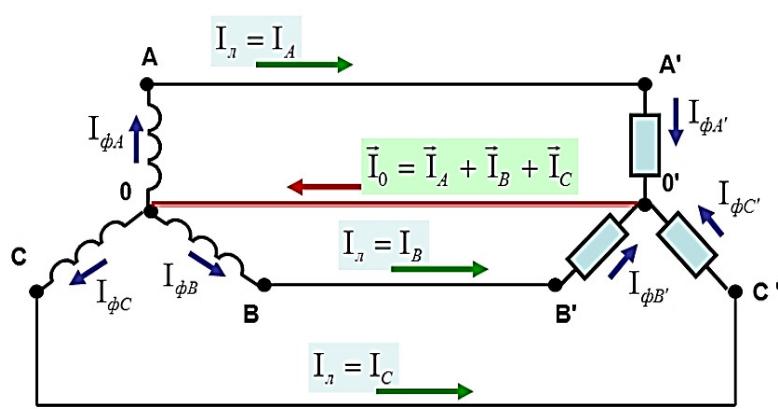
Соединение генератора и приемника энергии «звездой». при таком соединении система может быть

1. Четырехпроводной – используется при осветительной нагрузке
2. Трехпроводной – используется при силовой нагрузке (т.е. при подключении электродвигателей)

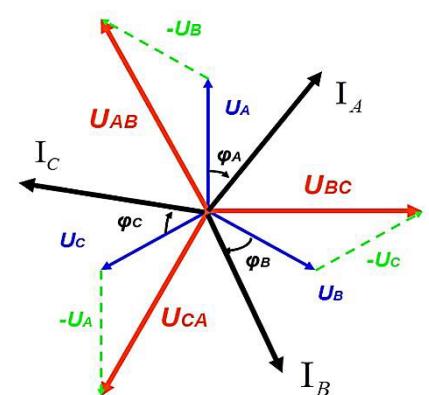
Четырехпроводная система трехфазного тока.

Если фазные обмотки генератора или потребителя соединить так, чтобы концы обмоток были соединены в одну общую точку, а начала обмоток присоединены к линейным проводам, то такое соединение называется соединением звездой и обозначается условным знаком Y. На рисунке обмотки генератора и потребителя соединены звездой. Точки, в которых соединены концы фазных обмоток генератора или потребителя, называются соответственно нулевыми точками генератора (0) и потребителя (0').

Обе точки 0 и 0' соединены проводом, который называется *нулевым*, или *нейтральным проводом*. Остальные три провода трехфазной системы, идущие от генератора к потребителю, называются *линейными проводами*. Таким образом, генератор соединен с потребителем четырьмя проводами. Поэтому эта система называется *четырехпроводной системой трехфазного тока*.



Трехфазная четырехпроводная система переменного тока



Векторная диаграмма линейных и фазных напряжений, линейных токов для соединения «звездой»

Ток, протекающий по фазной обмотке генератора или потребителя, называется *фазным током* и обозначается в общем виде I_ϕ . Ток, протекающий по линейному проводу,

называется *линейным током* и обозначается в общем виде I_n . По нулевому проводу протекает ток, равный геометрической сумме трех токов: $\vec{I}_0 = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$.

При соединении звездой линейный ток равен фазному току $I_n = I_\phi$

Напряжения, измеренные между началами фаз генератора (или потребителя) и нулевой точкой (или нулевым проводом), называются фазными напряжениями и обозначаются U_A , U_B , U_C или в общем виде U_ϕ .

Напряжения, измеренные между началами двух фаз: A и B , B и C , C и A — генератора или потребителя, называются линейными напряжениями и обозначаются U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} или в общем виде U_n . При этом $U_n = \sqrt{3} U_\phi$.

Определение фазных токов приемников, производится так же, как и в однофазных цепях переменного тока:

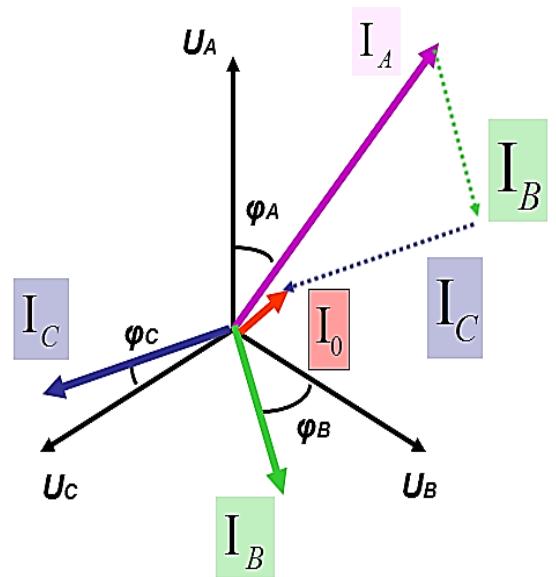
$$I_A = \frac{U_A}{Z_A} \quad I_B = \frac{U_B}{Z_B} \quad I_C = \frac{U_C}{Z_C}$$

Углы сдвига токов относительно фазных напряжений определяются из формул:

$$\cos \varphi_A = \frac{r_A}{z_A} \quad \cos \varphi_B = \frac{r_B}{z_B} \quad \cos \varphi_C = \frac{r_C}{z_C}$$

Действующее значение тока в нейтральном проводе можно определить только с помощью векторной диаграммы при геометрическом сложении векторов линейных (фазных) токов:

$$\vec{I}_0 = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$$



Соединение генератора и приемника энергии «треугольником».

Кроме соединения звездой, генераторы, трансформаторы, двигатели и другие потребители трехфазного тока могут включаться «треугольником».

Соединение треугольником выполняется таким образом, чтобы конец фазы A был соединен с началом фазы B , конец фазы B соединен с началом фазы C и конец фазы C соединен с началом фазы A .

К местам соединения фаз присоединяют линейные провода.

Если обмотки генератора соединены треугольником, то линейное напряжение создает каждая фазная обмотка.

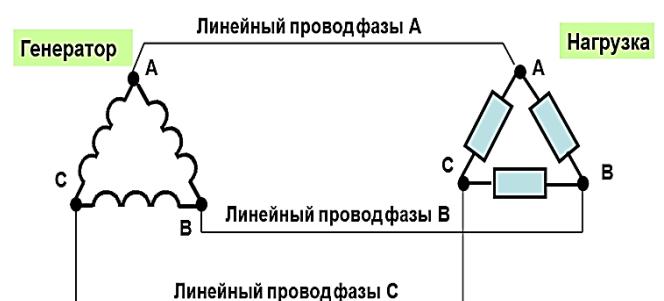


Схема включения генератора и нагрузки «треугольником»

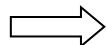
У потребителя, соединенного треугольником, линейное напряжение подключается к зажимам фазного сопротивления. Следовательно, при соединении треугольником фазное напряжение равно линейному напряжению: $U_\lambda = U_\phi$. И по схеме идут линейные и фазные токи.

Зависимость между фазными и линейными токами при соединении треугольником:

$$\vec{I}_A = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA}$$

$$\vec{I}_B = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB}$$

$$\vec{I}_C = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC}$$



Линейные токи равны геометрической разности фазных токов.

При симметричной нагрузке фазные токи одинаковы по величине и сдвинуты один относительно другого на 120° . Производя вычитание векторов фазных токов согласно полученным уравнениям, получаем линейные токи.

Из векторной диаграммы видно, что при соединении «треугольником» линейный ток больше фазного тока в $\sqrt{3}$ раз: $I_\lambda = \sqrt{3} I_\phi$

Мощности трехфазного переменного тока

При равномерной нагрузке мощность, потребляемая от трехфазной сети, независимо от способа включения нагрузки, выражается следующей формулой:

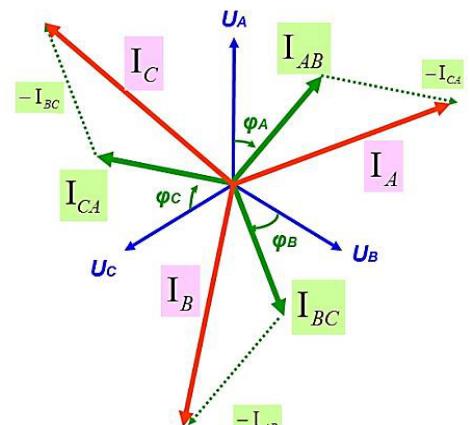
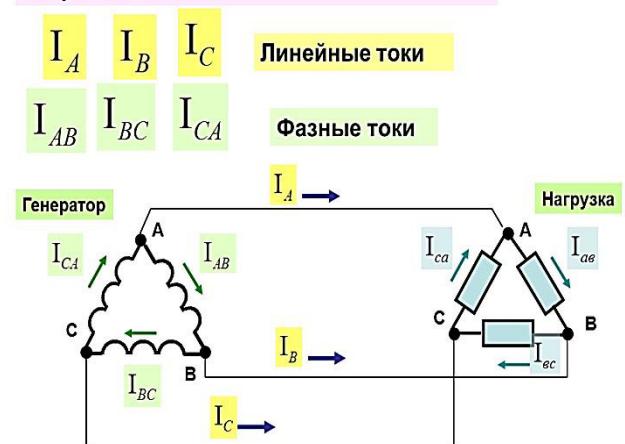
$P = \sqrt{3} I_\lambda U_\lambda \cos \varphi$ активная мощность трехфазного тока при соединении звездой и треугольником

$P = \sqrt{3} I_\lambda U_\lambda \sin \varphi$ реактивная мощность трехфазного тока при соединении звездой и треугольником

$S = \sqrt{3} I_\lambda U_\lambda$ полная мощность при соединении звездой и треугольником Для измерения мощности применяют специальные измерительные приборы, называемые ваттметрами.

При соединении «треугольником»
фазное напряжение равно линейному
напряжению:

$$U_\lambda = U_\phi$$

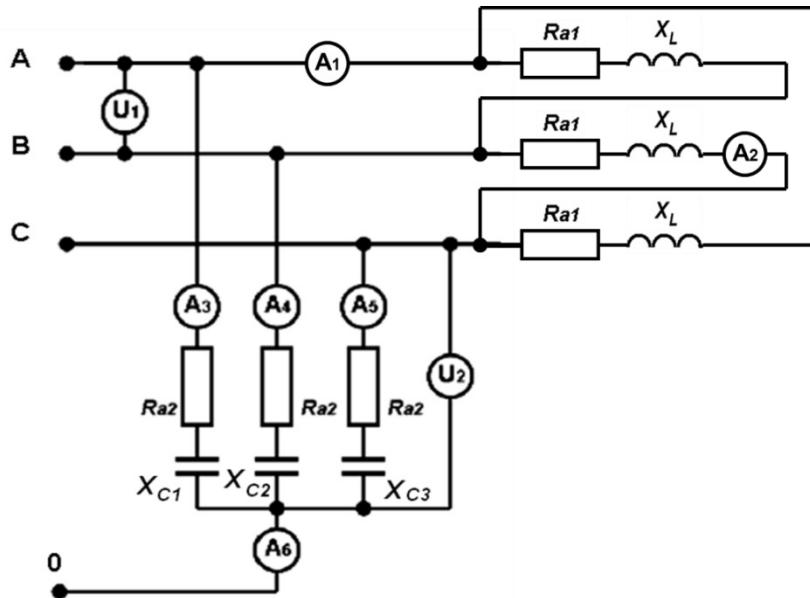


Векторная диаграмма
линейных и фазных токов
для соединения "треугольником"

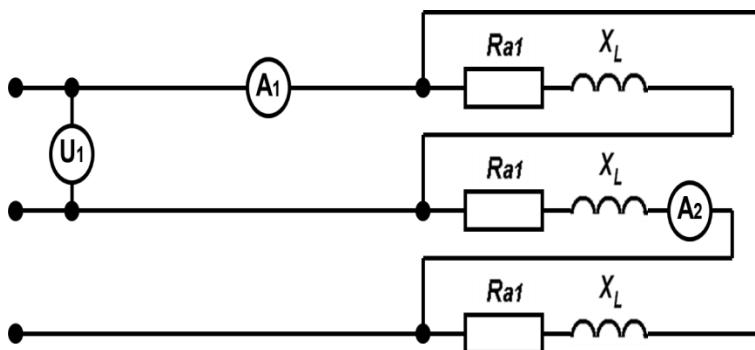
Пример 5, 6:

Расчетно - графическая работа №5, 6

Расчет трехфазных электрических цепей переменного тока



1. Расчет трехфазных электрических цепей, соединенных «треугольником»:



Дано: В трехфазную систему включена:

$$R_1 = R_A = R_B = R_C = 10 \text{ Ом}$$

а) симметричная активно-индуктивная нагрузка – $X_L = X_A = X_B = X_C = 8 \text{ Ом}$

Определить : показания всех приборов, включенных в схему и построить векторные диаграммы нагрузок если $U_1=220 \text{ В}$

Решение:

1) Определяем схему соединения нагрузок: Симметричная нагрузка $Ra1 - XL$ соединена в «треугольник»

– вольтметр U_1 - общий для всей цепи, включен между линейными проводами А и В:

$$U_1 = U_\lambda = 220 \text{ B}$$

- амперметр A_1 измеряет линейный ток для нагрузки, соединенной в «треугольник»:

$$A_1 = I_{\lambda 1}$$

- амперметр A_2 измеряет фазный ток для нагрузки, соединенной в «треугольник»:

$$A_2 = I_{\phi 2}$$

$$U_\lambda = U_\phi$$

При соединении генератора и нагрузки «треугольником»:

Расчет линейного и фазного напряжений цепи: $U_\lambda = U_\phi = 220 \text{ B}$

Расчет линейных и фазных токов цепи: $I_\lambda = \sqrt{3} \cdot I_\phi$

Ток каждой фазы определяется по закону Ома: $I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi}$

$$\underline{\text{Ток фазы } A} \quad I_{\phi A} = \frac{U_\phi}{Z_{\phi A}} = \frac{220}{12,8} = 17 \text{ A}$$

$$Z_{\phi A} = \sqrt{R_{a1}^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 8^2} = \sqrt{164} = 12,8 \text{ Om}$$

$$\underline{\text{Ток фазы } B} \quad I_{\phi B} = \frac{U_\phi}{Z_{\phi B}} = \frac{220}{12,8} = 17 \text{ A}$$

$$Z_{\phi B} = \sqrt{R_{a1}^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 8^2} = \sqrt{164} = 12,8 \text{ Om}$$

$$\underline{\text{Ток фазы } C} \quad I_{\phi C} = \frac{U_\phi}{Z_{\phi C}} = \frac{220}{12,8} = 17 \text{ A}$$

$$Z_{\phi C} = \sqrt{R_{a1}^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 8^2} = \sqrt{164} = 12,8 \text{ Om}$$

Определяем линейный ток для каждой фазы:

$$I_{\lambda A} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi A} = \sqrt{3} \cdot 17 = 29,4 \text{ A}$$

$$I_{\lambda B} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi B} = \sqrt{3} \cdot 17 = 29,4 \text{ A}$$

$$I_{\lambda C} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi C} = \sqrt{3} \cdot 17 = 29,4 \text{ A}$$

Начертим в масштабе векторную диаграмму

$$M_U = \frac{40 B}{1 \text{ см}} \Rightarrow U_\phi = U_\lambda = 5,5 \text{ см}$$

$$M_I = \frac{5 A}{1 \text{ см}} \Rightarrow I_\lambda = 5,9 \text{ см}, \quad I_\phi = 3,4 \text{ см}$$

Построение начинаем с векторов напряжений, располагая их под углом 120 градусов друг относительно друга.

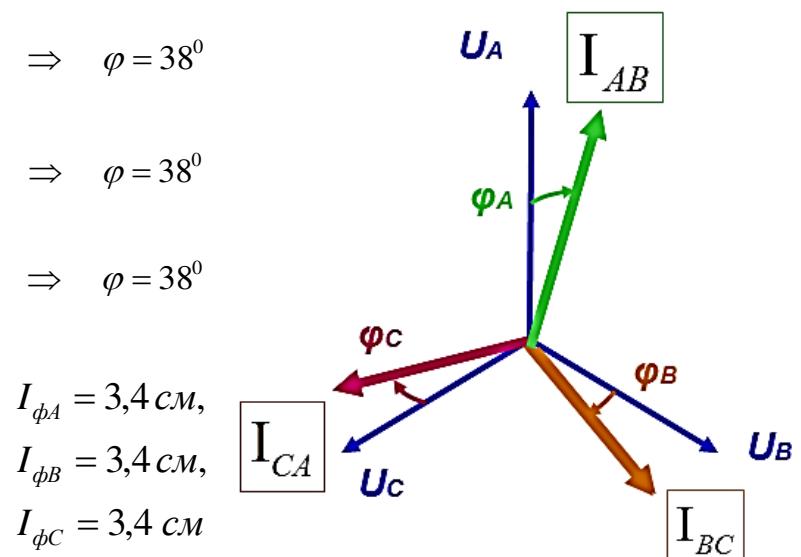
Откладываем фазные токи. Для этого определяем углы сдвигов фазных токов относительно фазных напряжений:

фаза A $\cos \varphi_A = \frac{R_{a1}}{Z_A} = \frac{10}{12,8} = 0,78 \Rightarrow \varphi = 38^\circ$

фаза B $\cos \varphi_B = \frac{R_{a1}}{Z_B} = \frac{10}{12,8} = 0,78 \Rightarrow \varphi = 38^\circ$

фаза C $\cos \varphi_C = \frac{R_{a1}}{Z_C} = \frac{10}{12,8} = 0,78 \Rightarrow \varphi = 38^\circ$

т.к. нагрузка в «треугольнике» активно – индуктивная, то откладываем фазные токи под углами, соответствующими каждой фазе в сторону отставания от фазных напряжений (по часовой стрелке)



Определяем линейные токи:

Линейные токи равны геометрической разности фазных токов.

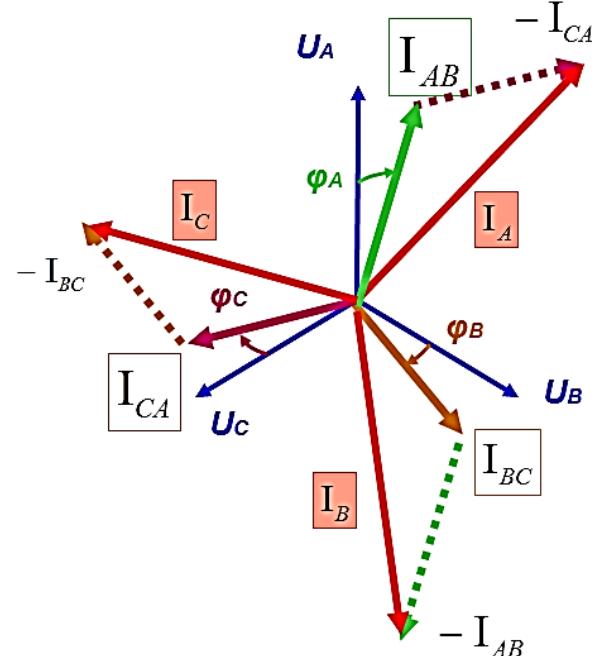
$$\vec{I}_A = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA} = \vec{I}_{AB} + (-\vec{I}_{CA})$$

$$\vec{I}_B = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB} = \vec{I}_{BC} + (-\vec{I}_{AB})$$

$$\vec{I}_C = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC} = \vec{I}_{CA} + (-\vec{I}_{BC})$$

Определяем линейные токи по векторной диаграмме с помощью линейки:

$$I_\lambda = I_A = I_B = I_C = 5,9 \text{ см} \cdot 5 \text{ A} \approx 29,4 \text{ A}$$



2. Расчет трехфазных электрических цепей, соединенных «звездой»:

Дано: В трехфазную систему включена:

а) несимметричная активно - емкостная нагрузка:

$$R_{a2} = 10 \text{ Ом}$$

$$X_{C1} = 2 \text{ Ом}$$

$$X_{C2} = 4 \text{ Ом}$$

$$X_{C3} = 6 \text{ Ом}$$

Определить : показания всех приборов, включенных в схему и построить векторные диаграммы нагрузок если $U_1=220 \text{ В}$

Решение:

1) Определяем схему соединения нагрузок:

Несимметричная нагрузка $R_{a2} - X_C$ соединена в «звездой» с нулевым проводом

2) Определяем электрические параметры, измеряемые включенными в цепь приборами.

- вольтметр U_1 - общий для всей цепи, включен между линейными проводами А и В:

$$U_1 = U_\alpha = 220 \text{ В}$$

- вольтметр U_2 включен между линейным проводом С и нулевым проводом 0, нагрузки соединенной «звездой»: $U_2 = U_{\phi 2}$

- Амперметры A_3, A_4, A_5 , измеряют фазные токи фаз А, В, С нагрузки, соединенной «звездой»:

$$\left. \begin{array}{l} A_3 = I_{\phi A} \\ A_4 = I_{\phi B} \\ A_5 = I_{\phi C} \end{array} \right\}$$

- Амперметр A_6 измеряет нулевой ток нагрузки, соединенной «звездой»: $A_6 = I_0$

Расчет цепи соединенной «звездой»:

$$U_\alpha = \sqrt{3} U_\phi$$

При соединении генератора и нагрузки «звездой»:

Расчет линейного и фазного напряжений цепи:

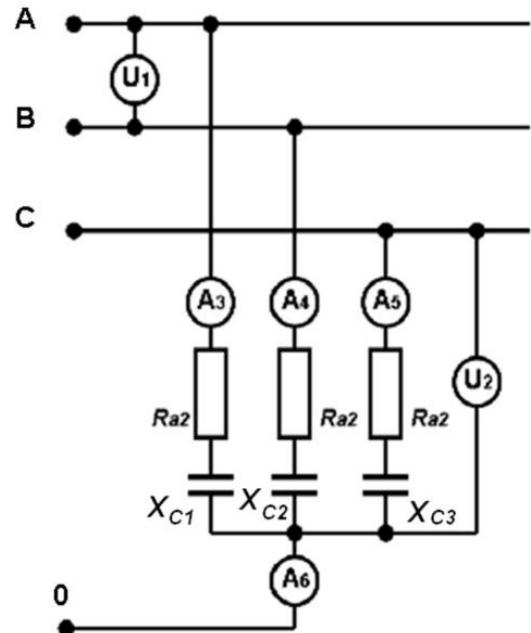
- Общее линейное напряжение цепи $U_\alpha = 220 \text{ В}$

- Фазное напряжение:

$$U_\phi = \frac{U_\alpha}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}$$

Расчет линейных и фазных токов цепи

$$I_\alpha = I_\phi$$



При соединении генератора и нагрузки «звездой» линейный ток равен фазному току:

Ток каждой фазы определяется по закону Ома: $I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi}$

$$\text{Ток фазы } A \quad I_{\phi A} = I_{\phi A} = \frac{U_\phi}{Z_{\phi A}} = \frac{127}{10,2} = 12,5 \text{ A} \quad Z_{\phi A} = \sqrt{R_{a2}^2 + Xc_1^2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{104} = 10,2 \text{ Ом}$$

$$\text{Ток фазы } B \quad I_{\phi B} = I_{\phi B} = \frac{U_\phi}{Z_{\phi B}} = \frac{127}{10,8} = 11,8 \text{ A} \quad Z_{\phi B} = \sqrt{R_{a2}^2 + Xc_2^2} = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} = 10,8 \text{ Ом}$$

Ток фазы C

$$I_{\phi C} = I_{\phi C} = \frac{U_\phi}{Z_{\phi C}} = \frac{127}{11,7} = 10,85 \text{ A} \quad Z_{\phi C} = \sqrt{R_{a2}^2 + Xc_3^2} = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 11,7 \text{ Ом}$$

Ток в нулевом проводе равен: $\vec{I}_0 = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$

Для определения тока I_0 в нулевом проводе начертим в масштабе векторную диаграмму:

$$M_U = \frac{40 \text{ В}}{1 \text{ см}} \Rightarrow U_\phi = 3,2 \text{ см}; \quad U_\alpha = 5,5 \text{ см}$$

$$M_I = \frac{3 \text{ А}}{1 \text{ см}} \Rightarrow I_{\phi A} = 4,2 \text{ см},$$

$$I_{\phi B} = 4 \text{ см}, \quad I_{\phi C} = 3,6 \text{ см}$$

- Построение начинаем с векторов фазных напряжений U_ϕ , располагая их под углом 120° друг относительно друга: $U_\phi = 3,2 \text{ см} = 127 \text{ В}$

Находим линейные напряжения U как разность 2х соответствующих фазных напряжений:

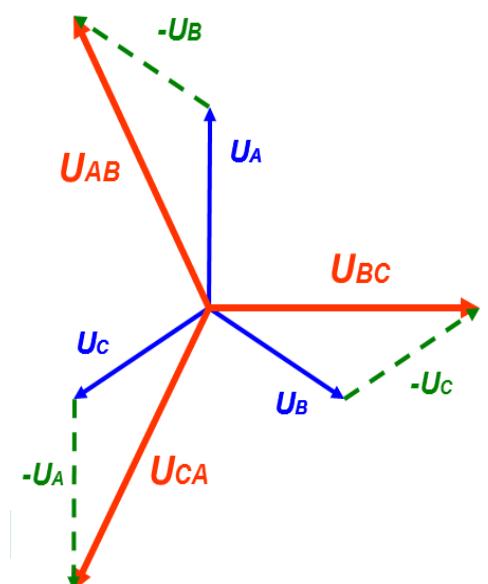
$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_A - \vec{U}_B = \vec{U}_A + (-\vec{U}_B)$$

$$\vec{U}_{BC} = \vec{U}_B - \vec{U}_C = \vec{U}_B + (-\vec{U}_C)$$

$$\vec{U}_{CA} = \vec{U}_C - \vec{U}_A = \vec{U}_C + (-\vec{U}_A)$$

По векторной диаграмме получается:

$$U_\alpha = 5,5 \text{ см} = 220 \text{ В}$$

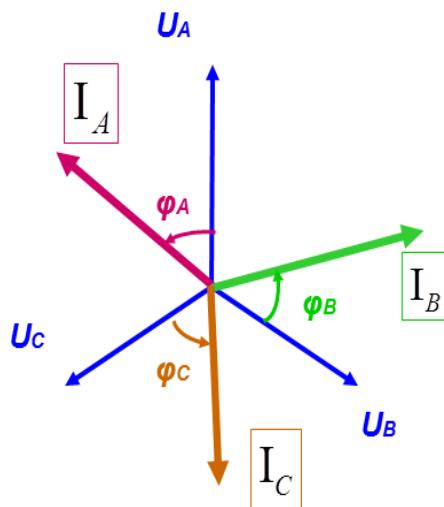


Откладываем фазные токи.

Для этого определяем углы сдвигов фазных токов относительно фазных напряжений:

<i>фаза A</i>	$\cos \varphi_A = \frac{R_{a2}}{Z_A} = \frac{6}{10,2} = 0,59 \Rightarrow \varphi = 53^0$	$I_{\varphi A} = 4,2 \text{ см},$
<i>фаза B</i>	$\cos \varphi_B = \frac{R_{a2}}{Z_B} = \frac{6}{10,8} = 0,55 \Rightarrow \varphi = 56^0$	$I_{\varphi B} = 4 \text{ см},$
<i>фаза C</i>	$\cos \varphi_C = \frac{R_{a2}}{Z_C} = \frac{6}{11,7} = 0,51 \Rightarrow \varphi = 59^0$	$I_{\varphi C} = 3,6 \text{ см}$

т.к. нагрузка в «звезды» активно – емкостная, то откладываем фазные токи под углами, соответствующими каждой фазе в сторону опережения фазных напряжений (против часовой стрелки)



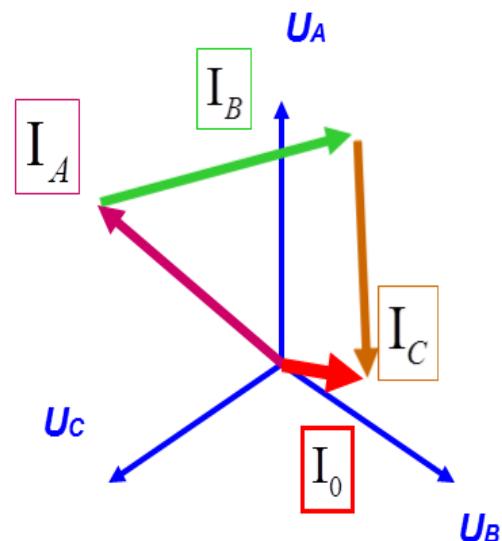
Ток в нулевом проводе равен геометрической сумме трех фазных токов:

$$\vec{I}_0 = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$$

По диаграмме с помощью линейки определяем:

$$I_0 = 0,8 \text{ см}$$

$$I_0 = 0,8 \text{ см} \cdot 3A = 2,4 \text{ А}$$

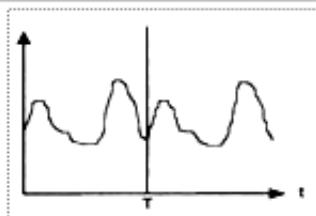


Практическая работа № 15. Спектр дискретного сигнала

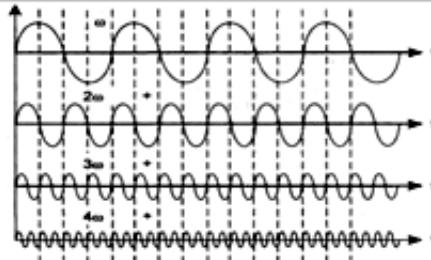
Практическая работа № 16. Анализ дискретного сигнала

**Важная роль при определении
параметров линий связи
отводится спектральному
разложению передаваемого по
этой линии сигнала.**

Любой периодический процесс можно представить в виде
суммы синусоидальных колебаний
различных частот и различных амплитуд



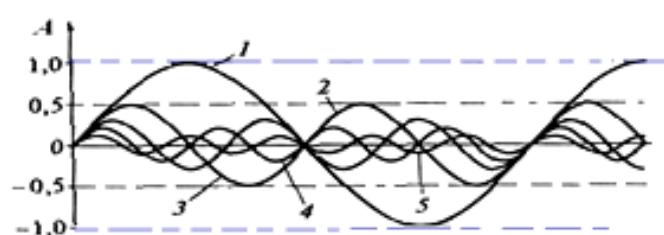
=



Каждая
составляющая
синусоида
называется
гармоникой

Набор всех гармоник называют
**спектральным разложением, или
спектром исходного сигнала.**

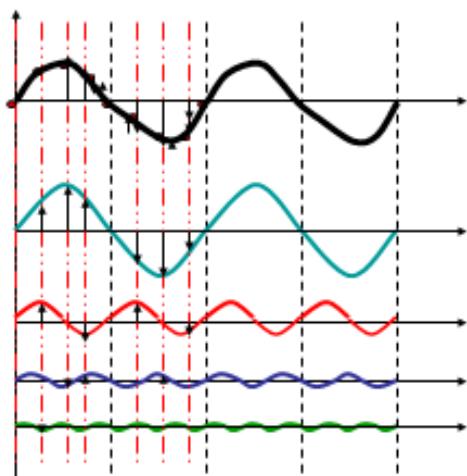
Представление непрерывных сигналов в виде совокупности постоянной составляющей и суммы гармонических колебаний с кратными частотами называется спектральным разложением (представлением) сигналов.



Набор гармоник:

- 1 – первая гармоника A_1 (50 Гц);
- 2 – вторая гармоника A_2 (100 Гц);
- 3 – третья гармоника A_3 (150 Гц);
- 4 – четвёртая гармоника A_4 (200 Гц);
- 5 – пятая гармоника A_5 (250 Гц).

Правила сложения гармоник



Конкретная форма сигнала определяется простым суммированием синхронных текущих мгновенных значений всех исходных гармоник.

На спектральных диаграммах:

- ✓ по горизонтали (оси абсцисс) откладывают текущую угловую (или циклическую) частоту ω (f)
- ✓ а по вертикали (оси ординат) — значение амплитуды A или фазы ϕ соответствующей гармоники анализируемого сигнала.

Способ представления: частотный спектр

Другим основным способом представления гармоник является частотный (амплитудный) спектр.

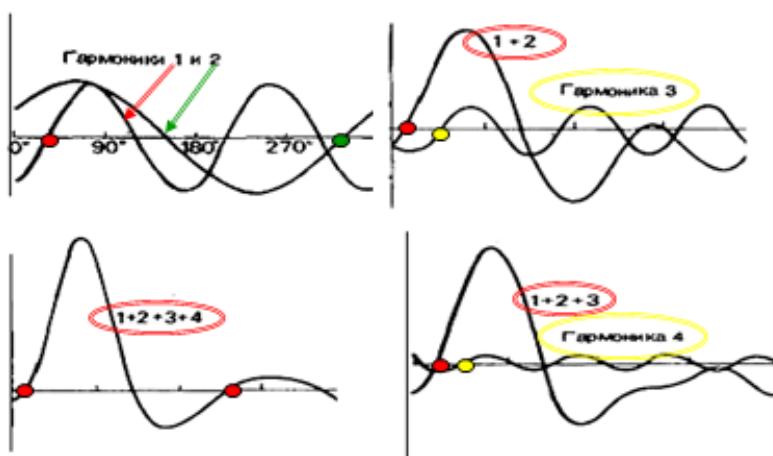
Это практическое графическое средство позволяет оценить присутствующие гармоники.

Спектр представляет собой гистограмму, отображающую амплитуду каждой гармоники в зависимости от её порядка. Этот способ представления также называют спектральным анализом.

Исследование спектра позволяет оценить одновременно и сами присутствующие гармоники и их величину.

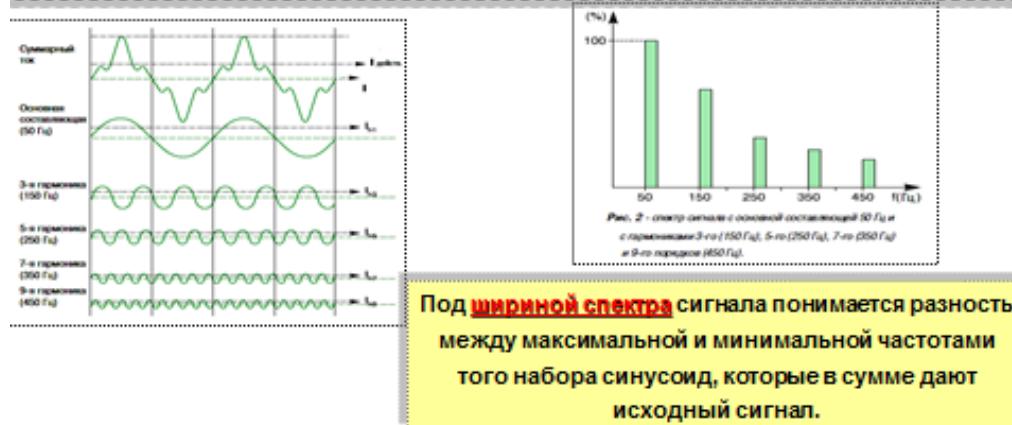
Конкретная несинусоидальность (искажение формы) сигналов определяется не только числом исходных гармоник, их амплитудами и частотами, но и **начальным фазовым сдвигом - фазовым спектром**.

Совокупность фаз гармонических составляющих *фп* называется **спектром фаз**.



Сложение гармоник со сдвигом фаз

Наиболее информативным является **амплитудный спектр**, поскольку с его помощью можно оценивать количественное содержание гармоник в частотном составе анализируемого сигнала.



Конкретная несинусоидальность (искажение формы) сигналов определяется не только числом исходных гармоник, их амплитудами и частотами, но и **начальным фазовым сдвигом - фазовым спектром**.

Совокупность фаз гармонических составляющих ϕ_k называется **спектром фаз**.

Спектральное разложение сигнала

Любой периодический сигнал состоит из гармоник. Значение амплитуд (A_k), частот (ω_k) и начальных фаз (ϕ_k), которых можно найти посредством разложения в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} S(t) &= A_0 + A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \sin(2\omega_1 t + \phi_2) + \\ &+ A_3 \sin(3\omega_1 t + \phi_3) + \dots + A_n \sin(n\omega_1 t + \phi_n) \\ &= A_0 + \sum A_k \sin(k\omega_1 t + \phi_k) \end{aligned}$$

Если изобразить амплитуду A_k и фазу ϕ_k каждой гармоники на рисунке, то получим спектральные диаграммы. Распределение амплитуд A_k гармоник по частоте называется **спектром амплитуд сигналла**, а распределение фаз ϕ_k – **спектром фаз**.

