ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Сибирский колледж транспорта и строительства

СБОРНИК ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для специальности

23 .02 .07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов автомобилей

базовая подготовка

среднего профессионального образования

Иркутск 2023 г.

РАССМОТРЕНО:
ЦМК математики, физики
Председатель ЦМК:
Новикова Т.П.
Протокол № 9
«29» мая 2023г

Составитель: Новикова Т.П., преподаватель высшей категории, Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения».

Содержание

Предисловие

Сборник задач содержит задания для практических работ, предназначенных для более глубокого изучения дисциплины; систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений; углубления и расширения теоретических и практических знаний; формирования умений использовать специальную, справочную литературу, а так же содержит методические указания по выполнению предложенных заданий и список литературы, необходимой для изучения дисциплины.

Использование данного сборника задач в учебном процессе позволит каждому студенту освоить теоретический материал, даст возможность применить полученные знания на практике.

Указания к оцениванию практических работ

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 89	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Тема: Функция одной независимой переменной.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Построение графиков реальных функций с помощью геометрических преобразований.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение строить графики функций с помощью геометрических преобразований.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ:

1.Дайтеопределение понятия функции.

2.Перечислите способы задания функций.

3.Перечислите основные элементарные функции, их свойства и графики.

4.Перечислите геометрические преобразования функций.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Построить график функции, используя геометрические преобразования:

а) $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{4})$

1.Построим график основной функции $y = \sin x$.

2.Построим график функции $y = \sin 3x$, который олучается из предыдущего сжатием в з раза по оси ОХ к оси ОУ.

3. Построим график функции $y = \sin(3x - \frac{\pi}{4})$, который получается из предыдущего сдвигом вправо на $\frac{\pi}{4}$.

4. Построим график функции $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{4})$, который получается из предыдущего путем растяжения по оси ОУ от оси ОХ в 2 раза.

б)$y = (x + 2)^2 – 1$

в)$y = 2x^3 + 1$

4) самостоятельное выполнение типового расчета:

Построить графики функций, используя геометрические преобразования:

1) $y = (x – 2)^2 + 1$

2) $y = 2 - \frac{x^3}{2}$

3) $y = 3\cos(x + \frac{\pi}{4}) – 1$

Тема: Предел функции. Непрерывность функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Нахождение предела функции

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение исследовать функцию на непрерывность, умение вычислять пределы.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1.Что понимают под пределом функции на бесконечности?

2.Что понимают под пределом функции в точке?

3.Какая функция называется непрерывной в точке на промежутке Х?

4.Какие арифметические операции можно выполнять над пределами?

5.Как вычислить предел во внутренней точке области определения любой элементарной функции?

6.Какая функция называется бесконечно малой (бесконечно большой) в точке на бесконечности?
7.Какова взаимосвязь между бесконечно малыми и бесконечно большими?
8.Каковы основные приемы раскрытия неопределенностей $0 \cdot \infty, \infty - \infty$, ?
9.Какую точку называют точкой разрыва 1 рода?
10.Какую точку называют точкой разрыва 2 рода?
11.Какую точку называют точкой устранимого разрыва?
12.В чем суть исследования функции на непрерывность?
13.Что такое асимптота графика функции? какие существуют виды асимптот? Как найти вертикальные асимптоты? наклонные асимптоты?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции. $f(x) = \begin{cases} x-2, x<0, \\ (x-1)^2, 0 \le x < 2, \\ -x+3, x \ge 2. \end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$a)\ f(x) = \frac{x+4}{2x^2+7x-4}$, b) $f(x) = \frac{2x^2+7x-4}{x+4}$

3.Вычислить пределы функций

1) $\lim_{x \to \frac{n}{m}} \frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m}$ 2) $\lim_{x\to\infty} \frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$

Вариант	m	n
1	3	4
2	4	5
3	6	7

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции. $f(x) = \begin{cases} -x+1, x \le -1, \\ x^2-1, -1 < x \le 2, \\ 3, x > 2. \end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$a)\ f(x) = \frac{x+7}{x^2+6x-7}$, b) $f(x) = \frac{x^2+6x-7}{x+7}$

3.Вычислить пределы функций

1) $\lim_{x \to \frac{n}{m}} \frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m}$

2) 2) $\lim_{x\to\infty} \frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$

3) $\lim(_{x\to\infty} \frac{m\cdot x-n}{m\cdot x+n})^{(m+n)\cdot x}$

Вариант	m	n
1	8	9
2	6	4
3	4	3

Тема: Дифференциальное и интегральное исчисление.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Вычисление производных функций. Применение производных к решению практических задач.

Цель работы: Проверить на практике знание понятия производной функции, понимание геометрического смысла производной, умение применять их для решения задач, умение находить производные функций, умение находить промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы, промежутки выпуклости, точки перегиба, асимптоты функции, применять полученные знания при построении графика функции и исследовании функции по общей схеме.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1.Что называют производной функции $y = f(x)$ в данной точкеx_0?

2.Каков геометрический смысл производной?

3.В чем заключается физический смысл производной?

4.Что называют производной второго порядка и каков ее физический смысл?

5.Как найти производную сложной функции?

6.В чем заключается признак возрастания и убывания функции? признак существования экстремума?

7.Как с помощью первой производной исследовать функцию на монотонность и экстремумы?

8.Как отыскивают экстремумы функции с помощью второй производной? Почему в точке максимума вторая производная отрицательна, а в точке минимума – положительна?

9.В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?

10.Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?

11.Как по знаку второй производной определяются выпуклость и вогнутость кривой?

12Что называется точкой перегиба и каков признак ее существования? В чем состоит правило нахождения точки перегиба?

13.Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график.

1) а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$

2. Найти наибольшее и наименьшее на отрезке $[0; 6]$ значения функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 16$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба, асимптоты и построить график.

а) $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 3$ г) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+5}$

б) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$

в) $y= - 2x^3-3x^2+1$

2. Найти наибольшее и наименьшее на отрезке $[m;n]$ значения функции $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Вариант	a	b	c	d	m	n
1	-1	9	48	5	-3	10
2	1	-18	105	-35	4	8
3	-1	-3	-45	6	-6	4

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Нахождение неопределенных интегралов различными методами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов различными способами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1.Что является основной задачей интегрального исчисления?

2.Какая функция называется первообразной для данной функции на заданном промежутке? (пример)

3.В чем состоит основное свойство первообразной?

4.Что называется неопределенным интегралом?

5.Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?

6.Чему равны производная и дифференциал неопределенного интеграла?

7.В чем заключаются правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?

8. В чем заключаются правило интегрирования алгебраической суммы функций?

9. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?

9.В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?

Как из формул дифференцирования получают формулы интегрирования?

10.В чем состоит метод непосредственного интегрирования функций? (пример)

11.Как проверить, правильно ли найден интеграл?

12.В чем состоит метод подстановки при нахождении неопределенного интеграла? (пример).

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Задание. Найти неопределенный интеграл.

- $\int(\boldsymbol{m \cdot x^n - \frac{n}{\sqrt[m+1]{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x})\boldsymbol{dx}$
- $\int \frac{\boldsymbol{m+n}}{\boldsymbol{m \cdot x+n}}\boldsymbol{dx}$
- $\int(\boldsymbol{m \cdot x^{m-1} - n}) \cdot (\boldsymbol{x^m - n \cdot x + 5})^{\boldsymbol{m \cdot n}}\boldsymbol{dx}$
- $\int \boldsymbol{x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m)dx}$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{\boldsymbol{m \cdot x}}\boldsymbol{dx}$

Вариант	m	n
1	3	4
2	4	5
3	6	7

Задание. Найти неопределенный интеграл.

- $\int(\boldsymbol{m \cdot x^n - \frac{n}{\sqrt[m+1]{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x})\boldsymbol{dx}$
- $\int \frac{\boldsymbol{m+n}}{\boldsymbol{m \cdot x+n}}\boldsymbol{dx}$
- $\int(\boldsymbol{m \cdot x^{m-1} - n}) \cdot (\boldsymbol{x^m - n \cdot x + 5})^{\boldsymbol{m \cdot n}}\boldsymbol{dx}$
- $\int \boldsymbol{x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m)dx}$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{\boldsymbol{m \cdot x}}\boldsymbol{dx}$

Вариант	m	n
1	7	8
2	2	3
3	6	4

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов в практических задачах

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: закрепить навыки нахождения определенных интегралов, умение применять их для решения задач.

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ:

1.Что такое определенный интеграл от функции $\boldsymbol{y = f(x)}$ по отрезку $[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}]$?

2.В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?

3.В чем состоит физический смысл определенного интеграла?

4.С помощью какой формулы вычисляют определенный интеграл?

5.Каковы основные свойства определенного интеграла?

6.Какова схема решения задачи на вычисление площади фигуры с помощью определенного интеграла? (пример)

7. Какова схема решения физических задач с помощью определенного интеграла? (пример)

2)вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1)$y = x^4$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$
2)$y = x^2 – 4x + 5$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$
3)$y = x^3$, $y = 0$, $x = -1$,
4)$y = 4 – x^2$, осью ох
5)$y = x^3$, $y = 8$, $x = 1$

3)Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:
1)$y = x^2 + 1$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$
2)$y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$

4)Выполнить самостоятельно:
1)$y = x^2$, $y = x + 1$ и осью ох
2) $y = 1 – x^2$, $y = 0$

Тема: Матрицы и определители.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Действия над матрицами. Нахождение обратной матрицы.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над матрицами и навыки вычисления определителей.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимоопроса)

- Что называют матрицей?
- Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
- Какие матрицы называются равными?
- Что называют главной диагональю матрицы?
- Какая квадратная матрица называется диагональной? нулевой? единичной? транспонированной? треугольной? ступенчатой?
- Какие преобразования матрицы называются элементарными? Как привести матрицу к ступенчатому виду? (пример)
- Что называют суммой матриц? В чем состоит обязательное условие существования суммы матриц? Какими свойствами обладает сумма матриц? (пример)
- Что называют произведением матрицы на число? (пример)
- Что называют произведением двух матриц? Как найти произведение двух матриц? В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц? Какими свойствами обладает произведение матриц? (пример)
- Что называют определителем квадратной матрицы? определителем второго порядка? определителем третьего порядка? Какими свойствами обладает определитель?
- В чем состоит метод треугольников для вычисления определителя третьего порядка? (пример)

- Что называют минором? алгебраическим дополнением элемента определителя? (пример)
- В чем состоит метод разложения по элементам строки (столбца)
- для вычисления определителя третьего порядка? высшего порядка? (пример)

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Выполнить действия над матрицами $A=\begin{pmatrix}3 & 7 & 4\\ 1 & 5 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 6 & 4 & 3\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}4 & 2 & 1\\ 7 & 3 & 5\end{pmatrix}$:

A+B-C;
3A+2C-6B

2. Вычислить произведение матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 3 & 7\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 6 & 9\end{pmatrix};$

2) $A=\begin{pmatrix}-1 & 4 & 2\\ 3 & 5 & 1\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}2 & 6 & -3\\ 1 & 7 & -1\\ 3 & 0 & 2\end{pmatrix};$

3. Выполните действия над матрицами:

$$\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{-1} & \mathbf{2}\\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & \mathbf{5} & \mathbf{3}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{3} & \mathbf{2} & \mathbf{1}\\ \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0}\\ \mathbf{-7} & \mathbf{1} & \mathbf{3}\\ \mathbf{4} & \mathbf{1} & \mathbf{2}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{4}\\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} & \mathbf{5}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3}\\ \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{2}\\ \mathbf{-2} & \mathbf{5} & \mathbf{0}\end{pmatrix}$$

4. Вычислите определитель

1) $\begin{vmatrix}-3 & -2\\ 3 & -1\end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & 2 & 3\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix}$ 3) $\begin{vmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3}\\ \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{9}\\ \mathbf{1} & \mathbf{8} & \mathbf{27}\end{vmatrix}$ 4) $\begin{vmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{11} & \mathbf{5}\\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{2}\\ \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{9} & \mathbf{5}\\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{2}\end{vmatrix}$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Выполнить действия над матрицами: $A=\begin{pmatrix}3 & 7 & 4\\ 1 & 5 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 6 & 4 & 3\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}4 & 2 & 1\\ 7 & 3 & 5\end{pmatrix}$:

   A - C+B
   5A+3B-7C

   Найти матрицу, обратную найденной
2. Вычислить произведение матриц:
   $A=\begin{pmatrix}1 & -4\\ 6 & 9\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \frac{3}{5}\end{pmatrix};$

3. Выполните действия над матрицами:
   $$\begin{pmatrix}\mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{1}\\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{5}\\ \mathbf{6} & \mathbf{4} & \mathbf{1}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{3} & \mathbf{4}\\ \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{1}\\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{3}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{3}\\ \mathbf{5} & \mathbf{0}\\ \mathbf{1} & \mathbf{-4}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{1}\end{pmatrix}$$
4. Вычислите определитель:

1) $\begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -9 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 3) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

Тема: Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7
Решение СЛАУ различными методами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки решения систем уравнений методом Крамера и методом Гаусса.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка по листам взаимоопроса)

- Что называют элементарной системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)?
- Что называют решением элементарной СЛАУ?
- В чем суть метода Крамера для решения СЛАУ? (пример)
- Суть метода Крамера (метода определителей): главный определитель системы→определители неизвестных→ формулы Крамера;
- В чем суть метода Гаусса для решения СЛАУ? (пример)
- Суть метода Гаусса (метода последовательного исключения неизвестных): прямой ход: расширенная матрица системы→ элементарные преобразования→ треугольный вид; обратный ход: треугольная система→ последовательные подстановки→ искомые переменные.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Решить СЛАУ: а) методом Крамера б) методом Гаусса

$$\begin{cases} kx + ly + mz = n, \\ px + qy + rz = s, \\ tx + fy + gz = h. \end{cases}$$

Вариант	k	l	m	n	p	q	r	s	t	f	g	h
1	1	1	1	0	2	1	0	4	1	-1	-2	5
2	1	1	-1	-4	2	3	1	-1	1	-1	2	6

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{-1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{5} & \mathbf{1} & \mathbf{4} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \end{vmatrix}$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Решить СЛАУ: а) методом Крамера б) методом Гаусса

$$\begin{cases} kx + ly + mz = n, \\ px + qy + rz = s, \\ tx + fy + gz = h. \end{cases}$$

Вариант	k	l	m	n	p	q	r	s	t	f	g	h
4	1	1	-1	0	2	3	-2	2	3	-2	0	1

5	1	1	1	4	2	1	3	9	3	3	-1	0
6	2	1	1	3	5	-2	3	0	1	0	2	5

2. Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)
Решить СЛАУ матричным методом

$$\begin{cases} kx + ly + mz = n, \\ px + qy + rz = s, \\ tx + fy + gz = h. \end{cases}$$

Вариант	k	l	m	n	p	q	r	s	t	f	g	h
1	1	1	1	0	2	1	0	4	1	-1	-2	5
2	1	1	-1	-4	2	3	1	-1	1	-1	2	6
3	2	1	1	3	5	-2	3	0	1	0	2	5

4) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

Решить СЛАУ матричным методом

$$\begin{cases} kx + ly + mz = n, \\ px + qy + rz = s, \\ tx + fy + gz = h. \end{cases}$$

Вариант	k	l	m	n	p	q	r	s	t	f	g	h
4	1	1	-1	0	2	3	-2	2	3	-2	0	1
5	1	1	1	4	2	1	3	9	3	3	-1	0
6	2	1	1	3	5	-2	3	0	1	0	2	5

Тема: Множества и отношения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

Выполнение операций над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над множествами.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое “объединение двух множеств”?
- Что такое “пересечение двух множеств”?
- Что такое “разность множеств *A* и *B*”?
- Что такое “дополнение множества *A* до множества *B*”? Какое его обозначение?
- Что такое “универсальное множество для данной системы множеств”? Приведите примеры.
- Что такое “дополнение данного множества”? Как оно обозначается? Укажите диаграммы Эйлера- Венна для объединения множеств *A* и *B*, пересечения множеств *A* и *B*, разности множеств *B* и *A*, разности множеств *A* и *B*, дополнения множества *A* до множества *B*, дополнения множества *A*.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Даны следующие пары множеств:

A = {а; б; в; г; д; е}, *B* = (а; в; д; ж);

Задание: а) найдите для каждой пары подходящее универсальное множество;

б) связаны ли пары одним из соотношений: $=$, $\subset$, $\supset$;

в) найдите пересечение $A \cap B$;

г) найдите разность $A \setminus B$;

д) найдите $A \cup B$;

е) изобразите каждую пару множеств при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

2. Проверьте равенство множеств:

а) $A \cap \overline{B} = (A \cup B) \cap \overline{B}$;

б) $\overline{B} \setminus \overline{A} = (A \setminus B) \cap A$;

в) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \setminus (C \setminus B)$.

3) Упражнения (в группах, взаимопроверка по эталону решения)

1. Найдите объединение, пересечение, разность множеств A и B, если

а) $A=]-\infty; 7]$, $B=[1; +\infty[$.

б) $A=[3; 7]$, $B = [0; 9]$.

в) $A=]-\infty; 0]$, $B = [3; +\infty[$.

2. Даны множества: A – тупоугольных треугольников, B – прямоугольных треугольников, C – треугольников с углом в 50^0.Постройте для данных множеств диаграмму Эйлера-Венна, выделив штриховкой область, изображающую множество $(A \cup B) \cap C$.

3. S – множество правильных многоугольников, T – множество прямоугольников. Из каких фигур состоит пересечение и объединение множеств S и T. Какие из фигур, изображенных на рис 9, принадлежат пересечению множеств S и T, а какие – их объединению?

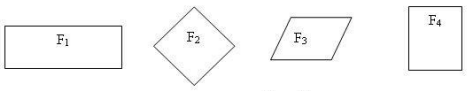

Рис. 9

4) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. Даны следующие пары множеств:

1) A = {а; б; в}, B = {а; б; в; г; д};

2) A = {г; д; е}, B = {а; б; в};

3) A = {е; д; г}, B = {г; д; е}.

Задание: а) найдите для каждой пары подходящее универсальное множество;

б) связаны ли пары одним из соотношений: $=$, $\subset$, $\supset$;

в) найдите пересечение $A \cap B$;

г) найдите разность $A \setminus B$;

д) найдите $A \cup B$;

е) изобразите каждую пару множеств при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

2. Проверьте равенство множеств:

1) а) $A \cup \overline{B} = (\overline{A} \cap \overline{B}) \cup A$;

б) $B \setminus A = (A \cap B) \cup \overline{B}$;

в) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

2) а) $\overline{A} \cup B = (A \cap B) \cup \overline{A}$;

б) $B \setminus A = (A \cup B) \cap \overline{A}$;

в) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

3) а) $A \cap \overline{B} = (\overline{A} \cup \overline{B}) \cap A$;

б) $B \setminus A = (A \cap \overline{B}) \cup \overline{A}$;

в) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Тема: Элементы теории комплексных чисел.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9.

Комплексные числа и действия над ними.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме записи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое мнимая единица? Как вычисляют степени мнимой единицы? (пример).
- Какое число называется комплексным?
- Какие комплексные числа называютсяч чисто мнимыми, равными, сопряженными?
- Как геометрически изображаются комплексные числа?
- Как записывается комплексное число в алгебраической форме?
- Как выполняются сложение , вычитание ,умножение комплексных чисел в алгебраической форме? (пример).
- Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?(пример)
- Что называется модулем и аргументом комплексного числа? Запишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
- Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?
- Как записывается комплексное число в показательной форме?
- Как выполнить переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической? к показательной?
- Как выполнить переход от тригонометрической формы комплексного числа к алгебраической? От показательной ?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Вычислить $i^{1276}; i^{90}; i^{7651}; i^{94861}$.

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\frac{7-2i}{3+4i}$; б) $(6-i)(2+5i)$; в) $(7-2i)-(4+3i)$.

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = 7 - 7i\sqrt{3}$б) $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ в)$z_3 = 3i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = -5 - 5i$б) $z_2 = -\sqrt{3} - i$ в)$z_3 = -3i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 4(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3})$ б) $z = 5e^{\frac{3\pi i}{4}}$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

<u>Вариант 1</u>

1. Вычислить $i^{3455}; i^{7960}; i^{52081}; i^{1232}$.

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\frac{1+4i}{3i-1}$; б) $(4+i)(2-2i)$; в) $(-6+2i)+(-6-2i)$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ б) $z_2 = -1 + i$ в)$z_3 = -i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$ б) $z_2 = 8 - 8i\sqrt{3}$ в) $z_3 = 2i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 3(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$ б) $z = 5e^{\frac{2\pi i}{3}}$

<u>Вариант 2</u>

1. Вычислить $i^{17185}; i^{20}; i^{9863}; i^{8618}$.

2. Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\frac{2-3i}{4+5i}$; б) $(5-4i)(3+2i)$; в) $(3+5i)-(6+3i)$

3. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = \sqrt{3} + i$ б) $z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$ в) $z_3 = 7i$

4. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = -3\sqrt{3}i + 3i$ б) $z_2 = 2 + 2i$ в) $z_3 = -5i$

5. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 8(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4})$ б) $z = 2e^{\frac{11\pi i}{6}}$

Тема**:** Основные понятия комбинаторики

Практическая работа № 10

Решение комбинаторных задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение задавать бинарные отношения.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1)Дать определение перестановки, сочетания и размещения.

2) Дать определение понятия подстановка.
3) Что называется отображением?
4) Какие виды отображений бывают?
5) Что такое композиция функций?
6) Что называется биномом Ньютона?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

а) В некоторой средней школе имеется три пятых класса, в которых обучаются соответственно 28, 31 и 26 учащихся. Требуется одного из них выбрать для участия в совете школы. Сколькими способами можно сделать выбор?

Решение: По правилу суммы получаем $28 + 31 + 26 = 85$.

б) В секции фигурного катания занимаются 14 мальчиков и 18 девочек. Сколькими различными способами из детей, занимающихся в секции, можно образовать спортивные пары.

Решение: По правилу произведения получаем $14 \cdot 18 = 252$.

в) Куплено различных 12 книг. На полке можно поставить в ряд ровно 6 книг. Сколькими различными способами можно это сделать?

Решение: Будем считать различными не только те случаи, когда берутся разные книги, но и когда они по-разному расставлены на полке (в различном порядке). Тогда речь идёт о перестановках по 6 из 12. Получаем: $A_{12}^{6} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665280$.

г) Сколько различных комбинаций может получиться при одновременном бросании трёх игральных костей?

Решение: Каждая игральная кость представляет собой кубик, на гранях которого нанесено от одного до 6 очков. При каждом бросании мы будем получать наборы вида

$a_1 a_2 a_3$, где $1 \le a_i \le 6, i = 1,2,3$ - количество очков, выпавших на соответствующей кости. Речь идёт о перестановках с повторениями по 3 элемента из 6. Получаем: $\overline{A}_6^3 = 6^3 = 216$.

д) Сколькими различными способами можно расставить на полке 10 различных книг?

Решение: Здесь, в отличие от примера 2, значение имеет только порядок расставляемых книг. Поэтому речь идёт о перестановках из 10 элементов. Получаем: $P_{10} = 10! = 3628800$.

е) В отделе работают 10 сотрудников. Требуется отобрать трёх из них для того, чтобы направить в командировку. Сколькими способами можно это сделать?

Решение: Поскольку имеет значение только то, какие именно сотрудники отобраны, то речь идёт о сочетаниях без повторений по 3 элемента из 10. Получаем: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120.$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. В цветочном магазине имеются в продаже 5 различных видов цветов. Покупателю требуется составить букет из 7 цветов. Сколькими способами можно это сделать?
2. Музыкальный концерт состоит из 3-х песен и 2-х скрипичных пьес. Сколькими способами можно составить программу концерта так, чтобы он начинался и оканчивался исполнением песни и чтобы скрипичные пьесы не исполнялись одна за другой.
3. Сколько различных 3-х буквенных слов можно образовать, используя буквы составляющие вашу фамилию, причем эти слова должны начинаться и оканчиваться согласными, а в середине должна стоять гласная буква.

4.Запишите разложение бинома $(x+y)^4$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Математическое моделирование. Решение задач на оптимизацию функции одной переменной

Практическая работа № 11.

Решение задачи оптимального сочетания продукции некоторого небольшого производства.

Цель работы: формировать умение применять графический метод решения задачи линейного программирования.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, по опорному конспекту)
   - Что называют целевой линейной функцией?
   - Что понимают под оптимизацией целевой линейной функции?
   - Как находят оптимальное значение целевой линейной функции при заданных условиях?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1) Найти оптимизацию целевой линейной функции: $F=x_1+x_2+1 \to \min$ при ограничениях: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 10 \\ -x_1 + x_2 \le 6 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$

2) Составить оптимальный план достижения максимальной прибыли от реализации изделий видов А и В. Данные производства приведены в таблице:

№ п/п	Вид сырья	Запрос сырья, кг	Норма сырья на 1 единицу, кг	
			Изделие А	Изделие В
1	S_1	15	6	7
2	S_2	6	2	2
3	S_3	10	1	6
Прибыль от реализации одного изделия, д.е.			15	20

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Составить оптимальный план достижения максимальной прибыли от реализации изделий видов А и В. Данные производства приведены в таблице:

№ п/п	Вид сырья	Запрос сырья, кг	Норма сырья на 1 единицу, кг	
			Изделие А	Изделие В
1	S_1	12	6	9
2	S_2	8	3	2
3	S_3	10	1	5
Прибыль от реализации одного изделия, д.е.			18	24

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Литература.

Основная литература:
Лисичкин В. Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие / В Т. Т. Лисичкин, И. Л. Соловейчик. 7-е изд., стер. – Санкт – Петербург: Лань, 2020.-464 с. ЭБС Лань.

Дополнительная литература:
Дадаян А. А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2021. - 544 с. ЭБС znanium