

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Иркутский государственный университет путей сообщения»  
(ФГБОУ ВО ИрГУПС)

УТВЕРЖДЕНА  
приказом и.о. ректора  
от «07» июня 2021 г. № 79

## Б1.О.11 Теория вероятностей и математическая статистика

### рабочая программа дисциплины

Специальность/направление подготовки – 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Специализация/профиль – Безопасность открытых информационных систем

Квалификация выпускника – Специалист по защите информации

Форма и срок обучения – очная форма 5 лет, 6 месяцев

Кафедра-разработчик программы – Математика

Общая трудоемкость в з.е. – 5  
Часов по учебному плану (УП) – 180

Формы промежуточной аттестации  
очная форма обучения:  
экзамен 4 семестр

#### Очная форма обучения

#### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	4	Итого
Вид занятий	Часов по УП	Часов по УП
<b>Аудиторная контактная работа по видам учебных занятий/ в т.ч. в форме ПП*</b>	85	85
– лекции	34	34
– практические (семинарские)	34	34
– лабораторные	17	17
<b>Самостоятельная работа</b>	59	59
<b>Экзамен</b>	36	36
<b>Итого</b>	180	180

ИРКУТСК

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.

00a73c5b7b623a969ccad43a81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00

Подпись соответствует файлу документа



Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – специалитет по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем утвержденным Приказом Минобрнауки России от от 26.11.2020 № 1457.

Программу составил(и):  
к.ф.-м.н., доцент, доцент, Г.Д. Гефан

Рабочая программа рассмотрена и одобрена для использования в учебном процессе на заседании кафедры «Математика», протокол от «4» июня 2021 г. № 19

Зав. кафедрой, к.т.н, доцент

Н.Л. Рябченко

СОГЛАСОВАНО

Кафедра «Информационные системы и защита информации», протокол от «4» июня 2021 г. № 11-2

Зав. кафедрой, к.э.н., доцент

Т.К. Кириллова

<b>1 ЦЕЛЬ И ЗАДАЧА ДИСЦИПЛИНЫ</b>	
<b>1.1 Цель дисциплины</b>	
1	формирование представлений о методах, моделях и приёмах, позволяющих описывать явления и процессы, протекающие в условиях стохастической неопределённости, формирование математической культуры обучающегося
<b>1.2 Задача дисциплины</b>	
1	изложение основ теории вероятностей, изучение классических и специальных законов распределения случайных величин, создание представлений о практических применениях теории вероятностей и теории случайных процессов, обучение основам статистического моделирования, методам обработки и анализа статистических данных
<b>1.3 Цель воспитания и задачи воспитательной работы в рамках дисциплины</b>	
Научно-образовательное воспитание обучающихся	
Цель научно-образовательного воспитания – создание условий для реализации научно-образовательного потенциала обучающихся в форме наставничества, тьюторства, научного творчества. Цель достигается по мере решения в единстве следующих задач: – формирование системного и критического мышления, мотивации к обучению, развитие интереса к творческой научной деятельности; – создание в студенческой среде атмосферы взаимной требовательности к овладению знаниями, умениями и навыками; – популяризация научных знаний среди обучающихся; – содействие повышению привлекательности науки, поддержка научно-технического творчества; – создание условий для получения обучающимися достоверной информации о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, повышения заинтересованности в научных познаниях об устройстве мира и общества; – совершенствование организации и планирования самостоятельной работы обучающихся как образовательной технологии формирования будущего специалиста путем индивидуальной познавательной и исследовательской деятельности	
Профессионально-трудовое воспитание обучающихся	
Цель профессионально-трудового воспитания – формирование у обучающихся осознанной профессиональной ориентации, понимания общественного смысла труда и значимости его для себя лично, ответственного, сознательного и творческого отношения к будущей деятельности, профессиональной этики, способности предвидеть изменения, которые могут возникнуть в профессиональной деятельности, и умению работать в изменённых, вновь созданных условиях труда. Цель достигается по мере решения в единстве следующих задач: – формирование сознательного отношения к выбранной профессии; – воспитание чести, гордости, любви к профессии, сознательного отношения к профессиональному долгу, понимаемому как личная ответственность и обязанность; – формирование психологии профессионала; – формирование профессиональной культуры, этики профессионального общения; – формирование социальной компетентности и другие задачи, связанные с имиджем профессии и авторитетом транспортной отрасли	

<b>2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП</b>	
Блок/часть ОПОП	Блок 1. Дисциплины / Обязательная часть
<b>2.1 Дисциплины и практики, на которых основывается изучение данной дисциплины</b>	
1	Б1.О.01 Философия
2	Б1.О.07 Математический анализ
3	Б1.О.08 Алгебра и геометрия
4	Б1.О.09 Дискретная математика
5	Б1.О.10 Математическая логика и теория алгоритмов
6	Б1.О.12 Численные методы и теория оптимизации
7	Б1.О.13 Информатика
<b>2.2 Дисциплины и практики, для которых изучение данной дисциплины необходимо как предшествующее</b>	
1	Б1.О.21 Система менеджмента качества
2	Б1.О.25 Теория информации
3	Б1.О.27 Основы кибернетики
4	Б1.О.58 Обработка и анализ больших данных
5	Б1.О.62 Моделирование процессов и систем защиты информации
6	Б3.01(Д) Подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы
7	Б3.02(Д) Защита выпускной квалификационной работы
8	ФТД.01 Логика

**3 ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ,  
СООТНЕСЕННЫЕ С ТРЕБОВАНИЯМИ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
ОПК-3 Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знает и имеет навыки применения основ математического анализа, алгебры, теории вероятностей и математической статистики, дискретной математики, математической логики и теории алгоритмов, теории автоматов и формальных языков	<p>Знать: основы статистического метода исследования явлений; суть закона больших чисел; основные понятия, связанные со случайными процессами</p> <p>Уметь: получать графическое изображение вариационных рядов (гистограмму, полигон, график эмпирической функции распределения), вычислять выборочные величины: среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратичное отклонение; пользоваться методом доверительных интервалов, выдвигать и проверять простейшие статистические гипотезы; применять аппарат цепей Маркова к описанию случайных процессов, применять корреляционно-регрессионный анализ данных</p> <p>Владеть: методами группировки данных наблюдений; методами статистического оценивания; методом статистических гипотез, методом корреляционного и регрессионного анализа</p>
	ОПК-3.2 Умеет использовать типовые математические методы и модели для решения задач профессиональной деятельности	<p>Знать: основы статистического метода исследования явлений; суть закона больших чисел; основные понятия, связанные со случайными процессами</p> <p>Уметь: получать графическое изображение вариационных рядов (гистограмму, полигон, график эмпирической функции распределения), вычислять выборочные величины: среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратичное отклонение; пользоваться методом доверительных интервалов, выдвигать и проверять простейшие статистические гипотезы; применять аппарат цепей Маркова к описанию случайных процессов, применять корреляционно-регрессионный анализ данных</p> <p>Владеть: методами группировки данных наблюдений; методами статистического оценивания; методом статистических гипотез, методом корреляционного и регрессионного анализа</p>
	ОПК-3.3 Владеет подходами к решению стандартных математических задач, выполнению расчетов математических величин, применению математических методов обработки экспериментальных данных для решения задач профессиональной деятельности	<p>Знать: основы статистического метода исследования явлений; суть закона больших чисел; основные понятия, связанные со случайными процессами</p> <p>Уметь: получать графическое изображение вариационных рядов (гистограмму, полигон, график эмпирической функции распределения), вычислять выборочные величины: среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратичное отклонение; пользоваться методом доверительных интервалов, выдвигать и проверять простейшие статистические гипотезы; применять аппарат цепей Маркова к описанию случайных процессов, применять корреляционно-регрессионный анализ данных</p> <p>Владеть:</p>

		методами группировки данных наблюдений; методами статистического оценивания; методом статистических гипотез, методом корреляционного и регрессионного анализа
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию (задачу) и выделяет ее базовые составляющие. Формирует математическую постановку задачи. Рассматривает различные варианты решения проблемной ситуации (задачи), разрабатывает алгоритмы их реализации	Знать: законы алгебры случайных событий; разновидности случайных величин и их характеристики; основные законы распределения случайных величин
		Уметь: вычислять вероятность случайного события в классической модели, суммы и произведения случайных событий; вычислять числовые характеристики случайных величин; вычислять вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал, пользоваться правилом "трех сигма", находить характеристики случайных функций
		Владеть: различными методами определения вероятности события; графическим, табличным и аналитическим методами представления распределений случайных величин; методом Монте-Карло, методами анализа состояний цепей Маркова

#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма				*Код индикатора достижения компетенции	
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб		СР
<b>1.0</b>	<b>Раздел 1. Случайные события</b>						
1.1	Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Геометрическое определение вероятности	4	2	2	2	3	ОПК-3.1 ОПК-3.2
1.2	Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса	4	2	2	2	3	ОПК-3.1 ОПК-3.2
<b>2.0</b>	<b>Раздел 2. Случайные величины, их числовые характеристики и законы распределения.</b>						
2.1	Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение	4	2	2	2	3	ОПК-3.2 ОПК-3.3
2.2	Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности	4	2	2		2	ОПК-3.3 УК-1.1
2.3	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства числовых характеристик	4	2	2		1	ОПК-3.1 ОПК-3.3
2.4	Начальные и центральные моменты. Числовые характеристики различных распределений: биномиального, пуассоновского, равномерного, показательного	4	2	2		1	ОПК-3.2 УК-1.1
2.5	Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма	4	2	2	1	2	ОПК-3.1 ОПК-3.3
<b>3.0</b>	<b>Раздел 3. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей.</b>						
3.1	Введение в предельные теоремы теории вероятностей: поведение среднего арифметического. Относительная частота события. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел	4	2	2		2	УК-1.1
3.2	Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа	4	2	2	1	2	ОПК-3.1
<b>4.0</b>	<b>Раздел 4. Системы случайных величин.</b>						
4.1	Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии.	4	2	2	2	3	ОПК-3.2

#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма				*Код индикатора достижения компетенции	
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб		СР
	Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных величин						
<b>5.0</b>	<b>Раздел 5. Марковские случайные процессы.</b>						
5.1	Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям. Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса	4	2	2	2	3	ОПК-3.3
5.2	Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения	4	2	2	2	3	ОПК-3.1 УК-1.1
5.3	Понятие систем массового обслуживания. Простейший поток и его свойства. Марковская система массового обслуживания. Простейшая замкнутая СМО без отказов и ожидания	4	2	2		1	ОПК-3.1 ОПК-3.2
5.4	Выполнение РГР №1 Марковские случайные процессы	4				10	ОПК-3.1 ОПК-3.3
<b>6.0</b>	<b>Раздел 6. Математическая статистика.</b>						
6.1	Выборка. Статистическое распределение. Точечные статистические оценки	4	2	2		1	ОПК-3.2 УК-1.1
6.2	Интервальная оценка, её точность и надёжность. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения (большая и малая выборки)	4	2	2	1	3	ОПК-3.2 ОПК-3.3
6.3	Понятие статистической гипотезы. Гипотезы о генеральной средней нормального распределения, о равенстве двух генеральных средних	4	2	2	1	3	ОПК-3.1 УК-1.1
6.4	Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии	4	2	2	1	3	ОПК-3.1 УК-1.1
6.5	Выполнение РГР №2 Математическая статистика	4				10	ОПК-3.1 ОПК-3.3
	Форма промежуточной аттестации – экзамен	4			36		ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 УК-1.1
	Итого часов (без учёта часов на промежуточную аттестацию)		34	34	17	59	

#### 5 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине оформлен в виде приложения № 1 к рабочей программе дисциплины и размещен в электронной информационно-образовательной среде Университета, доступной обучающемуся через его личный кабинет

#### 6 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 6.1 Учебная литература

##### 6.1.1 Основная литература

	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/ онлайн
6.1.1.1	Балдин, К. В. Основы теории вероятностей и математической статистики :	Онлайн

	учебник - 5-е изд., стер. / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. Москва : ФЛИНТА, 2021. - 489с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=500648">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=500648</a> (дата обращения: 14.09.2022)	
6.1.1.2	Гефан, Г. Д. Вероятность, случайные процессы, математическая статистика : компьютер. лаб. практикум по дисциплине "Теория вероятностей и математическая статистика" / Г. Д. Гефан, Н. К. Ширяева. Иркутск : ИрГУПС, 2013. - 135с.	367
6.1.1.3	Гефан, Г. Д. Основы математической статистики : учеб. пособие по дисциплине "Математика" для студентов очной формы обучения всех специальностей / Г. Д. Гефан. Иркутск : ИрГУПС, 2011. - 70с.	479
6.1.1.4	Гефан, Григорий Давыдович Некоторые методы исследования операций : учеб. пособие для студентов эконом. специальностей всех форм обучения / Г. Д. Гефан ; Федер. агентство ж.-д. трансп., Иркут. гос. ун-т путей сообщ.. Иркутск : ИрГУПС, 2010. - 207с.	446
6.1.1.5	Гусева, Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие - 7-е изд., стер. / Е. Н. Гусева. Москва : ФЛИНТА, 2021. - 220с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83543">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83543</a> (дата обращения: 14.09.2022)	Онлайн
<b>6.1.2 Дополнительная литература</b>		
	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/ онлайн
6.1.2.1	Гефан, Г. Д. Статистический метод и основы его применения : учеб. пособие по математике, статистике и эконометрике / Г. Д. Гефан. Иркутск : , 2003. - 208с.	96
6.1.2.2	Лыткина, Е. М. Теория вероятностей : учеб. пособие по дисциплине "Математика", "Теория вероятностей и математическая статистика" / Е. М. Лыткина, С. А. Чихачев. Иркутск : ИрГУПС, 2013. - 119с.	269
<b>6.1.3 Учебно-методические разработки (в т. ч. для самостоятельной работы обучающихся)</b>		
	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/ онлайн
6.1.3.1	Гефан, Г.Д. Методические указания по изучению дисциплины Б1.О.11 Теория вероятностей и математическая статистика, по специальности – 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем, специализация – Безопасность открытых информационных систем / Г.Д. Гефан; Иркут. гос. ун-т путей сообщ. – Иркутск: ИрГУПС, 2023. – 17 с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://www.irgups.ru/eis/for_site/umkd_files/mu_820_1529_2021_1_signed.pdf">https://www.irgups.ru/eis/for_site/umkd_files/mu_820_1529_2021_1_signed.pdf</a>	Онлайн
<b>6.2 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»</b>		
<b>6.3 Программное обеспечение и информационные справочные системы</b>		
<b>6.3.1 Базовое программное обеспечение</b>		
6.3.1.1	Microsoft Windows Professional 10, государственный контракт от 20.07.2021 № 0334100010021000013-01	
6.3.1.2	Microsoft Office Russian 2010, государственный контракт от 20.07.2021 № 0334100010021000013-01	
6.3.1.3	FoxitReader, свободно распространяемое программное обеспечение <a href="http://free-software.com.ua/pdf-viewer/foxit-reader/">http://free-software.com.ua/pdf-viewer/foxit-reader/</a>	
6.3.1.4	Adobe Acrobat Reader DC свободно распространяемое программное обеспечение <a href="https://get.adobe.com/ru/reader/enterprise/">https://get.adobe.com/ru/reader/enterprise/</a>	
6.3.1.5	Яндекс. Браузер. Прикладное программное обеспечение общего назначения, Офисные приложения, лицензия – свободно распространяемое программное обеспечение по лицензии BSD License	
<b>6.3.2 Специализированное программное обеспечение</b>		
6.3.2.1	MathCAD_student 15.0 Academic_License, Customer Number 434692, контракт от 03.12.2012 № 0334100010012000148-0000756-01	
6.3.2.2	MatLab Classroom, R2015a, R2015b, контракт от 09.07.2014 № 0334100010014000028-0000756-01.	
6.3.2.3	MatLab Classroom, R2010a, R2010b, лицензия от 16.03.2011 № 689810, ГК № 0334100010011000032-00000756-01	
6.3.2.4	Simulink Classroom R2010a, R2010b, лицензия № 689810 сетевая, государственный контракт от 06.07.2011 №334100010011000114-0000756-01	
<b>6.3.3 Информационные справочные системы</b>		
6.3.3.1	Не предусмотрены	
<b>6.4 Правовые и нормативные документы</b>		

6.4.1	Не предусмотрены
-------	------------------

<b>7 ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	
1	Корпуса А, Б, В, Г, Д, Е ИрГУПС находятся по адресу г. Иркутск, ул. Чернышевского, д. 15; корпус Л ИрГУПС находится – по адресу г. Иркутск, ул. Лермонтова, д.80
2	Учебная аудитория Г-301 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, (ноутбук переносной). Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
3	Учебная аудитория Г-305 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, (ноутбук переносной). Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
4	Учебная аудитория Г-103 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель.
5	Учебная аудитория Г-207 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
6	Учебная аудитория Г-212 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
7	Учебная аудитория Г-223 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
8	Учебная аудитория Г-121 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, экран, (ноутбук переносной).
9	Учебная аудитория Г-307 для проведения практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, компьютеры с подключением к сети Интернет, обеспечивающие доступ в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС, учебно-наглядные пособия (плакаты).
10	Учебная аудитория Г-315 для проведения практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, компьютеры с подключением к сети Интернет, обеспечивающие доступ в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС.
11	Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС. Помещения для самостоятельной работы обучающихся: – читальные залы; – учебные залы вычислительной техники А-401, А-509, А-513, А-516, Д-501, Д-503, Д-505, Д-507; – помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования – А-521

<b>8 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	
Вид учебной деятельности	Организация учебной деятельности обучающегося
Лекция	Лекция (от латинского «lectio» – чтение) – вид аудиторных учебных занятий. Лекция: закладывает основы научных знаний в систематизированной, последовательной, обобщенной форме; раскрывает состояние и перспективы развития соответствующей области науки и техники; концентрирует внимание обучающихся на наиболее сложных,



	<p>узловых вопросах; стимулирует познавательную активность обучающихся.</p> <p>Во время лекционных занятий обучающийся должен уметь сконцентрировать внимание на изучаемых проблемах и включить в работу все виды памяти: словесную, образную и моторно-двигательную. Для этого весь материал, излагаемый преподавателем, обучающемуся необходимо конспектировать. На полях конспекта следует пометить вопросы, выделенные обучающимся для консультации с преподавателем. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы лучше запоминались. Полезно составить краткий справочник, содержащий определения важнейших понятий лекции. К каждому занятию следует разобрать материал предыдущей лекции. Изучая материал по учебнику или конспекту лекций, следует переходить к следующему вопросу только в том случае, когда хорошо усвоен предыдущий вопрос. Ряд вопросов дисциплины может быть вынесен на самостоятельное изучение. Такое задание требует оперативного выполнения. В конспекте лекций необходимо оставить место для освещения упомянутых вопросов. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, то необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии</p>
<p>Практическое занятие</p>	<p>Практическое занятие – вид аудиторных учебных занятий, целенаправленная форма организации учебного процесса, при реализации которой обучающиеся по заданию и под руководством преподавателя выполняют практические задания. Практические задания направлены на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Практические занятия развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания обучающихся, выступают как средства оперативной обратной связи; цель практических занятий – углублять, расширять, детализировать знания, полученные на лекции, в обобщенной форме и содействовать выработке навыков профессиональной деятельности.</p> <p>На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач. К каждому практическому занятию следует заранее самостоятельно выполнить домашнее задание и выучить лекционный материал к следующей теме. Систематическое выполнение домашних заданий обязательно и является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины</p>
<p>Лабораторная работа</p>	<p>Основной целью лабораторных работ является теоретическое обоснование, наглядное и/или экспериментальное подтверждение и/или проверка существенных теоретических положений (законов, закономерностей) анализ существующих методик и методов их реализации и т.д. Они занимают преимущественное место при изучении дисциплин обязательной части и части, формируемой участниками образовательных отношений Блока I.</p> <p>Исходя из цели, содержанием лабораторных работ могут быть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- экспериментальная проверка формул, методик расчета;</li> <li>- проведение натуральных измерений свойств, рабочих параметров, режимов работы при помощи лабораторного оборудования и/или стендов и макетов;</li> <li>- ознакомление, анализ и теоретические выкладки по устройству, принципу действия и способам обслуживания аппаратов, деталей машин, механизмов, процессов, протекающих в них при этом и т.д.;</li> <li>- наглядная графическая интерпретация чертежей, схем, объемных поверхностей и т.д., воспроизводимых с помощью специализированного программного обеспечения;</li> <li>- имитационное моделирование процессов, протекающих в сложных химических, физических, механических, электрических и пр. объектах;</li> <li>- наглядное представление о работе персонала конкретной организации или подразделения ОАО «РЖД» посредством моделирования штатных и внештатных ситуаций в виртуальных специализированных АРМ (автоматизированных рабочих мест);</li> <li>- установление и подтверждение закономерностей (путем сравнения проведенного эксперимента и рассчитанных значений) и т.д.;</li> <li>- ознакомление с методиками проведения экспериментов, наглядным устройством стенд-макетов и пр.;</li> <li>- установление свойств веществ, их качественных и количественных характеристик;</li> <li>- анализ различных характеристик процессов, в том числе производственных и иных процессов;</li> <li>- расчет параметров различных явлений и процессов, смоделировать которые не возможно в реальных условиях (например, чрезвычайные ситуации и пр.);</li> <li>- наблюдение развития явлений, процессов и др.</li> </ul> <p>Допускается иное содержание лабораторных работ, если это будет способствовать реализации целей и задач дисциплины и формированию соответствующих компетенций.</p>

	<p>По характеру выполняемых лабораторных работ возможны:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ознакомительные работы, используемые для закрепления изученного теоретического материала;</li> <li>- аналитические работы, используемые для получения новой информации на основе формализованных методов;</li> <li>- творческие работы, ориентированные на самостоятельный выбор подходов решения задач.</li> </ul> <p>Прежде, чем приступить к лабораторным занятиям, обучающимся необходимо повторить теоретический материал по теме работы. Каждая лабораторная работа оснащена методическими указаниями, разработанными преподавателями, ведущими дисциплину</p>
Самостоятельная работа	<p>Обучение по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предусматривает активную самостоятельную работу обучающегося. В разделе 4 рабочей программы, который называется «Структура и содержание дисциплины», все часы самостоятельной работы расписаны по темам и вопросам, а также указана необходимая учебная литература: обучающийся изучает учебный материал, разбирает примеры и решает разноуровневые задачи в рамках выполнения как общих домашних заданий, так и индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) и других видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины. При выполнении домашних заданий обучающемуся следует обратиться к задачам, решенным на предыдущих практических занятиях, решенным домашним работам, а также к примерам, приводимым лектором. Если этого будет недостаточно для выполнения всей работы можно дополнительно воспользоваться учебными пособиями, приведенными в разделе 6.1 «Учебная литература». Если, несмотря на изученный материал, задание выполнить не удастся, то в обязательном порядке необходимо посетить консультацию преподавателя, ведущего практические занятия, и/или консультацию лектора.</p> <p>Домашние задания, индивидуальные домашние задания и другие работы, предусмотренные рабочей программой дисциплины должны быть выполнены обучающимся в установленные преподавателем сроки в соответствии с требованиями к оформлению текстовой и графической документации, сформулированным в Положении «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль»</p>
<p>Комплекс учебно-методических материалов по всем видам учебной деятельности, предусмотренным рабочей программой дисциплины (модуля), размещен в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет</p>	

# **Приложение № 1 к рабочей программе**

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации**

## 1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) является составной частью нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения обучающимися образовательной программы.

Фонд оценочных средств предназначен для использования обучающимися, преподавателями, администрацией ИрГУПС, а также сторонними образовательными организациями для оценивания качества освоения образовательной программы и уровня сформированности компетенций у обучающихся.

Задачами ФОС являются:

- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

Фонд оценочных средств сформирован на основе ключевых принципов оценивания: валидность, надежность, объективность, эффективность.

Для оценки уровня сформированности компетенций используется трехуровневая система:

- минимальный уровень освоения, обязательный для всех обучающихся по завершению освоения образовательной программы; дает общее представление о виде деятельности, основных закономерностях функционирования объектов профессиональной деятельности, методов и алгоритмов решения практических задач;

- базовый уровень освоения, превышение минимальных характеристик сформированности компетенций; позволяет решать типовые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения по известным алгоритмам, правилам и методикам;

- высокий уровень освоения, максимально возможная выраженность характеристик компетенций; предполагает готовность решать практические задачи повышенной сложности, нетиповые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения в условиях неполной определенности, при недостаточном документальном, нормативном и методическом обеспечении.

## 2. Перечень компетенций, в формировании которых участвует дисциплина.

### Программа контрольно-оценочных мероприятий. Показатели оценивания компетенций, критерии оценки

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» участвует в формировании компетенций:

ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

#### Программа контрольно-оценочных мероприятий очная форма обучения

№	Наименование контрольно-оценочного мероприятия	Объект контроля	Код индикатора достижения компетенции	Наименование оценочного средства (форма проведения*)
<b>4 семестр</b>				
<b>1.0</b>	<b>Раздел 1. Случайные события</b>			
1.1	Текущий контроль	Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Геометрическое определение вероятности	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Лабораторная работа (письменно/устно) Тестирование (компьютерные технологии)
1.2	Текущий контроль	Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Лабораторная работа (письменно/устно) Тестирование (компьютерные технологии)
<b>2.0</b>	<b>Раздел 2. Случайные величины, их числовые характеристики и законы распределения</b>			
2.1	Текущий контроль	Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение	ОПК-3.2 ОПК-3.3	Проверочная работа (устно/письменно) Тестирование (компьютерные технологии)
2.2	Текущий контроль	Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности	ОПК-3.3 УК-1.1	Проверочная работа (устно/письменно) Тестирование (компьютерные технологии)
2.3	Текущий контроль	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства числовых характеристик	ОПК-3.1 ОПК-3.3	Тестирование (компьютерные технологии)
2.4	Текущий контроль	Начальные и центральные моменты. Числовые характеристики различных распределений: биномиального, пуассоновского, равномерного, показательного	ОПК-3.2 УК-1.1	Тестирование (компьютерные технологии)
2.5	Текущий контроль	Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной	ОПК-3.1 ОПК-3.3	Лабораторная работа (письменно/устно) Тестирование

		случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма		(компьютерные технологии)
<b>3.0</b>	<b>Раздел 3. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей</b>			
3.1	Текущий контроль	Введение в предельные теоремы теории вероятностей: поведение среднего арифметического. Относительная частота события. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел	УК-1.1	Тестирование (компьютерные технологии)
3.2	Текущий контроль	Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа	ОПК-3.1	Проверочная работа (устно/письменно) Тестирование (компьютерные технологии)
<b>4.0</b>	<b>Раздел 4. Системы случайных величин</b>			
4.1	Текущий контроль	Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии. Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных величин	ОПК-3.2	Лабораторная работа (письменно/устно) Тестирование (компьютерные технологии)
<b>5.0</b>	<b>Раздел 5. Марковские случайные процессы</b>			
5.1	Текущий контроль	Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям. Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса	ОПК-3.3	Лабораторная работа (письменно/устно) Тестирование (компьютерные технологии)
5.2	Текущий контроль	Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения	ОПК-3.1 УК-1.1	Лабораторная работа (письменно/устно) Тестирование (компьютерные технологии)
5.3	Текущий контроль	Понятие систем массового обслуживания. Простейший поток и его свойства. Марковская система массового обслуживания. Простейшая замкнутая СМО без отказов и ожидания	ОПК-3.1 ОПК-3.2	Кейс-задача (письменно) Тестирование (компьютерные технологии)
5.4	Текущий контроль	Выполнение РГР №1 Марковские случайные процессы	ОПК-3.1 ОПК-3.3	Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)
<b>6.0</b>	<b>Раздел 6. Математическая статистика</b>			
6.1	Текущий контроль	Выборка. Статистическое распределение. Точечные статистические оценки	ОПК-3.2 УК-1.1	Тестирование (компьютерные технологии)
6.2	Текущий контроль	Интервальная оценка, её точность и надёжность. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения (большая и малая выборки)	ОПК-3.2 ОПК-3.3	Тестирование (компьютерные технологии)

6.3	Текущий контроль	Понятие статистической гипотезы. Гипотезы о генеральной средней нормального распределения, о равенстве двух генеральных средних	ОПК-3.1 УК-1.1	Тестирование (компьютерные технологии)
6.4	Текущий контроль	Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии	ОПК-3.1 УК-1.1	Лабораторная работа (письменно/устно) Тестирование (компьютерные технологии)
6.5	Текущий контроль	Выполнение РГР №2 Математическая статистика	ОПК-3.1 ОПК-3.3	Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно) Тестирование (компьютерные технологии)
	Промежуточная аттестация	Экзамен	ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3 УК-1.1	Экзамен (собеседование) Экзамен - тестирование (компьютерные технологии)

\*Форма проведения контрольно-оценочного мероприятия: устно, письменно, компьютерные технологии.

### Описание показателей и критериев оценивания компетенций.

#### Описание шкал оценивания

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Текущий контроль успеваемости – основной вид систематической проверки знаний, умений, навыков обучающихся. Задача текущего контроля – оперативное и регулярное управление учебной деятельностью обучающихся на основе обратной связи и корректировки. Результаты оценивания учитываются в виде средней оценки при проведении промежуточной аттестации.

Для оценивания результатов обучения используется четырехбалльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» и двухбалльная шкала: «зачтено», «не зачтено».

Перечень оценочных средств, используемых для оценивания компетенций, а также краткая характеристика этих средств приведены в таблице.

#### Текущий контроль

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)	Средство для проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по разделу дисциплины. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Типовое задание для выполнения расчетно-графической работы по разделам/темам дисциплины
2	Кейс-задача	Проблемное задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию, необходимую для решения данной проблемы.	Типовое задание для решения кейс-задачи

		Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, а также отдельных компетенций (в рамках дисциплины)	
3	Тестирование (компьютерные технологии)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Фонд тестовых заданий
4	Лабораторная работа	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно/устно излагать суть поставленной задачи, самостоятельно применять стандартные методы решения поставленной задачи с использованием имеющейся лабораторной базы, проводить анализ полученного результата работы. Может быть использовано для оценки умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Образец задания для выполнения лабораторной работы и примерный перечень вопросов для ее защиты
5	Проверочная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для выполнения заданий определенного типа по теме или разделу. Может быть использовано для оценки знаний и умений обучающихся.	Комплекты заданий для выполнения проверочных работ по темам дисциплины

### Промежуточная аттестация

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыков и (или) опыта деятельности обучающегося по дисциплине. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Перечень теоретических вопросов и практических заданий (образец экзаменационного билета) к экзамену
2	Тест – промежуточная аттестация в форме экзамена	Система автоматизированного контроля освоения компетенций (части компетенций) обучающимся по дисциплине (модулю) с использованием информационно-коммуникационных технологий. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Фонд тестовых заданий

### Критерии и шкалы оценивания компетенций в результате изучения дисциплины при проведении промежуточной аттестации в форме экзамена. Шкала оценивания уровня освоения компетенций

Шкала оценивания	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенции
«отлично»	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Показал отличные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы	Высокий



«хорошо»	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Показал хорошие умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов	Базовый
«удовлетворительно»	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Показал удовлетворительные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы	Минимальный
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов	Компетенция не сформирована

### Тест – промежуточная аттестация в форме экзамена

Критерии оценивания	Шкала оценивания
Обучающийся верно ответил на 90 – 100 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«отлично»
Обучающийся верно ответил на 80 – 89 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«хорошо»
Обучающийся верно ответил на 70 – 79 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«удовлетворительно»
Обучающийся верно ответил на 69 % и менее тестовых заданий при прохождении тестирования	«неудовлетворительно»

### Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости

#### Расчетно-графическая работа (РГР)

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Обучающийся полностью и правильно выполнил задание РГР. Показал отличные знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. РГР оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями
«хорошо»		Обучающийся выполнил задание РГР с небольшими неточностями. Показал хорошие знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Есть недостатки в оформлении РГР
«удовлетворительно»		Обучающийся выполнил задание РГР с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Качество оформления РГР имеет недостаточный уровень
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	При выполнении РГР обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень знаний, умений и владения ими при решении задач в рамках усвоенного учебного материала

#### Кейс-задача

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Обучающийся излагает материал логично, грамотно, без ошибок; свободно владеет профессиональной терминологией; умеет высказывать и обосновать свои суждения; дает четкий, полный,

		правильный ответ на теоретические вопросы; организует связь теории с практикой
«хорошо»		Обучающийся грамотно излагает материал; ориентируется в материале; владеет профессиональной терминологией; осознанно применяет теоретические знания для решения кейса, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности. Ответ обучающегося правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный
«удовлетворительно»		Обучающийся излагает материал неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения кейса, не может доказательно обосновать свои суждения; обнаруживается недостаточно глубокое понимание изученного материала
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	У обучающегося отсутствуют необходимые теоретические знания; допущены ошибки в определении понятий, искажен их смысл, не решен кейс. В ответе обучающийся проявляется незнание основного материала учебной программы, допускаются грубые ошибки в изложении, не может применять знания для решения кейса

### Тестирование

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Обучающийся верно ответил на 90 – 100 % тестовых заданий при прохождении тестирования
«хорошо»		Обучающийся верно ответил на 80 – 89 % тестовых заданий при прохождении тестирования
«удовлетворительно»		Обучающийся верно ответил на 70 – 79 % тестовых заданий при прохождении тестирования
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	Обучающийся верно ответил на 69 % и менее тестовых заданий при прохождении тестирования

### Лабораторная работа

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Лабораторная работа выполнена в обозначенный преподавателем срок, письменный отчет без замечаний. Лабораторная работа выполнена обучающимся в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Обучающийся работал полностью самостоятельно; показал необходимые для проведения работы теоретические знания, практические умения и навыки. Работа (отчет) оформлена аккуратно, в наиболее оптимальной для фиксации результатов форме
«хорошо»		Лабораторная работа выполнена в обозначенный преподавателем срок, письменный отчет с небольшими недочетами. Лабораторная работа выполнена обучающимся в полном объеме и самостоятельно. Допущены отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата. Работа показывает знание обучающимся основного теоретического материала и овладение умениями, необходимыми для самостоятельного выполнения работы. Допущены неточности и небрежность в оформлении результатов работы (отчета)
«удовлетворительно»		Лабораторная работа выполнена с задержкой, письменный отчет с недочетами. Лабораторная работа выполняется и оформляется обучающимся при посторонней помощи. На выполнение работы затрачивается много времени. Обучающийся показывает знания теоретического материала, но испытывает затруднение при самостоятельной работе с источниками знаний или приборами
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	Лабораторная работа не выполнена, письменный отчет не представлен. Результаты, полученные обучающимся, не позволяют сделать правильных выводов и полностью расходятся с поставленной целью. Показывается плохое знание теоретического материала и

	отсутствие необходимых умений. Лабораторная работа не выполнена, у учащегося отсутствуют необходимые для проведения работы теоретические знания, практические умения и навыки
--	--

### Проверочная работа

Шкала оценивания	Критерий оценки
«зачтено»	Обучающийся правильно или с небольшими неточностями выполнил задания проверочной работы
«не зачтено»	Обучающийся неправильно или с существенными неточностями выполнил задания проверочной работы

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

### 3.1 Типовые контрольные задания для выполнения расчетно-графических работ

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

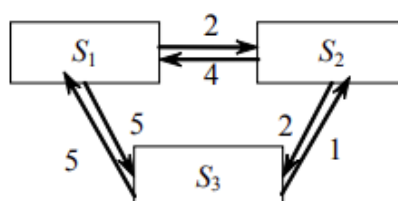
Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для выполнения расчетно-графических работ.

#### Образец типового варианта расчетно-графической работы «Выполнение РГР №1 Марковские случайные процессы»

1. Дана матрица перехода цепи Маркова. В начальный момент система находится в состоянии  $S_1$ . Требуется: 1) построить граф состояний и проанализировать характер состояний системы; 2) найти матрицу перехода за 2 шага; 3) найти распределение вероятностей по состояниям после 2-го шага; найти стационарное распределение вероятностей по состояниям и дать аргументированное объяснение того факта, что стационарное состояние не существует или не является единственным.

$$а) \tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}; \quad б) \tilde{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0,7 \\ 0,2 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0 & 0,6 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0,4 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & 0 & 0,2 & 0,5 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0,7 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}.$$

2. Задан размеченный граф состояний цепи Маркова с непрерывным временем. В начальный момент времени система находится в состоянии  $S_1$ . Требуется: 1) составить матрицу интенсивностей переходов; 2) составить систему дифференциальных уравнений Колмогорова; 3) не решая самой системы, найти предельное стационарное распределение вероятностей; 4) получить численное решение системы уравнений Колмогорова с шагом  $\Delta t = 0,05$  и убедиться, что при достаточно большом времени оно выходит на стационарное решение.



## Образец типового варианта расчетно-графической работы

### «Выполнение РГР №2 Математическая статистика»

**Задание 1.** Для определения средней дальности грузоперевозок проведено наблюдение за 20 грузами. В таблице приведена масса каждого груза (в тоннах) и дальность перевозки (в км).

1. Найти минимальное и максимальное значения дальности перевозки в выборке. Построить гистограмму частот для дальности перевозок (без учёта масс перевезённых грузов), введя интервалы 0 – 200, 200 – 400, 400 – 600, 600 – 800, 800 – 1000, 1000 – 1200, 1200 – 1400, 1400 – 1600.

2. Найти точечную несмещённую оценку средней дальности перевозок:

а) с учётом масс грузов;

б) без учёта масс грузов.

3. Найти точечную несмещённую оценку дисперсии дальности перевозок в генеральной совокупности и исправленное среднеквадратическое отклонение (СКО) без учёта масс грузов.

4. Считая генеральное СКО известным (приняв его равным исправленному СКО), а распределение — нормальным, построить доверительный интервал для средней дальности перевозок с надёжностью, указанной в таблице.

5. Считая генеральное СКО неизвестным, построить доверительный интервал для средней дальности перевозок с надёжностью 0.99. Объяснить причины того, что доверительный интервал оказался шире, чем в пункте 4.

**Задание 2.** С целью изучения прочности некоторого изделия исследованы образцы, для каждого из которых определён предел прочности на разрыв. Весь интервал значений разбит на 9 интервалов равной длины, и определены частоты попадания в каждый интервал. В таблице указаны середины интервалов (в и частоты).

1. Полагая, что в генеральной совокупности количественный признак (предел прочности на разрыв) распределён нормально, произвести выравнивание статистического ряда. На одном графике показать эмпирические и теоретические частоты.

2. Проверить гипотезу о нормальном распределении, задавшись уровнем значимости  $\alpha = 0.05$ .

**Задание 3.** В таблице указаны отдельные характеристики работы железнодорожного транспорта 13 стран.

1. Найти выборочный коэффициент корреляции между указанной парой показателей  $X$ ,  $Y$ .

2. Проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции при уровне значимости гипотезы  $\alpha = 0.05$ .

3. Найти выборочное уравнение линейной регрессии  $Y$  по  $X$  и построить соответствующий график.

### 3.2 Типовые контрольные задания для решения кейс-задач

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для решения кейс-задач.

#### Образец типового варианта кейс-задачи

«Понятие систем массового обслуживания. Простейший поток и его свойства. Марковская система массового обслуживания. Простейшая замкнутая СМО без отказов и ожидания»

#### Задание

Имеется два входа на предприятие; каждый вход оборудован устройством для проверки пропуска. Поток поломок каждого устройства – простейший со средним временем безотказной работы 16 часов. Сломанное устройство немедленно начинает ремонтироваться. Поток обслуживания – также простейший, со средним временем ремонта 4 час. Если

устройство на входе сломалось, то пропуска проверяет охрана предприятия. При этом пропускная способность данного входа снижается в 2 раза. Требуется:

- определить интенсивность поломок  $\lambda$  и интенсивность ремонта  $\mu$  устройства;
- построить граф состояний системы, в которой состояния  $S_i$  соответствуют различному количеству сломанных устройств ( $i = 0, 1, 2$ ), указав на графе интенсивности переходов  $\lambda_0, \lambda_1, \mu_1, \mu_2$ ;
- определить стационарные вероятности состояний  $P_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) любым из следующих способов:

– по формулам  $P_0 = \left(1 + \frac{\lambda_0}{\mu_1} + \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2}\right)^{-1}$ ;  $P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0$ ;  $P_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_1$  для процесса

гибели и размножения.

– по формулам  $P_i = C_k^i \rho^i P_0$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $P_0 = (1 + \rho)^{-k}$ , где  $k = 2$  и  $\rho = \lambda / \mu$  – коэффициент загрузки системы;

– через матрицу интенсивностей  $\Lambda$ , решая матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} P_0 & P_1 & P_2 \end{pmatrix} \Lambda = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

дополненное условием нормировки вероятности.

Результаты представить в виде десятичных дробей, округлив до тысячных.

- Найти среднюю суммарную пропускную способность двух входов на предприятие (в процентах от максимальной).

### 3.3 Типовые контрольные задания для проведения тестирования

Фонд тестовых заданий по дисциплине содержит тестовые задания, распределенные по разделам и темам, с указанием их количества и типа.

#### Структура фонда тестовых заданий по дисциплине

Индикатор достижения компетенции	Тема в соответствии с РПД/РПП	Характеристика ТЗ	Количество тестовых заданий, типы ТЗ
ОПК-3.1 ОПК-3.2	Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Геометрическое определение вероятности	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	5 – ЗТЗ 3 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.1 ОПК-3.2	Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.2 ОПК-3.3	Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение	Знание	3 – ЗТЗ 5 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.3 УК-1.1	Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности	Знание	5 – ЗТЗ 3 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.1 ОПК-3.3	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства числовых характеристик	Знание	3 – ЗТЗ 5 – ОТЗ

		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.2 УК-1.1	Начальные и центральные моменты. Числовые характеристики различных распределений: биномиального, пуассоновского, равномерного, показательного	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.1 ОПК-3.3	Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма	Знание	5 – ЗТЗ 3– ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
УК-1.1	Введение в предельные теоремы теории вероятностей: поведение среднего арифметического. Относительная частота события. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.1	Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.2	Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии. Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных величин	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.3	Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям. Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса	Знание	5 – ЗТЗ 3– ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.1 УК-1.1	Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.1 ОПК-3.2	Понятие систем массового обслуживания. Простейший поток и его свойства. Марковская система массового обслуживания. Простейшая замкнутая СМО без отказов и ожидания	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.2 УК-1.1	Выборка. Статистическое распределение. Точечные статистические оценки	Знание	3 – ЗТЗ 5– ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	3 – ЗТЗ 5– ОТЗ
ОПК-3.2 ОПК-3.3	Интервальная оценка, её точность и надёжность. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения (большая и малая выборки)	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ

ОПК-3.1 УК-1.1	Понятие статистической гипотезы. Гипотезы о генеральной средней нормального распределения, о равенстве двух генеральных средних	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	3 – ЗТЗ 5 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
ОПК-3.1 УК-1.1	Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии	Знание	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Умение	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Действие	4 – ЗТЗ 4 – ОТЗ
		Итого	204 – ЗТЗ 204 – ОТЗ

Полный комплект ФТЗ хранится в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС и обучающийся имеет возможность ознакомиться с демонстрационным вариантом ФТЗ.

Ниже приведен образец типового варианта итогового теста, предусмотренного рабочей программой дисциплины.

**Задание 1.** Укажите верные утверждения:

1. чем меньше математическое ожидание случайной величины, тем меньше её дисперсия
2. чем меньше существует различных возможных значений случайной величины, тем меньше её дисперсия
3. чем меньше мода случайной величины, тем больше её дисперсия
4. чем меньше вероятности крайних значений случайной величины, тем меньше дисперсия
5. чем ближе к математическому ожиданию находятся значения случайной величины, тем меньше дисперсия

**Задание 2.** Выберите правильные ответы

График плотности распределения вероятностей для нормального закона с математическим ожиданием  $a$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma$  имеет следующие обязательные свойства:

1. симметричность относительно линии  $x = a$
2. наличие максимума при  $x = a$
- 3 симметричность относительно оси  $y$
4. перегибы при  $x = a - \sigma$  и  $x = a + \sigma$
5. наличие максимума при  $x = \sigma$
6. перегибы при  $x = -\sigma$  и  $x = +\sigma$

**Задание 3.** Выберите правильный ответ

Надёжность интервальной оценки - это:

1. вероятность того, что точечная оценка совпадёт с оцениваемой величиной
2. вероятность того, что оцениваемая величина попадёт в некоторый интервал
3. полуширина интервала, покрывающего неизвестный параметр с некоторой вероятностью
4. разность между максимально и минимально возможными значениями некоторого параметра

**Задание 4.** Выберите правильные ответы. При проверке гипотезы о типе распределения критическая точка распределения  $\chi^2$  зависит от:

1. уровня значимости гипотезы
2. числа параметров распределения
3. объёма выборки
4. числа групп выборки (вариантов или интервалов)

**Задание 5.** . Дополните.

Известен закон распределения системы двух дискретных случайных величин

Y	X		
	0	1	2
0	0,4	0,1	0
1	0,1	0,3	0,1

Дисперсия составляющей Y равна \_\_\_\_\_

Ответ введите в виде десятичной дроби, отделяя целую часть точкой или запятой

### Задание 6

Отметьте правильный ответ

Классическое определение вероятности по формуле  $P(A) = m/n$  возможно, если:

- общее число исходов  $n$  достаточно велико ( $n \gg m$ )
- число благоприятных исходов  $m$  стремится к  $n$
- опыт обладает симметрией исходов (они несовместны, равновозможны и образуют полную группу)

### Задание 7

Дополните

Вероятность суммы двух событий равна сумме их вероятностей, если эти события ....

**Задание 8.** Вероятность наступления события в одном испытании равна  $1/6$ . Проведено 600 испытаний. Расположите в порядке возрастания следующие вероятности:

1. вероятность того, что событие наступит от 90 до 110 раз
2. вероятность того, что событие наступит от 60 до 80 раз
3. вероятность того, что событие наступит от 100 до 120 раз
4. вероятность того, что событие наступит от 110 до 130 раз

**Задание 9.** Дополните. Ответ запишите в виде десятичной дроби, отделяя дробную часть точкой или запятой.

Известно статистическое распределение количественного признака  $X$ :

$x_i$ (варианты)	5	7	9	11	13
$n_i$ (частоты)	3	4	5	2	1

Тогда накопленная частота  $n_x$  при  $x = 9$  равна \_\_\_\_\_

**Задание 10.** Что произойдёт с доверительным интервалом для математического ожидания нормально распределенного признака при росте объёма выборки в 4 раза? (Надёжность оценки не изменяется.)

1. сузится в 2 раза
2. расширится в 2 раза
3. сузится в 4 раза
4. сузится в 16 раз

**Задание 11.** Отметьте правильный ответ

Обработка парных наблюдений количественных признаков  $X$  и  $Y$  дала следующие результаты:  $\bar{x} = 5$ ;  $\bar{y} = 11$ . Оценка коэффициента  $a$  уравнения регрессии  $\bar{y}_x = ax + b$  методом наименьших квадратов составляет 1.6. В таком случае оценка коэффициента  $b$  составит:

1. 1.5
2. 2
3. 2.5
4. 3

### Задание 12



Отметьте правильный ответ

Имеется 2 билета разных лотерей. Вероятность выигрыша в первой лотерее равна 0.01, а во второй 0.02. Чему равна вероятность того, что один из этих билетов выиграет, а один проиграет?

- 0.0298       0.0098       0.0198       0.0296  
 число благоприятных исходов  $m$  не превышает общего числа исходов  $n$

**Задание 13.** Выберите правильный ответ.

Один из двух стрелков вызывается на линию огня и производит выстрел. Цель поражена. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0.3, для второго - 0.5. Вероятность того, что выстрел произведён вторым стрелком, равна

1.  $3/8$
2.  $3/5$
3.  $5/8$
4.  $5/3$
5.  $2/3$
6.  $2/5$

**Задание 14.** По результатам восьми измерений некоторой величины  $X$  получено среднее значение 23 и выборочная дисперсия  $D = 56$  (результаты измерений предположительно распределены нормально). Коэффициент Стьюдента равен 2.37 при  $\gamma = 0,95, n = 8$ . Доверительный интервал для математического ожидания  $a$  с надежностью  $\gamma = 0,95$

1. (16,3 ; 29,7)
- 2.: (1,5 ; 13,5)
3. (11,2 ; 100,8)
4. (12,8 ; 115,2)
5. (2,4 ; 13,7)
6. (11,2 ; 115,2).

**Задание 15**

Вероятность наступления события в одном испытании равна  $1/6$ . Проведено 600 испытаний. Расположите в порядке возрастания следующие вероятности:

- 4:** вероятность того, что событие наступит от 90 до 110 раз  
**1:** вероятность того, что событие наступит от 60 до 80 раз  
**3:** вероятность того, что событие наступит от 100 до 120 раз  
**2:** вероятность того, что событие наступит от 110 до 130 раз

**Задание 16.** Дополните.

Матрица переходных вероятностей цепи Маркова имеет вид

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Тогда вероятность того, что в стационарном (установившемся) режиме система будет находиться в состоянии  $S_1$  равна \_\_\_\_\_

Ответ введите в виде десятичной дроби, отделяя целую часть точкой

### 3.4 Типовые задания для выполнения лабораторной работы и примерный перечень вопросов для ее защиты

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты.

Образец заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты

«Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Геометрическое определение вероятности»

Задание 1.1. Подбрасываются:

- (1.1.1) одна игральная кость;
- (1.1.2) две игральных кости;
- (1.1.3) три игральных кости;
- (1.1.4) четыре игральных кости.

В качестве случайного события рассматривается появление определённого суммарного числа очков на брошенных костях. (Например, при бросании двух костей могут наступить следующие события: «2», «3», ..., «12»). Необходимо в каждой из предложенных задач (1.1.1)-(1.1.4) найти (оценить) вероятности всех возможных событий, проведя 10000 испытаний.

*Контрольные вопросы*

1. Сформулируйте классическое определение вероятности.
2. Дайте определение и приведите расчётные формулы для числа перестановок (без повторяющихся элементов и с повторяющимися элементами), числа сочетаний, числа размещений.
3. Как вы понимаете смысл теоремы Бернулли и статистического определения вероятности? Приведите примеры применения.
4. Проанализируйте результаты решения задания 1.2.

Образец заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты

«Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса»

Задание 2.4. Студент сдаёт тест, который включает в себя 32 задания по 8 разделам (дидактическим единицам), по 4 задания в каждом разделе. Дидактическая единица считается освоенной, если не менее чем 2 задания из 4 решены правильно. Студент считается сдавшим тест, если он освоил все 8 дидактических единиц. Известно, что студент правильно решает каждое тестовое задание с вероятностью  $p$ . С какой вероятностью он сдаст тест? Задачу решить следующими способами.

**1.4.1.** Аналитически найти вероятность освоения дидактической единицы как вероятность суммы несовместных событий (2, 3 или 4 правильных ответа), вычисляя отдельные слагаемые с помощью формулы Бернулли (2.5). Затем найти вероятность сдать тест как вероятность освоения всех 8 дидактических единиц. Ответ:

$$p_{test} = p^{16} (6 - 8p + 3p^2)^8.$$

**1.4.2.** Смоделировать результат выполнения каждого задания двоичным кодом: 0, если задание не выполнено; 1, если задание выполнено правильно. Организовать подсчёт правильно выполненных заданий в каждой дидактической единице и определение результата теста в целом. По серии испытаний оценить вероятность сдачи теста при заданном  $p$ .

**1.4.3.** Смоделировать результат прохождения каждой дидактической единицы как случайную величину, имеющую биномиальное распределение

$$P(X = k) = C_4^k p^k (1 - p)^{4-k}, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Определить результат теста в целом. По серии испытаний оценить вероятность сдачи теста при заданном  $p$ .

Сравнить результаты, получаемые всеми описанными способами.

#### *Контрольные вопросы*

1. Что такое сумма событий, произведение событий, несовместные события, полная группа событий, противоположные события?
2. Запишите формулу для суммы двух событий, сформулируйте следствия из неё.
3. Что такое зависимые и независимые события?
4. Как вычисляется вероятность произведения событий?
5. Запишите и объясните смысл формулы полной вероятности.
6. Приведите примеры дискретных случайных величин.
7. Какая задача приводит к формуле Бернулли и биномиальному закону распределения?
8. Виды единичного жребия в методе Монте-Карло.
9. Проанализируйте результаты решения задания 2.4. Постройте график зависимости вероятности успешного прохождения всего теста данным студентом от вероятности правильного выполнения им тестовых заданий.

Образец заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты

«Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма»

4.1. Получить распределение случайной величины  $X$  – числа шестёрок, выпадающих при бросании 600 игральных костей (см. выше пример 13), применив следующие подходы:

- 4.1.1. биномиальное распределение (точный подход);
- 4.1.2. распределение Пуассона (в данном случае – грубое приближение);
- 4.1.3. нормальное распределение (приближение в соответствии с локальной теоремой Лапласа);
- 4.1.4. статистическое распределение, возникающее при разыгрывании нормальной случайной величины по методу Монте-Карло.

Кроме этого, применив интегральную теорему Лапласа, получить приближённо вероятность того, что среди 600 брошенных костей окажется от 90 до 105 шестёрок, и сравнить с точным значением, вычисленным через формулу Бернулли (биномиальное распределение). Используя статистическое распределение, проверить выполнение правила трёх сигма.

#### *Контрольные вопросы*

1. Сформулируйте условия применимости формулы Пуассона и локальной теоремы Лапласа в задачах о числе наступлений события в серии однородных независимых опытов.
2. Дайте определение функции распределения и плотности распределения вероятностей случайной величины.
3. Используя график нормальной кривой, объясните смысл параметров  $a$  и  $\sigma$ .
4. Приведите пример случайной величины, удовлетворяющей условиям центральной предельной теоремы.

Образец заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты

«Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии. Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных величин»

Задание 3.2. Игральная кость бросается дважды.  $X$  – число выпавших шестёрок,  $Y$  – сумма выпавших очков. Исследовать функцию регрессии  $Y$  по  $X$  и корреляционную связь случайных величин двумя методами:

- 3.2.1. аналитически (аналогично решению примера 11);

3.2.2. методом Монте-Карло, генерируя случайные парные выборки объёма  $2 \times 10000$ .

**Контрольные вопросы**

1. Почему коэффициент корреляции в обоих заданиях (3.1 и 3.2) оказывается положительным?

2. Что произойдёт с коэффициентом корреляции, если случайная величина  $X$  в задании 3.2 будет не числом выпавших шестёрок, а:

– числом единиц?

– числом троек?

Проверьте свои предположения численным экспериментом.

3. Используя оценки коэффициентов регрессии, предскажите сумму очков на двух костях (задание 3.2), если известно, что ровно на одной из костей выпала шестёрка.

Образец заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты

«Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям.

Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса»

Задание 5.2. (см. пример 16). Матрица перехода цепи Маркова имеет вид

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}.$$

Найти стационарное распределение вероятностей по состояниям, разыграв случайный процесс методом Монте-Карло.

**Контрольные вопросы**

1. Какие случайные процессы называют процессами с дискретным (непрерывным) временем? Приведите примеры тех и других процессов.

2. Какой случайный процесс называется марковским?

3. Как называется марковская цепь, для которой вероятность  $P_{ij}^{(m)}$  перехода из состояния  $i$  в состояние  $j$ , где  $i$  и  $j$  принимают все возможные значения, одинакова для любого шага  $m$ ?

4. Из каких элементов состоит граф состояний случайного процесса? Поясните на примере.

5. Какое состояние процесса называют: несущественным? существенным?

6. Что такое состояние поглощения?

7. Какие состояния называют сообщающимися?

8. Запишите и объясните равенство Маркова для вероятностей переходов за  $m$  шагов.

9. Как найти матрицу перехода за  $m$  шагов, если известна матрица перехода за 1 шаг?

10. Как найти вектор распределения вероятностей по состояниям на шаге  $m$  через начальный вектор вероятностей состояний и матрицу перехода за  $m$  шагов?

11. Что такое стационарное распределение вероятностей состояний?

12. Запишите в матричном виде условие стационарности процесса с дискретным временем.

13. При каком условии марковская цепь с конечным числом состояний имеет единственное стационарное предельное распределение вероятностей?

14. Чему равна предельная стационарная вероятность: (1) несущественного состояния? (2) единственного состояния поглощения (при отсутствии других классов существенных состояний)?

Образец заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты

«Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения»  
Задание 6.1. Марковский процесс с непрерывным временем задан матрицей интенсивностей

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 6 & -8 & 2 \\ 3 & 4 & -7 \end{pmatrix}.$$

В начальный момент времени система находится в состоянии  $S_1$ . Требуется исследовать динамику распределения вероятностей системы и получить стационарное распределение вероятностей.

**Контрольные вопросы**

1. Какие случайные процессы называют процессами с непрерывным временем?
2. Почему для описания процессов с непрерывным временем применяется не матрица перехода, а матрица интенсивностей?
3. Объясните тот факт, что интенсивность перехода может быть величиной как неотрицательной, так и отрицательной. На каких местах в матрице интенсивностей стоят отрицательные элементы, и почему?
4. Как по интенсивности перехода приближённо рассчитать вероятность перехода из состояния  $i$  в состояние  $j$  за малое время  $\Delta t$ ? Рассмотрите отдельно случаи  $i \neq j$  и  $i = j$ .
5. Охарактеризуйте систему уравнений Колмогорова для марковского процесса с непрерывным временем и запишите её в матричном виде.
6. Как выглядит условие стационарности марковского процесса с непрерывным временем в матричном виде?

Образец заданий для выполнения лабораторных работ и примерный перечень вопросов для их защиты

«Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии»

Задание 9.1. В табл. 9.1 указаны  $X$  – густота сети на 100 кв. километров территории и  $Y$  – средняя дальность грузоперевозок по железным дорогам 13 стран в 1969 году.

9.1.1. Найти выборочный коэффициент корреляции между указанной парой показателей  $X$ ,  $Y$ .

9.1.2. Проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции при уровне значимости гипотезы  $\alpha = 0,05$ .

9.1.3. Найти выборочное уравнение линейной регрессии  $Y$  по  $X$  и построить соответствующий график.

**Контрольные вопросы**

1. В чём различие функциональной зависимости и корреляционной связи?
2. Приведите и проанализируйте собственный пример корреляционной зависимости величин: в природе; в общественной жизни; в технике или в производстве; в экономике.
3. Что такое ковариация (корреляционный момент)? Почему ковариация (корреляционный момент) является неудобным измерителем тесноты корреляции?
4. Что такое выборочный коэффициент корреляции? Какова область его возможных значений?
5. Охарактеризуйте корреляцию между  $X$  и  $Y$ , если коэффициент корреляции  $r_{xy} = -0.85$ .

6. В каком случае коэффициент корреляции равен единице?
7. Сформулируйте цель регрессионного анализа.
8. Какая функция минимизируется при применении метода наименьших квадратов?
9. Как связаны между собой линейный коэффициент корреляции и угловой коэффициент уравнения парной линейной регрессии?

### 3.5 Типовые контрольные задания для выполнения проверочных работ

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для выполнения проверочных работ.

#### Образец типового варианта проверочной работы

«Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение»

*Задание 1.* Из 15 карточек, отмеченных числами от 1 до 15, наугад выбирают одну. Какова вероятность того, что номер карточки есть число, не делящееся ни на 2, ни на 3?

*Задание 2.* Имеется три аппарата разной конструкции. Вероятность безотказной работы в течение года для первого аппарата равна 0.9, для второго — 0.8, для третьего — 0.7. Какова вероятность, что хотя бы один аппарат выйдет из строя в течение года?

*Задание 3.* Имеется пять мишеней типа А, три – типа В, две – типа С. Вероятность попадания в мишень типа А равна 0.4, в мишень типа В – 0.1, типа С – 0.15. Найти вероятность поражения мишени при выстреле, если он производится по одной из десяти мишеней с равной вероятностью.

*Задание 4.* Рыбак забросил спиннинг 100 раз. Найти вероятность того, что он поймал хотя бы одну рыбу, если в среднем одна рыба приходится на 200 забрасываний.

*Задание 5.* Случайная величина  $X$  принимает 2 возможных значения  $x_1 = 2$  и  $x_2 = 4$ , причём значение  $x_1$  втрое вероятнее, чем  $x_2$ . Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

#### Образец типового варианта проверочной работы

«Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности»

*Задание.* По функции распределения найти плотность распределения вероятностей, построить графики, найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{x^2 - x}{2}, & 1 < x < 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

#### Образец типового варианта проверочной работы

«Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа»

Найти вероятность того, что событие, имеющее вероятность  $p$  наступления в одном испытании, в  $n$  испытаниях наступит:

- ровно  $pn$  раз;
- от  $x_1$  до  $x_2$  раз.

$$p = 0.3, \quad n = 500, \quad x_1 = 160, \quad x_2 = 170.$$

Каков интервал «реальных» значений числа наступления события в данной серии с точки зрения правила трёх сигма?

### 3.6 Перечень теоретических вопросов к экзамену

(для оценки знаний)

Теория вероятностей

1. Дайте определения и приведите формулы для нахождения числа перестановок, сочетаний, размещений.
2. Какое событие называется достоверным? Какие значения может принимать вероятность? Какой исход называется благоприятным к данному событию?
3. Дайте классическое определение вероятности. Всегда ли его можно применить? Приведите примеры.
4. Что такое противоположные события? Как связаны между собой их вероятности?
5. Дайте определение суммы событий  $A$  и  $B$ . Получите формулу вероятности суммы двух событий.
6. Каково условие независимости события  $A$  от события  $B$ ?
7. Дайте определение произведения событий, приведите формулы для вероятности произведения двух и трёх событий.
8. В каком случае вероятность произведения двух событий равна произведению их вероятностей?
9. Формула полной вероятности события.
10. Формула Байеса.
11. Дайте определения дискретной и непрерывной случайных величин.
12. Биномиальное распределение случайной величины, формула Бернулли.
13. Формула Пуассона (закон редких событий). При каких условиях она применима?
14. Геометрическое распределение.
15. Гипергеометрическое распределение.
16. Функция распределения случайной величины и её свойства.
17. Можно ли перечислить все значения произвольной непрерывной случайной величины? Ответ поясните.
18. Плотность распределения вероятностей, её связь с функцией распределения.
19. Как найти вероятность того, что значение непрерывной случайной величины принадлежит данному интервалу?
20. Равномерное распределение.
21. Показательное распределение.
22. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайной величины.
23. Чему равно математическое ожидание отклонения случайной величины от её математического ожидания?
24. Математическое ожидание суммы случайных величин; произведения случайных величин.
25. Дисперсия дискретной и непрерывной случайных величин.
26. Арифметические свойства дисперсии.
27. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, равномерно распределённой в интервале.
28. Математическое ожидание и дисперсия числа появлений события в серии однородных независимых испытаний.
29. Табличное представление закона распределения системы двух дискретных случайных величин. Законы распределения отдельных составляющих.
30. Условный закон распределения одной из составляющих в системе дискретных случайных величин.
31. Условное математическое ожидание. Функция линейной регрессии одной случайной величины по другой случайной величине.
32. Корреляционный момент и коэффициент корреляции системы случайных величин.
33. Функция распределения системы случайных величин.
34. Плотность распределения вероятностей системы непрерывных случайных величин.
35. Как найти вероятность попадания двумерной случайной величины в прямоугольник со сторонами, параллельными осям?
36. График плотности распределения вероятностей для нормального закона и его свойства
37. Смысл параметров нормального распределения.

38. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в интервал. Случай симметричного интервала.
39. Правило «трёх сигма» для нормально распределенной случайной величины.
40. Математическое ожидание и дисперсия среднего арифметического  $n$  одинаково распределённых и взаимно независимых случайных величин.
41. Относительная частота события в серии опытов. Теорема Бернулли.
42. Суть центральной предельной теоремы.
43. Локальная и интегральная формулы Лапласа.

#### Случайные процессы

44. Понятие случайной функции и случайного процесса.
45. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и с дискретным временем, матрица переходных вероятностей.
46. Классификация состояний.
47. Распределение вероятностей по состояниям через  $m$  шагов.
48. Стационарное распределение вероятностей по состояниям. Понятие эргодического процесса.
49. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и с непрерывным временем. Матрица интенсивностей.
50. Системы уравнений Колмогорова. Стационарное решение.
51. Процесс гибели и размножения.
52. Понятие систем массового обслуживания. Простейший поток и его свойства.
53. Марковская СМО без отказов и без очереди

#### Математическая статистика

54. Генеральная и выборочная совокупности. Сплошной и выборочный методы наблюдения. Репрезентативность выборки. Объясните разницу между случайными и систематическими ошибками, приведите пример. Случайные и систематические ошибки репрезентативности.
55. Статистическое распределение количественного признака. Варианты и частоты. Полигон и гистограмма.
56. Накопленные частоты. Какова область значений накопленной частоты? Эмпирическая функция распределения.
57. Выборочная и генеральная средние. Поясните на примере, как рассчитать выборочную среднюю количественного признака по полигону частот, по гистограмме частот.
58. Понятие оценки. Свойства оценок: несмещённость и состоятельность. Выборочная средняя как несмещённая оценка генеральной средней.
59. Какая статистическая величина является точечной оценкой вероятности наступления события в отдельном испытании? Поясните примером.
60. Характеристики вариации количественного признака: дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Выборочная дисперсия как смещённая оценка генеральной дисперсии. Исправленная дисперсия, исправленное среднее квадратическое отклонение.
61. Выравнивание статистического ряда, эмпирические и теоретические частоты. Построение предполагаемого нормального распределения по данным наблюдений.
62. Интервальные оценки неизвестных параметров распределения. Понятия точности и надёжности оценки, доверительный интервал.
63. Интервальная оценка генеральной средней (математического ожидания) нормального распределения при известном генеральном среднее квадратическом отклонении.
64. Минимальный объём выборки, обеспечивающий заданную точность и надёжность интервальной оценки генеральной средней.



65. Интервальная оценка генеральной средней нормального распределения при неизвестном генеральном среднеквадратическом отклонении (малая выборка).
66. Понятие статистической гипотезы. Два рода ошибок, возникающих при проверке гипотез. Принципы проверки гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости гипотезы.
67. Гипотеза о равенстве двух генеральных средних.
68. Гипотеза о виде распределения. Сравнение эмпирических и теоретических частот. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о нормальном распределении признака в генеральной совокупности.
69. Понятие корреляции. Диаграмма рассеивания. Выборочный коэффициент линейной корреляции.
70. Придумайте и проанализируйте собственные примеры корреляционной зависимости величин в природе, в технике, в экономике.
71. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции.
72. Понятие регрессии и регрессионного анализа. Метод наименьших квадратов. Выборочное уравнение линейной регрессии и его связь с коэффициентом корреляции.

### **3.7 Перечень типовых простых практических заданий к экзамену** (для оценки умений)

#### Теория вероятностей

1. Какова вероятность того, что наугад вырванный листок из нового календаря соответствует первому числу месяца (год — не високосный)?
2. Из пяти карточек с буквами А, Б, В, Г, Д наугад выбираются три и располагаются в порядке появления. Какова вероятность, что получится слово «ДВА»?
3. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0.9, а для второго и третьего станка эта вероятность равна соответственно 0.8 и 0.85. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок потребует внимания рабочего.
4. Имеется 5 билетов по рублю, 3 билета по 3 рубля, 2 билета по 5 рублей. Наугад берут 3 билета. Найти вероятность того, что хотя бы 2 билета имеют одинаковую стоимость.
5. В одной урне 3 белых и 5 чёрных шаров, в другой – 5 белых и 2 чёрных. Из каждой взяли по одному шару. Найти вероятность того, что шары будут одинакового цвета.
6. В офисе имеется 3 телефона, работающих независимо друг от друга. Вероятности их занятости соответственно равны 0.08, 0.15, 0.2. Найти вероятность того, что хотя бы один телефон свободен.
7. По шоссе мимо заправочной станции проезжает вдвое больше легковых машин, чем грузовиков. Заправляется каждый десятый легковой автомобиль и каждый двадцатый грузовик. Какова вероятность, что проезжающий автомобиль будет заправляться?
8. В каждой из двух урн находятся 5 белых и 10 чёрных шаров. Из первой урны переложили во вторую наугад один шар, а затем из второй урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар – чёрный.
9. 30% пассажиров поезда – пожилые люди, 20% – молодёжь и 50% – люди среднего возраста. Вероятность отстать от поезда для представителей названных возрастных групп равна 0.02, 0.03 и 0.01. Некий пассажир отстал от поезда. Найти вероятность того, что это человек среднего возраста.
10. В фирме 3 автомобиля. Вероятность поломки в течение дня для каждого из автомобилей равна 0.05. Для нормальной работы требуется исправность минимум двух автомобилей. Какова вероятность нормальной работы фирмы в течение дня?
11. В партии 10% нестандартных деталей. Наугад отобраны четыре детали. Составить ряд распределения дискретной случайной величины – числа нестандартных деталей среди отобранных.

12. Вероятность того, что кедровый орех окажется пустым, равна 0.02. Найти вероятность того, что из 150 орехов 5 окажутся пустыми.
13. Рыбак забросил спиннинг 100 раз. Найти вероятность того, что он поймал хотя бы одну рыбу, если в среднем одна рыба приходится на 200 забрасываний.
14. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания при выстреле равна 0.6. Сколько нужно выдать снарядов, чтобы поразить цель с вероятностью 0.9?
15. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наугад отобраны 2 детали. Составить ряд распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
16. Время безотказной работы элемента распределено по закону  $f(t) = 0.01e^{-0.01t}$ ; где  $t$  измеряется в часах. Найти вероятность того, что элемент проработает безотказно 100 часов.
17. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы. Известно, что  $M(X) = 2$ ,  $D(X) = 4$ ,  $M(Y) = 3$ ,  $D(Y) = 1$ . Найти  $M(3X - 5Y)$  и  $D(3X - 5Y)$ .
18. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение распределения  $f(x) = 10e^{-10x}$  ( $x \geq 0$ ).
19. Монета подбрасывается 100 раз. Считая, что число выпавших «орлов» – случайная величина, удовлетворяющая условиям центральной предельной теоремы, по правилу трёх сигма постройте интервал «реальных» значений этой случайной величины.
20. Найти математическое ожидание произведения числа очков, которые могут выпасть при бросании двух игральных костей.
21. Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью наступления некоторого события в каждом опыте. Найти эту вероятность, если дисперсия числа появлений события в трёх опытах равна 0.63.

#### Математическая статистика

22. С понедельника по четверг служащий работает по 8 часов сутки, в пятницу – 6 часов, по субботам и воскресеньям отдыхает. Кроме этого, служащему 1 раз в четыре недели предоставляется отгул. Сколько часов в сутки в среднем работает служащий?
23. При каком объёме выборки различие между выборочной и исправленной дисперсиями составляет 1.2 раза?
24. Во сколько раз исправленное СКО больше выборочного при объёме выборки, равном 21?
25. В выборке присутствуют только 2 варианта количественного признака (3 и 5), причём одинаковое число раз. Чему равна выборочная дисперсия?
26. В выборке присутствуют только 2 варианта количественного признака (4 и 6), причём одинаковое число раз. Чему равен средний квадрат значений количественного признака?
27. Во сколько раз нужно увеличить объём выборки, чтобы улучшить точность оценки математического ожидания нормально распределённого признака в 9 раз?
28. Что произойдёт с доверительным интервалом для математического ожидания нормально распределённого признака при росте объёма выборки в 4 раза?
29. Генеральные дисперсии двух нормально распределённых признаков равны 2 и 8. Во сколько раз различается требуемый объём выборки для интервальной оценки математических ожиданий этих признаков с одинаковой точностью и надёжностью?
30. Во сколько раз изменится точность интервальной оценки математического ожидания нормально распределённого признака по выборочной средней (генеральное СКО известно) при росте объёма выборки с 20 до 500?
31. Во сколько раз изменится точность интервальной оценки математического ожидания нормально распределённого признака по выборочной средней (генеральное СКО известно) при росте надёжности с 0.95 до 0.99?

32. Во сколько раз изменится точность интервальной оценки математического ожидания нормально распределенного признака по выборочной средней (объем выборки равен 10, генеральное СКО не известно) при росте надёжности с 0.95 до 0.999?
33. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения по выборочной средней:  $32.7 < a < 39.3$  (Генеральное СКО известно и равно 5). Какова надёжность этой оценки, если объем выборки равен 25?

### 3.8 Перечень типовых практических заданий к экзамену (для оценки навыков и (или) опыта деятельности)

1. Известна функция распределения непрерывной случайной величины:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x < 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины, вероятность попадания случайной величины в интервал (0.5, 1).

2. Случайная величина  $X$  задана на всей оси  $OX$  функцией распределения

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}. \text{ Найти возможное значение } x_1, \text{ удовлетворяющее условию: с}$$

вероятностью равной 0,25 случайная величина  $X$  примет значение большее, чем  $x_1$

3. Случайная величина имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 3e^{-3x}, & x > 0. \end{cases}$$

Найти вероятность попадания этой случайной величины в интервал (0.13, 0.7).

4. Закон распределения случайной величины задан таблично:

$X$	4.3	5.1	10.6
$P$	0.2	0.3	0.5

Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины.

5. Случайная величина  $X$  принимает 2 равновероятных значения:  $x_1$  и  $x_2$ . Математическое ожидание  $M(X) = 4$ , дисперсия  $D(X) = 1$ . Найти  $x_1$  и  $x_2$ .

6. Производится стрельба из орудия по удаляющейся мишени. При первом выстреле вероятность попадания равна 0,85, при каждом следующем выстреле вероятность попадания уменьшается на 0,15. Произведено 4 выстрела. Построить ряд распределения числа попадания и найти числовые характеристики

7. Плотность вероятности случайной величины  $f(x) = 2 \cos 2x$  в интервале  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ , вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти медиану распределения.

8. Плотность вероятности случайной величины  $f(x) = 2x$  в интервале (0, 1), вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти третий центральный момент.

9. Найти вероятность попадания случайной точки  $(X, Y)$  в прямоугольник, ограниченный прямыми  $x=1, x=2, y=3, y=5$ , если известна функция распределения:

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 2^{-x} - 2^{-y} + 2^{-x-y}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & x < 0 \text{ или } y < 0. \end{cases}$$

10. Задана плотность вероятности системы случайных величин:

$$f(x, y) = \frac{C}{(9 + x^2)(16 + y^2)}.$$

Используя условие нормировки плотности, найти  $C$ .

11. Случайная величина распределена нормально. Математическое ожидание равно 10, среднеквадратическое отклонение равно 2. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал (8, 14).
12. Производится измерение некоторой физической величины. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону распределения со среднеквадратическим отклонением, равным 10. Систематические ошибки измерения отсутствуют. (Это означает, что математическое ожидание ошибки равно нулю.) Найти вероятность того, что модуль ошибки измерения меньше 15.
13. Случайная величина имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 10. Известно, что вероятность попадания этой случайной величины в интервал (10, 20) равна 0.3. Найти среднеквадратическое отклонение случайной величины.
14. По шоссе шириной 20 м ведётся стрельба в направлении, перпендикулярном шоссе. Прицеливание производится по середине шоссе. Среднеквадратическое отклонение в направлении стрельбы для данной дальности составляет 8 м. Имеется систематическая ошибка (недолёт) в 3 м. Найти вероятность попадания в шоссе при одном выстреле.
15. Вероятность рождения мальчика равна 0.51. Найти вероятность того, что среди 100 новорождённых будет ровно 50 мальчиков.
16. Вероятность того, что поезд прибудет на станцию без опоздания, равна 0.4. Найти вероятность того, что из 100 поездов больше половины прибудут на станцию без опоздания.
17. Задана дискретная двумерная случайная величина. Найти математическое ожидание системы

Y\X	10	20	35	50
5	0,1	0,3	0,05	0,1
6	0,15	0,05	0,05	0,2

18. Задана дискретная двумерная случайная величина:

Y\X	10	20	35	50
5	0,1	0,3	0,05	0,1
6	0,15	0,05	0,05	0,2

Найти дисперсию величины  $X$ .

### Случайные процессы

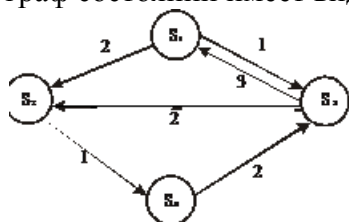
19. Дана матрица перехода цепи Маркова  $\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}$ . В начальный момент система находится в состоянии  $S_1$ . Требуется:  
 построить граф состояний и проанализировать характер состояний системы;  
 найти матрицу перехода за 2 шага;  
 найти распределение вероятностей по состояниям после 2-го шага;  
 найти стационарное распределение вероятностей по состояниям.
20. По матрице интенсивностей построить размеченный граф, найти стационарное распределение вероятностей.

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

21. Автоматизированная система управления (АСУ) продажей ж/д билетов состоит из двух параллельно работающих компьютеров. При выходе из строя одного из компьютеров АСУ продолжает нормально работать за счёт второго компьютера. При

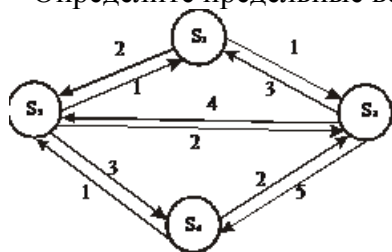
выходе из строя двух компьютеров билеты продаются вручную. Поток отказов каждого из компьютеров является простейшим. Среднее время безотказной работы одного компьютера равно 10 суткам. При выходе из строя компьютер тут же начинает ремонтироваться. Время ремонта распределено по показательному закону и в среднем составляет 2 суток. В начальный момент оба компьютера исправны. Найти среднюю производительность (в %), если при нормальной работе АСУ производительность равна 100%, а при продаже вручную – 30%.

22. Экономическая система  $S$  имеет возможные состояния  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . Размеченный граф состояний имеет вид:

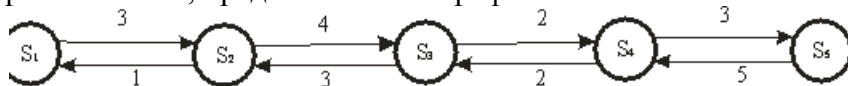


Вычислите вероятности состояний в стационарном режиме.

23. Напишите алгебраические уравнения для вероятностей состояний системы, представленной размеченным графом состояний, в установившемся режиме. Определите предельные вероятности состояний системы.



24. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме для процесса гибели и размножения, представленного графом.



#### Математическая статистика

25. Вариантами количественного признака  $X$  являются числа 32, 40, 48, 56. Ввести такой признак  $U = f(X)$ , чтобы его вариантами были числа 0, 1, 2, 3. Если  $D(U) = 1.5$ , то чему равна  $D(X)$ ?
26. Результаты наблюдений некоторой величины  $X$  записаны в порядке их поступления. Представить опытные данные в виде вариационного ряда, вычислить выборочное среднее и выборочную дисперсию: 0, 1, 0, 2, 1, 2, 3, 3, 0, 4, 4, 1, 2, 3, 4.
27. Найти несмещенную оценку выборочной дисперсии по данному распределению выборки объема  $n=10$ :

$x_i$	186	192	194
$n_i$	2	5	3

28. Найти эмпирическую функцию распределения, исправленную выборочную дисперсию и выборочную среднюю по данному распределению выборки объема  $n=20$ :

$x_i$	1	5	7	11
$n_i$	4	6	3	2

29. Построить полигон относительных частот по данному распределению выборки:

$x_i$	20	45	70	110
$n_i$	3	6	8	4

Найти числовые характеристики распределения

30. В цехе, производящем посуду, поочередно работают два грузчика. Каждый из них отработал по 100 дней. В дни работы 1-го грузчика оказывалось поврежденными в среднем за смену 36 изделий, в дни работы 2-го грузчика – 38 изделий. При этом

выборочные дисперсии числа повреждённых изделий составили соответственно 12 изд<sup>2</sup> и 13 изд<sup>2</sup>. Можно ли считать различие качества работы двух грузчиков незначимым?

31. При выпуске или закупке швейных изделий необходимо учитывать распределение людей по размеру и по росту. Требуется найти оценки среднего значения, дисперсии и среднеквадратического отклонения роста женщин по выборочным данным. (Обследовано 50 человек; результаты сгруппированы в интервалы длиной 4 см каждый, в таблице указаны середины интервалов.)

$x_i$	156	160	164	168	172	176	180
$n_i$	5	7	13	14	6	4	1

Произвести выравнивание статистического ряда в предположении, что в генеральной совокупности распределение является нормальным. Проверить гипотезу о нормальном распределении.

32. Получены 3 пары значений количественных признаков X и Y:  $x_1 = 1, y_1 = 2$ ;  $x_2 = 3, y_2 = 8$ ;  $x_3 = 5, y_3 = 8$ . Чему равны корреляционный момент, коэффициент корреляции, коэффициент линейной регрессии?

33. Известны 5 значений функции при 5-ти значениях аргумента. Построить диаграмму рассеивания и линейный тренд (по методу наименьших квадратов)

34. В таблице приводятся выборочные данные о площади (X, кв. м) и цене (Y, тыс. долларов) 10-и квартир.

Найти выборочный коэффициент корреляции, записать уравнение линейной регрессии Y по X, предсказать цену квартиры площадью 50 кв. м.

$x_i$	58	74	36	44	70	52	57	65	37	45
$y_i$	20	21	12	15	22	18	17	23	14	16

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

В таблице приведены описания процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий и процедур оценивания результатов обучения с помощью оценочных средств в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Наименование оценочного средства	Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
Расчетно-графическая работа (РГР)	Преподаватель не менее, чем за две недели до срока защиты РГР должен сообщить каждому обучающемуся номер варианта РГР. Задания РГР выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет. РГР должна быть выполнена в установленный преподавателем срок и в соответствии с требованиями к оформлению РГР (текстовой и графической частей), сформулированными в Положении «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль» (в последней редакции). РГР в назначенный срок сдаются на проверку. Если предусмотрена устная защита РГР, то обучающийся объясняет решение задач, указанных преподавателем, и отвечает на его вопросы
Кейс-задача	Преподаватель не менее, чем за неделю до срока решения кейс-задач должен довести до сведения обучающихся предлагаемые кейс-задачи. Решенные кейс-задачи в назначенный срок сдаются на проверку преподавателю
Тестирование (компьютерные технологии)	Тестирование проводится по результатам освоения тем или разделов дисциплины или по окончании ее изучения во время практических занятий. Во время проведения тестирования пользоваться учебниками, справочниками, конспектами лекций, тетрадями для практических занятий не разрешено. Преподаватель на практическом занятии, предшествующем занятию проведения теста, доводит до обучающихся: темы, количество заданий в тесте, время выполнения. Результаты тестирования видны обучающемуся на компьютере сразу после прохождения теста
Лабораторная работа	Защита лабораторных работ проводится во время лабораторных занятий. Во время проведения защиты лабораторной работы пользоваться учебниками, справочниками, конспектами лекций, тетрадями не разрешено. Преподаватель на лабораторной работе, предшествующей занятию проведения защиты лабораторной работы, доводит до обучающихся: номер защищаемой лабораторной работы, время на защиту лабораторной работы. Преподаватель информирует обучающихся о результатах защиты лабораторной работы сразу после ее контрольно-оценочного мероприятия
Проверочная работа	Проверочные работы, предусмотренные рабочей программой дисциплины, проводятся во время практических занятий. Вариантов проверочной работы по теме не менее двух. Во время выполнения проверочной работы разрешено пользоваться тетрадями для практических занятий. Преподаватель на практическом занятии, предшествующем занятию проведения проверочной работы, доводит до обучающихся тему проверочной работы, количество заданий в проверочной работе, время ее выполнения. Преподаватель информирует обучающихся о результатах проверки работы на следующем занятии после проведения проверочной работы; проверенные работы преподаватель возвращает обучающимся

Для организации и проведения промежуточной аттестации составляются типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Перечень теоретических вопросов и типовые практические задания разного уровня сложности для проведения промежуточной аттестации обучающиеся получают в начале семестра через электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС (личный кабинет обучающегося).

#### Описание процедур проведения промежуточной аттестации в форме экзамена и оценивания результатов обучения

Промежуточная аттестация в форме экзамена проводится путем устного собеседования по билетам или в форме компьютерного тестирования.

При проведении промежуточной аттестации в форме собеседования билеты составляются таким образом, чтобы каждый из них включал в себя теоретические вопросы и практические задания.

Билет содержит: два теоретических вопроса для оценки знаний. Теоретические вопросы выбираются из перечня вопросов к экзамену; два практических задания: одно из них для оценки умений (выбирается из перечня типовых простых практических заданий к экзамену); другое практическое задание для оценки навыков и (или) опыта деятельности (выбираются из перечня типовых практических заданий к экзамену).


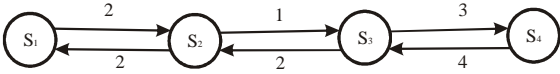
Распределение теоретических вопросов и практических заданий по экзаменационным билетам находится в закрытом для обучающихся доступе. Разработанный комплект билетов (25-30 билетов) не выставляется в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС, а хранится на кафедре-разработчике фондов оценочных средств.

На экзамене обучающийся берет билет, для подготовки ответа на экзаменационный билет обучающемуся отводится время в пределах 45 минут. В процессе ответа обучающегося на вопросы и задания билета, преподаватель может задавать дополнительные вопросы.

Каждый вопрос/задание билета оценивается по четырехбалльной системе, а далее вычисляется среднее арифметическое оценок, полученных за каждый вопрос/задание. Среднее арифметическое оценок округляется до целого по правилам округления

При проведении промежуточной аттестации в форме компьютерного тестирования вариант тестового задания формируется из фонда тестовых заданий по дисциплине случайным образом, но с условием: 50 % заданий должны быть заданиями открытого типа и 50 % заданий – закрытого типа.

### Образец экзаменационного билета

	<p>Экзаменационный билет № 1 по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»</p> <p><b>БАС</b> <b>4 семестр</b></p>	<p>Утверждаю: Заведующий кафедрой «_____» ИрГУПС _____</p>
<p>1. Тестирование.</p> <p>2. Функция плотности вероятности случайной величины <math>X</math> на всей числовой оси имеет вид:  <math display="block">f(x) = \frac{2C}{1+x^2}</math>         Найти постоянный параметр <math>C</math></p> <p>3. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме для процесса гибели и размножения, представленного графом.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>4. Известно среднеквадратическое отклонение нормально распределённого количественного признака <math>\sigma = 3</math>. По выборке дать интервальную оценку генеральной средней с надёжностью 0.98. Выборка:          5,2,4,3,6,6,2,6,2,8,6,7,6,4,5,1,6,6,3,5,8,4,9,8,7,6,3,9,7,1,9,7,9,8,9,3,0,5,9,0.</p>		