

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Иркутский государственный университет путей сообщения»  
(ФГБОУ ВО ИРГУПС)

УТВЕРЖДЕНА  
приказом и.о. ректора  
от «07» июня 2021 г. № 79

**Б1.О.07 Математика**

**рабочая программа дисциплины**

Специальность/направление подготовки – 38.03.01 Экономика

Специализация/профиль – Экономика предприятий и организаций

Квалификация выпускника – Бакалавр

Форма и срок обучения – очная форма 4 года

Кафедра-разработчик программы – Математика

Общая трудоемкость в з.е. – 13  
Часов по учебному плану (УП) – 468

Формы промежуточной аттестации  
очная форма обучения:  
экзамен 1, 2, 3 семестр

**Очная форма обучения**

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр	1	2	3	Итого
Вид занятий	Часов по УП	Часов по УП	Часов по УП	Часов по УП
<b>Аудиторная контактная работа по видам учебных занятий/ в т.ч. в форме ПП*</b>	85	85	51	<b>221</b>
– лекции	34	34	17	<b>85</b>
– практические (семинарские)	51	51	34	<b>136</b>
– лабораторные				
<b>Самостоятельная работа</b>	59	59	21	<b>139</b>
<b>Экзамен</b>	36	36	36	<b>108</b>
<b>Итого</b>	<b>180</b>	<b>180</b>	<b>108</b>	<b>468</b>

ИРКУТСК

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИРГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИРГУПС Трофимов Ю.А.

00a73c5b7b623a969ccad43a81ab346d50 с 08.12.2022 14:32 по 02.03.2024 14:32 GMT+03:00

Подпись соответствует файлу документа



Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденным Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12.08.2020 № 954.

Программу составил(и):  
к.т.н., доцент, доцент, М.П. Базилевский

Рабочая программа рассмотрена и одобрена для использования в учебном процессе на заседании кафедры «Математика», протокол от «4» июня 2021 г. № 19

Зав. кафедрой, к.т.н, доцент

Н.Л. Рябченко

СОГЛАСОВАНО

Кафедра «Экономика и управление на железнодорожном транспорте», протокол от «4» июня 2021 г. № 12-1

Зав. кафедрой, к.э.н., доцент

Д.А. Динец

<b>1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	
<b>1.1 Цели дисциплины</b>	
1	формирование личности обучающегося, развитие его интеллекта и способностей к логическому мышлению;
2	обучение основным методам анализа и моделирования процессов и явлений, выработка навыков решения задач экономико-математического содержания с использованием элементов линейной алгебры и математического анализа;
3	формирование представлений о методах, моделях и приёмах, позволяющих описывать явления и процессы, протекающие в условиях стохастической неопределённости
<b>1.2 Задачи дисциплины</b>	
1	ознакомить обучающихся с основными понятиями и методами линейной алгебры и математического анализа;
2	продемонстрировать обучающимся сущность научного подхода, специфику линейной алгебры и математического анализа и их роль в решении экономико-математических задач;
3	научить обучающихся приемам исследования и решения экономико-математических задач;
4	выработать у обучающихся умение анализировать полученные результаты, привить им навыки самостоятельного изучения литературы по данной дисциплине и ее приложениям;
5	ориентировать обучающихся на применение линейной алгебры и математического анализа в профессиональной деятельности, на применение к решению прикладных математических задач;
6	изложение основ теории вероятностей, изучение классических и специальных законов распределения случайных величин;
7	создание представлений о практических применениях теории вероятностей;
8	обучение основам статистического моделирования, методам обработки и анализа статистических данных
<b>1.3 Цель воспитания и задачи воспитательной работы в рамках дисциплины</b>	
Научно-образовательное воспитание обучающихся	
Цель научно-образовательного воспитания – создание условий для реализации научно-образовательного потенциала обучающихся в форме наставничества, тьюторства, научного творчества.	
Цель достигается по мере решения в единстве следующих задач:	
– формирование системного и критического мышления, мотивации к обучению, развитие интереса к творческой научной деятельности;	
– создание в студенческой среде атмосферы взаимной требовательности к овладению знаниями, умениями и навыками;	
– популяризация научных знаний среди обучающихся;	
– содействие повышению привлекательности науки, поддержка научно-технического творчества;	
– создание условий для получения обучающимися достоверной информации о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, повышения заинтересованности в научных познаниях об устройстве мира и общества;	
– совершенствование организации и планирования самостоятельной работы обучающихся как образовательной технологии формирования будущего специалиста путем индивидуальной познавательной и исследовательской деятельности	

<b>2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП</b>	
Блок/часть ОПОП	Блок 1. Дисциплины / Обязательная часть
<b>2.1 Дисциплины и практики, на которых основывается изучение данной дисциплины</b>	
1	Б1.О.08 Информатика
2	Б2.О.01(У) Учебная - ознакомительная практика
3	ФТД.02 Методы экономических расчетов
<b>2.2 Дисциплины и практики, для которых изучение данной дисциплины необходимо как предшествующее</b>	
1	Б1.О.01 Философия
2	Б1.О.08 Информатика
3	Б1.О.18 Система менеджмента качества
4	Б2.О.01(У) Учебная - ознакомительная практика
5	Б2.О.02(Н) Учебная - научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)
6	Б2.О.03(П) Производственная - технологическая (проектно-технологическая) практика
7	Б2.О.04(Пд) Производственная - преддипломная практика
8	Б3.01(Д) Подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы
9	Б3.02(Д) Защита выпускной квалификационной работы

**3 ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ТРЕБОВАНИЯМИ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ**

## ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию (задачу) и выделяет ее базовые составляющие. Формулирует математическую постановку задачи. Рассматривает различные варианты решения проблемной ситуации (задачи), разрабатывает алгоритмы их реализации</p>	<p>Знать: основные понятия линейной алгебры, методы матричного исчисления их приложения в экономике, векторной алгебры; основные понятия и методы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве и их приложения в экономике; основные понятия и различные формы представления комплексных чисел, квадратичных форм, понятие линейного пространства и линейных преобразований; основные понятия математического анализа, основные свойства и теоремы, методы математического анализа; законы алгебры случайных событий; разновидности случайных величин и их характеристики; основные законы распределения случайных величин; суть закона больших чисел; основы статистического метода исследования явлений</p>
		<p>Уметь: вычислять определители, выполнять действия с матрицами, находить матрицу, обратную к данной, находить ранг матрицы; исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами; определять размерность и базис линейного пространства; проверять линейность оператора и в случае его линейности составлять его матрицу; находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора, находить равновесный вектор торговли, составлять матрицу квадратичной формы и устанавливать ее знакоопределённость; находить координаты вектора, его длину; выполнять линейные операции с векторами; применять векторы для решения задач аналитической геометрии; составлять уравнения прямой на плоскости, составлять уравнения плоскости и прямой в пространстве; приводить уравнения кривых второго порядка к каноническому виду, определять тип кривой и изображать ее графически; выполнять арифметические действия с действительными и комплексными числами в различных формах; вычислять пределы, находить производные и вычислять интегралы; используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями; применять методы математического анализа к доказательству теорем и решению задач; вычислять вероятность случайного события в классической модели, суммы и произведения случайных событий; вычислять числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение; вычислять вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал; пользоваться правилом "трех сигма"; получать графическое изображение вариационных рядов (гистограмму, полигон, график эмпирической функции распределения); вычислять выборочные величины: среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратичное отклонение; пользоваться методом доверительных интервалов; выдвигать и проверять простейшие статистические гипотезы; применять корреляционно-регрессионный анализ данных</p>
		<p>Владеть: современными знаниями о методах линейной алгебры и их приложениях, математическим аппаратом дисциплины при решении стандартных задач; методами математического описания экономических задач и процессов; методами построения математических моделей типовых задач; методами анализа и расчета эффективности экономических моделей; современными знаниями о математическом анализе и его приложениях; основными понятиями математического анализа; различными методами</p>

	определения вероятности события; графическим, табличным и аналитическим методами представления распределений случайных величин; методом Монте-Карло; методами статистического оценивания, статистических гипотез, корреляционного и регрессионного анализа
--	--

#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма				*Код индикатора достижения компетенции	
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб	СР	
<b>1.0</b>	<b>Раздел 1. Матрицы и определители.</b>						
1.1	Тема 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядка.	1	2	2		2	УК-1.1
1.2	Тема 1.2. Понятие минора и алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы. Вычисление определителя n-го порядка. Обратная матрица. Матричные уравнения.	1	2	2		4	УК-1.1
1.3	Тема 1.3. Ранг матрицы. Эквивалентные преобразования матриц. Два способа определения ранга. Базисный минор. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы.	1	2	2		4	УК-1.1
<b>2.0</b>	<b>Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений.</b>						
2.1	Тема 2.1. Системы линейных алгебраических уравнений. Условие совместности системы (теорема Кронекера – Капелли). Решение систем уравнений матричным методом и по формулам Крамера.	1	2	2		2	УК-1.1
2.2	Тема 2.2. Исследование и решение неоднородных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Базисные решения. Системы линейных алгебраических уравнений в экономике.	1	2	6		2	УК-1.1
2.3	Тема 2.3. Системы линейных однородных алгебраических уравнений. Совместность однородных систем. Фундаментальная система решений.	1	2	2		2	УК-1.1
2.4	Тема 2.4. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ), основные понятия, определения. Продуктивные модели Леонтьева. Модель равновесных цен.	1	2	2		4	УК-1.1
2.5	Выполнение РГР № 1 «Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений. Модель Леонтьева».	1				4	УК-1.1
<b>3.0</b>	<b>Раздел 3. Векторы. Векторные пространства.</b>						
3.1	Тема 3.1. Геометрические векторы. Линейные операции над векторами в геометрической форме и координатной формах. Направляющие косинусы вектора. Умножение векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения.	1	2	4		4	УК-1.1
3.2	Тема 3.2. Понятие n-мерного арифметического вектора. Операции над векторами. Линейное пространство. Размерность, базис, разложение по базису, матрица перехода.	1	2	4		4	УК-1.1
3.3	Тема 3.3. Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базис. Экономический пример на ортогональность векторов.	1	2	2		4	УК-1.1
<b>4.0</b>	<b>Раздел 4. Линейные операторы. Квадратичные формы.</b>						
4.1	Тема 4.1. Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Линейная модель обмена (модель международной торговли).	1	2	6		2	УК-1.1
4.2	Тема 4.2. Квадратичные формы (определение, матричная форма записи, канонический вид, закон инерции квадратичных форм, положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра).	1	2	2		4	УК-1.1
4.3	Выполнение РГР № 2 «Линейные операторы»	1				4	

#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма				*Код индикатора достижения компетенции	
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб		СР
<b>5.0</b>	<b>Раздел 5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.</b>						
5.1	Тема 5.1. Прямоугольная система координат на плоскости. Уравнение прямой на плоскости (различные виды уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых).	1	2	2		3	УК-1.1
5.2	Тема 5.2. Графическое решение системы неравенств (построение области решений и области допустимых решений системы неравенств, нахождение координат угловых точек). Применение аналитической геометрии в экономике (линейная модель амортизации, линейная модель издержек, точка безубыточности, законы спроса и предложения).	1	2	4		3	УК-1.1
5.3	Тема 5.3. Плоскость в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное положение плоскостей. Прямая в пространстве. Взаимное положение прямых, прямой и плоскости и в пространстве.	1	2	6		3	УК-1.1
5.4	Тема 5.4. Кривые второго порядка: эллипс, окружность, гипербола, парабола (обзор).	1	2	2		3	УК-1.1
<b>6.0</b>	<b>Раздел 6. Комплексные числа.</b>						
6.1	Тема 6.1. Комплексные числа. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных и биквадратных уравнений.	1	2	1		1	УК-1.1
	Форма промежуточной аттестации – экзамен	1	36				УК-1.1
<b>7.0</b>	<b>Раздел 7. Введение в математический анализ. Элементы теории функций одной переменной.</b>						
7.1	Тема 7.1. Понятие множества. Числовые множества. Элементы алгебры множеств. Понятие функции одной переменной, область определения и область значений функции. Способы задания функции. Основные свойства функций. Обратная функция. Элементарная функция. Неявные, сложные функции.	2	2	2		2	УК-1.1
7.2	Тема 7.2. Предел функции, односторонние пределы, свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (определение, свойства, связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями).	2	2	4		4	УК-1.1
7.3	Тема 7.3. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность функций на отрезке, свойства.	2	2	2		4	УК-1.1
<b>8.0</b>	<b>Раздел 8. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>						
8.1	Тема 8.1. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Расчет производительности труда в заданный момент времени. Основные правила и формулы дифференцирования. Производная сложной функции, обратной функции.	2	2	2		2	УК-1.1
8.2	Тема 8.2. Производные высших порядков. Определение дифференциала функции, его свойства. Экономический смысл производной (применение производных в экономическом анализе). Эластичность функции, ее свойства.	2	2	6		4	УК-1.1
8.3	Тема 8.3. Исследование функций и построение их графиков. Нахождение экстремумов, точек перегиба и асимптот. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.	2	2	6		4	УК-1.1
8.4	Выполнение РГР № 3 «Исследование функций и построение графиков».	2				4	УК-1.1

#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма				*Код индикатора достижения компетенции	
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб		СР
<b>9.0</b>	<b>Раздел 9. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</b>						
9.1	Тема 9.1. Функции нескольких переменных. Функции двух переменных: определение функции, понятие области определения, множества значений, графическое представление. Понятие линии и поверхности уровня.	2	2	2		УК-1.1	
9.2	Тема 9.2. Определение частной производной функции нескольких переменных. Дифференцирование неявно заданных функций. Частные производные высших порядков. Производная по направлению. Градиент, его свойства.	2	2	4		УК-1.1	
9.3	Тема 9.3. Экстремум функции нескольких переменных (определение точки локального максимума и минимума функции; необходимые и достаточные условия). Условный экстремум функции двух переменных, метод множителей Лагранжа.	2	2	4		УК-1.1	
<b>10.0</b>	<b>Раздел 10. Интегральное исчисление.</b>						
10.1	Тема 10.1. Понятие первообразной функции. Определение неопределенного интеграла, его свойства, геометрический смысл. Табличные интегралы. Основные методы интегрирования (непосредственное интегрирование, метод замены переменной, метод интегрирования по частям).	2	2	4		УК-1.1	
10.2	Тема 10.2. Интегрирование рациональных дробей.	2	2	2		УК-1.1	
10.3	Тема 10.3. Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Достаточное условие существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.	2	2	2		УК-1.1	
10.4	Тема 10.4. Несобственные интегралы первого и второго рода (несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования, несобственные интегралы от неограниченных функций). Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур). Экономические приложения определенного интеграла.	2	2	4		УК-1.1	
10.5	Выполнение РГР № 4 «Приложения интегрального исчисления функции одной переменной».	2				4	УК-1.1
<b>11.0</b>	<b>Раздел 11. Дифференциальные уравнения и системы.</b>						
11.1	Тема 11.1. Дифференциальные уравнения. Понятие дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения, решения уравнения, понятие общего и частного решения, интегральной кривой, задача Коши. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.	2	2	2		2	УК-1.1
11.2	Тема 11.2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.	2	2	2		2	УК-1.1
11.3	Тема 11.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, фундаментальная система решений однородного уравнения, определитель Вронского, теорема об общем решении линейного	2	2	2		3	УК-1.1

#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма				*Код индикатора достижения компетенции	
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб		СР
	однородного уравнения.						
11.4	Тема 11.4. Системы линейных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в экономической динамике.	2	2	1		4	УК-1.1
	Форма промежуточной аттестации – экзамен	2	36				УК-1.1
<b>12.0</b>	<b>Раздел 12. Случайные события.</b>						
12.1	Тема 12.1. Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Геометрическое определение вероятности.	3	2	2		2	УК-1.1
12.2	Тема 12.2. Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	3	2	2		2	УК-1.1
<b>13.0</b>	<b>Раздел 13. Случайные величины.</b>						
13.1	Тема 13.1. Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение.	3	1	2			УК-1.1
13.2	Тема 13.2. Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности.	3	1	2		1	УК-1.1
13.3	Тема 13.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства числовых характеристик.	3	1	2		1	УК-1.1
13.4	Тема 13.4. Начальные и центральные моменты. Числовые характеристики различных распределений: биномиального, пуассоновского, равномерного, показательного.	3	1	2		1	УК-1.1
13.5	Тема 13.5. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма.	3	1	2		1	УК-1.1
<b>14.0</b>	<b>Раздел 14. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей.</b>						
14.1	Тема 14.1. Введение в предельные теоремы теории вероятностей: поведение среднего арифметического. Относительная частота события. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел. Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа.	3	1	3		2	УК-1.1
<b>15.0</b>	<b>Раздел 15. Системы случайных величин.</b>						
15.1	Тема 15.1. Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии. Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных величин.	3	1	3		2	УК-1.1
<b>16.0</b>	<b>Раздел 16. Марковские случайные процессы.</b>						
16.1	Тема 16.1. Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям. Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса.	3	1	2			УК-1.1
16.2	Тема 16.2. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения.	3	1	2		2	УК-1.1



#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма				*Код индикатора достижения компетенции	
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб		СР
16.3	Тема 16.3. Простейшие системы массового обслуживания. Применение схемы процесса гибели и размножения к решению задач СМО. Использование биномиальных формул в задаче о замкнутой СМО без отказов и ожидания. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.	3		2		2	УК-1.1
<b>17.0</b>	<b>Раздел 17. Математическая статистика.</b>						
17.1	Тема 17.1. Выборка. Статистическое распределение. Точечные статистические оценки.	3	1	2			УК-1.1
17.2	Тема 17.2. Интервальная оценка, её точность и надёжность. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения (большая и малая выборки).	3	1	2			УК-1.1
17.3	Тема 17.3. Понятие статистической гипотезы. Гипотезы о генеральной средней нормального распределения, о равенстве двух генеральных средних. Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона.	3	1	2			УК-1.1
17.4	Тема 17.4. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии.	3	1	2		1	УК-1.1
17.5	Выполнение РГР № 5 «Математическая статистика».	3				4	УК-1.1
	Форма промежуточной аттестации – экзамен	3	36				УК-1.1
	Итого часов (без учёта часов на промежуточную аттестацию)		85	136		139	

#### 5 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине оформлен в виде приложения № 1 к рабочей программе дисциплины и размещен в электронной информационно-образовательной среде Университета, доступной обучающемуся через его личный кабинет

#### 6 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 6.1 Учебная литература 6.1.1 Основная литература

	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/ онлайн
6.1.1.1	Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономистов : учебник - 3-е изд. / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман. Москва : Юнити-Дана, 2017. - 482с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=684732">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=684732</a> (дата обращения: 14.09.2022)	Онлайн
6.1.1.2	Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник - 2-е изд., перераб. и доп. / Н. Ш. Кремер. М. : Юнити, 2007. - 573с.	Онлайн
6.1.1.3	Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс - 12-е изд. / Д. Т. Письменный. М. : Айрис - пресс, 2014. - 608с.	Онлайн
6.1.1.4	Туганбаев, А. А. Высшая математика. Основы математического анализа: задачи с решениями и теория : учебник / А. А. Туганбаев. Москва : ФЛИНТА, 2018. - 316с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=607450">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=607450</a> (дата обращения: 14.09.2022)	Онлайн
6.1.1.5	Туганбаев, А. А. Высшая математика. Функции нескольких переменных и несобственные интегралы: теория и задачи : учебник / А. А. Туганбаев. Москва : ФЛИНТА, 2019. - 120с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=603140">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=603140</a> (дата обращения: 14.09.2022)	Онлайн

	14.09.2022)	
6.1.1.6	Туганбаев, А. А. Высшая математика: основы линейной алгебры. Теория и задачи : учебник / А. А. Туганбаев. Москва : ФЛИНТА, 2019. - 186с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=611207">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=611207</a> (дата обращения: 14.09.2022)	Онлайн
6.1.1.7	Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 320с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210536">https://e.lanbook.com/book/210536</a> (дата обращения: 19.04.2023)	Онлайн
<b>6.1.2 Дополнительная литература</b>		
	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/ онлайн
6.1.2.1	Бояркина, Г. П. Интегральное исчисление функции одной переменной : учеб. пособие для студентов заоч. отд-ния всех специальностей / М-во путей сообщ. РФ, Иркут. гос. ун-т путей сообщ.. Иркутск : ИрГУПС, 2003. - 67с.	436
6.1.2.2	Власенко, Л. Н. Линейная алгебра для экономистов : метод. пособие для студентов направления подгот. "Экономика" заоч. формы обучения / Л. Н. Власенко, Е. Ю. Донская. Иркутск : ИрГУПС, 2015. - 104с.	78
6.1.2.3	Гефан, Г. Д. Вероятностно-статистические методы на примере задач исследования работы железнодорожного транспорта : метод. пособие для проведения деловых игр / Г. Д. Гефан. Иркутск : ИрГУПС, 2015. - 33с.	Онлайн
6.1.2.4	Гефан, Г. Д. Марковские процессы и системы массового обслуживания : учеб. пособие по дисциплине "Математика" для студентов специальностей "Бухгалт. учет, анализ и аудит", "Упр. персоналом", "Экономика и упр. на предприятии (ж.-д. трансп.)", "Орг. перевозок и упр. на предприятии" заоч. формы обучения / Г. Д. Гефан. Иркутск : ИрГУПС, 2009. - 78с.	180
6.1.2.5	Гефан, Г. Д. Основы математической статистики : учеб. пособие по дисциплине "Математика" для студентов очной формы обучения всех специальностей / Г. Д. Гефан. Иркутск : ИрГУПС, 2011. - 70с.	479
6.1.2.6	Лыткина, Е. М. Теория вероятностей : учеб. пособие по дисциплине "Математика", "Теория вероятностей и математическая статистика" / Е. М. Лыткина, С. А. Чихачев. Иркутск : ИрГУПС, 2013. - 119с.	269
6.1.2.7	Петрякова, Е. А. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия : учеб. пособие по дисциплинам "Математика", "Алгебра и геометрия" / Е. А. Петрякова, Т. Л. Алексеева ; ред. А. П. Хоменко. Иркутск : ИрГУПС, 2010. - 148с. Авт. указаны на последней стр.	Онлайн
6.1.2.8	Синеговская, Т. С. Начала математического анализа : учеб. пособие по математике для студентов всех специальностей / Т. С. Синеговская, Н. В. Банина. Иркутск : ИрГУПС, 2007. - 106с. Авт. указан на обрат. стороне тит. л.	450
6.1.2.9	Толстых, О. Д. Комплексные числа (с приложениями к задачам электротехники) : текст лекций и рук. к практ. занятиям : учеб. пособие для студентов техн. специальностей / О. Д. Толстых, В. Е. Гозбенко. Иркутск : ИрГУПС, 2010. - 63с.	478
6.1.2.10	Черняева, Т. Н. Дифференциальные уравнения первого порядка : метод. пособие для самостоят. работы по дисциплине "Математика" / Т. Н. Черняева, И. П. Медведева. Иркутск : ИрГУПС, 2016. - 48с.	184
<b>6.1.3 Учебно-методические разработки (в т. ч. для самостоятельной работы обучающихся)</b>		
	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/ онлайн
6.1.3.1	Базилевский, М.П. Методические указания по изучению дисциплины Б1.О.07 Математика по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, профиль Экономика предприятий и организаций / М.П. Базилевский; ИрГУПС. – Иркутск : ИрГУПС, 2023. – 19 с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://www.irgups.ru/eis/for_site/umkd_files/mu_5855_1500_2021_1_signed.pdf">https://www.irgups.ru/eis/for_site/umkd_files/mu_5855_1500_2021_1_signed.pdf</a>	Онлайн
<b>6.2 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»</b>		
6.2.1	Электронно-библиотечная система «Издательство Лань», <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	
<b>6.3 Программное обеспечение и информационные справочные системы</b>		
<b>6.3.1 Базовое программное обеспечение</b>		
6.3.1.1	Microsoft Windows Professional 10, государственный контракт от 20.07.2021 № 0334100010021000013-01	
6.3.1.2	Microsoft Office Russian 2010, государственный контракт от 20.07.2021 № 0334100010021000013-01	
6.3.1.3	FoxitReader, свободно распространяемое программное обеспечение	<a href="http://free-">http://free-</a>

	software.com.ua/pdf-viewer/foxit-reader/
6.3.1.4	Adobe Acrobat Reader DC свободно распространяемое программное обеспечение <a href="https://get.adobe.com/ru/reader/enterprise/">https://get.adobe.com/ru/reader/enterprise/</a>
6.3.1.5	Яндекс. Браузер. Прикладное программное обеспечение общего назначения, Офисные приложения, лицензия – свободно распространяемое программное обеспечение по лицензии BSD License
<b>6.3.2 Специализированное программное обеспечение</b>	
6.3.2.1	Не предусмотрено
<b>6.3.3 Информационные справочные системы</b>	
6.3.3.1	Не предусмотрены
<b>6.4 Правовые и нормативные документы</b>	
6.4.1	Не предусмотрены

<b>7 ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	
1	Корпуса А, Б, В, Г, Д, Е ИрГУПС находятся по адресу г. Иркутск, ул. Чернышевского, д. 15; корпус Л ИрГУПС находится – по адресу г. Иркутск, ул. Лермонтова, д.80
2	Учебная аудитория Г-309 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, экран, (ноутбук переносной).
3	Учебная аудитория Г-121 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, экран, (ноутбук переносной).
4	Учебная аудитория Г-117 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель.
5	Учебная аудитория А-405 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, экран, компьютер. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (презентации).
6	Учебная аудитория Г-305 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, (ноутбук переносной). Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
7	Учебная аудитория Г-301 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, (ноутбук переносной). Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
8	Учебная аудитория Г-223 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
9	Учебная аудитория Г-212 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
10	Учебная аудитория Г-207 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).
11	Учебная аудитория Г-103 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель.
12	Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС. Помещения для самостоятельной

<p>работы обучающихся:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– читальные залы;</li> <li>– учебные залы вычислительной техники А-401, А-509, А-513, А-516, Д-501, Д-503, Д-505, Д-507;</li> <li>– помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования – А-521</li> </ul>
--

## 8 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Вид учебной деятельности	Организация учебной деятельности обучающегося
Лекция	<p>Лекция (от латинского «lectio» – чтение) – вид аудиторных учебных занятий. Лекция: закладывает основы научных знаний в систематизированной, последовательной, обобщенной форме; раскрывает состояние и перспективы развития соответствующей области науки и техники; концентрирует внимание обучающихся на наиболее сложных, узловых вопросах; стимулирует познавательную активность обучающихся.</p> <p>Во время лекционных занятий обучающийся должен уметь сконцентрировать внимание на изучаемых проблемах и включить в работу все виды памяти: словесную, образную и моторно-двигательную. Для этого весь материал, излагаемый преподавателем, обучающемуся необходимо конспектировать. На полях конспекта следует пометить вопросы, выделенные обучающимся для консультации с преподавателем. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы лучше запоминались. Полезно составить краткий справочник, содержащий определения важнейших понятий лекции. К каждому занятию следует разобрать материал предыдущей лекции. Изучая материал по учебнику или конспекту лекций, следует переходить к следующему вопросу только в том случае, когда хорошо усвоен предыдущий вопрос. Ряд вопросов дисциплины может быть вынесен на самостоятельное изучение. Такое задание требует оперативного выполнения. В конспекте лекций необходимо оставить место для освещения упомянутых вопросов. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, то необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии</p>
Практическое занятие	<p>Практическое занятие – вид аудиторных учебных занятий, целенаправленная форма организации учебного процесса, при реализации которой обучающиеся по заданию и под руководством преподавателя выполняют практические задания. Практические задания направлены на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Практические занятия развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания обучающихся, выступают как средства оперативной обратной связи; цель практических занятий – углублять, расширять, детализировать знания, полученные на лекции, в обобщенной форме и содействовать выработке навыков профессиональной деятельности.</p> <p>На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач. К каждому практическому занятию следует заранее самостоятельно выполнить домашнее задание и выучить лекционный материал к следующей теме. Систематическое выполнение домашних заданий обязательно и является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины</p>
Лабораторная работа	<p>Основной целью лабораторных работ является теоретическое обоснование, наглядное и/или экспериментальное подтверждение и/или проверка существенных теоретических положений (законов, закономерностей) анализ существующих методик и методов их реализации и т.д. Они занимают преимущественное место при изучении дисциплин обязательной части и части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.</p> <p>Исходя из цели, содержанием лабораторных работ могут быть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- экспериментальная проверка формул, методик расчета;</li> <li>- проведение натуральных измерений свойств, рабочих параметров, режимов работы при помощи лабораторного оборудования и/или стендов и макетов;</li> <li>- ознакомление, анализ и теоретические выкладки по устройству, принципу действия и способам обслуживания аппаратов, деталей машин, механизмов, процессов, протекающих в них при этом и т.д.;</li> <li>- наглядная графическая интерпретация чертежей, схем, объемных поверхностей и т.д., воспроизводимых с помощью специализированного программного обеспечения;</li> <li>- имитационное моделирование процессов, протекающих в сложных химических, физических, механических, электрических и пр. объектах;</li> <li>- наглядное представление о работе персонала конкретной организации или</li> </ul>

	<p>подразделения ОАО «РЖД» посредством моделирования штатных и внештатных ситуаций в виртуальных специализированных АРМ (автоматизированных рабочих мест);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- установление и подтверждение закономерностей (путем сравнения проведенного эксперимента и рассчитанных значений) и т.д.;</li> <li>- ознакомление с методиками проведения экспериментов, наглядным устройством стенд-макетов и пр.;</li> <li>- установление свойств веществ, их качественных и количественных характеристик;</li> <li>- анализ различных характеристик процессов, в том числе производственных и иных процессов;</li> <li>- расчет параметров различных явлений и процессов, смоделировать которые не возможно в реальных условиях (например, чрезвычайные ситуации и пр.);</li> <li>- наблюдение развития явлений, процессов и др.</li> </ul> <p>Допускается иное содержание лабораторных работ, если это будет способствовать реализации целей и задач дисциплины и формированию соответствующих компетенций.</p> <p>По характеру выполняемых лабораторных работ возможны:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ознакомительные работы, используемые для закрепления изученного теоретического материалы;</li> <li>- аналитические работы, используемые для получения новой информации на основе формализованных методов;</li> <li>- творческие работы, ориентированные на самостоятельный выбор подходов решения задач.</li> </ul> <p>Прежде, чем приступить к лабораторным занятиям, обучающимся необходимо повторить теоретический материал по теме работы. Каждая лабораторная работа оснащена методическими указаниями, разработанными преподавателями, ведущими дисциплину</p>
Самостоятельная работа	<p>Обучение по дисциплине «Математика» предусматривает активную самостоятельную работу обучающегося. В разделе 4 рабочей программы, который называется «Структура и содержание дисциплины», все часы самостоятельной работы расписаны по темам и вопросам, а также указана необходимая учебная литература: обучающийся изучает учебный материал, разбирает примеры и решает разноуровневые задачи в рамках выполнения как общих домашних заданий, так и индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) и других видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины. При выполнении домашних заданий обучающемуся следует обратиться к задачам, решенным на предыдущих практических занятиях, решенным домашним работам, а также к примерам, приводимым лектором. Если этого будет недостаточно для выполнения всей работы можно дополнительно воспользоваться учебными пособиями, приведенными в разделе 6.1 «Учебная литература». Если, несмотря на изученный материал, задание выполнить не удастся, то в обязательном порядке необходимо посетить консультацию преподавателя, ведущего практические занятия, и/или консультацию лектора.</p> <p>Домашние задания, индивидуальные домашние задания и другие работы, предусмотренные рабочей программой дисциплины должны быть выполнены обучающимся в установленные преподавателем сроки в соответствии с требованиями к оформлению текстовой и графической документации, сформулированным в Положении «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль»</p>
Комплекс учебно-методических материалов по всем видам учебной деятельности, предусмотренным рабочей программой дисциплины (модуля), размещен в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет	

# **Приложение № 1 к рабочей программе**

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации**

## 1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) является составной частью нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения обучающимися образовательной программы.

Фонд оценочных средств предназначен для использования обучающимися, преподавателями, администрацией ИрГУПС, а также сторонними образовательными организациями для оценивания качества освоения образовательной программы и уровня сформированности компетенций у обучающихся.

Задачами ФОС являются:

- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

Фонд оценочных средств сформирован на основе ключевых принципов оценивания: валидность, надежность, объективность, эффективность.

Для оценки уровня сформированности компетенций используется трехуровневая система:

- минимальный уровень освоения, обязательный для всех обучающихся по завершению освоения образовательной программы; дает общее представление о виде деятельности, основных закономерностях функционирования объектов профессиональной деятельности, методов и алгоритмов решения практических задач;

- базовый уровень освоения, превышение минимальных характеристик сформированности компетенций; позволяет решать типовые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения по известным алгоритмам, правилам и методикам;

- высокий уровень освоения, максимально возможная выраженность характеристик компетенций; предполагает готовность решать практические задачи повышенной сложности, нетиповые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения в условиях неполной определенности, при недостаточном документальном, нормативном и методическом обеспечении.

## 2. Перечень компетенций, в формировании которых участвует дисциплина.

### Программа контрольно-оценочных мероприятий. Показатели оценивания компетенций, критерии оценки

Дисциплина «Математика» участвует в формировании компетенций:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

#### Программа контрольно-оценочных мероприятий очная форма обучения

Наименование оценочного средства (форма проведения*)	Код индикатора достижения компетенции	Объект контроля	Наименование контрольно-оценочного мероприятия	№
<b>1 семестр</b>				
<b>Раздел 1. Матрицы и определители</b>				<b>1.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядка.	Текущий контроль	1.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 1.2. Понятие минора и алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы. Вычисление определителя n-го порядка. Обратная матрица. Матричные уравнения.	Текущий контроль	1.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 1.3. Ранг матрицы. Эквивалентные преобразования матриц. Два способа определения ранга. Базисный минор. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы.	Текущий контроль	1.3
<b>Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений</b>				<b>2.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 2.1. Системы линейных алгебраических уравнений. Условие совместности системы (теорема Кронекера – Капелли). Решение систем уравнений матричным методом и по формулам Крамера.	Текущий контроль	2.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 2.2. Исследование и решение неоднородных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Базисные решения. Системы линейных алгебраических уравнений в экономике.	Текущий контроль	2.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 2.3. Системы линейных однородных алгебраических уравнений. Совместность однородных систем. Фундаментальная система решений.	Текущий контроль	2.3
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 2.4. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ), основные понятия, определения. Продуктивные модели Леонтьева. Модель равновесных цен.	Текущий контроль	2.4
Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)	УК-1.1	Выполнение РГР № 1 «Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений.	Текущий контроль	2.5



		Модель Леонтьева».		
<b>Раздел 3. Векторы. Векторные пространства</b>				<b>3.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 3.1. Геометрические векторы. Линейные операции над векторами в геометрической форме и координатной формах. Направляющие косинусы вектора. Умножение векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения.	Текущий контроль	3.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 3.2. Понятие n-мерного арифметического вектора. Операции над векторами. Линейное пространство. Размерность, базис, разложение по базису, матрица перехода.	Текущий контроль	3.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 3.3. Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базис. Экономический пример на ортогональность векторов.	Текущий контроль	3.3
<b>Раздел 4. Линейные операторы. Квадратичные формы</b>				<b>4.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 4.1. Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Линейная модель обмена (модель международной торговли).	Текущий контроль	4.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 4.2. Квадратичные формы (определение, матричная форма записи, канонический вид, закон инерции квадратичных форм, положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра).	Текущий контроль	4.2
Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)		Выполнение РГР № 2 «Линейные операторы»	Текущий контроль	4.3
<b>Раздел 5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве</b>				<b>5.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 5.1. Прямоугольная система координат на плоскости. Уравнение прямой на плоскости (различные виды уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых).	Текущий контроль	5.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 5.2. Графическое решение системы неравенств (построение области решений и области допустимых решений системы неравенств, нахождение координат угловых точек). Применение аналитической геометрии в экономике (линейная модель амортизации, линейная модель издержек, точка безубыточности, законы спроса и предложения).	Текущий контроль	5.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 5.3. Плоскость в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное положение плоскостей. Прямая	Текущий контроль	5.3

		в пространстве. Взаимное положение прямых, прямой и плоскости и в пространстве.		
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 5.4. Кривые второго порядка: эллипс, окружность, гипербола, парабола (обзор).	Текущий контроль	5.4
<b>Раздел 6. Комплексные числа</b>				<b>6.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 6.1. Комплексные числа. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных и биквадратных уравнений.	Текущий контроль	6.1
Экзамен (собеседование) Экзамен - тестирование (компьютерные технологии)	УК-1.1		Промежуточная аттестация	
<b>2 семестр</b>				
<b>Раздел 7. Введение в математический анализ. Элементы теории функций одной переменной</b>				<b>7.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 7.1. Понятие множества. Числовые множества. Элементы алгебры множеств. Понятие функции одной переменной, область определения и область значений функции. Способы задания функции. Основные свойства функций. Обратная функция. Элементарная функция. Неявные, сложные функции.	Текущий контроль	7.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 7.2. Предел функции, односторонние пределы, свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (определение, свойства, связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями).	Текущий контроль	7.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 7.3. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность функций на отрезке, свойства.	Текущий контроль	7.3
<b>Раздел 8. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>				<b>8.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 8.1. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Расчет производительности труда в заданный момент времени. Основные правила и формулы дифференцирования. Производная сложной функции, обратной функции.	Текущий контроль	8.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 8.2. Производные высших порядков. Определение дифференциала функции, его свойства. Экономический смысл производной (применение производных в экономическом анализе). Эластичность функции,	Текущий контроль	8.2

		ее свойства.		
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 8.3. Исследование функций и построение их графиков. Нахождение экстремумов, точек перегиба и асимптот. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.	Текущий контроль	8.3
Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)	УК-1.1	Выполнение РГР № 3 «Исследование функций и построение графиков».	Текущий контроль	8.4
<b>Раздел 9. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</b>				<b>9.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 9.1. Функции нескольких переменных. Функции двух переменных: определение функции, понятие области определения, множества значений, графическое представление. Понятие линии и поверхности уровня.	Текущий контроль	9.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 9.2. Определение частной производной функции нескольких переменных. Дифференцирование неявно заданных функций. Частные производные высших порядков. Производная по направлению. Градиент, его свойства.	Текущий контроль	9.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 9.3. Экстремум функции нескольких переменных (определение точки локального максимума и минимума функции; необходимые и достаточные условия). Условный экстремум функции двух переменных, метод множителей Лагранжа.	Текущий контроль	9.3
<b>Раздел 10. Интегральное исчисление</b>				<b>10.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 10.1. Понятие первообразной функции. Определение неопределенного интеграла, его свойства, геометрический смысл. Табличные интегралы. Основные методы интегрирования (непосредственное интегрирование, метод замены переменной, метод интегрирования по частям).	Текущий контроль	10.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 10.2. Интегрирование рациональных дробей.	Текущий контроль	10.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 10.3. Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Достаточное условие существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.	Текущий контроль	10.3

Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 10.4. Несобственные интегралы первого и второго рода (несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования, несобственные интегралы от неограниченных функций). Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур). Экономические приложения определенного интеграла.	Текущий контроль	10.4
Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)	УК-1.1	Выполнение РГР № 4 «Приложения интегрального исчисления функции одной переменной».	Текущий контроль	10.5
<b>Раздел 11. Дифференциальные уравнения и системы</b>				<b>11.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 11.1. Дифференциальные уравнения. Понятие дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения, решения уравнения, понятие общего и частного решения, интегральной кривой, задача Коши. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.	Текущий контроль	11.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 11.2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.	Текущий контроль	11.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 11.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, фундаментальная система решений однородного уравнения, определитель Вронского, теорема об общем решении линейного однородного уравнения.	Текущий контроль	11.3
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 11.4. Системы линейных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в экономической динамике.	Текущий контроль	11.4
Экзамен (собеседование) Экзамен - тестирование (компьютерные технологии)			Промежуточная аттестация	
<b>3 семестр</b>				
<b>Раздел 12. Случайные события</b>				<b>12.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 12.1. Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика.	Текущий контроль	12.1

		Геометрическое определение вероятности.		
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 12.2. Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	Текущий контроль	12.2
<b>Раздел 13. Случайные величины</b>				<b>13.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 13.1. Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение.	Текущий контроль	13.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 13.2. Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности.	Текущий контроль	13.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 13.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства числовых характеристик.	Текущий контроль	13.3
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 13.4. Начальные и центральные моменты. Числовые характеристики различных распределений: биномиального, пуассоновского, равномерного, показательного.	Текущий контроль	13.4
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 13.5. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма.	Текущий контроль	13.5
<b>Раздел 14. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей</b>				<b>14.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 14.1. Введение в предельные теоремы теории вероятностей: поведение среднего арифметического. Относительная частота события. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел. Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа.	Текущий контроль	14.1
<b>Раздел 15. Системы случайных величин</b>				<b>15.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 15.1. Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии. Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных	Текущий контроль	15.1

		величин.		
<b>Раздел 16. Марковские случайные процессы</b>				<b>16.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 16.1. Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям. Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса.	Текущий контроль	16.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 16.2. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения.	Текущий контроль	16.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 16.3. Простейшие системы массового обслуживания. Применение схемы процесса гибели и размножения к решению задач СМО. Использование биномиальных формул в задаче о замкнутой СМО без отказов и ожидания. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.	Текущий контроль	16.3
<b>Раздел 17. Математическая статистика</b>				<b>17.0</b>
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 17.1. Выборка. Статистическое распределение. Точечные статистические оценки.	Текущий контроль	17.1
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 17.2. Интервальная оценка, её точность и надёжность. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения (большая и малая выборки).	Текущий контроль	17.2
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 17.3. Понятие статистической гипотезы. Гипотезы о генеральной средней нормального распределения, о равенстве двух генеральных средних. Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона.	Текущий контроль	17.3
Разноуровневые задачи (задания/письменно)	УК-1.1	Тема 17.4. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии.	Текущий контроль	17.4
Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)	УК-1.1	Выполнение РГР № 5 «Математическая статистика».	Текущий контроль	17.5
Экзамен (собеседование) Экзамен - тестирование (компьютерные технологии)			Промежуточная аттестация	

\*Форма проведения контрольно-оценочного мероприятия: устно, письменно, компьютерные технологии.

### Описание показателей и критериев оценивания компетенций. Описание шкал оценивания

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Текущий контроль успеваемости – основной вид систематической проверки знаний, умений, навыков обучающихся. Задача текущего контроля – оперативное и регулярное управление учебной деятельностью обучающихся на основе обратной связи и корректировки. Результаты оценивания учитываются в виде средней оценки при проведении промежуточной аттестации.

Для оценивания результатов обучения используется четырехбалльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» и двухбалльная шкала: «зачтено», «не зачтено».

Перечень оценочных средств, используемых для оценивания компетенций, а также краткая характеристика этих средств приведены в таблице.

#### Текущий контроль

Представление оценочного средства в ФОС	Краткая характеристика оценочного средства	Наименование оценочного средства	№
Типовое задание для выполнения расчетно-графической работы по разделам/темам дисциплины	Средство для проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по разделу дисциплины. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)	1
Комплект разноуровневых задач и заданий или комплекты задач и заданий определенного уровня	Различают задачи: – репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; может быть использовано для оценки знаний и умений обучающихся; – реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся; – творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения; может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Разноуровневые задачи (задания)	2

#### Промежуточная аттестация

Представление оценочного средства в ФОС	Краткая характеристика оценочного средства	Наименование оценочного средства	№
Перечень	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыков	Экзамен	1

теоретических вопросов и практических заданий (образец экзаменационного билета) к экзамену	и (или) опыта деятельности обучающегося по дисциплине. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся		
Фонд тестовых заданий	Система автоматизированного контроля освоения компетенций (части компетенций) обучающимся по дисциплине (модулю) с использованием информационно-коммуникационных технологий. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Тест – промежуточная аттестация в форме экзамена	2

**Критерии и шкалы оценивания компетенций в результате изучения дисциплины при проведении промежуточной аттестации в форме экзамена. Шкала оценивания уровня освоения компетенций**

Шкала оценивания	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенции
«отлично»	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Показал отличные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы	Высокий
«хорошо»	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Показал хорошие умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов	Базовый
«удовлетворительно»	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Показал удовлетворительные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы	Минимальный
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов	Компетенция не сформирована

**Тест – промежуточная аттестация в форме экзамена**

Критерии оценивания	Шкала оценивания
Обучающийся верно ответил на 90 – 100 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«отлично»
Обучающийся верно ответил на 80 – 89 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«хорошо»
Обучающийся верно ответил на 70 – 79 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«удовлетворительно»
Обучающийся верно ответил на 69 % и менее тестовых заданий при прохождении тестирования	«неудовлетворительно»



## Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости

### Расчетно-графическая работа (РГР)

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Обучающийся полностью и правильно выполнил задание РГР. Показал отличные знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. РГР оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями
«хорошо»		Обучающийся выполнил задание РГР с небольшими неточностями. Показал хорошие знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Есть недостатки в оформлении РГР
«удовлетворительно»		Обучающийся выполнил задание РГР с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Качество оформления РГР имеет недостаточный уровень
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	При выполнении РГР обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень знаний, умений и владения ими при решении задач в рамках усвоенного учебного материала

### Разноуровневые задачи (задания)

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Демонстрирует очень высокий/высокий уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Все требования, предъявляемые к заданию, выполнены
«хорошо»		Демонстрирует достаточно высокий/выше среднего уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Все требования, предъявляемые к заданию, выполнены
«удовлетворительно»		Демонстрирует средний уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены. Демонстрирует низкий/ниже среднего уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	Демонстрирует очень низкий уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Не ответа.

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

#### 3.1 Типовые контрольные задания для выполнения расчетно-графических работ

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для выполнения расчетно-графических работ.

Образец типового варианта расчетно-графической работы  
«Выполнение РГР № 1 «Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений. Модель Леонтьева».»

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -13 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = -5 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 17 \end{cases}$$

2. Найти общее решение и фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$$

3. Найти вектор валового выпуска  $X$ , который при известной матрице прямых затрат  $A$  обеспечивает заданный вектор конечного продукта  $Y$ . Найти внутривидовые поставки каждой отрасли всем отраслям.

$$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.4 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 28 \\ 72 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Образец типового варианта расчетно-графической работы  
«Выполнение РГР № 2 «Линейные операторы»»

1. Пусть  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ . Являются ли линейными следующие преобразования:

$$Ax = \begin{pmatrix} 6x_1 - 5x_2 - 4x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad Bx = \begin{pmatrix} 6x_1 - 5x_2 - 4 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad Cx = \begin{pmatrix} 6x_1 - 5x_2 - 4x_3^3 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2. Пусть  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ ,  $Ax = \begin{pmatrix} x_2 - x_3 \\ x_1 \\ x_1 + x_3 \end{pmatrix}$ ,  $Bx = \begin{pmatrix} x_2 \\ 2x_3 \\ x_1 \end{pmatrix}$ . Найти  $(B^2 - 2A)x$ .

3. Найти матрицу линейного преобразования в базисе  $(e'_1, e'_2, e'_3)$ , где

$$\begin{aligned} e'_1 &= e_1 - e_2 + e_3, \\ e'_2 &= -e_1 + e_2 - 2e_3, \\ e'_3 &= -e_1 + 2e_2 + e_3, \end{aligned}$$

если матрица линейного преобразования в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  имеет вид  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы  $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ .

Образец типового варианта расчетно-графической работы

«Выполнение РГР № 3 «Исследование функций и построение графиков».»

1. Исследовать функцию и построить график

$$y = (2x - 1)e^{\frac{x}{2}}$$

2. Задана функция отраслевого спроса на монополизированном рынке  $q(p) = 304 - 2p$  и функция общих затрат монополии  $C(q) = 500 + 4q + 8q^2$ . Определить, по какой цене будет продаваться продукция при стремлении монополии к максимуму прибыли  $\Pi(q)$ , максимальную прибыль.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на указанном отрезке:

$$y = \frac{x}{x^2 + 1} \text{ на отрезке } [2, 5].$$

4. Функции спроса и предложения имеют вид  $q = \frac{40}{p+1}$ ,  $s = p - 5$ , где  $q$  – количество покупаемого товара,  $s$  – предлагаемого товара,  $p$  – цена товара. Определить равновесную цену, эластичность спроса и предложения по этой цене, изменение спроса, предложения и дохода при отклонении цены от равновесной на -1%.

Образец типового варианта расчетно-графической работы  
«Выполнение РГР № 4 «Приложения интегрального исчисления функции одной переменной».»

1. Вычислить определённые интегралы.

$$\int_0^1 x^2 e^{-x} dx \quad \int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx$$

2. Найти площадь, ограниченную линиями

$$y = e^x, \quad y = e^{-x}, \quad x = 1$$

3. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \int_0^{\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$$

4. Под строительство объекта задан непрерывный денежный поток со скоростью  $f(t) = S_0(1 + kt)$  в течение  $T$  лет с годовой процентной ставкой  $r$ , выраженной в долях.

$S_0$  - начальные вложения.

$k$  - ежегодная доля их увеличения.

Найти дисконтированную стоимость этого потока.

$$S_d = \int_0^T f(t) \cdot e^{-rt} dt \text{ при } r = 0.15 \quad k = 0.1 \quad T = 3$$

5. По известным предельным издержкам  $MC(x)$ , где  $x$  - объём выпуска, найти функцию полных издержек, если при выпуске  $x_0$  единиц продукции издержки составляют  $c_0$  ден. единиц. Найти фиксированные издержки, если

$$MC = 0.5x^2 - 10x + 60 \quad x_0 = 3 \quad c_0 = 20.$$

Образец типового варианта расчетно-графической работы  
«Выполнение РГР № 5 «Математическая статистика».»

По несгруппированным данным:

1. записать статистический ряд частот и относительных частот (для ДСВ точечный, для НСВ – интервальный. Интервал, в который попадает НСВ, можно расширить и разделить на  $m=10,9,8,7$  частей, в зависимости от его длины);

2. построить эмпирическую функцию распределения;
3. построить полигон для ДСВ, гистограмму для НСВ;
4. выдвинуть гипотезу о законе распределения СВ;
5. найти несмещенные точечные оценки параметров распределения;
6. найти доверительные интервалы для математического ожидания, среднеквадратического отклонения (в предположении закона  $N(a, \sigma)$ ) с надежностью  $\gamma=0,95$ ,  $\gamma=0,99$ ;
7. проверить выдвинутую гипотезу о законе распределения по критерию Пирсона  $\chi^2$  при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ,  $\alpha = 0,01$ .

Сделать выводы.

Результаты измерения роста (в см) случайно выбранных 100 студентов сведены в ряд

157	155	161.5	160	165.5	159	150	158	166.5	170
175	176.5	166	169	178	167	168	163.5	166.5	159.5
157.5	160.5	166	172	166.5	167.5	177	155	161	168
169	168.5	169	163	164	164.5	162.5	161.5	176	174
170	172	172	171	167	168.5	164.5	166	162.5	164
160.5	158	171.5	173	173	173.5	182	167	166	166
167.5	169.5	167.5	169.5	165	166	163.5	165	163	157
159.5	158.5	175.5	169.5	166.5	177.5	166	163.5	164.5	160
161.5	156	166.5	165	154	162	166	174.5	168	173
169	167.5	166	156	166.5	164	167	165	170.5	173

### 3.2 Типовые контрольные задания для решения разноуровневых задач (заданий)

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для решения разноуровневых задач.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядка.»

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 12 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad \text{в) } \begin{vmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Выполнить действия над матрицами:

$$\text{а) } 4 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } 4 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 1.2. Понятие минора и алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы.

Вычисление определителя n-го порядка. Обратная матрица. Матричные уравнения.»

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 2 & -2 \end{vmatrix}.$$

2. Выяснить, является ли матрица неособенной. Если да, то найти обратную.

$$\text{а) } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}; \quad \text{б) } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

3. Решить матричное уравнение, выполнить проверку

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 1.3. Ранг матрицы. Эквивалентные преобразования матриц. Два способа определения ранга. Базисный минор. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы.»

1. Определить ранг матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 2.1. Системы линейных алгебраических уравнений. Условие совместности системы (теорема Кронекера – Капелли). Решение систем уравнений матричным методом и по формулам Крамера.»

1. Найти все решения систем уравнений второго порядка:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 5y = 40 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} x - \sqrt{3}y = 1 \\ \sqrt{3}x - 3y = \sqrt{3} \end{cases}; \quad \text{в) } \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}; \quad \text{г) } \begin{cases} 7x - 5y = 0 \\ 2x - 21y = 0 \end{cases}; \quad \text{д) } \begin{cases} 2.1x - 0.7y = 1.4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}.$$

2. Решить системы уравнений по формулам Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 10 \\ 3x + 7y + 4z = 3 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x - y + z = 1 \\ 13x + 2y + z = 13 \end{cases}.$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 2.2. Исследование и решение неоднородных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Базисные решения. Системы линейных алгебраических уравнений в экономике.»

1. Исследовать систему уравнений на совместность и, если система совместна, решить ее.

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 - 0x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1 \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 3 \end{cases}.$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 2.3. Системы линейных однородных алгебраических уравнений. Совместность однородных систем. Фундаментальная система решений.»

1. Решить однородную систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 6y + 5z = 0 \\ x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

2. Найти общее решение и ФСР однородной системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 2.4. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ), основные понятия, определения. Продуктивные модели Леонтьева. Модель равновесных цен.»

1. Используя данные баланса за отчётный период, найти необходимый объём валового выпуска, межотраслевые поставки, если планируется произвести конечный продукт в объёме 40 ед. в первой отрасли и 16 ед. во второй. Отчётный баланс задан таблицей.

Отрасли	Потребление		Конечный продукт
	I	II	
I	32	20	28
II	40	50	10

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 3.1. Геометрические векторы. Линейные операции над векторами в геометрической форме и координатной формах. Направляющие косинусы вектора. Умножение векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения.»

1. Найти угол между векторами 1)  $\vec{a} = (2, -2, 1)$ ,  $\vec{b} = (-4, 1, 1)$ ; 2)  $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ,  $\vec{b} = (0, 1, 1)$ .
2. Даны вершины треугольника  $A(3, 2)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(1, -2)$ . Сделать чертеж и найти: 1) длину стороны AC; 2) проекцию стороны AB на сторону AC; 3) внутренний угол при вершине A.
3. При каких значениях параметров  $\alpha$  векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  ортогональны,  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$  коллинеарны, если  $\vec{a} = (3, -2, \alpha)$ ,  $\vec{b} = (-1, 5, 2)$ ,  $\vec{c} = (\alpha, 7, -4)$ .
4. Даны вектора  $\vec{a} = (2, 2, 1)$  и  $\vec{b} = (6, 3, 2)$ . Найти  $\text{pr}_{\vec{a}}\vec{b}$  и  $\text{pr}_{\vec{b}}\vec{a}$ .
5. Найти направляющие косинусы вектора  $\vec{a} = (1, 1, 1)$ .
6. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = (3, -2, 6)$  и  $\vec{b} = (-11, 3, 2)$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 3.2. Понятие n-мерного арифметического вектора. Операции над векторами. Линейное пространство. Размерность, базис, разложение по базису, матрица перехода.»

1. Выяснить, являются ли арифметические векторы  $\vec{a}_1 = (1, 3, 1, 3)$ ,  $\vec{a}_2 = (2, 1, 1, 2)$ ,  $\vec{a}_3 = (3, -1, 1, 1)$  линейно зависимыми.
2. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы

$$\begin{cases} 9x_1 + 21x_2 - 15x_3 + 5x_4 = 0 \\ 12x_1 + 28x_2 - 20x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

3. Даны вектора  $\bar{l}_1 = (1, 2, -1)$ ,  $\bar{l}_2 = (-1, 0, 3)$ ,  $\bar{l}_3 = (2, -1, 2)$ ,  $\bar{a} = (1, -1, 2)$ . Показать, что векторы  $\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{l}_3$  образуют базис и найти координаты вектора  $\bar{a}$  относительно базиса  $\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{l}_3$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач  
 «Тема 3.3. Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базис.  
 Экономический пример на ортогональность векторов.»

1. Пусть  $q = (3, 10, 2, 5)$  – вектор количества потребляемых товаров,  $c = (40, 20, 20, 10)$  – вектор цен в текущем месяце,  $c_{\text{пр}} = (39, 20, 38, 8)$  – в предыдущем месяце. Определить индекс инфляции.

2. Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, количество которых определяется вектором  $q = (20, 50, 30, 40)$  (ед. в сутки). Расход сырья  $s = (5, 2, 7, 4)$  (кг на одно изделие). Время изготовления в часах одного изделия соответственно  $t = (10, 5, 15, 8)$ . Цена одного изделия каждого вида  $p = (30, 15, 45, 20)$ . Определить ежедневные показатели: расход сырья  $S$ , затраты рабочего времени  $T$ , стоимость выпускаемой продукции  $P$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач  
 «Тема 4.1. Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Линейная модель обмена (модель международной торговли).»

1. Пусть  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ . Является ли линейным следующее преобразование:

$$\tilde{A}(x) = \begin{pmatrix} 6x_1 - 5x_2 - 4x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

2. В каноническом базисе  $\beta = (e_1, e_2, e_3)$  линейного пространства  $R_3$  задан линейный оператор  $\tilde{A}(x) = (-x_1 + 2x_3, 2x_1 + x_2 + x_3, 3x_1 + x_3)$ , где  $x = (x_1, x_2, x_3)$ . Составить его матрицу. Найти вектор  $y$  – образ вектора  $b = 2e_1 + 4e_2 - e_3$ .

3. В  $R_3$  задан вектор  $x = (x_1, x_2, x_3)$  и линейные операторы  $\tilde{A}(x) = (x_2 + x_3, 2x_1 + x_3, 3x_1)$  и  $\tilde{B}(x) = (2x_1, x_3, -x_1 + x_2)$  в каноническом базисе. Найти  $(\tilde{A}\tilde{B})(x)$ .

4. Найти собственные числа и собственные векторы линейного оператора  $\tilde{A}$ , заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач  
 «Тема 4.2. Квадратичные формы (определение, матричная форма записи, канонический вид, закон инерции квадратичных форм, положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра).»

1. Записать в матричном виде квадратичную форму

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 - 10x_1x_3 + x_2^2 - 3x_3^2.$$

2. Привести к каноническому виду квадратичную форму

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2.$$

3. Исследовать квадратичную форму  $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$  на знакоопределенность.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 5.1. Прямоугольная система координат на плоскости. Уравнение прямой на плоскости (различные виды уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых).»

1. Дано уравнение прямой  $l: \frac{x+2\sqrt{5}}{4} = \frac{y-2\sqrt{5}}{2}$ .

Написать: 1) общее уравнение, 2) уравнение с угловым коэффициентом, 3) уравнение в отрезках.

2. Определить угол между прямыми 1)  $y = -3x + 7$  и  $y = 2x + 1$ ,

2)  $x + 5y + 9 = 0$  и  $2x - 3y + 1 = 0$ .

3. Определить взаимное расположение прямых:  $6x - 3y - 42 = 0$ ,  $2x - y - 4 = 0$ .

4. Составить уравнение прямой проходящей через точки:  $M_1(-1, 3)$ ,  $M_2(2, 5)$ .

5. Даны координаты вершин треугольника ABC  $A(1, -1)$ ,  $B(3, 5)$ ,  $C(-7, 1)$ . Найти уравнения его сторон.

6. Составить уравнение прямой. Записать в общем виде, в виде уравнения с угловым коэффициентом, в отрезках, каноническом, параметрическом, если  $M_0(3, -5)$ ,  $\bar{a} = (4, 1)$ .

7. При каком  $a$  прямые параллельны, перпендикулярны:  $l_1: y = ax - 1$ ,  $l_2: y = 5x + 3$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 5.2. Графическое решение системы неравенств (построение области решений и области допустимых решений системы неравенств, нахождение координат угловых точек).

Применение аналитической геометрии в экономике (линейная модель амортизации, линейная модель издержек, точка безубыточности, законы спроса и предложения).»

1. Решить систему линейных неравенств

$$\begin{cases} x - 3y \geq -12, \\ x - 6 \leq 0, \\ 4x + 3y \leq 27, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$$

2. Известно, что фиксированные издержки производства составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки— 30 руб. за единицу продукции, выручка— 50 руб. за единицу продукции. Требуется составить функцию прибыли и построить ее график.

3. Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями  $p = -2x + 12$ ,  $p = x + 3$ . Найти точку рыночного равновесия.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 5.3. Плоскость в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное положение плоскостей. Прямая в пространстве. Взаимное положение прямых, прямой и плоскости и в пространстве.»

1. Написать каноническое и параметрическое уравнения прямой проходящей через точку  $M_0$  и параллельно вектору  $\bar{s}$ :

а)  $M_0(-2, -3, -1)$ ,  $\bar{s} = (3, 2, 4)$ ; б)  $M_0(2, -3, 7)$ ,  $\bar{s} = (4, -6, 5)$ .



2. Определить угол между прямыми:

$$l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z+3}{1} \text{ и } l_2: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-1}.$$

3. Составить уравнение прямой проходящей через точку  $M_0(1,5,0)$  и проходящей перпендикулярно плоскости  $\pi: 3x - y + 2z - 5 = 0$ .

4. Общее уравнение прямой  $l: \begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0, \\ 5x + 4y - z - 7 = 0, \end{cases}$  привести к каноническому виду.

5. Составить уравнение прямой проходящей через точку  $M(3,2,-1)$  и перпендикулярно оси  $Ox$ .

6. Вычислить углы, образованные с осями координат прямой  $l: \begin{cases} x - 2y - 5 = 0, \\ x - 3z + 8 = 0. \end{cases}$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 5.4. Кривые второго порядка: эллипс, окружность, гипербола, парабола (обзор).»

1. Установить вид линии второго порядка, привести уравнение к каноническому виду и построить эту линию: 1)  $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$ ; 2)  $2x^2 + 4x - y - 2 = 0$ ; 3)  $3y^2 - 2x^2 + 16x - 18y - 11 = 0$ ; 4)  $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ .

2. Найти уравнение эллипса, с центром в начале координат, с вершиной в точке  $(2,0)$  и фокусом в точке  $(0,1)$ .

3. Найти уравнение параболы, с вершиной в начале координат и фокусом в точке  $(0,1)$ .

4. Найти уравнение гиперболы, с центром в начале координат, с фокусом в точке  $(0,-3)$  и вершиной в точке  $(0,1)$ .

5. Найти уравнение окружности, с центром в точке  $(-4,5)$  и проходящей через точку  $(-1,1)$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 6.1. Комплексные числа. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных и биквадратных уравнений.»

1. Выполнить действия и результат записать в алгебраической форме

а)  $(1+i) + (3-2i) - (4-i)$ ; б)  $(1+i)^2 - 2i$ ; в)  $\frac{(3-4i)(2+i)}{\sqrt{3}+i}$

г)  $\frac{(1+i)\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)}$ ; д)  $\left(e^{\frac{i\pi}{4}}\right)^5 \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{4} - i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ .

2. Решить уравнение  $x^2 - 6x + 13 = 0$ . Корни уравнения изобразить на комплексной плоскости.

3. Даны комплексные числа  $z_1 = 6\sqrt{3} + 6i$ ,  $z_2 = -4i$ .

а) Изобразить числа  $z_1, z_2, \overline{z_2}, -z_2$ .

б) Найти геометрически  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $z_1 \cdot z_2$ .

в) Представить  $z_1$  и  $z_2$  в тригонометрической и показательной формах.

4. Пользуясь формулой Муавра, вычислить  $(1-i)^6$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 7.1. Понятие множества. Числовые множества. Элементы алгебры множеств. Понятие функции одной переменной, область определения и область значений функции. Способы задания функции. Основные свойства функций. Обратная функция. Элементарная функция. Неявные, сложные функции.»

1. Найти область определения функций: 1)  $y = 3x^3 + 5x^2 + 7x + 2$ ; 2)  $y = \frac{1}{x}$ ; 3)  $y = \frac{5}{1-x}$ .
2. Найти область значений функций: 1)  $y = 3x + 2$ ; 2)  $y = 4x - x^2$ .
3. Исследовать функции на четность и нечетность: 1)  $y = 5 + |x|$ ; 2)  $y = \frac{|x|}{x}$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 7.2. Предел функции, односторонние пределы, свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (определение, свойства, связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями).»

1. Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x+2}{2x+3}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2-3}{x^4+x^2+1}$ .
2. Найти односторонние пределы: 1)  $f(x) = \begin{cases} -2x+3, & \text{при } x \leq 1, \\ 3x-5, & \text{при } x > 1 \end{cases}$  при  $x \rightarrow 1$ ; 2)  $f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}$ , при  $x \rightarrow 1$ .
3. Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x-2}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{\sqrt{x^2+1}-1}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+5}{2x+7}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x})$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^x$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-5)(\ln(x-3) - \ln x)$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 7.3. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность функций на отрезке, свойства.»

1. Исследовать непрерывность функции  $f(x) = 2^{\frac{4}{3+x}}$  в точках  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = 1$ . Установить характер разрывов. Построить график.
2. Найти область определения функции, установить характер разрывов:
  - а)  $f(x) = \frac{\sin 2x}{x(x-\pi)}$ ; б)  $f(x) = \frac{1}{3+2^{\frac{1}{x-3}}}$ .
3. Доопределить функцию  $f(x) = \frac{3^{-x}-1}{3^x-1}$  при  $x=0$  до непрерывной.
4. Исследовать на непрерывность функцию, построить график:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1, & 0 < x < 2 \\ x-2, & x < -1, \quad x \geq 2 \end{cases}; \quad \text{б) } f(x) = \begin{cases} \ln|x|, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2+1, & 1 < x \leq 2 \\ 5, & x > 2 \end{cases}.$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 8.1. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной.»

Уравнение касательной к графику функции. Расчет производительности труда в заданный момент времени. Основные правила и формулы дифференцирования. Производная сложной функции, обратной функции.»

Вычислить производные функций:

1.  $y = x^2 \sqrt{1-x^3}$  .

2.  $y = \frac{4 \sin 3x}{e^{2x}}$  .

3.  $y = \operatorname{arctg} e^{-2x}$  .

4.  $y = \left( x^{-5} + 2x - 3x^2 - \frac{2}{x} \right)^{2/5}$  .

5.  $y = (5x+2)^3$  .

6.  $y = \frac{2}{\cos 5x}$  ,  $y'(\frac{\pi}{3}) = ?$

7.  $y = 3 \ln^4(2x + \sin^2 3x)$  .

8.  $y = (e^{\cos \frac{\pi}{3} x} + 3)^2$  .

9.  $y = (x^2 - 3)^{\sqrt{x^2 - 3}}$  .

10.  $y = e^{-2t}(\cos 3t + 2 \sin 3t)$ ,  $y'(0) = ?$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 8.2. Производные высших порядков. Определение дифференциала функции, его свойства. Экономический смысл производной (применение производных в экономическом анализе). Эластичность функции, ее свойства.»

1. Найти производные второго порядка: 1)  $y = \frac{-22}{x+5}$ ; 2)  $y = -\frac{1}{9}x \sin 3x - \frac{2}{27} \cos 3x$  .

2. Вычислить пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - x}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$  .

3. Найти дифференциал функций: 1)  $y = \operatorname{arctg}(x)$ ; 2)  $s = e^{t^3}$ ; 3)  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{x-6}{x+6}$  .

4. Зависимость между издержками  $C(x)$  и объемом выпускаемой продукции  $x$  выражается  $C(x) = 10x - 0,04x^3$  . Определить средние и предельные издержки при объеме 5 единиц.

5. Функции спроса и предложения имеют вид  $q = \frac{1}{p^2}$ ,  $s = p^2$ , где  $q$  – количество покупаемого товара,  $s$  – предлагаемого товара,  $p$  – цена товара. Определить равновесную цену, эластичность спроса и предложения по этой цене, изменение дохода при изменении цены на  $\pm 3\%$  .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 8.3. Исследование функций и построение их графиков. Нахождение экстремумов, точек перегиба и асимптот. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.»

1. Составить уравнение касательной к параболе  $y = x^2 - 4x$  в точках пересечения с осью  $OX$ .

2. Найти интервалы монотонности и точки экстремума функции  $y = \frac{2x^2 - 1}{x^4}$ .
3. На монопольном рынке спрос определяется функцией  $q = 780 - 2q - 0,1q^2$ . Средние издержки  $\bar{C}(q) = \frac{1000}{q} + 500 + 2q$ . Найти цену, при которой прибыль максимальна, максимальную прибыль.
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x \ln^2 x$  на отрезке  $[1, e]$ .
5. Провести полное исследование функции  $y = \frac{4x}{4 + x^2}$  и построить её график.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 9.1. Функции нескольких переменных. Функции двух переменных: определение функции, понятие области определения, множества значений, графическое представление.

Понятие линии и поверхности уровня.»

1. Найти область определения функции  $z = \arcsin(x + y)$ . Сделать чертеж.
2. Определить и построить линии уровня функции  $z = 2x + y^2$ .

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 9.2. Определение частной производной функции нескольких переменных.

Дифференцирование неявно заданных функций. Частные производные высших порядков.

Производная по направлению. Градиент, его свойства.»

1. Найти частные производные следующих функций:

$$\text{а) } z = x^2 \cdot \sin^2 y; \quad \text{б) } z = \frac{x - y}{x + y}.$$

2. Дана функция  $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$ . Показать, что  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$ .

3. Доказать, что  $z_{xy}'' = z_{yx}''$ , если  $z = \cos(3x^2 - y^2)$ .

4. Дана функция  $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$ , вектор  $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$  и точка  $A(1, 2)$ . Найти производную по направлению  $\left. \frac{\partial z}{\partial l} \right|_A$ , градиент  $\text{grad } z(A)$  и модуль градиента.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 9.3. Экстремум функции нескольких переменных (определение точки локального максимума и минимума функции; необходимые и достаточные условия). Условный экстремум функции двух переменных, метод множителей Лагранжа.»

1. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ .
2. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + y^2$  при условии  $x + y = 1$ .
3. Производственная функция имеет вид  $K(x, y) = 10\sqrt{x}\sqrt[3]{y}$ . Цены ресурсов  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 4$ . Сумма, потраченная на приобретение ресурсов  $I = 12$ . Найти величины используемых ресурсов, при которых фирма получит наибольшую прибыль.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 10.1. Понятие первообразной функции. Определение неопределенного интеграла, его свойства, геометрический смысл. Табличные интегралы. Основные методы интегрирования (непосредственное интегрирование, метод замены переменной, метод интегрирования по

частям).»

Найти интегралы.

1.  $\int \left( 5 \cos x + 2 - \frac{10}{x} \right) dx$

2.  $\int (3 - x^2)^2 dx$

3.  $\int \sin(20x + 6) dx$

4.  $\int e^{\sin x} \cos x dx$

5.  $\int x e^{x^2} dx$

6.  $\int x \sqrt{x-5} dx$

7.  $\int x \cos x dx$

8.  $\int \arctg x dx$

Образец заданий для решения разноуровневых задач  
«Тема 10.2. Интегрирование рациональных дробей.»

Найти интегралы

1.  $\int \frac{dx}{3-x}$

2.  $\int \frac{dx}{(x+5)^4}$

3.  $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 9}$

4.  $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

5.  $\int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx$

6.  $\int \frac{x^2 dx}{(x+1)(x+3)^2}$

Образец заданий для решения разноуровневых задач  
«Тема 10.3. Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Достаточное условие существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.»

Вычислить интегралы

1.  $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 1) dx$

2.  $\int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx$

3.  $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$

$$4. \int_0^1 x e^{-x} dx$$

$$5. \int_0^{\pi/4} x^2 \cos 2x dx$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 10.4. Несобственные интегралы первого и второго рода (несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования, несобственные интегралы от неограниченных функций). Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур). Экономические приложения определенного интеграла.»

1. Вычислить несобственные интегралы:

$$а) \int_0^{\infty} e^{-2x} dx; \quad б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $x=0$ ,  $x=2$ ,  $y=2^x$ ,  $y=2x-x^2$ .

3. Определить дневную выработку  $Q$  рабочего за семичасовой рабочий день, если производительность труда  $u$  (усл. ед. / час) в течение дня описывается функцией  $u = u_0(-0,025t^2 + 0,2t + 0,6)$ , где  $t$  – время в часах от начала смены,  $u_0$  – производительность в начале смены.

4. Под строительство гидроэлектростанции задан непрерывный денежный поток со скоростью  $I(t) = -t^2 + 20t + 5$  (млрд руб./год) в течение 20 лет с годовой процентной ставкой 5%. Найти дисконтированную стоимость этого потока.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 11.1. Дифференциальные уравнения. Понятие дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения, решения уравнения, понятие общего и частного решения, интегральной кривой, задача Коши. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.»

Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

$$1. y' = 13y, \quad y(1) = 1$$

$$2. y \cdot e^{2x} dx - (1 + e^{2x}) dy = 0$$

$$3. y'y = -\frac{2x}{\cos y}$$

$$4. (1-x^2) dy = (xy + xy^2) dx$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 11.2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения высших порядков Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.»

Решить уравнения

$$1. y' + y \cos x = \cos x$$

$$2. \cos x dy = (y + 2 \cos x) \sin x dx$$

$$3. (xy' - 1) \ln x = 2y, \quad y(0) = 0$$

$$4. y^{IV} = \frac{1}{x^5} + 5x$$

$$5. y'' = \frac{1}{\cos^2 x}, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 11.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, фундаментальная система решений однородного уравнения, определитель Вронского, теорема об общем решении линейного однородного уравнения.»

Решить уравнения

1.  $y'' + 3y' + 2y = 0$
2.  $3y'' - 2y' - 8y = 0$
3.  $y'' - 3y' + 2y = 0$
4.  $y'' - 2y' - 2y = 0$
5.  $y'' - y = 0$
6.  $5y'' - 18y' - 8y = 0$
7.  $y'' - 4y' + 3y = 0, y(0) = 6, y'(0) = 10$

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 11.4. Системы линейных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в экономической динамике.»

1. Решить системы дифференциальных уравнений методом исключения:

$$a) \begin{cases} \frac{dy}{dx} = 4y - 3z \\ \frac{dz}{dx} = 2y - 3z \end{cases}; \quad б) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}, x(0) = 2, y(0) = 0.$$

2. Функции спроса и предложения имеют следующие зависимости от цены  $q(t) = 4p'' + p' + 3p + 3$  и  $s(t) = 3p'' - p' - 2p + 18$ . Найти зависимость равновесной цены от времени.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 12.1. Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Геометрическое определение вероятности.»

1. Сколькими способами можно сделать флаг из трёх горизонтальных полос различных цветов, если есть материя пяти различных цветов?
2. Сколькими способами из колоды в 52 карты можно вынуть 10 карт?
3. На сортировочной станции стоит группа из пяти вагонов пяти назначений. Сколько возможностей разместить по этим назначениям вагоны?
4. На первой двух параллельных прямых лежат 15 точек, на второй 21. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
5. Образуют ли полную группу следующие группы событий:  
Опыт – бросание монеты; события:  $A_1$ -появление герба;  $A_2$ -появление цифры.
6. Являются ли несовместными следующие события:  
Опыт – два выстрела по мишени; события:  $C_0$ -ни одного попадания;  $C_1$ -одно попадание;  $C_2$ -два попадания.
7. Являются ли равновероятными следующие события:  
Опыт – выстрел по мишени; события:  $C_1$ -попадание;  $C_2$ -промах.
8. Проведено два выстрела по мишени. Указать все элементарные исходы, образующие полную группу событий.

9. По мишени производится три выстрела. Рассматриваются события  $A_i$  - попадание при  $i$ -м выстреле. Представить в виде суммы, произведения или суммы и произведения событий  $A_i$  и  $\bar{A}_i$  следующие события: А-все три попадания, В-все три промаха, С-хотя бы одно попадание, D-хотя бы один промах, Е-не менее двух попаданий, F-не больше одного попадания.

10. Пусть внутри квадрата выбирается точка и событие А состоит в попадании этой точки меньше круг, В попадание в больший круг. Изобразить: а)  $A+B$ , б)  $AB$ , в)  $\bar{A}$ , г)  $\bar{B}$ , д)  $A\bar{B}$ , е)  $\bar{B}\bar{A}$

#### Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 12.2. Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса.»

1. В урне 7 белых и 5 красных шаров. Какова вероятность того, что среди наудачу вынутых 6 шаров будет 4 белых и 2 красных?
2. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Какова вероятность того, что в мишень попали ровно две пули, если вероятность попадания каждым стрелком соответственно равна 0.5, 0.7, 0.8?
3. 30% изделий, поступающих в магазин, изготовлено в ателье №1, остальные изготовлены на швейных фабриках. Вероятность быть изделием высокого качества для изделия, изготовленного в ателье, равна 0.9, для остальных 0.8. Какова вероятность, что купленное изделие отличного качества изготовлено в ателье №1?
4. Через сортировочную горку в сутки проходит 6000 вагонов. Частота появления вагонов назначения №1 равна 0.2. Сколько вагонов назначения №1 в сутки проходит в среднем через сортировочную горку?
5. Производится выстрел по вращающейся круговой мишени, в которой закрашены два сектора с углом  $30^\circ$ . Какова вероятность попадания в закрашенную область?

#### Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 13.1. Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение.»

1. В партии из 15 изделий 12 стандартны. Какова вероятность того, что:
  - а) одна наудачу выбранная деталь стандартна?
  - б) из двух наудачу взятых деталей одна стандартна, другая нестандартна?
2. В блоке содержится 24 лампы, одна отказала. Неисправность отыскивается поочередной заменой. Найти вероятность того, что неисправность будет устранена не более чем при первых трех попытках.
3. С первого автомата поступает на сборку 80% деталей, со второго – 20%. На первом автомате брак составляет 1%, на втором – 4%. Найти вероятность того, что:
  - а) наудачу взятая деталь стандартна;
  - б) бракованная деталь с первого автомата.
4. В магазин вошло 6 покупателей. Найти вероятность того, что:
  - а) 4 из них совершат покупки;
  - б) не менее 4-х совершат покупки.

Если вероятность совершить покупку для каждого из них равна 0,2.

5. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 50 р. и 10 выигрышей по 1 р. Найти закон распределения случайной величины  $X$  – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.



6. Книга в 1000 страниц имеет 100 опечаток. Какова вероятность того, что на случайно выбранной странице не менее 4-х опечаток.
7. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель 0.6. Найти вероятность, что попадание произойдет на третьем выстреле.
8. Производится бросание игральной кости до первого выпадения 6 очков. Найти вероятность того, что первое выпадение шести очков произойдет при втором бросании игральной кости.
9. В парк приема станции прибывает ежедневно 5000 вагонов. Вероятность нахождения среди них неисправного вагона 0.002. Какова вероятность того, что в данные сутки будет обнаружено более трех неисправных вагонов. Построить закон распределения, найти основные характеристики.
10. В транзитный парк сортировочной станции поступают поезда с интенсивностью 2 поезда в час. Каждый из них в среднем простаивает в парке 1 час. Определить вероятность приема поездов в парк без задержки, если в нем имеется 4 пути, а  $C, V$  - число поступающих поездов подчинено закону Пуассона.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 13.2. Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности.»

1. ДСВ  $X$  – число очков, выпавших при бросании игральной кости. Построить ее функцию распределения.
2. Известна функция распределения непрерывной случайной величины:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x < 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины, вероятность попадания случайной величины в интервал (0.5,1).

3. Дана непрерывная случайная величина  $X$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ cx^3, & 0 < x \leq 0,5 \\ 1, & x > 0,5 \end{cases}$$

Найти: а) коэффициент «с»;

б) функцию плотности вероятности  $f(x)$ ;

в) параметры распределения;

г) вероятность того, что  $X$  примет значение больше 0.3;

д) построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ .

4. Время работы элемента распределено по показательному закону с математическим ожиданием 200 ч. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех элементов проработает не менее 300 часов и среднее квадратическое отклонение.

5. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0.7. Найти ряд распределения числа попаданий при 5 выстрелах и характеристики распределения.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 13.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Свойства числовых характеристик.»

1. По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика 0.515. Составить закон распределения  $C, V$ .  $X$  – число мальчиков в семье, где 4 ребенка. Найти математическое ожидание, дисперсию, моду.

2. В билете три задачи. Вероятность правильного решения 1 задачи 0.9, 2 - 0.8, 3 – 0.7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить основные характеристики.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 13.4. Начальные и центральные моменты. Числовые характеристики различных распределений: биномиального, пуассоновского, равномерного, показательного.»

1. Диаметр шариков, изготовленных автоматом, нормально распределен с  $a = 3$  (мм),  $b = 0,2$  (мм). Какова вероятность того, что диаметр наудачу взятого шарика отличается от « $a$ » на величину не более 0.3 мм.

2. Случайная величина имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 10. Известно, что вероятность попадания этой случайной величины в интервал (10, 20) равна 0.3. Найти среднеквадратическое отклонение случайной величины.

3. По шоссе шириной 20 м ведётся стрельба в направлении, перпендикулярном шоссе. Прицеливание производится по середине шоссе. Среднеквадратическое отклонение в направлении стрельбы для данной дальности составляет 8 м. Имеется систематическая ошибка (недолёт) в 3 м. Найти вероятность попадания в шоссе при одном выстреле.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 13.5. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма.»

1. Случайная величина распределена нормально. Математическое ожидание равно 10, среднеквадратическое отклонение равно 2. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал (8, 14).

2. Монета подбрасывается 100 раз. Считая, что число выпавших «орлов» – случайная величина, удовлетворяющая условиям центральной предельной теоремы, по правилу трёх сигма постройте интервал «реальных» значений этой случайной величины.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 14.1. Введение в предельные теоремы теории вероятностей: поведение среднего арифметического. Относительная частота события. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел. Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа.»

1. Монета подбрасывается 400 раз. Найти вероятность того, что орёл выпадет ровно: а) 200 раз; б) 225 раз.

2. Вероятность рождения мальчика равна 0,52. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется ровно: а) 40 мальчиков; б) 50 мальчиков; в) 30 девочек.

3. Вероятность поражения стрелком мишени равна 0,7. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена от 65 до 80 раз.

4. В здании имеется 2500 ламп, вероятность включения каждой из них в вечернее время равна 0,5. Найти вероятность того, что вечером будет включено не менее 1250 и не более 1275 ламп.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 15.1. Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии. Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных величин.»

1. Задана дискретная двумерная случайная величина. Найти математическое ожидание системы

Y\X	10	20	35	50
5	0,1	0,3	0,05	0,1
6	0,15	0,05	0,05	0,2

2. Задана дискретная двумерная случайная величина:

Y\X	10	20	35	50
5	0,1	0,3	0,05	0,1
6	0,15	0,05	0,05	0,2

Найти дисперсию величины X.

3. Задана плотность вероятности системы случайных величин:

$$f(x, y) = \frac{C}{(9 + x^2)(16 + y^2)}.$$

Используя условие нормировки плотности, найти C.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 16.1. Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям. Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса.»

1. Дана матрица перехода цепи Маркова  $\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}$ . В начальный момент система находится в состоянии  $S_1$ . Требуется:

- построить граф состояний и проанализировать характер состояний системы;
- найти матрицу перехода за 2 шага;
- найти распределение вероятностей по состояниям после 2-го шага;
- найти стационарное распределение вероятностей по состояниям.

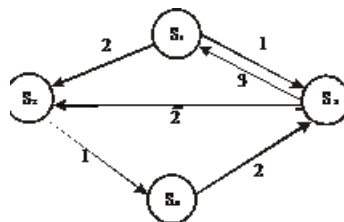
Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 16.2. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения.»

1. По матрице интенсивностей построить размеченный граф, найти стационарное распределение вероятностей:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Экономическая система S имеет возможные состояния  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . Размеченный граф состояний имеет вид:



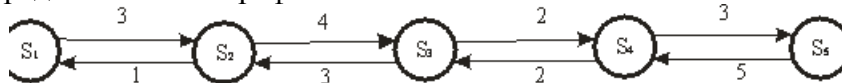
Вычислите вероятности состояний в стационарном режиме.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 16.3. Простейшие системы массового обслуживания. Применение схемы процесса гибели и размножения к решению задач СМО. Использование биномиальных формул в

задаче о замкнутой СМО без отказов и ожидания. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.»

1. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме для процесса гибели и размножения, представленного графом.



Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 17.1. Выборка. Статистическое распределение. Точечные статистические оценки.»

«Тема 17.2. Интервальная оценка, её точность и надёжность. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения (большая и малая выборки).»

1. В результате испытания случайная величина  $X$  приняла следующие значения:  $s_1=16, s_2=17, s_3=9, s_4=13, s_5=21, s_6=11, s_7=7, s_8=7, s_9=19, s_{10}=5, s_{11}=17, s_{12}=5, s_{13}=20, s_{14}=18, s_{15}=11, s_{16}=4, s_{17}=6, s_{18}=22, s_{19}=21, s_{20}=15, s_{21}=15, s_{22}=23, s_{23}=19, s_{24}=25, s_{25}=1$ . Требуется: составить таблицу статистического распределения, разбив промежуток  $(0;25)$  на пять участков, имеющих одинаковые длины, построить гистограмму относительных частот.

2. Дано статистическое распределение:

X	11	12	13	14
W	0.4	0.1	0.3	0.2

Найти статистическую функцию распределения и построить ее график.

3. Найти среднее значение, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины, заданной распределением:

X	13.8	13.9	14	14.1	14.2
n	4	3	7	6	5

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 17.3. Понятие статистической гипотезы. Гипотезы о генеральной средней нормального распределения, о равенстве двух генеральных средних. Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона.»

1. При выпуске или закупке швейных изделий необходимо учитывать распределение людей по размеру и по росту. Требуется найти оценки среднего значения, дисперсии и среднеквадратического отклонения роста женщин по выборочным данным. (Обследовано 50 человек; результаты сгруппированы в интервалы длиной 4 см каждый, в таблице указаны середины интервалов.)

$x_i$	156	160	164	168	172	176	180
$n_i$	5	7	13	14	6	4	1

Произвести выравнивание статистического ряда в предположении, что в генеральной совокупности распределение является нормальным. Проверить гипотезу о нормальном распределении.

Образец заданий для решения разноуровневых задач

«Тема 17.4. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии.»

1. Получены 3 пары значений количественных признаков  $X$  и  $Y$ :  $x_1 = 1, y_1 = 2; x_2 = 3, y_2 = 8; x_3 = 5, y_3 = 8$ . Чему равны корреляционный момент, коэффициент корреляции, коэффициент линейной регрессии?

2. Известны 5 значений функции при 5-ти значениях аргумента. Построить диаграмму рассеивания и линейный тренд (по методу наименьших квадратов)

3. В таблице приводятся выборочные данные о площади ( $X$ , кв. м) и цене ( $Y$ , тыс. долларов) 10-и квартир. Найти выборочный коэффициент корреляции, записать уравнение линейной регрессии  $Y$  по  $X$ , предсказать цену квартиры площадью 50 кв. м.

$x_i$	58	74	36	44	70	52	57	65	37	45
$y_i$	20	21	12	15	22	18	17	23	14	16

### 3.3 Типовые контрольные задания для проведения тестирования

Фонд тестовых заданий по дисциплине содержит тестовые задания, распределенные по разделам и темам, с указанием их количества и типа.

#### Структура фонда тестовых заданий по дисциплине

Количество тестовых заданий, типы ТЗ	Характеристика ТЗ	Тема в соответствии с РПД	Индикатор достижения компетенции
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядка.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 1.2. Понятие минора и алгебраического дополнения элемента квадратной матрицы. Вычисление определителя $n$ -го порядка. Обратная матрица. Матричные уравнения.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 1.3. Ранг матрицы. Эквивалентные преобразования матриц. Два способа определения ранга. Базисный минор. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 2.1. Системы линейных алгебраических уравнений. Условие совместности системы (теорема Кронекера – Капелли). Решение систем уравнений матричным методом и по формулам Крамера.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 2.2. Исследование и решение неоднородных систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Базисные решения. Системы линейных алгебраических уравнений в экономике.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 2.3. Системы линейных однородных алгебраических уравнений. Совместность однородных систем. Фундаментальная система решений.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ	Навык и (или)		

3 – ЗТЗ	опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 2.4. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ), основные понятия, определения. Продуктивные модели Леонтьева. Модель равновесных цен.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 3.1. Геометрические векторы. Линейные операции над векторами в геометрической форме и координатной формах. Направляющие косинусы вектора. Умножение векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 3.2. Понятие n-мерного арифметического вектора. Операции над векторами. Линейное пространство. Размерность, базис, разложение по базису, матрица перехода.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 3.3. Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базис. Экономический пример на ортогональность векторов.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 4.1. Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Линейная модель обмена (модель международной торговли).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 4.2. Квадратичные формы (определение, матричная форма записи, канонический вид, закон инерции квадратичных форм, положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 5.1. Прямоугольная система координат на плоскости. Уравнение прямой на плоскости (различные виды уравнения прямой, расстояние от точки до прямой, угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 5.2. Графическое решение системы неравенств (построение области решений и области допустимых решений системы неравенств, нахождение координат угловых точек). Применение аналитической геометрии в экономике (линейная модель амортизации, линейная модель издержек, точка безубыточности, законы спроса и предложения).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт		

	деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 5.3. Плоскость в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное положение плоскостей. Прямая в пространстве. Взаимное положение прямых, прямой и плоскости и в пространстве.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 5.4. Кривые второго порядка: эллипс, окружность, гипербола, парабола (обзор).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 6.1. Комплексные числа. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа. Решение квадратных и биквадратных уравнений.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 7.1. Понятие множества. Числовые множества. Элементы алгебры множеств. Понятие функции одной переменной, область определения и область значений функции. Способы задания функции. Основные свойства функций. Обратная функция. Элементарная функция. Неявные, сложные функции.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 7.2. Предел функции, односторонние пределы, свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (определение, свойства, связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 7.3. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность функций на отрезке, свойства.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 8.1. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Расчет производительности труда в заданный момент времени. Основные правила и формулы дифференцирования. Производная сложной функции, обратной функции.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 8.2. Производные высших порядков. Определение дифференциала функции, его свойства. Экономический смысл производной (применение производных в экономическом анализе). Эластичность функции, ее свойства.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		

	действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 8.3. Исследование функций и построение их графиков. Нахождение экстремумов, точек перегиба и асимптот. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 9.1. Функции нескольких переменных. Функции двух переменных: определение функции, понятие области определения, множества значений, графическое представление. Понятие линии и поверхности уровня.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 9.2. Определение частной производной функции нескольких переменных. Дифференцирование неявно заданных функций. Частные производные высших порядков. Производная по направлению. Градиент, его свойства.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 9.3. Экстремум функции нескольких переменных (определение точки локального максимума и минимума функции; необходимые и достаточные условия). Условный экстремум функции двух переменных, метод множителей Лагранжа.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 10.1. Понятие первообразной функции. Определение неопределенного интеграла, его свойства, геометрический смысл. Табличные интегралы. Основные методы интегрирования (непосредственное интегрирование, метод замены переменной, метод интегрирования по частям).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 10.2. Интегрирование рациональных дробей.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 10.3. Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Достаточное условие существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 10.4. Несобственные интегралы первого и второго рода (несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования, несобственные интегралы от неограниченных функций). Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур). Экономические приложения определенного интеграла.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/ действие		



3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 11.1. Дифференциальные уравнения. Понятие дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения, решения уравнения, понятие общего и частного решения, интегральной кривой, задача Коши. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 11.2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения высших порядков Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 11.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, фундаментальная система решений однородного уравнения, определитель Вронского, теорема об общем решении линейного однородного уравнения.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 11.4. Системы линейных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в экономической динамике.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 12.1. Основные подходы к определению вероятности. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Геометрическое определение вероятности.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 12.2. Алгебра событий. Вероятность суммы событий. Зависимость событий. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 13.1. Разновидности случайных величин. Распределение вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения, формула Бернулли. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 13.2. Функция распределения. Непрерывные случайные величины, плотность вероятности, вероятность попадания в интервал. Равномерное распределение. Показательное распределение, функция надёжности.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ	Знание	Тема 13.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной	УК-1.1

3 – ЗТЗ		величины. Свойства числовых характеристик.	
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 13.4. Начальные и центральные моменты. Числовые характеристики различных распределений: биномиального, пуассоновского, равномерного, показательного.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 13.5. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Правило трёх сигма.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 14.1. Введение в предельные теоремы теории вероятностей: поведение среднего арифметического. Относительная частота события. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел. Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная формулы Лапласа.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 15.1. Системы дискретных случайных величин. Закон распределения системы и условные законы распределения. Условные математические ожидания и функции регрессии. Корреляционный момент, коэффициент корреляции системы. Понятие о системах непрерывных случайных величин.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 16.1. Понятие о случайной функции и случайном процессе. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Распределение вероятностей по состояниям. Стационарное распределение вероятностей состояний. Условие случайного эргодического процесса.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 16.2. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Матрица интенсивностей переходов. Системы уравнений Колмогорова. Предельный стационарный режим, эргодический процесс. Процесс гибели и размножения.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 16.3. Простейшие системы массового обслуживания. Применение схемы процесса гибели и размножения к решению задач СМО. Использование биномиальных формул в задаче о замкнутой СМО без отказов и ожидания. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 17.1. Выборка. Статистическое распределение. Точечные статистические оценки.	УК-1.1

3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 17.2. Интервальная оценка, её точность и надёжность. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения (большая и малая выборки).	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 17.3. Понятие статистической гипотезы. Гипотезы о генеральной средней нормального распределения, о равенстве двух генеральных средних. Эмпирические и теоретические частоты, гипотеза о виде распределения, критерий согласия Пирсона.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Знание	Тема 17.4. Корреляционно-регрессионный анализ данных. Метод наименьших квадратов. Уравнения регрессии.	УК-1.1
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Умение		
3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ	Навык и (или) опыт деятельности/действие		
450 – ОТЗ 450 – ЗТЗ	Итого		

Полный комплект ФТЗ хранится в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС и обучающийся имеет возможность ознакомиться с демонстрационным вариантом ФТЗ.

Ниже приведен образец типового варианта итогового теста, предусмотренного рабочей программой дисциплины.

1. Дополните.

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ . Тогда элемент  $c_{22}$  матрицы  $C = A^T - 3B$

равен \_\_\_\_\_

2. Дополните.

Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$  равен \_\_\_\_\_

3. Выберите правильный ответ.

Значение переменной  $x_1$  в решении системы  $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 14 \end{cases}$  равно ...

А) 2

В) -1

- C) 1
- D) -2

4. Выберите правильный ответ.

Система линейных уравнений 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y + z = 3 \dots \\ x + z = 2 \end{cases}$$

- A) имеет 2 решения
- B) имеет бесконечное множество решений
- C) не имеет решений
- D) имеет единственное решение

5. Выберите правильный ответ.

Даны 3 вектора  $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = (1, 5, -2)$ ,  $\vec{c} = \overline{AB}$ , где  $A(2, -2, 4)$ ,  $B(1, 3, 2)$ . Какие из этих векторов коллинеарны?

6. Выберите правильный ответ.

Скалярное произведение векторов  $\vec{a} = (3, -2, 0)$  и  $\vec{b} = (-1, 2, -2)$  равно ...

- A) 7
- B) 5
- C) -7
- D)  $3\sqrt{13}$

7. Выберите правильный ответ.

Чему равно наибольшее собственное значение матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ?

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8

8. Выберите правильный ответ.

Квадратичная форма  $x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_3^2$  является ...

- A) положительно определенной
- B) вырожденной
- C) отрицательно определенной
- D) знакопеременной

9. Выберите правильный ответ.

Уравнение вида  $(x-3)^2 + (y+2)^2 - 4 = 0$  определяет на плоскости ...

- A) прямую
- B) параболу
- C) окружность
- D) эллипс
- E) гиперболу

10. Выберите правильный ответ.

Прямые  $2y - 7x - 4 = 0$  и  $14y + 4x - 9 = 0$  ...

- A) пересекаются (не под  $90^\circ$ )
- B) совпадают

- C) перпендикулярны
- D) параллельны

11. Выберите правильный ответ.

Пусть  $z_1 = 4 + 3i$ ,  $z_2 = -2 - i$ . Тогда сумма  $z_1 + 5z_2$  равна ...

- A)  $3 + 19i$
- B)  $2 - 2i$
- C)  $5 - 2i$
- D)  $-6 - 2i$

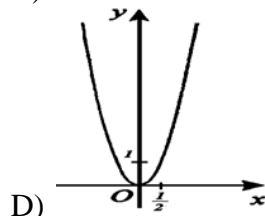
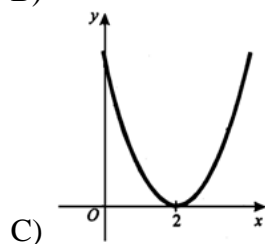
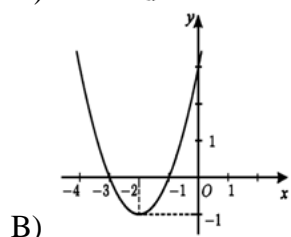
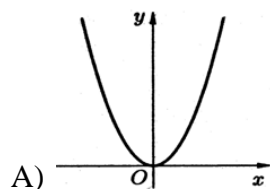
12. Выберите правильный ответ.

Модуль комплексного числа  $6 + 5i$  равен ...

- A)  $\sqrt{71}$
- B)  $\sqrt{51}$
- C)  $\sqrt{61}$
- D) 61

13. Выберите правильный ответ.

График функции  $f(x) = (x - 2)^2$  имеет вид ...



14. Выберите правильный ответ.

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3x^2}{x^2 + 7x - 2}$  равен ...

- A) 3
- B) -3
- C)  $\infty$
- D) 1
- E) 0

F) -1

15. Выберите правильный ответ.

Производная функции  $y = e^{5x} + \sin 2x$  равна ...

- A)  $5e^{5x} - 2\cos 2x$
- B)  $e^{5x} + 2\sin x$
- C)  $5e^x + 2\cos 2x$
- D)  $5e^{5x} + 2\cos 2x$

16. Введите правильный ответ.

Найти точку максимума функции  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ . В ответе введите номер соответствующей строки в таблице

1	$x = 0$
2	$x = 1$
3	$x = -1$
4	$x = 2$
5	$x = -3$
6	$x = 3$

17. Введите правильный ответ.

Градиент функции  $z = \ln(xy) + 3xy$  в точке  $M(1,1)$  равен ...

В ответ запишите номер строки правильного ответа в таблице

1	$gradz = \{2; -4\}$
2	$gradz = \{-1; 7\}$
3	$gradz = \{0; 2\}$
4	$gradz = \{1; -1\}$
5	$gradz = \{4; 4\}$
6	$gradz = \{2; -1\}$

18. Введите правильный ответ.

Для заданной функции  $z = x \cdot \ln(xy)$  найти частную производную  $\frac{\partial z}{\partial x}$ . В ответ ввести номер формулы, соответствующей правильному ответу, из приведенной таблицы

1	$\frac{1}{x}$	2	$\frac{1}{y}$	3	$-\frac{1}{x^2}$
4	$\frac{y}{x}$	5	$-\frac{y}{x^2}$	6	$-\frac{1}{y^2}$
7	$\frac{x}{y}$	8	$\ln(xy) + 1$	9	$-\frac{x}{y^2}$

19. Выберите правильный ответ.

Интеграл  $\int \frac{dx}{5-2x}$  равен ...

- A)  $-2\ln|5-2x| + C$
- B)  $\frac{1}{2}\ln|5-2x| + C$
- C)  $\ln|5-2x| + C$
- D)  $-\frac{1}{2}\ln|5-2x| + C$

20. Введите правильный ответ.

Определенный интеграл  $\int_1^2 x dx$  равен \_\_\_\_\_

Если в ответе получено дробное число, то вводите его в виде 5/7, 64/3 и т.д.

21. Введите правильный ответ.

Решите уравнение  $y' \sin x = y \ln y$ . В качестве ответа введите номер правильного решения в таблице:

1)  $\ln y = C \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

2)  $\ln y = \sin x + C$

3)  $y = C \cdot \ln \sin x$

4)  $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$

22. Выберите правильный ответ.

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $y'' - y' - 2y = 0$  имеет вид:

A)  $y = C_1 + C_2 e^{2x}$

B)  $y = C_1 + C_2 e^x$

C)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}$

D)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}$

23. Выберите правильный ответ.

В первом ящике деталей первого сорта 30%, во втором 40%. Вынимается по одной детали из каждого ящика. Найти вероятность того, что обе детали первого сорта.

A) 0,12 B) 0,42 C) 0,7 D) 0,1 E) 0,3

24. Дополните.

Имеется 20 карточек с числами от 1 до 20. Вероятность того, что номер наугад выбранной карточки делится нацело на 6, равна \_\_\_\_\_

Ответ ввести в виде 2/13, 4/23 и т.д.

25. Выберите правильный ответ.

60% иногородних студентов вуза после окончания возвращаются в родной город. Чему равна вероятность того, что из 3 окончивших вуз друзей только 1 вернётся в родной город.

A) 0,144

B) 0,48

C) 0,288

D) 0,36

E) 0,432

26. Дополните.

Дискретная случайная величина может принимать 2 значения  $x_1 = 4$  и  $x_2 = 7$  с вероятностями  $p_1 = 0,3$  и  $p_2 = 0,7$  соответственно. Тогда её дисперсия равна \_\_\_\_\_

Введите число в виде десятичной дроби, отделяя целую часть точкой или запятой.

27. Дополните.

Ошибка измерения некоторого показателя есть случайная величина с нулевым математическим ожиданием и известным среднеквадратическим отклонением. Если измерить этот показатель 25 раз, а затем результаты измерений усреднить, то среднеквадратическое отклонение ошибки уменьшится в \_\_\_\_\_ раз.

28. Выберите правильный ответ.

Случайная величина – число появлений герба при бросании 1000 монет. Имеет ли эта величина распределение, близкое к нормальному?

А) Нет, т.е. вероятность появления герба при одном бросании не является малой величиной

В) Да, причем математическое ожидание этой случайной величины равно 250, а дисперсия – 100

С) Да, причем математическое ожидание этой случайной величины равно 500, а дисперсия – 250

Д) Да, причем математическое ожидание этой случайной величины равно 500, а дисперсия – 100

29. Дополните.

Известен закон распределения системы двух дискретных случайных величин

Y	X		
	0	1	2
0	0,4	0,1	0
1	0,1	0,3	0,1

Дисперсия составляющей Y равна \_\_\_\_\_

Ответ введите в виде десятичной дроби, отделяя целую часть точкой или запятой

30. Введите номер правильного ответа

1	$f(x, y) = \cos x \sin y$
2	$f(x, y) = \cos x \cos y$
3	$f(x, y) = \sin x \cos y$
4	$f(x, y) = \sin x \sin y$

Задана функция распределения системы двух случайных величин  $F(x, y) = \sin x \sin y$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$ . Плотность распределения вероятностей при  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$  равна \_\_\_\_\_

31. Дополните.

Матрица переходных вероятностей цепи Маркова имеет вид

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Вероятность перехода из состояния  $S_1$  в состояние  $S_2$  равна \_\_\_\_\_

Ответ введите в виде десятичной дроби, отделяя целую часть точкой или запятой.

32. Дополните.

Матрица переходных вероятностей цепи Маркова имеет вид

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,8 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Начальное распределение вероятностей по состояниям  $p_0 = (0,1; 0,9)$ . Вероятность того, что через 1 шаг состоянием процесса будет  $S_2$ , равна \_\_\_\_\_

Ответ введите в виде десятичной дроби, отделяя целую часть точкой

33. Выберите правильный ответ.

Гистограмма частот – это:

А) диаграмма рассеивания

В) ступенчатая фигура



- С) ломаная линия
- Д) круговая диаграмма

34. Выберите правильный ответ

Между двумя количественными признаками – стаж работника и процент допускаемого им брака:

- А) существует положительная корреляция
- В) существует отрицательная корреляция
- С) не существует никакой связи
- Д) существует функциональная зависимость

### **3.4 Перечень теоретических вопросов к экзамену** (для оценки знаний)

#### **Раздел 1. Матрицы и определители**

1. Дайте определение матрицы. Приведите пример использования матриц в экономике.
2. Перечислите виды матриц.
3. Какие матрицы называются равными?
4. Что называется определителем матрицы  $n$ -го порядка ( $n=1, 2, 3$ )? Правило «треугольников».
5. Запишите свойства определителей (одно из них докажите).
6. Что называется суммой (разностью) двух матриц?
7. Запишите определение произведения матрицы на число.
8. Запишите определение произведения двух матриц. Для каких матриц оно определено?
9. Запишите свойства операций над матрицами (одно из них докажите).
10. Что называют степенью матрицы? Перечислите ее свойства.
11. Транспонированная матрица, ее свойства.
12. Дайте определение обратной матрицы. Запишите формулу ее вычисления.
13. Докажите, что не всякая ненулевая матрица имеет обратную.
14. Дайте определение невырожденной матрицы.
15. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы.
16. Что называют минором и алгебраическим дополнением?
17. Первый способ нахождения обратной матрицы. Свойства обратной матрицы.
18. Что называют определителем квадратной матрицы  $n$ -го порядка?
19. Запишите теорему Лапласа.
20. Что называют минором  $k$ -го порядка?
21. Дайте определение ранга матрицы, запишите его основные свойства (поясните их).
22. Какие преобразования строк матрицы называют элементарными?
23. Докажите теорему о сохранении ранга матрицы.

#### **Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений**

24. Запишите систему линейных алгебраических уравнений в общем виде.
25. Что называется решением слау?
26. Какая система называется совместной (несовместной)?
27. Какая система называется определенной (неопределенной)?
28. Какие системы уравнений называют равносильными? Как получить систему равносильную данной?
29. Матричная форма записи системы уравнений.
30. Методы решения слау (метод обратной матрицы).
31. Методы решения слау (метод Крамера; доказать теорему).
32. Методы решения слау (метод Гаусса).
33. Теорема Кронекера-Капелли.
34. Поясните, когда система не имеет решения, когда имеет единственное решение, когда система имеет множество решений.
35. Какие переменные называют основными (свободными)?

36. Общий вид системы однородных линейных уравнений, условие существования ненулевого решения.
37. Вид системы однородных линейных уравнений в случае, когда число уравнений равно числу неизвестных; условие существования ненулевого решения.
38. Когда произвольная система однородных уравнений имеет ненулевые решения.
39. Какое решение называют тривиальным?
40. Дайте определение фундаментальной системы решений.
41. Как найти фундаментальную систему решений системы однородных линейных уравнений?
42. Дайте понятие Экономико-математической модели.
43. Цель балансового анализа.
44. Запишите соотношения баланса, поясните смысл входящих в эти соотношения величин.
45. Запишите модель Леонтьева; поясните смысл всех величин, входящих в уравнения.
46. Запишите модель Леонтьева в матричной форме, дайте необходимые пояснения.
47. Основная задача межотраслевого баланса.
48. Дайте определение продуктивной матрицы, продуктивной модели Леонтьева.
49. Экономический смысл элементов матрицы полных затрат.
50. Запишите первый и второй критерии продуктивности матрицы.

### **Раздел 3. Векторы. Векторные пространства**

51. Основные определения (вектора, его длины, единичного вектора, нулевого вектора, коллинеарных, равных векторов, компланарных векторов).
52. Линейные операции над векторами в геометрической форме.
53. Орт вектора. Проекция вектора на ось.
54. Линейная зависимость векторов.
55. Базис векторов.
56. Геометрический смысл декартовых прямоугольных координат.
57. Длина вектора, направляющие косинусы.
58. Действия над векторами в координатной форме.
59. Условие коллинеарности векторов.
60. Скалярное произведение двух векторов.
61. Основные определения (n-мерного вектора, равных векторов, произведения вектора на число, суммы двух векторов).
62. Дайте определение векторного (линейного) пространства. Приведите примеры.
63. Что называется линейной комбинацией векторов?
64. Какие векторы называются линейно зависимыми (линейно независимыми)?
65. Приведите примеры линейно независимых векторов.
66. Как решается вопрос о линейной зависимости векторов?
67. Два основных свойства линейного пространства.
68. В каком соотношении находятся координаты двух линейно зависимых векторов?
69. Приведите пример двух линейно зависимых векторов.
70. Определение базиса линейного пространства.
71. Определение размерности линейного пространства.
72. Понятие n-мерного пространства.
73. Что является базисом пространства решений системы однородных линейных уравнений?
74. Определение скалярного произведения двух векторов, его экономический смысл.
75. Определение Евклидова пространства.
76. Длина (модуль) вектора, его свойства.
77. Понятие угла между векторами.
78. Понятия ортогонального и ортонормированного базисов.
79. Приведите пример ортонормированного базиса.

#### **Раздел 4. Линейные операторы. Квадратичные формы**

80. Что называется оператором (преобразованием, отображением)?
81. Какой оператор называется линейным?
82. Приведите примеры линейных операторов.
83. Запишите формулы, выражающие связь между вектором и его образом. Матрица линейного оператора.
84. Дайте определение собственного вектора и собственного значения матрицы (линейного оператора).
85. Как найти собственные значения матрицы?
86. Какой вид имеет матрица линейного оператора в базисе, состоящем из его собственных векторов?
87. Определение квадратичной формы.
88. Две формы записи квадратичной формы, доказательство их эквивалентности.
89. Примеры квадратичных форм от двух и трех переменных.
90. Как изменяется квадратичная форма при невырожденном линейном преобразовании?
91. Какая квадратичная форма называется канонической?
92. Положительно (отрицательно) определенные квадратичные формы.
93. Критерий Сильвестра. Следствие из него.

#### **Раздел 5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве**

94. Прямая на плоскости. Основные понятия.
95. Общее уравнение прямой, уравнение прямой по точке и нормальному вектору.
96. Исследование общего уравнения прямой.
97. Уравнение прямой в отрезках.
98. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
99. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
100. Угол между двумя прямыми на плоскости.
101. Условие параллельности двух прямых.
102. Условие перпендикулярности двух прямых.
103. Каким уравнением может быть задана плоскость в декартовой системе координат в пространстве?
104. Как записать уравнение плоскости по точке и нормальному вектору?
105. Запишите общее уравнение плоскости.
106. Запишите формулу вычисления угла между плоскостями.
107. Запишите условие параллельности плоскостей.
108. Запишите условие перпендикулярности плоскостей.
109. Какое множество точек называется выпуклым? Приведите примеры.
110. Дайте определения внутренней, граничной и угловой точек множества. Приведите примеры.
111. Определение замкнутого множества точек.
112. Определение ограниченного (неограниченного) множества точек.
113. Что называется выпуклым многоугольником?
114. Геометрический смысл решения неравенства.
115. Основные свойства выпуклого множества точек.
116. Запишите два вида уравнения прямой в пространстве.
117. Общее уравнение кривой второго порядка. Определение типа кривой.
118. Запишите каноническое уравнение окружности и уравнение окружности со смещенным центром. Изобразите эти линии на чертеже.
119. Запишите каноническое уравнение эллипса и уравнение эллипса со смещенным центром. Изобразите эти линии на чертеже.
120. Запишите каноническое уравнение гиперболы и уравнение гиперболы со смещенным центром. Изобразите эти линии на чертеже.
121. Запишите каноническое уравнение параболы и уравнение параболы со смещенным центром. Изобразите эти линии на чертеже.

## **Раздел 6. Комплексные числа**

122. Дайте определение комплексного числа. Что называют мнимой единицей?
123. Какие комплексные числа называют сопряженными?
124. Поясните геометрическую интерпретацию комплексного числа.
125. Какие комплексные числа называют равными?
126. Чему равна сумма, произведение, частное от деления двух комплексных чисел?
127. Что называют модулем и аргументом комплексного числа?
128. Запишите комплексное число в показательной и тригонометрической формах.
129. Как возвести в степень комплексное число, извлечь корень из комплексного числа?
130. Сколько результатов дает операция извлечения корня  $n$ -ой степени из комплексного числа?
131. Запишите формулу Эйлера.

## **Раздел 7. Введение в математический анализ. Элементы теории функций одной переменной**

132. Понятие множества. Числовые множества. Элементы алгебры множеств.
133. Понятие функции одной переменной, область определения и область значений функции. Способы задания функции.
134. Основные характеристики функций: четность/нечетность, монотонность, ограниченность, периодичность.
135. Обратная функция. Понятие элементарной функции. Неявные, сложные функции.
136. Графики степенной, показательной и логарифмической функций.
137. Графики тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
138. Понятие числовой последовательности. Способы задания.
139. Предел числовой последовательности.
140. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
141. Ограниченные и монотонные последовательности, число  $e$ .
142. Предел функции, односторонние пределы, свойства пределов.
143. Бесконечно малые и бесконечно большие функции (определение, свойства, связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями, сравнение бесконечно функций).
144. Замечательные пределы.
145. Сравнение бесконечно малых функций. Таблица эквивалентностей.
146. Задача о непрерывном начислении процентов.
147. Непрерывность функции в точке.
148. Классификация точек разрыва.
149. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

## **Раздел 8. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

150. Определение производной.
151. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
152. Расчет производительности труда в заданный момент времени.
153. Зависимость между непрерывностью функции и дифференцируемостью.
154. Основные правила и формулы дифференцирования. Таблица производных.
155. Производная параметрически заданной функции.
156. Логарифмическая производная, ее экономический смысл.
157. Производные высших порядков.
158. Определение дифференциала функции, его свойства.
159. Дифференциалы высших порядков.
160. Эластичность функции, ее свойства и геометрический смысл.
161. Правило Лопиталья.
162. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условие экстремума.
163. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

164. Выпуклые и вогнутые функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие перегиба.
165. Асимптоты графика функции.
166. Схема исследования функций.

#### **Раздел 9. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

167. Функции нескольких переменных. Функции двух переменных: определение функции. Пример функции двух переменных в экономике.
168. Функции двух переменных: понятие области определения, множества значений, графическое представление.
169. Понятие линии уровня функции двух переменных.
170. Определение частной производной функции нескольких переменных.
171. Частные производные высших порядков.
172. Полный дифференциал функции многих переменных. Геометрический смысл.
173. Дифференцирование неявно заданных функций.
174. Производная по направлению.
175. Градиент, его свойства.
176. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
177. Условный экстремум функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа.
178. Определение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в замкнутой области.

#### **Раздел 10. Интегральное исчисление**

179. Понятие первообразной функции. Определение неопределенного интеграла, его свойства, геометрический смысл.
180. Табличные интегралы. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование.
181. Основные методы интегрирования: метод замены переменной.
182. Основные методы интегрирования: метод интегрирования по частям.
183. Интегрирование простейших рациональных дробей.
184. Интегрирование рациональных дробей.
185. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.
186. Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл.
187. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница.
188. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
189. Несобственные интегралы первого рода.
190. Несобственные интегралы второго рода.
191. Вычисление площадей плоских фигур.
192. Вычисление объема тел вращения.
193. Экономические приложения определенного интеграла.

#### **Раздел 11. Дифференциальные уравнения и системы**

194. Дифференциальные уравнения. Понятие дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения, решения уравнения, понятие общего и частного решения, интегральной кривой, задача Коши.
195. Понятие дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
196. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.
197. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
198. Уравнения Бернулли.

199. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия и определения.
200. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
201. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение, фундаментальная система решений однородного уравнения, определитель Вронского, теорема об общем решении линейного однородного уравнения.
202. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. теорема об общем решении, построение частного решения уравнений со специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.
203. Системы линейных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения в экономической динамике.

### **Раздел 12. Случайные события**

204. Дайте определения и приведите формулы для нахождения числа перестановок, сочетаний, размещений.
205. Какое событие называется достоверным? Какие значения может принимать вероятность? Какой исход называется благоприятным к данному событию?
206. Дайте классическое определение вероятности. Всегда ли его можно применить? Приведите примеры.
207. Что такое противоположные события? Как связаны между собой их вероятности?
208. Дайте определение суммы событий А и В. Получите формулу вероятности суммы двух событий.
209. Каково условие независимости события А от события В?
210. Дайте определение произведения событий, приведите формулы для вероятности произведения двух и трёх событий.
211. В каком случае вероятность произведения двух событий равна произведению их вероятностей?
212. Формула полной вероятности события.
213. Формула Байеса.

### **Раздел 13. Случайные величины**

214. Дайте определения дискретной и непрерывной случайных величин.
215. Биномиальное распределение случайной величины, формула Бернулли.
216. Формула Пуассона (закон редких событий). При каких условиях она применима?
217. Геометрическое распределение.
218. Гипергеометрическое распределение.
219. Функция распределения случайной величины и её свойства.
220. Можно ли перечислить все значения произвольной непрерывной случайной величины? Ответ поясните.
221. Плотность распределения вероятностей, её связь с функцией распределения.
222. Как найти вероятность того, что значение непрерывной случайной величины принадлежит данному интервалу?
223. Равномерное распределение.
224. Показательное распределение.
225. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайной величины.
226. Чему равно математическое ожидание отклонения случайной величины от её математического ожидания?
227. Математическое ожидание суммы случайных величин; произведения случайных величин.
228. Дисперсия дискретной и непрерывной случайных величин.
229. Арифметические свойства дисперсии.
230. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, равномерно распределённой в интервале.

231. Математическое ожидание и дисперсия числа появлений события в серии однородных независимых испытаний.
232. График плотности распределения вероятностей для нормального закона и его свойства
233. Смысл параметров нормального распределения.
234. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в интервал. Случай симметричного интервала.
235. Правило «трёх сигма» для нормально распределенной случайной величины.

#### **Раздел 14. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей**

236. Относительная частота события.
237. Понятие о теореме Бернулли и законе больших чисел.
238. Понятие о центральной предельной теореме.
239. Локальная и интегральная формулы Лапласа

#### **Раздел 15. Системы случайных величин**

240. Табличное представление закона распределения системы двух дискретных случайных величин. Законы распределения отдельных составляющих.
241. Условный закон распределения одной из составляющих в системе дискретных случайных величин.
242. Условное математическое ожидание. Функция линейной регрессии одной случайной величины по другой случайной величине.
243. Корреляционный момент и коэффициент корреляции системы случайных величин.
244. Функция распределения системы случайных величин.
245. Плотность распределения вероятностей системы непрерывных случайных величин.
246. Как найти вероятность попадания двумерной случайной величины в прямоугольник со сторонами, параллельными осям?

#### **Раздел 16. Марковские случайные процессы**

247. Понятие случайной функции и случайного процесса.
248. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и с дискретным временем, матрица переходных вероятностей.
249. Классификация состояний.
250. Распределение вероятностей по состояниям через  $n$  шагов.
251. Стационарное распределение вероятностей по состояниям. Понятие эргодического процесса.
252. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и с непрерывным временем. Матрица интенсивностей.
253. Системы уравнений Колмогорова. Стационарное решение.
254. Процесс гибели и размножения.
255. Понятие систем массового обслуживания. Простейший поток и его свойства.
256. Марковская СМО без отказов и без очереди

#### **Раздел 17. Математическая статистика**

257. Генеральная и выборочная совокупности. Сплошной и выборочный методы наблюдения. Репрезентативность выборки. Объясните разницу между случайными и систематическими ошибками, приведите пример. Случайные и систематические ошибки репрезентативности.
258. Статистическое распределение количественного признака. Варианты и частоты. Полигон и гистограмма.
259. Накопленные частоты. Какова область значений накопленной частоты? Эмпирическая функция распределения.

260. Выборочная и генеральная средние. Поясните на примере, как рассчитать выборочную среднюю количественного признака по полигону частот, по гистограмме частот.
261. Понятие оценки. Свойства оценок: несмещённость и состоятельность. Выборочная средняя как несмещённая оценка генеральной средней.
262. Какая статистическая величина является точечной оценкой вероятности наступления события в отдельном испытании? Поясните примером.
263. Характеристики вариации количественного признака: дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Выборочная дисперсия как смещённая оценка генеральной дисперсии. Исправленная дисперсия, исправленное среднее квадратическое отклонение.
264. Выравнивание статистического ряда, эмпирические и теоретические частоты. Построение предполагаемого нормального распределения по данным наблюдений.
265. Интервальные оценки неизвестных параметров распределения. Понятия точности и надёжности оценки, доверительный интервал.
266. Интервальная оценка генеральной средней (математического ожидания) нормального распределения при известном генеральном среднее квадратическом отклонении.
267. Минимальный объём выборки, обеспечивающий заданную точность и надёжность интервальной оценки генеральной средней.
268. Интервальная оценка генеральной средней нормального распределения при неизвестном генеральном среднее квадратическом отклонении (малая выборка).
269. Понятие статистической гипотезы. Два рода ошибок, возникающих при проверке гипотез. Принципы проверки гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости гипотезы.
270. Гипотеза о равенстве двух генеральных средних.
271. Гипотеза о виде распределения. Сравнение эмпирических и теоретических частот. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о нормальном распределении признака в генеральной совокупности.
272. Понятие корреляции. Диаграмма рассеивания. Выборочный коэффициент линейной корреляции.
273. Придумайте и проанализируйте собственные примеры корреляционной зависимости величин в природе, в технике, в экономике.
274. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции.
275. Понятие регрессии и регрессионного анализа. Метод наименьших квадратов. Выборочное уравнение линейной регрессии и его связь с коэффициентом корреляции.

### 3.5 Перечень типовых простых практических заданий к экзамену

(для оценки умений)

1. Найти значение выражения  $AB - 2C$ , если

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Является ли матрица  $B$  невырожденной? Если да, то найти обратную матрицу.

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему линейных уравнений
- $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$$

4. Исследовать на совместность систему



$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_3 + 5x_4 = 1 \end{cases}$$

5. Решить графически систему неравенств

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

6. Выяснить, компланарны ли векторы  $\vec{a} = (-1, 3, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, -3, -4)$ ,  $\vec{c} = (-3, 16, 6)$ ?

7. Выяснить тип линии и построить ее:

$$\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1.$$

8. Найти:  $\text{пр}_{BC} \vec{AB}$ , если  $A(3, -3, 2)$ ,  $B(4, 0, -2)$ ,  $C(-3, -1, 2)$ .

9. Определить длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{m} + 4\vec{n}$ ,  $\vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$ , если  $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$ ,  $(\vec{m}, \vec{n}) = 120^\circ$ .

10. Вектор  $\vec{a}$  длиной  $|\vec{a}| = 4$  составляет с осями  $Ox$  и  $Oy$  углы  $60^\circ$  и  $120^\circ$  соответственно. Найти угол, который образует вектор  $\vec{a}$  с осью  $Oz$ , координаты вектора и построить вектор.

11. Определить, при каком значении  $R$  векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  будут ортогональны, коллинеарны, если  $\vec{a} = \{2, -1, 3\}$ ,  $\vec{b} = -i + Rj + 2k$ .

12. Лежат ли точки  $A(-1, 0, 1)$ ,  $B(3, 4, -1)$ ,  $C(1, 1, 0)$ ,  $D(2, -2, 3)$  в одной плоскости?

13. Даны координаты вершин пирамиды:  $A(5, -1, 2)$ ,  $B(1, -2, 3)$ ,  $C(0, 1, 1)$ ,  $D(2, 3, 3)$ . Найти объем пирамиды  $ABCD$ .

14. Найти уравнение медианы  $AD$  в треугольнике  $ABC$ :  $A(2, 1)$ ,  $B(-4, 2)$ ,  $C(0, 3)$ .

15. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2, -1)$ , параллельно прямой  $4x - 7y + 12 = 0$ , и построить ее.

16. Найти угол между прямыми на плоскости:  $x - y = 0$ ,  $2x + y - 1 = 0$ . Построить прямые.

17. Построить треугольник с вершинами  $A(-1, 3, 1)$ ,  $B(2, 1, 0)$ ,  $C(5, 4, 2)$ . Найти уравнение плоскости, проходящей через точки  $A, B, C$ .

18. Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(2, -3, -4)$

параллельно прямой  $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0, \\ x - y + 2z - 1 = 0. \end{cases}$

19. Выяснить тип линии и построить:

$$2y = x^2 + 6x + 4.$$

20. Составить простейшее уравнение эллипса, если расстояние между фокусами 6, а большая полуось 5. Построить эллипс.

21. Дана матрица перехода  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  от базиса  $(e_1, e_2)$  к базису  $(e'_1, e'_2)$ . Найти координаты

векторов  $(e_1, e_2)$  в базисе  $(e'_1, e'_2)$ .

22. Привести квадратичную форму к каноническому виду, выяснить, является ли она знакоопределенной?

$$F = x_1^2 + 6x_1x_2 + 18x_2x_3 + 4x_3^2$$

23. Решить матричное уравнение  $XA = B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

24. Найти фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 10x_4 = 0 \end{cases}$$

25.Спрос на некоторый товар равен 10 единицам при цене 300 руб. за штуку и 20 единицам при цене 280 руб. Поставщик согласен продать 8 единиц при цене 84 руб. и 5 единиц при цене 60 руб. Найти точку рыночного равновесия. Построить.

26.Выяснить в каком отношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли

$$\begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.8 \\ 0.6 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.6 & 0.1 \end{pmatrix}$$

27.В таблице приведены данные о работе системы двух отраслей

Отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный продукт
	1	2	
1	40	320	40
2	160	480	16

Найти вектор валового выпуска матрицу прямых и матрицу полных затрат.

28. С двух заводов поставляются автомобили для двух автохозяйств, потребности которых соответственно 200 и 300 машин. Первый завод выпустил 350, а второй 150 машин. Затраты на доставку автохозяйствам машин: с 1-го завода 15 и 20 ден. ед. соответственно, со 2-го завода 8 и 25. Определить возможные планы поставки машин хозяйствам. Найти минимальные затраты на перевозку машин.

29.Настольные лампы продаются по цене 1200 руб. Постоянные издержки составляют 24000 руб. в месяц. Переменные 800 руб. за лампу.

а) найти точку безубыточности, построить график;

б) сколько ламп нужно произвести и продать, чтобы получить 15% прибыли на деньги, вложенные в фиксированные затраты.

30.Маша купила автомобиль за 60000 д.ед., чтобы ездить на работу. Норма амортизации составляет 12% от первоначальной стоимости. Написать уравнение, определяющее стоимость авто от времени t. Маше разрешили вычитать годовую амортизацию из суммы, подлежащей обложению подоходным налогом. Какую сумму Маша будет экономить ежемесячно, если подоходный налог составляет 20%.

31.Исследовать функцию на непрерывность:

$$F(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ 1-x, & 0 < x \leq 1. \\ \frac{1}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

32.Исследовать на непрерывность и найти точки разрыва функций  $y = \frac{\operatorname{tg}x}{x}$ .

33.Найти асимптоты графика функции 1)  $y = \frac{x-3}{x+4}$ , 2)  $y = \frac{\ln(x+1)}{x^2} + 2x$

34.Исследовать функцию на экстремум

$$y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x-1}$$

35.Исследовать функцию на экстремум

$$y = x^3 - 9x^2 + 15$$

36.Найти  $z'_x, z'_y$ , если  $z = e^{\cos \frac{y^2}{x}}$

37. Найти полный дифференциал функции  $z = \operatorname{tg} \frac{x^2}{y}$

38. Найти все производные второго порядка функции  $z = \cos^2(y - \frac{x}{2})$

39. Доказать, что бесконечно малые при  $x \rightarrow 0$  функции  $\frac{x}{2}$  и  $\sqrt{1+x} - 1$  эквивалентны.

40. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5}{5x^3 + 2x - 3}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 3x}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2}{1 - \cos 4x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} (3-x)^{\frac{1}{2(x-2)}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2x - 4}$ .

41. Вычислить неопределенные и определённые интегралы:

$$\int 4^{2-3x} dx; \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}; \int \frac{xdx}{2x^2+9}; \int \frac{dx}{(2x-3)^5}; \int \frac{e^x dx}{e^x+1}; \int x \sin(1-x^2) dx; \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \int \frac{dx}{x^3-x^2};$$
$$\int_0^1 \sqrt{1+x} dx; \int \frac{2x}{(x-1)(x-3)(x-2)} dx; \int \frac{dx}{\sqrt{9-3x^2}}; \int \frac{1+\ln x}{x} dx; \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6+4}};$$
$$\int_1^2 \frac{3x}{1+x^2} dx; \int (e^x-1)^4 e^x dx; \int_0^1 \frac{xdx}{(1+x^2)^2}; \int_0^1 xe^{-x} dx; \int_1^e \ln x dx; \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx.$$

42. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $x = 1$ .

43. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$ .

44. Решить линейные однородные дифференциальные уравнения:

а)  $y'' - y = 0$ ; б)  $y'' + 2y' + y = 0$ ; в)  $y''' + 4y'' + 13y' = 0$ .

45. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$(1+e^x)yy' = e^x; y' + 2y = e^{-x}; 2x\sqrt{1-y^2} = y'(1+x^2); y' + \frac{1}{3}y = \frac{1}{3y^2};$$

$$y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}; y' - \frac{y}{x} = -x, y(1) = 0$$

46. Решить дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка:

$$\text{а) } xy'' = (1+2x^2)y'; \quad \text{б) } y''' = 2^x + 1.$$

47. Решить ЛОДУ:  $y'' - 8y' + 7y = 0$ ;  $y'' - 7y' + 12y = 0$ ;  $y'' - y' - 2y = 0$ ;  $y'' + y = 0$

48. Решить системы ЛОДУ:  $\begin{cases} y' = 6y + 3z \\ z' = -8y - 5z \end{cases}; \quad \begin{cases} y' = 5y - z \\ z' = 2y + 3z \end{cases}$

49. Вычислить  $\iint_D y \cos 2xy dx dy$ ;  $D: y = \frac{\pi}{2}, y = \pi, x = \frac{1}{2}, x = 1$ .

50. Изменить порядок интегрирования  $\int_{-1}^0 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(xy) dx dy + \int_0^1 \int_0^{1-x} f(x,y) dx dy$ .

51. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = x$ , посредством двойного интеграла.

52. Какова вероятность того, что наугад вырванный листок из нового календаря соответствует первому числу месяца (год — не високосный)?

53. Из пяти карточек с буквами А, Б, В, Г, Д наугад выбираются три и располагаются в порядке появления. Какова вероятность, что получится слово «ДВА»?

54. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0.9, а для второго и третьего станка эта вероятность равна соответственно 0.8 и 0.85. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок потребует внимания рабочего.

55. Имеется 5 билетов по рублю, 3 билета по 3 рубля, 2 билета по 5 рублей. Наугад берут 3 билета. Найти вероятность того, что хотя бы 2 билета имеют одинаковую стоимость.
56. В одной урне 3 белых и 5 чёрных шаров, в другой – 5 белых и 2 чёрных. Из каждой взяли по одному шару. Найти вероятность того, что шары будут одинакового цвета.
57. В офисе имеется 3 телефона, работающих независимо друг от друга. Вероятности их занятости соответственно равны 0.08, 0.15, 0.2. Найти вероятность того, что хотя бы один телефон свободен.
58. По шоссе мимо заправочной станции проезжает вдвое больше легковых машин, чем грузовиков. Заправляется каждый десятый легковой автомобиль и каждый двадцатый грузовик. Какова вероятность, что проезжающий автомобиль будет заправляться?
59. В каждой из двух урн находятся 5 белых и 10 чёрных шаров. Из первой урны переложили во вторую наугад один шар, а затем из второй урны вынули наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар – чёрный.
60. 30% пассажиров поезда – пожилые люди, 20% – молодёжь и 50% – люди среднего возраста. Вероятность отстать от поезда для представителей названных возрастных групп равна 0.02, 0.03 и 0.01. Некий пассажир отстал от поезда. Найти вероятность того, что это человек среднего возраста.
61. В фирме 3 автомобиля. Вероятность поломки в течение дня для каждого из автомобилей равна 0.05. Для нормальной работы требуется исправность минимум двух автомобилей. Какова вероятность нормальной работы фирмы в течение дня?
62. В партии 10% нестандартных деталей. Наугад отобраны четыре детали. Составить ряд распределения дискретной случайной величины – числа нестандартных деталей среди отобранных.
63. Вероятность того, что кедровый орех окажется пустым, равна 0.02. Найти вероятность того, что из 150 орехов 5 окажутся пустыми.
64. Рыбак забросил спиннинг 100 раз. Найти вероятность того, что он поймал хотя бы одну рыбу, если в среднем одна рыба приходится на 200 забрасываний.
65. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания при выстреле равна 0.6. Сколько нужно выдать снарядов, чтобы поразить цель с вероятностью 0.9?
66. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наугад отобраны 2 детали. Составить ряд распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
67. Время безотказной работы элемента распределено по закону  $f(t) = 0.01e^{-0.01t}$ , где  $t$  измеряется в часах. Найти вероятность того, что элемент проработает безотказно 100 часов.
68. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы. Известно, что  $M(X) = 2$ ,  $D(X) = 4$ ,  $M(Y) = 3$ ,  $D(Y) = 1$ . Найти  $M(3X - 5Y)$  и  $D(3X - 5Y)$ .
69. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение распределения  $f(x) = 10e^{-10x}$  ( $x \geq 0$ ).
70. Монета подбрасывается 100 раз. Считая, что число выпавших «орлов» – случайная величина, удовлетворяющая условиям центральной предельной теоремы, по правилу трёх сигма постройте интервал «реальных» значений этой случайной величины.
71. Найти математическое ожидание произведения числа очков, которые могут выпасть при бросании двух игральных костей.
72. Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью наступления некоторого события в каждом опыте. Найти эту вероятность, если дисперсия числа появлений события в трёх опытах равна 0.63.
73. С понедельника по четверг служащий работает по 8 часов сутки, в пятницу – 6 часов, по субботам и воскресеньям отдыхает. Кроме этого, служащему 1 раз в четыре недели предоставляется отгул. Сколько часов в сутки в среднем работает служащий?
74. При каком объёме выборки различие между выборочной и исправленной дисперсиями составляет 1.2 раза?
75. Во сколько раз исправленное СКО больше выборочного при объёме выборки, равном 21?

76. В выборке присутствуют только 2 варианта количественного признака (3 и 5), причём одинаковое число раз. Чему равна выборочная дисперсия?

77. В выборке присутствуют только 2 варианта количественного признака (4 и 6), причём одинаковое число раз. Чему равен средний квадрат значений количественного признака?

78. Во сколько раз нужно увеличить объём выборки, чтобы улучшить точность оценки математического ожидания нормально распределённого признака в 9 раз?

79. Что произойдёт с доверительным интервалом для математического ожидания нормально распределённого признака при росте объёма выборки в 4 раза?

80. Генеральные дисперсии двух нормально распределённых признаков равны 2 и 8. Во сколько раз различается требуемый объём выборки для интервальной оценки математических ожиданий этих признаков с одинаковой точностью и надёжностью?

81. Во сколько раз изменится точность интервальной оценки математического ожидания нормально распределённого признака по выборочной средней (генеральное СКО известно) при росте объёма выборки с 20 до 500?

82. Во сколько раз изменится точность интервальной оценки математического ожидания нормально распределённого признака по выборочной средней (генеральное СКО известно) при росте надёжности с 0.95 до 0.99?

83. Во сколько раз изменится точность интервальной оценки математического ожидания нормально распределённого признака по выборочной средней (объём выборки равен 10, генеральное СКО не известно) при росте надёжности с 0.95 до 0.999?

84. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения по выборочной средней:  $32.7 < a < 39.3$  (Генеральное СКО известно и равно 5). Какова надёжность этой оценки, если объём выборки равен 25?

85. Известна функция распределения непрерывной случайной величины:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x < 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины, вероятность попадания случайной величины в интервал (0.5, 1).

86. Случайная величина  $X$  задана на всей оси  $OX$  функцией распределения

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}.$$

Найти возможное значение  $x_1$ , удовлетворяющее условию: с вероятностью равной 0,25 случайная величина  $X$  примет значение большее, чем  $x_1$

87. Случайная величина имеет плотность вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 3e^{-3x}, & x > 0. \end{cases}$$

Найти вероятность попадания этой случайной величины в интервал (0.13, 0.7).

88. Закон распределения случайной величины задан таблично:

$X$	4.3	5.1	10.6
$P$	0.2	0.3	0.5

Найти дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины.

89. Случайная величина  $X$  принимает 2 равновероятных значения:  $x_1$  и  $x_2$ . Математическое ожидание  $M(X) = 4$ , дисперсия  $D(X) = 1$ . Найти  $x_1$  и  $x_2$ .

90. Производится стрельба из орудия по удаляющейся мишени. При первом выстреле вероятность попадания равна 0,85, при каждом следующем выстреле вероятность попадания уменьшается на 0,15. Произведено 4 выстрела. Построить ряд распределения числа попадания и найти числовые характеристики

91. Плотность вероятности случайной величины  $f(x) = 2\cos 2x$  в интервале  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ , вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти медиану распределения.

92. Плотность вероятности случайной величины  $f(x) = 2x$  в интервале  $(0, 1)$ , вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти третий центральный момент.

93. Найти вероятность попадания случайной точки  $(X, Y)$  в прямоугольник, ограниченный прямыми  $x = 1, x = 2, y = 3, y = 5$ , если известна функция распределения:

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 2^{-x} - 2^{-y} + 2^{-x-y}, & x > 0, \quad y > 0, \\ 0, & x < 0 \text{ или } y < 0. \end{cases}$$

94. Задана плотность вероятности системы случайных величин:

$$f(x, y) = \frac{C}{(9 + x^2)(16 + y^2)}.$$

Используя условие нормировки плотности, найти  $C$ .

95. Случайная величина распределена нормально. Математическое ожидание равно 10, среднеквадратическое отклонение равно 2. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал  $(8, 14)$ .

96. Производится измерение некоторой физической величины. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону распределения со среднеквадратическим отклонением, равным 10. Систематические ошибки измерения отсутствуют. (Это означает, что математическое ожидание ошибки равно нулю.) Найти вероятность того, что модуль ошибки измерения меньше 15.

97. Случайная величина имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 10. Известно, что вероятность попадания этой случайной величины в интервал  $(10, 20)$  равна 0.3. Найти среднеквадратическое отклонение случайной величины.

98. По шоссе шириной 20 м ведётся стрельба в направлении, перпендикулярном шоссе. Прицеливание производится по середине шоссе. Среднеквадратическое отклонение в направлении стрельбы для данной дальности составляет 8 м. Имеется систематическая ошибка (недолёт) в 3 м. Найти вероятность попадания в шоссе при одном выстреле.

99. Вероятность рождения мальчика равна 0.51. Найти вероятность того, что среди 100 новорождённых будет ровно 50 мальчиков.

100. Вероятность того, что поезд прибудет на станцию без опоздания, равна 0.4. Найти вероятность того, что из 100 поездов больше половины прибудут на станцию без опоздания.

101. Задана дискретная двумерная случайная величина. Найти математическое ожидание системы

Y \ X	10	20	35	50
5	0,1	0,3	0,05	0,1
6	0,15	0,05	0,05	0,2

102. Задана дискретная двумерная случайная величина:

Y \ X	10	20	35	50
5	0,1	0,3	0,05	0,1
6	0,15	0,05	0,05	0,2

Найти дисперсию величины  $X$ .

103. Дана матрица перехода цепи Маркова  $\tilde{P} = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}$ . В начальный момент система

находится в состоянии  $S_1$ . Требуется:

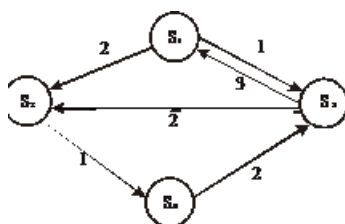
- построить граф состояний и проанализировать характер состояний системы;
- найти матрицу перехода за 2 шага;
- найти распределение вероятностей по состояниям после 2-го шага;
- найти стационарное распределение вероятностей по состояниям.

104. По матрице интенсивностей построить размеченный граф, найти стационарное распределение вероятностей.

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

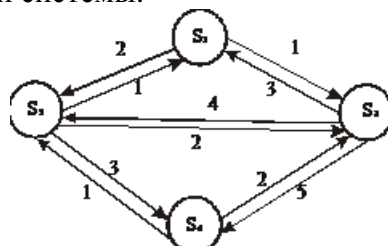
105. Автоматизированная система управления (АСУ) продажей ж/д билетов состоит из двух параллельно работающих компьютеров. При выходе из строя одного из компьютеров АСУ продолжает нормально работать за счёт второго компьютера. При выходе из строя двух компьютеров билеты продаются вручную. Поток отказов каждого из компьютеров является простейшим. Среднее время безотказной работы одного компьютера равно 10 суткам. При выходе из строя компьютер тут же начинает ремонтироваться. Время ремонта распределено по показательному закону и в среднем составляет 2 суток. В начальный момент оба компьютера исправны. Найти среднюю производительность (в %), если при нормальной работе АСУ производительность равна 100%, а при продаже вручную – 30%.

106. Экономическая система S имеет возможные состояния  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . Размеченный граф состояний имеет вид:

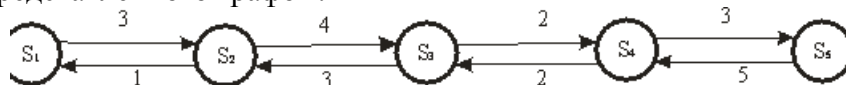


Вычислите вероятности состояний в стационарном режиме.

107. Напишите алгебраические уравнения для вероятностей состояний системы, представленной размеченным графом состояний, в установившемся режиме. Определите предельные вероятности состояний системы.



108. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме для процесса гибели и размножения, представленного графом.



109. Вариантами количественного признака X являются числа 32, 40, 48, 56. Ввести такой признак  $U = f(X)$ , чтобы его вариантами были числа 0, 1, 2, 3. Если  $D(U) = 1.5$ , то чему равна  $D(X)$ ?

110. Результаты наблюдений некоторой величины X записаны в порядке их поступления. Представить опытные данные в виде вариационного ряда, вычислить выборочное среднее и выборочную дисперсию: 0, 1, 0, 2, 1, 2, 3, 3, 0, 4, 4, 1, 2, 3, 4.

111. Найти несмещенную оценку выборочной дисперсии по данному распределению выборки объема  $n=10$ :

$x_i$	186	192	194
$n_i$	2	5	3

112. Найти эмпирическую функцию распределения, исправленную выборочную дисперсию и выборочную среднюю по данному распределению выборки объема  $n=20$ :

$x_i$	1	5	7	11
$n_i$	4	6	3	2

113. Построить полигон относительных частот по данному распределению выборки:

$x_i$	20	45	70	110
-------	----	----	----	-----

$n_i$	3	6	8	4
-------	---	---	---	---

Найти числовые характеристики распределения

114. В цехе, производящем посуду, поочередно работают два грузчика. Каждый из них отработал по 100 дней. В дни работы 1-го грузчика оказывалось повреждёнными в среднем за смену 36 изделий, в дни работы 2-го грузчика – 38 изделий. При этом выборочные дисперсии числа повреждённых изделий составили соответственно 12 изд<sup>2</sup> и 13 изд<sup>2</sup>. Можно ли считать различие качества работы двух грузчиков незначимым?

115. При выпуске или закупке швейных изделий необходимо учитывать распределение людей по размеру и по росту. Требуется найти оценки среднего значения, дисперсии и среднеквадратического отклонения роста женщин по выборочным данным. (Обследовано 50 человек; результаты сгруппированы в интервалы длиной 4 см каждый, в таблице указаны середины интервалов.)

$x_i$	156	160	164	168	172	176	180
$n_i$	5	7	13	14	6	4	1

Произвести выравнивание статистического ряда в предположении, что в генеральной совокупности распределение является нормальным. Проверить гипотезу о нормальном распределении.

116. Получены 3 пары значений количественных признаков X и Y:  $x_1 = 1, y_1 = 2; x_2 = 3, y_2 = 8; x_3 = 5, y_3 = 8$ . Чему равны корреляционный момент, коэффициент корреляции, коэффициент линейной регрессии?

117. Известны 5 значений функции при 5-ти значениях аргумента. Построить диаграмму рассеивания и линейный тренд (по методу наименьших квадратов)

118. В таблице приводятся выборочные данные о площади (X, кв. м) и цене (Y, тыс. долларов) 10-и квартир. Найти выборочный коэффициент корреляции, записать уравнение линейной регрессии Y по X, предсказать цену квартиры площадью 50 кв. м.

$x_i$	58	74	36	44	70	52	57	65	37	45
$y_i$	20	21	12	15	22	18	17	23	14	16

### 3.6 Перечень типовых практических заданий к экзамену (для оценки навыков и (или) опыта деятельности)

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 2 & -2 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad \text{в) } \begin{vmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Выполнить действия над матрицами:

$$\text{а) } 4 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } 4 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Выяснить, является ли матрица неособенной. Если да, то найти обратную:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Определить ранг матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$



5. Найти длину вектора  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ , если известно, что  $|\vec{a}| = 4/5$ ,  $|\vec{b}| = 1/5$ , а угол между этими векторами  $\varphi = \pi/3$ .
6. Даны вершины пирамиды  $A(2;10;1)$ ,  $B(1;1;4)$ ,  $C(2;-1;-1)$ ,  $D(1;1;-1)$ . Найти:
- угол между ребрами  $AB$  и  $AC$ ;
  - площадь грани  $ABC$ ;
  - объем пирамиды  $ABCD$ .
7. Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы  $\vec{a} = 5\vec{c} - 2\vec{d}$  и  $\vec{b} = 2\vec{c} - 5\vec{d}$ , построенные по векторам  $\vec{c} = (2;0;-5)$  и  $\vec{d} = (1;-3;4)$ .
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-1,2)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (4,-4)$ . Привести полученное уравнение к общему виду и с угловым коэффициентом. Сделать чертеж.
9. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(5,3)$  и  $M_2(4,-1)$ . Записать общее и параметрическое уравнения этой прямой. Сделать чертеж.
10. Выяснить, являются ли данные прямые параллельными или перпендикулярными:  $x + 2y - 5 = 0$ ,  $y = 4x - 1$ . Сделать чертеж.
11. Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(2,1)$ ,  $B(-1,1)$ ,  $C(3,2)$ . Составить уравнение высоты  $BH$ . Сделать чертеж.
12. Построить область допустимых решений системы неравенств и определить координаты угловых точек:

$$\begin{cases} x + 3y \leq 13, \\ x + y \leq 7, \\ 3x + y \leq 17. \end{cases}$$

13. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 - 2x + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7x^3 - 2x^2 + 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{5x+7} \right)^{x+1}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$$

10. Исследовать на непрерывность

$$f(x) = \frac{2}{x-1}.$$

14. Найти частные производные первого порядка функции

$$z = x^3 - x \ln y + \sin(y).$$

15. Доказать, что  $z''_{xy} = z''_{yx}$ , если

$$z = x^{-1} + y^{-1}.$$

16. Найти частные производные первого порядка, если

$$zxy^3 - 3x^2y^2 + 2y^4e^z = 0.$$

17. Найти экстремумы функции

$$z = x^2y(2 - x - y)$$

при условии, что  $x + y = 6$ .

18. Найти экстремумы функции

$$z = 2x^2 + 8y^2 - 6xy + 5x.$$

19. Решить ДУ:

$$y^2 dx - x dy = 0.$$

20. Решить ДУ:

$$y' + 2y = 4x, \quad y(0) = 3.$$

21. Решить ДУ второго порядка, допускающее понижение порядка:

$$2xy'' = y'.$$

22. Решить СДУ методом исключения:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 8y - x \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}.$$

23. В урне 7 белых и 5 красных шаров. Какова вероятность того, что среди наудачу вынутых 6 шаров будет 4 белых и 2 красных?

24. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Какова вероятность того, что в мишень попали ровно две пули, если вероятность попадания каждым стрелком соответственно равна 0.5, 0.7, 0.8?

25. 30% изделий, поступающих в магазин, изготовлено в ателье №1, остальные изготовлены на швейных фабриках. Вероятность быть изделием высокого качества для изделия, изготовленного в ателье, равна 0.9, для остальных 0.8. Какова вероятность, что купленное изделие отличного качества изготовлено в ателье №1?

26. Через сортировочную горку в сутки проходит 6000 вагонов. Частота появления вагонов назначения №1 равна 0.2. Сколько вагонов назначения №1 в сутки проходит в среднем через сортировочную горку?

27. Производится выстрел по вращающейся круговой мишени, в которой закрашены два сектора с углом  $30^\circ$ . Какова вероятность попадания в закрашенную область?

28. Вероятность попадания в самолет при каждом выстреле из пушки равно 0,8. Сделано 3 выстрела. Составить закон распределения дискретной случайной величины  $X$  – числа попаданий в самолет. Найти ряд распределения и построить многоугольник распределения.

29. По данным задачи 1 найти функцию распределения  $F(x)$  и построить её график.

30. По данным задачи 1 найти числовые характеристики  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

31. Задана плотность  $f(x)$  распределения случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ a(x+1), & -1 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найти коэффициент  $a$ . Найти функцию распределения  $F(x)$  и построить её график.

32. По данным задачи 4 найти числовые характеристики  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ . Найти  $P(0 < X < 3)$ .

33. НСВ распределена нормально. Её математическое ожидание равно 46, среднее квадратическое отклонение 4. Найти вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал (44;48).

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

В таблице приведены описания процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий и процедур оценивания результатов обучения с помощью оценочных средств в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения	Наименование оценочного средства
Преподаватель не менее, чем за две недели до срока защиты РГР должен сообщить каждому обучающемуся номер варианта РГР. Задания РГР выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет. РГР должна быть выполнена в установленный преподавателем срок и в соответствии с требованиями к оформлению РГР (текстовой и графической частей), сформулированными в Положении «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль» (в последней редакции). РГР в назначенный срок сдаются на проверку. Если предусмотрена устная защита РГР, то обучающийся объясняет решение задач, указанных преподавателем, и отвечает на его вопросы	Расчетно-графическая работа (РГР)
Выполнение разноуровневых задач (заданий), предусмотренных рабочей программой дисциплины, проводятся во время практических занятий. Во время выполнения задач (заданий) разрешается пользоваться учебниками, справочниками, конспектами лекций, тетрадями для практических занятий	Разноуровневая задача (задание)

Для организации и проведения промежуточной аттестации составляются типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Перечень теоретических вопросов и типовые практические задания разного уровня сложности для проведения промежуточной аттестации обучающиеся получают в начале семестра через электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС (личный кабинет обучающегося).

##### **Описание процедур проведения промежуточной аттестации в форме экзамена и оценивания результатов обучения**

Промежуточная аттестация в форме экзамена проводится путем устного собеседования по билетам или в форме компьютерного тестирования.

При проведении промежуточной аттестации в форме собеседования билеты составляются таким образом, чтобы каждый из них включал в себя теоретические вопросы и практические задания.

Билет содержит: два теоретических вопроса для оценки знаний. Теоретические вопросы выбираются из перечня вопросов к экзамену; два практических задания: одно из них для оценки умений (выбирается из перечня типовых простых практических заданий к экзамену); другое практическое задание для оценки навыков и (или) опыта деятельности (выбираются из перечня типовых практических заданий к экзамену).


Распределение теоретических вопросов и практических заданий по экзаменационным билетам находится в закрытом для обучающихся доступе. Разработанный комплект билетов (25-30 билетов) не выставляется в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС, а хранится на кафедре-разработчике фондов оценочных средств.

На экзамене обучающийся берет билет, для подготовки ответа на экзаменационный билет обучающемуся отводится время в пределах 45 минут. В процессе ответа обучающегося на вопросы и задания билета, преподаватель может задавать дополнительные вопросы.

Каждый вопрос/задание билета оценивается по четырехбалльной системе, а далее вычисляется среднее арифметическое оценок, полученных за каждый вопрос/задание. Среднее арифметическое оценок округляется до целого по правилам округления

При проведении промежуточной аттестации в форме компьютерного тестирования вариант тестового задания формируется из фонда тестовых заданий по дисциплине случайным образом, но с условием: 50 % заданий должны быть заданиями открытого типа и 50 % заданий – закрытого типа.

### Образец экзаменационного билета

 <p>ИрГУПС 20__-20__ учебный год</p>	<b>Экзаменационный билет № 1 по дисциплине «Математика»</b>	Утверждаю: Заведующий кафедрой «_____» ИрГУПС _____
<p>1. Асимптоты графика функции: горизонтальные, вертикальные, наклонные и их нахождение.</p> <p>2. Вычислить предел <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} 2x}</math>.</p> <p>3. Найти решение дифференциального уравнения</p> <p style="text-align: center;">а) <math>y' - 3\frac{y}{x} = x</math>                      б) <math>y'' - 4y' + 12y = 0</math></p> <p>4. Вычислить <math>\int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{1+4x}}</math>.</p> <p>5. Найти эластичность функции спроса <math>p^2+p+4q=40</math> в точках <math>p=2</math> и <math>p=4</math>.</p>		