

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Иркутский государственный университет путей сообщения»  
(ФГБОУ ВО ИРГУПС)

УТВЕРЖДЕНА  
приказом ректора  
от «02» июня 2023 г. № 424-1

**Б1.О.08 Алгебра и геометрия**

**рабочая программа дисциплины**

Специальность/направление подготовки – 09.03.04 Программная инженерия

Специализация/профиль – Разработка программно-информационных систем

Квалификация выпускника – Бакалавр

Форма и срок обучения – очная форма 4 года

Кафедра-разработчик программы – Математика

Общая трудоемкость в з.е. – 3

Часов по учебному плану (УП) – 108

Формы промежуточной аттестации

очная форма обучения:

экзамен 1 семестр

Очная форма обучения		Распределение часов дисциплины по семестрам	
Семестр		1	Итого
Вид занятий		Часов по УП	Часов по УП
<b>Аудиторная контактная работа по видам учебных занятий/ в т.ч. в форме ПП*</b>		51	<b>51</b>
– лекции		17	<b>17</b>
– практические (семинарские)		34	<b>34</b>
– лабораторные			
<b>Самостоятельная работа</b>		21	<b>21</b>
<b>Экзамен</b>		36	<b>36</b>
<b>Итого</b>		<b>108</b>	<b>108</b>

ИРКУТСК

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИРГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИРГУПС Трофимов Ю.А.

00920FD815CE68F8C4CA795540563D259C с 07.02.2024 05:46 по 02.05.2025 05:46 GMT+03:00

Подпись соответствует файлу документа



Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, утвержденным Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 19.09.2017 № 920.

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Т.С.Синеговская  
старший преподаватель, С.В.Миндеева

Рабочая программа рассмотрена и одобрена для использования в учебном процессе на заседании кафедры «Математика», протокол от «2» июня 2023 г. № 13

Зав. кафедрой, к.т.н., доцент

Н.Л. Рябченко

СОГЛАСОВАНО

Кафедра «Информационные системы и защита информации», протокол от «2» июня 2023 г. № 12

Зав. кафедрой, к. э. н, доцент

Т.К. Кириллова

<b>1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	
<b>1.1 Цели дисциплины</b>	
1	формирование базовых знаний по алгебре и геометрии и способностей, необходимых для решения различных математических задач, возникающих при теоретическом и экспериментальном исследовании в профессиональной деятельности
2	формирование личности обучающегося, развитие умений, навыков и способности применять знания на практике
<b>1.2 Задачи дисциплины</b>	
1	изучение основ алгебры матриц, теории систем линейных алгебраических уравнений, теории линейных пространств и преобразований, изучение свойств геометрических объектов при помощи методов аналитической геометрии
2	овладение математическими методами решения практических задач по темам дисциплины
3	развитие умения оперировать понятиями и методами дисциплины, используемыми в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности
<b>1.3 Цель воспитания и задачи воспитательной работы в рамках дисциплины</b>	
Профессионально-трудовое воспитание обучающихся	
<p>Цель профессионально-трудового – формирование у обучающихся осознанной профессиональной ориентации, понимания общественного смысла труда и значимости его для себя лично, ответственного, сознательного и творческого отношения к будущей деятельности, профессиональной этики, способности предвидеть изменения, которые могут возникнуть в профессиональной деятельности, и умению работать в изменённых, вновь созданных условиях труда.</p> <p>Цель воспитания достигается по мере решения в единстве следующих задач:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– формирование сознательного отношения к выбранной профессии;</li> <li>– воспитание чести, гордости, любви к профессии, сознательного отношения к профессиональному долгу, понимаемому как личная ответственность и обязанность;</li> <li>– формирование психологии профессионала;</li> <li>– формирование профессиональной культуры, этики профессионального общения;</li> <li>– формирование социальной компетентности и другие задачи, связанные с имиджем профессии и авторитетом транспортной отрасли</li> </ul>	

<b>2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП</b>	
Блок/часть ОПОП	Блок 1. Дисциплины / Обязательная часть
<b>2.1 Дисциплины и практики, на которых основывается изучение данной дисциплины</b>	
1	Дисциплина изучается на начальном этапе формирования компетенции
<b>2.2 Дисциплины и практики, для которых изучение данной дисциплины необходимо как предшествующее</b>	
1	Б1.О.07 Математический анализ
2	Б1.О.09 Вычислительная математика
3	Б1.О.10 Дискретная математика
4	Б1.О.12 Теория вероятностей и математическая статистика
5	Б1.О.13 Математическая логика и теория алгоритмов
6	Б1.О.19 Теория принятия решений
7	Б1.О.23 Архитектура ЭВМ
8	Б1.О.28 Моделирование
9	Б1.О.29 Вычислительные алгоритмы
10	Б1.О.34 Теория информации
11	Б1.О.37 Экономика программной инженерии
12	Б2.О.04(Пд) Производственная - преддипломная практика
13	Б3.01(Д) Выполнение выпускной квалификационной работы
14	Б3.02(Д) Защита выпускной квалификационной работы
15	ФТД.01 Основы научных исследований

<b>3 ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ТРЕБОВАНИЯМИ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ</b>		
<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенции</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы	ОПК-1.1 Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знать: основные понятия, определения, символику алгебры и геометрии; связи между различными понятиями; важнейшие алгебраические структуры
		Уметь: представлять математическую постановку задач, возникающих при теоретическом и экспериментальном

математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности		исследовании объектов профессиональной деятельности
		Владеть: основными понятиями, терминами алгебры и геометрии; математическим аппаратом дисциплины
	ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Знать: основные методы доказательств теорем и утверждений
		Уметь: выбирать оптимальный метод решения стандартных профессиональных задач и обосновывать свой выбор
	ОПК-1.3 Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Владеть: навыками выбора и применения методов
		Знать: связи между различными понятиями алгебраических структур
		Уметь: представлять полученные при решении результаты в терминах предметной области
		Владеть: математическим аппаратом дисциплины; навыками выбора и применения методов

#### 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Очная форма					*Код индикатора достижения компетенции
		Семестр	Часы				
			Лек	Пр	Лаб	СР	
1.0	Раздел 1. Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений.						
1.1	Матрицы. Операции над матрицами их свойства. Определители n–го порядка. Ранг матрицы	1	2	4		1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
1.2	Системы линейных алгебраических уравнений	1	2	6		1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
1.3	РГР «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений»	1				4	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
2.0	Раздел 2. Алгебраические структуры: линейные пространства и преобразования, квадратичные формы.						
2.1	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства.	1	2	3		2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
2.2	Линейные преобразования и действия над ними. Евклидово пространство	1	2	5		2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
2.3	Квадратичные формы. Канонический вид. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра	1	2	4		2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
3.0	Раздел 3. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия.						
3.1	Векторная алгебра	1		2		2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
3.2	Прямая на плоскости	1	2	2		2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
3.3	Кривые второго порядка	1	2	2		2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
3.4	Полярная система координат	1		2		1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
3.5	Прямая и плоскость в пространстве	1	3	4		2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
	Форма промежуточной аттестации – экзамен	1	36				ОПК-1.1 ОПК-1.2

4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ						
Код	Наименование разделов, тем и видов работ	Семестр	Очная форма			
			Часы			
			Лек	Пр	Лаб	СР
	Итого часов (без учёта часов на промежуточную аттестацию)		17	34		21

5 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине оформлен в виде приложения № 1 к рабочей программе дисциплины и размещен в электронной информационно-образовательной среде Университета, доступной обучающемуся через его личный кабинет

6 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ		
6.1 Учебная литература		
6.1.1 Основная литература		
	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/онлайн
6.1.1.1	Ильин, В. А. Линейная алгебра : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. — 6-е изд., стер. — Москва : Физматлит, 2010. — 278 с. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=68974">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=68974</a> (дата обращения: 18.04.2024). — Текст : электронный.	Онлайн
6.1.1.2	Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебное пособие / И. И. Привалов. — 38-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210353">https://e.lanbook.com/book/210353</a> (дата обращения: 15.04.2024). — Текст : электронный.	Онлайн
6.1.1.3	Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии : учебное пособие / Н. В. Ефимов. — 14-е изд., испр. — Москва : Физматлит, 2008. — 239 с. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=69316">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=69316</a> (дата обращения: 18.04.2024). — Текст : электронный.	Онлайн
6.1.1.4	Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Д. В. Клетеник ; ред. Н. В. Ефимов. — Изд. 17-е, стер. — СПб. : Лань, 2016. — 224 с. — Текст : непосредственный.	40
6.1.1.5	Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике / Д. Т. Письменный. — 13-е изд. — М. : Айрис пресс, 2015. — 608 с. — Текст : непосредственный.	67
6.1.1.6	Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. — 25-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 432 с. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/383849">https://e.lanbook.com/book/383849</a> (дата обращения: 15.04.2024). — Текст : электронный.	Онлайн
6.1.2 Дополнительная литература		
	Библиографическое описание	Кол-во экз. в библиотеке/онлайн
6.1.2.1	Толстых, О. Д. Основы линейной алгебры с приложениями в других разделах математики : учебное пособие / О. Д. Толстых, Т. Н. Черниговская. — Иркутск : ИрГУПС, 2017. — 148 с. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/134730">https://e.lanbook.com/book/134730</a> (дата обращения: 15.04.2024). — Текст : электронный.	Онлайн
6.1.2.2	Лыткина, Е. М. Алгебра и геометрия. Алгебраические структуры: линейные пространства и преобразования, квадратичные формы : учеб. пособие / Е. М. Лыткина, Т. С. Синеговская ; Иркут. гос. ун-т путей сообщ. — Иркутск : ИрГУПС, 2016. — 108 с. — Текст : непосредственный.	139
6.1.2.3	Петрякова, Е. А. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия : учеб. пособие по дисциплинам "Математика", "Алгебра и геометрия" / Е. А. Петрякова, Т. Л. Алексеева ; Федер. агентство ж.-д. трансп., Иркут. гос. ун-т путей сообщ. — Иркутск : ИрГУПС, 2010. — 148 с. — Текст : непосредственный.	248
6.1.3 Учебно-методические разработки (в т. ч. для самостоятельной работы обучающихся)		
	Библиографическое описание	Кол-во экз.

		в библиотеке/ онлайн
6.1.3.1	Миндеева, С.В. Методические указания по изучению дисциплины Б1.О.08 Алгебра и геометрия по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, профиль Разработка программно-информационных систем / С.В. Миндеева; Иркут. гос. ун-т путей сообщ. – Иркутск: ИрГУПС, 2023. – 13 с. - Текст: электронный. - URL: <a href="https://www.irgups.ru/eis/for_site/umkd_files/mu_5795_1398_2023_1_signed.pdf">https://www.irgups.ru/eis/for_site/umkd_files/mu_5795_1398_2023_1_signed.pdf</a>	Онлайн
<b>6.2 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»</b>		
6.2.1	Электронно-библиотечная система «Издательство Лань», <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	
6.2.2	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн», <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>	
<b>6.3 Программное обеспечение и информационные справочные системы</b>		
<b>6.3.1 Базовое программное обеспечение</b>		
6.3.1.1	Microsoft Windows Professional 10, государственный контракт от 20.07.2021 № 0334100010021000013-01	
6.3.1.2	Microsoft Office Russian 2010, государственный контракт от 20.07.2021 № 0334100010021000013-01	
6.3.1.3	FoxitReader, свободно распространяемое программное обеспечение <a href="http://free-software.com.ua/pdf-viewer/foxit-reader/">http://free-software.com.ua/pdf-viewer/foxit-reader/</a>	
6.3.1.4	Adobe Acrobat Reader DC свободно распространяемое программное обеспечение <a href="https://get.adobe.com/ru/reader/enterprise/">https://get.adobe.com/ru/reader/enterprise/</a>	
6.3.1.5	Яндекс. Браузер. Прикладное программное обеспечение общего назначения, Офисные приложения, лицензия – свободно распространяемое программное обеспечение по лицензии BSD License	
<b>6.3.2 Специализированное программное обеспечение</b>		
6.3.2.1	Не предусмотрено	
<b>6.3.3 Информационные справочные системы</b>		
6.3.3.1	Не предусмотрены	
<b>6.4 Правовые и нормативные документы</b>		
6.4.1	Не предусмотрены	

<b>7 ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>		
1	Корпуса А, Б, В, Г, Д, Е ИрГУПС находятся по адресу г. Иркутск, ул. Чернышевского, д. 15; корпус Л ИрГУПС находится – по адресу г. Иркутск, ул. Лермонтова, д.80	
2	Учебная аудитория Г-103 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель.	
3	Учебная аудитория Г-207 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).	
4	Учебная аудитория Г-212 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).	
5	Учебная аудитория Г-223 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель. Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).	
6	Учебная аудитория Г-301 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, (ноутбук переносной). Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).	
7	Учебная аудитория Г-305 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, (ноутбук переносной). Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).	
8	Учебная аудитория Г-309 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, (ноутбук переносной). Для проведения занятий имеются учебно-наглядные пособия (плакаты).	

	работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, экран, (ноутбук переносной).
9	Учебная аудитория Г-121 для проведения лекционных и практических занятий, лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), текущего контроля и промежуточной аттестации. Основное оборудование: специализированная мебель, мультимедиапроектор, экран, (ноутбук переносной).
10	Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой, подключенной к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС. Помещения для самостоятельной работы обучающихся: – читальные залы; – учебные залы вычислительной техники А-401, А-509, А-513, А-516, Д-501, Д-503, Д-505, Д-507; – помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования – А-521

## 8 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Вид учебной деятельности	Организация учебной деятельности обучающегося
Лекция	<p>Лекция (от латинского «lection» – чтение) – вид аудиторных учебных занятий. Лекция: закладывает основы научных знаний в систематизированной, последовательной, обобщенной форме; раскрывает состояние и перспективы развития соответствующей области науки и техники; концентрирует внимание обучающихся на наиболее сложных, узловых вопросах; стимулирует познавательную активность обучающихся.</p> <p>Во время лекционных занятий обучающийся должен уметь сконцентрировать внимание на изучаемых проблемах и включить в работу все виды памяти: словесную, образную и моторно-двигательную. Для этого весь материал, излагаемый преподавателем, обучающемуся необходимо конспектировать. На полях конспекта следует пометить вопросы, выделенные обучающимся для консультации с преподавателем. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы лучше запоминались. Полезно составить краткий справочник, содержащий определения важнейших понятий лекции. К каждому занятию следует разобрать материал предыдущей лекции. Изучая материал по учебнику или конспекту лекций, следует переходить к следующему вопросу только в том случае, когда хорошо усвоен предыдущий вопрос. Ряд вопросов дисциплины может быть вынесен на самостоятельное изучение. Такое задание требует оперативного выполнения. В конспекте лекций необходимо оставить место для освещения упомянутых вопросов. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, то необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии</p>
Практическое занятие	<p>Практическое занятие – вид аудиторных учебных занятий, целенаправленная форма организации учебного процесса, при реализации которой обучающиеся по заданию и под руководством преподавателя выполняют практические задания. Практические задания направлены на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки. Практические занятия развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания обучающихся, выступают как средства оперативной обратной связи; цель практических занятий – углублять, расширять, детализировать знания, полученные на лекции, в обобщенной форме и содействовать выработке навыков профессиональной деятельности.</p> <p>На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач. К каждому практическому занятию следует заранее самостоятельно выполнить домашнее задание и выучить лекционный материал к следующей теме. Систематическое выполнение домашних заданий обязательно и является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины</p>
Самостоятельная работа	<p>Обучение по дисциплине «Алгебра и геометрия» предусматривает активную самостоятельную работу обучающегося. В разделе 4 рабочей программы, который называется «Структура и содержание дисциплины», все часы самостоятельной работы расписаны по темам и вопросам, а также указана необходимая учебная литература: обучающийся изучает учебный материал, разбирает примеры и решает разноуровневые задачи в рамках выполнения как общих домашних заданий, так и индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) и других видов работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины. При выполнении домашних заданий обучающемуся следует обратиться к задачам, решенным на предыдущих практических занятиях, решенным домашним работам,</p>

	<p>а также к примерам, приводимым лектором. Если этого будет недостаточно для выполнения всей работы можно дополнительно воспользоваться учебными пособиями, приведенными в разделе 6.1 «Учебная литература». Если, несмотря на изученный материал, задание выполнить не удастся, то в обязательном порядке необходимо посетить консультацию преподавателя, ведущего практические занятия, и/или консультацию лектора.</p> <p>Домашние задания, индивидуальные домашние задания и другие работы, предусмотренные рабочей программой дисциплины должны быть выполнены обучающимся в установленные преподавателем сроки в соответствии с требованиями к оформлению текстовой и графической документации, сформулированным в Положении «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль»</p>
<p>Комплекс учебно-методических материалов по всем видам учебной деятельности, предусмотренным рабочей программой дисциплины (модуля), размещен в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет</p>	



## **Приложение № 1 к рабочей программе**

### **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации**

## 1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) является составной частью нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения обучающимися образовательной программы.

Фонд оценочных средств предназначен для использования обучающимися, преподавателями, администрацией ИрГУПС, а также сторонними образовательными организациями для оценивания качества освоения образовательной программы и уровня сформированности компетенций у обучающихся.

Задачами ФОС являются:

- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

Фонд оценочных средств сформирован на основе ключевых принципов оценивания: валидность, надежность, объективность, эффективность.

Для оценки уровня сформированности компетенций используется трехуровневая система:

- минимальный уровень освоения, обязательный для всех обучающихся по завершению освоения образовательной программы; дает общее представление о виде деятельности, основных закономерностях функционирования объектов профессиональной деятельности, методов и алгоритмов решения практических задач;
- базовый уровень освоения, превышение минимальных характеристик сформированности компетенций; позволяет решать типовые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения по известным алгоритмам, правилам и методикам;
- высокий уровень освоения, максимально возможная выраженность характеристик компетенций; предполагает готовность решать практические задачи повышенной сложности, нетиповые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения в условиях неполной определенности, при недостаточном документальном, нормативном и методическом обеспечении.

## 2. Перечень компетенций, в формировании которых участвует дисциплина.

### Программа контрольно-оценочных мероприятий. Показатели оценивания компетенций, критерии оценки

Дисциплина «Алгебра и геометрия» участвует в формировании компетенций:

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

#### Программа контрольно-оценочных мероприятий

#### очная форма обучения

№	Наименование контрольно-оценочного мероприятия	Объект контроля	Код индикатора достижения компетенции	Наименование оценочного средства (форма проведения*)
<b>1 семестр</b>				
<b>1.0</b>	<b>Раздел 1. Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений</b>			
1.1	Текущий контроль	Матрицы. Операции над матрицами их свойства. Определители n-го порядка. Ранг матрицы	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа (КР) (письменно)
1.2	Текущий контроль	Системы линейных алгебраических уравнений	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа (КР) (письменно)
1.3	Текущий контроль	РГР «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений»	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)
<b>2.0</b>	<b>Раздел 2. Алгебраические структуры: линейные пространства и преобразования, квадратичные формы</b>			
2.1	Текущий контроль	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
2.2	Текущий контроль	Линейные преобразования и действия над ними. Евклидово пространство	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
2.3	Текущий контроль	Квадратичные формы. Канонический вид. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
<b>3.0</b>	<b>Раздел 3. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия</b>			
3.1	Текущий контроль	Векторная алгебра	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
3.2	Текущий контроль	Прямая на плоскости	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
3.3	Текущий контроль	Кривые второго порядка	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
3.4	Текущий контроль	Полярная система координат	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
3.5	Текущий контроль	Прямая и плоскость в пространстве	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Разноуровневые задачи (задания/письменно)
	Промежуточная аттестация	Экзамен	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Экзамен (собеседование) Экзамен - тестирование (компьютерные технологии)

\*Форма проведения контрольно-оценочного мероприятия: устно, письменно, компьютерные технологии.

## Описание показателей и критериев оценивания компетенций.

### Описание шкал оценивания

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация обучающихся проводятся в целях установления соответствия достижений обучающихся поэтапным требованиям образовательной программы к результатам обучения и формирования компетенций.

Текущий контроль успеваемости – основной вид систематической проверки знаний, умений, навыков обучающихся. Задача текущего контроля – оперативное и регулярное управление учебной деятельностью обучающихся на основе обратной связи и корректировки. Результаты оценивания учитываются в виде средней оценки при проведении промежуточной аттестации.

Для оценивания результатов обучения используется четырехбалльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» и двухбалльная шкала: «зачтено», «не зачтено».

Перечень оценочных средств, используемых для оценивания компетенций, а также краткая характеристика этих средств приведены в таблице.

#### Текущий контроль

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Расчетно-графическая работа (РГР) (письменно)	Средство для проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по разделу дисциплины. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Типовое задание для выполнения расчетно-графической работы по разделам/темам дисциплины
2	Контрольная работа (КР)	Средство для проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по разделу дисциплины. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Типовое задание для выполнения контрольной работы по разделам/темам дисциплины
3	Разноуровневые задачи (задания)	Различают задачи: – репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; может быть использовано для оценки знаний и умений обучающихся; – реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся; – творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения; может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Комплект разноуровневых задач и заданий или комплекты задач и заданий определенного уровня

## Промежуточная аттестация

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыков и (или) опыта деятельности обучающегося по дисциплине. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Перечень теоретических вопросов и практических заданий (образец экзаменационного билета) к экзамену
2	Тест – промежуточная аттестация в форме экзамена	Система автоматизированного контроля освоения компетенций (части компетенций) обучающимся по дисциплине (модулю) с использованием информационно-коммуникационных технологий. Может быть использовано для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности обучающихся	Фонд тестовых заданий

### Критерии и шкалы оценивания компетенций в результате изучения дисциплины при проведении промежуточной аттестации в форме экзамена. Шкала оценивания уровня освоения компетенций

Шкала оценивания	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенции
«отлично»	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Показал отличные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы	Высокий
«хорошо»	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Показал хорошие умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов	Базовый
«удовлетворительно»	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Показал удовлетворительные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы	Минимальный
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов	Компетенция не сформирована

### Тест – промежуточная аттестация в форме экзамена

Критерии оценивания	Шкала оценивания
Обучающийся верно ответил на 90 – 100 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«отлично»
Обучающийся верно ответил на 80 – 89 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«хорошо»
Обучающийся верно ответил на 70 – 79 % тестовых заданий при прохождении тестирования	«удовлетворительно»
Обучающийся верно ответил на 69 % и менее тестовых заданий при прохождении тестирования	«неудовлетворительно»

### Критерии и шкалы оценивания результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости

#### Расчетно-графическая работа (РГР)

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Обучающийся полностью и правильно выполнил задание РГР. Показал отличные знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. РГР оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями
«хорошо»		Обучающийся выполнил задание РГР с небольшими неточностями. Показал хорошие знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Есть недостатки в оформлении РГР
«удовлетворительно»		Обучающийся выполнил задание РГР с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания, умения и владения навыками применения их при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Качество оформления РГР имеет недостаточный уровень
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	При выполнении РГР обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень знаний, умений и владения ими при решении задач в рамках усвоенного учебного материала

#### Контрольная работа

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Обучающийся полностью и правильно выполнил задание контрольной работы. Показал отличные знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями
«хорошо»		Обучающийся выполнил задание контрольной работы с небольшими неточностями. Показал хорошие знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Есть недостатки в оформлении контрольной работы
«удовлетворительно»		Обучающийся выполнил задание контрольной работы с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Качество оформления контрольной работы имеет недостаточный уровень
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	Обучающийся не полностью выполнил задания контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень знаний и умений

#### Разноуровневые задачи (задания)

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Демонстрирует очень высокий/высокий уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Все требования, предъявляемые к заданию, выполнены
«хорошо»		Демонстрирует достаточно высокий/выше среднего уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Все требования, предъявляемые к заданию,

		выполнены
«удовлетворительно»		Демонстрирует средний уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены. Демонстрирует низкий/ниже среднего уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	Демонстрирует очень низкий уровень знаний, умений, навыков в соответствии с критериями оценивания. Не ответа.

### 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

#### 3.1 Типовые контрольные задания для выполнения расчетно-графических работ

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для выполнения расчетно-графических работ.

#### Образец типового варианта расчетно-графической работы «РГР «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений»»

1. Вычислить определители:

$$а) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 2 & -2 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad в) \begin{vmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Выполнить действия над матрицами:

$$а) 4 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}; \quad б) 4 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Выяснить, будут ли матрицы неособенными. Если да, то найти обратные:

$$а) A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}; \quad б) B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$4. \text{Определить ранг матрицы: } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 1 & 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Решить системы уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса и матричным методом:

$$а) \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 10 \\ 3x + 7y + 4z = 3 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x - y + z = 1 \\ 13x + 2y + z = 13 \end{cases}.$$

6. Исследовать систему уравнений на совместность и, если система совместна, решить ее любым методом.

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 - 0x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1 \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 3 \end{cases}$$

7. Решить однородную систему уравнений. Указать общее решение и фундаментальную систему решений.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 6y + 5z = 0 \\ x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

### 3.2 Типовые контрольные задания для выполнения контрольных работ

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для выполнения контрольных работ.

#### Образец типового варианта контрольной работы

##### «Матрицы. Операции над матрицами их свойства. Определители n-го порядка.

##### Ранг матрицы»

Предел длительности контроля – 60 минут.

Предлагаемое количество заданий – 7 задания.

Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

1. Определить размерность матриц  $A$  и  $B$ ;
2. Найти: а)  $A - 2B$ ; б)  $B^2$ ; в)  $A \cdot B$ ; г)  $A^T$ ;
3. Найти матрицу  $X$  такую, что  $2A + X = E$ ;
4. Являются ли матрицы  $A$  и  $B$  вырожденными;
5. Найти  $X^{-1}$ , произвести проверку.

$$6. \text{ Вычислить определитель 4-го порядка: } \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 2 & -2 \end{vmatrix}.$$

$$7. \text{ Найти ранг матрицы } \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & -4 & -6 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

#### Образец типового варианта контрольной работы

##### «Системы линейных алгебраических уравнений»

Предел длительности контроля – 60 минут.

Предлагаемое количество заданий – 1 задание.



1. Решить системы любым методом: Крамера, методом Гаусса или матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 3 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases} ; \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7; \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0; \\ 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 + 5x_2 = 2; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4; \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6; \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$$

### 3.3 Типовые контрольные задания для решения разноуровневых задач (заданий)

Контрольные варианты заданий выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет.

Ниже приведен образец типовых вариантов заданий для решения разноуровневых задач.

#### Образец заданий для решения разноуровневых задач «Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства»

1. Образуется ли множество всех упорядоченных наборов из  $n$  чисел

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \dots, \text{ в котором } a + b = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} \text{ и } \lambda a = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \vdots \\ \lambda a_n \end{pmatrix}, \text{ линейное пространство?}$$

2. Исследовать на линейную зависимость систему элементов:

$$\text{а) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } a = 1 + x + x^2, \quad b = 1 + 2x + x^2, \quad c = 1 + 3x + x^2 \text{ на } (-\infty, \infty);$$

$$\text{в) } f_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3. Проверить образуют ли вектора  $e'_1, e'_2, e'_3$  базис. Записать матрицу перехода от базиса  $e$  к базису  $e'$ . Найти координаты вектора  $x$  в базисе  $e'$ , если он задан в базисе  $e$ .

$$\begin{aligned} e'_1 &= e_1 + e_2 + 2e_3 \\ e'_2 &= 2e_1 - e_2 \\ e'_3 &= -e_1 + e_2 + e_3 \end{aligned}, \quad x = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

**Образец заданий для решения разноуровневых задач**  
**«Линейные преобразования и действия над ними. Евклидово пространство»**

1. Методом ортогонализации построить ортонормированный базис евклидова

пространства по его базису  $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

2. Записать квадратичную форму с матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ . Привести полученную

квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

3. Привести квадратичную форму

$$f(x_1, x_2, x_3) = 10x_1^2 + 14x_2^2 + 7x_3^2 - 10x_1x_2 - \sqrt{2}x_1x_3 - 5\sqrt{2}x_2x_3$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием. Указать новый базис и ортогональное преобразование.

**Образец заданий для решения разноуровневых задач**  
**«Квадратичные формы. Канонический вид. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра»**

1. Запишите квадратичную форму, имеющую данную матрицу, и привести к

каноническому виду методом Лагранжа:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

2. Приведите квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием:  $4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3$ . Укажите новый базис и ортогональное преобразование.

3. Приведите квадратичную форму к каноническому виду. Определите тип.  
 $7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz$ .

**Образец заданий для решения разноуровневых задач**  
**«Векторная алгебра»**

- Построить векторы  $\bar{a} = \frac{5}{2}\bar{m} - 2\bar{n}$  и  $\bar{b} = \frac{3}{2}\bar{m} + 4\bar{n}$  в аффинном базисе  $\bar{m}, \bar{n}$ , если длины векторов  $|\bar{m}|=2$ ,  $|\bar{n}|=1$  и угол между векторами  $(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{6}$ .
- Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы  $\bar{a} = 4\bar{c} - 3\bar{d}, \bar{b} = 9\bar{d} - 12\bar{c}$ , построенные по векторам  $\bar{c} = (-1; 2; 8)$  и  $\bar{d} = (3; 7; -1)$ .
- Найти длину вектора  $\bar{c} = 2\bar{a} - 3\bar{b}$ , заданного в аффинном базисе  $\bar{a}, \bar{b}$ :  $|\bar{a}|=2$ ,  $|\bar{b}|=1$ ,  $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{\pi}{3}$ .
- Найти скалярное произведение  $\bar{a} \cdot \bar{b}$ ,  $\bar{a} = (2; -5; 4), \bar{b} = (1; 0; 1)$ . Указать его механический смысл. Найти проекцию вектора  $\bar{a}$  на вектор  $\bar{b}$ .
- Даны точки  $A(-1; 1; 0), B(2; -2; 1), C(3; 1; -1), D(-1; -2; -1)$ .
  - Найти векторное произведение  $\overline{AB} \times \overline{AC}$  и указать его физический и механический смысл.
  - Найти смешанное произведение  $\overline{ABACAD}$  и указать его геометрический смысл.
  - Лежат ли точки  $A, B, C, D$  в одной плоскости?
- Найти площадь и длину одной из диагоналей параллелограмма, построенного на

- векторах  $\vec{a}, \vec{b}$  (см. задание 1).
- Даны вершины пирамиды  $A(2; 1; 8), B(6; 5; 2), C(4; 5; 7), D(9; 4; 10)$ . Найти:
    - угол между ребрами  $AB$  и  $AC$ ;
    - площадь грани  $ABC$ ;
    - объем пирамиды  $ABCD$ ;
    - длину высоты пирамиды, опущенной из вершины  $D$ .
  - При каких значениях параметров  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ :
    - коллинеарны, если  $\vec{a} = (\alpha; 7; -4), \vec{b} = (2; \beta; 2)$ ;
    - ортогональны, если  $\vec{a} = (-1; \alpha; 8), \vec{b} = (9; 3; -1)$ .  
Записать и построить полученные векторы.
  - Найти:
    - работу силы  $\vec{F} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  по перемещению материальной точки из положения  $A(2; -2; 1)$  в положение  $B(6; 5; 2)$  по прямой;
    - величину и направление момента силы  $\vec{F} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ , приложенной в точке  $A(2; -2; 1)$  относительно точки  $B(6; 5; 2)$ .
  - Найти орт  $\vec{a} \times \vec{b}$ , где  $\vec{a} = (2; -5; 4), \vec{b} = (1; 0; 1)$ .
  - В параллелограмме  $ABCD$ :  $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}$ . Через векторы  $\vec{a}, \vec{b}$  выразить  $\vec{MA}, \vec{MB}, \vec{MC}, \vec{MD}$ , где  $M$  - точка пересечения диагоналей.

### Образец заданий для решения разноуровневых задач «Прямая на плоскости»

- Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2; 3)$  перпендикулярно вектору  $\vec{n} = (-1; 1)$ . Привести полученное уравнение к общему виду и с угловым коэффициентом.
  - Составить уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(1; -2), M_2(-4; 5)$ . Записать общее и параметрические уравнения этой прямой.
  - Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1; -2)$  с заданным угловым коэффициентом  $k=2$ . Привести полученное уравнение к общему виду и в отрезках на осях.
  - Записать уравнение прямой, зная отрезки  $a=8, b=9$ , отсекаемые на осях  $Ox$  и  $Oy$  соответственно. Привести полученное уравнение к виду с угловым коэффициентом и к нормальному виду.
  - Определить точки пересечения прямой  $2x - 3y - 12 = 0$  с координатными осями.
  - Составить уравнение биссектрисы угла между прямыми  $x - 7y + 5 = 0, 5x + 5y - 3 = 0$ , смежного с углом, содержащим начало координат.
  - Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины  $B$  на медиану, проведенную из вершины  $C$   $\triangle ABC$ :  $A(-10; -13), B(-2; 3), C(2; 1)$ .
- Замечание.* Во всех задачах построить прямые.

### Образец заданий для решения разноуровневых задач «Кривые второго порядка»

- Записать канонические уравнения эллипса и гипербол по данным полуосям  $a=2, b=1$ . Определить эксцентриситеты, координаты фокусов, уравнения директрис.
- По данному параметру  $p = \frac{19}{4}$  записать канонические уравнения парабол, симметричных относительно осей  $Ox$  и  $Oy$ , найти точки их пересечения. Определить координаты фокусов и уравнения директрис.
- Составить уравнение окружности с центром в точке  $(-3; 4)$ , проходящей через начало координат.
- Составить уравнение эллипса, если большая полуось равна  $13$ , а фокусы суть точки  $F_1(-10; 0), F_2(14; 0)$ .

5. Какую линию определяет уравнение  $y = \frac{2}{3} \sqrt{x^2 - 9}$ ?
6. Составить уравнение параболы, если ось  $Oy$  является директрисой, а фокус находится в точке  $(5; 0)$ .
7. Привести уравнение линии второго порядка  $x^2 - 8xy + 7y^2 = -9$  к каноническому виду. Выяснить тип линии.
- Замечание.* Во всех задачах построить линии.

### Образец заданий для решения разноуровневых задач «Полярная система координат»

1. Построить график функции, заданной в полярной системе координат:

$$\rho = 1 + \cos \varphi \text{ (кардиоида); } \rho^2 = a^2 \cos 2\varphi \text{ (лемниската Бернулли); } \rho = \frac{4}{2 - 3 \cos \varphi}$$

### Образец заданий для решения разноуровневых задач «Прямая и плоскость в пространстве»

- Записать уравнение плоскости с заданным вектором нормали  $\vec{n} = \{2; 3; 1\}$ , проходящей через точку  $M(1; 1; -1)$ .
  - Записать уравнение плоскости, проходящей через три точки  $M_1(1; -1; 2)$ ,  $M_2(2; 1; 2)$ ,  $M_3(1; 1; 4)$ .
  - Построить плоскости:  $\pi_1: 3x+6=0$ ;  $\pi_2: 3x+2y=6$ ;  $\pi_3: 3x+2y-4z=12$ .  
Определить углы между плоскостями.
  - Построить линию пересечения плоскостей  $x = -2$  и  $y = 3$ .
  - Записать каноническое и параметрические уравнения прямой с известным направляющим вектором  $\vec{l} = \{0; 1; 2\}$ , проходящей через точку  $M(-2; 4; 7)$ .
  - Записать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки  $M_1(1; -2; 3)$ ,  $M_2(3; 0; -1)$ . Проверить, лежит ли точка  $M_0(1; 4; -7)$  на этой прямой?
  - Записать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2; 5; -3)$  перпендикулярно плоскости  $\pi: x - 3y + z + 5 = 0$ .
  - Найти точку пересечения прямой  $L: \frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$  и плоскости  $\pi: 3x-2y+5z-3=0$  и угол между ними.
  - Привести общее уравнение прямой к каноническому виду.  

$$a) \begin{cases} 5x + 2y - z = 11, \\ 4x - y + 2z = 14; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ x + y - z = 1. \end{cases}$$
  - Даны вершины пирамиды:  $A_1(3; 1; 4)$ ,  $A_2(-1; 6; 1)$ ,  $A_3(-1; 1; 6)$ ,  $A_4(0; 4; -1)$ .  
Найти: а) уравнение ребра  $A_1 A_2$ ;  
 б) угол между ребрами  $A_1 A_2$  и  $A_1 A_4$ ;  
 в) уравнение грани  $A_1 A_2 A_4$ ;  
 г) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_3$  на грань  $A_1 A_2 A_4$  и ее длину.
- Замечание.* Во всех задачах сделать чертежи.

### 3.4 Типовые контрольные задания для проведения тестирования

Фонд тестовых заданий по дисциплине содержит тестовые задания, распределенные по разделам и темам, с указанием их количества и типа.

#### Структура фонда тестовых заданий по дисциплине

Индикатор достижения компетенции	Тема в соответствии с РПД	Характеристика ТЗ	Количество тестовых заданий, типы ТЗ
	<b>Раздел 1. Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений</b>		
ОПК-1.1	Матрицы. Операции над матрицами их свойства.	Знание	22 – ОТЗ
ОПК-1.2	Определители второго, третьего и n-го порядков, их		23 – ЗТЗ

ОПК-1.3	свойства. Ранг матрицы	Умение	58 – ОТЗ 56 – ЗТЗ
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений	Знание	18 – ОТЗ 18 – ЗТЗ
		Умение	23 – ОТЗ 22 – ЗТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	4 – ОТЗ 4 – ЗТЗ
Итого по разделу 1			∑ 248 125 – ОТЗ 123 – ЗТЗ
Раздел 2. Алгебраические структуры: линейные пространства и преобразования, квадратичные формы			
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства.	Знание	27 – ЗТЗ
		Умение	11 – ОТЗ 15 – ЗТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	5 – ОТЗ 5 – ЗТЗ
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Линейные преобразования и действия над ними. Евклидово пространство	Знание	4 – ОТЗ 10 – ЗТЗ
		Умение	24 – ЗТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	10 – ОТЗ 5 – ЗТЗ
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Квадратичные формы. Канонический вид. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра	Умение	11 – ОТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	5 – ОТЗ 5 – ЗТЗ
Итого по разделу 2			∑ 126 35 – ОТЗ 91 – ЗТЗ
Раздел 3. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия			
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Векторная алгебра	Знание	20 – ОТЗ 10 – ЗТЗ
		Умение	138 – ОТЗ 57 – ЗТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	10 – ОТЗ
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Прямая на плоскости	Знание	12 – ОТЗ 12 – ЗТЗ
		Умение	37 – ОТЗ 34 – ЗТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	3 – ОТЗ 3 – ЗТЗ
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Кривые второго порядка	Знание	22 – ОТЗ 20 – ЗТЗ
		Умение	15 – ОТЗ 16 – ЗТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	2 – ОТЗ 3 – ЗТЗ
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Полярная система координат	Знание	17 – ЗТЗ
		Умение	11 – ОТЗ 15 – ЗТЗ
ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Прямая и плоскость в пространстве	Знание	21 – ОТЗ 21 – ЗТЗ
		Умение	13 – ОТЗ 13 – ЗТЗ
		Навык и (или) опыт деятельности/ действие	9 – ОТЗ 8 – ЗТЗ
Итого по разделу 3			∑ 542 313 – ОТЗ 229 – ЗТЗ
		Итого	∑ 916 473 – ОТЗ 443 – ЗТЗ

Полный комплект ФТЗ хранится в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС и обучающийся имеет возможность ознакомиться с демонстрационным вариантом ФТЗ.

Ниже приведен образец типового варианта итогового теста, предусмотренного рабочей программой дисциплины.

**Итоговый тест по дисциплине** включает в себя вопросы и практические задания по всем разделам дисциплины. **Для успешного прохождения теста обучающийся должен – знать:** основные понятия и методы линейной алгебры, основные алгебраические структуры, линейные и евклидовы пространства, линейные преобразования, квадратичные формы, основные понятия, определения и формулы векторной алгебры, аналитической геометрии на плоскости и в пространстве; **уметь:** выполнять действия с матрицами, вычислять определители, исследовать системы линейных алгебраических уравнений на совместность, переходить к новому базису линейного пространства, определять линейность преобразований, тип квадратичной формы, выполнять линейные операции с векторами, применять понятия векторной алгебры в различных задачах, использовать различные формы уравнений прямых, плоскостей и поверхностей, переходить от одной формы уравнения к другой; **владеть:** методами вычисления определителей, методами решения систем линейных алгебраических уравнений, способами определения линейной независимости элементов линейного пространства, методами приведения квадратичной формы к каноническому виду, навыками выполнения операций векторной алгебры, методом координат при решении задач аналитической геометрии, приемами составления и навыками анализа уравнений кривых второго порядков. **Тест содержит** задания для оценки знаний, для оценки умений, для оценки навыков и (или) опыта деятельности. В тесте используются следующие типы тестовых заданий: задания закрытой формы (с выбором одного или нескольких правильных ответов); задания открытой формы (с конструируемым ответом); задание на установление соответствия; задания в форме кейса (задачи, содержащие определенное количество тестовых заданий других типов). **На тест отводится 90 минут. Предлагаемое количество заданий – 18 задание.**

Тестовые задания	Количество тестовых заданий в тесте	Количество баллов за одно тестовое задание
Тестовые задания для оценки знаний	8	3
Тестовые задания для оценки умений	7	7
Тестовые задания для оценки навыков и (или) опыта деятельности (кейс задания)	3	9
<b>Итого</b>	18 ТЗ в тесте	Максимальный балл за тест – 100

#### Критерии и шкалы оценивания

Шкалы оценивания		Критерии оценивания
«отлично»	«зачтено»	Обучающийся при тестировании набрал 94–100 баллов
«хорошо»		Обучающийся при тестировании набрал 81–93 баллов
«удовлетворительно»		Обучающийся при тестировании набрал 70–80 баллов
«неудовлетворительно»	«не зачтено»	Обучающийся при тестировании набрал 0–69 баллов

**Образец типового итогового теста по дисциплине за весь период ее освоения**

**Тестовые задания для оценки знаний**

1. Дополните.

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ . Сумма  $A + B = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Выберите правильный ответ

Объем параллелепипеда построенного на векторах  $2\vec{a}, \vec{b}, 3\vec{c}$  можно вычислить по формуле:

1)  $V = |(\vec{a}\vec{b}\vec{c})|$ ;    2)  $V = 2 \cdot |(\vec{a}\vec{b}\vec{c})|$ ;    3)  $V = 3 \cdot |(\vec{a}\vec{b}\vec{c})|$ ;    4)  $V = 6 \cdot |(\vec{a}\vec{b}\vec{c})|$ .

3. Дополните

Уравнение линии второго порядка  $(x-3)^2 + (y+2)^2 - 4 = 0$  определяет на плоскости .....

4. Дополните

Вещественная (действительная) полуось гиперболы, заданной уравнением

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1 \text{ равна } \dots$$

5. Выберите правильный ответ

В линейном пространстве заданы три преобразования  $A$ ,  $B$  и  $C$ , такие, что:

$$Ax = \begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1 + x_2 + 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}, \quad Bx = \begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \\ x_1^3 + x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}, \quad Cx = \begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}.$$

6. Верными утверждениями являются:

- А) преобразование  $C$  – линейно, преобразования  $B$  и  $A$  – нелинейны
- В) линейно только одно преобразование
- С) все три преобразования линейны
- Д) все три преобразования нелинейны
- Е) преобразования  $B$  и  $A$  – линейны, преобразование  $C$  – нелинейно

7. Выберите правильный ответ

Площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$  и  $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$ , может быть найдена по формуле:

А)  $S_{\Delta} = |\vec{a} \cdot \vec{b}|$     В)  $S_{\Delta} = |\vec{a} \times \vec{b}|$     С)  $S_{\Delta} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$     Д)  $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \sqrt{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$

8. Выберите правильный ответ.

Эксцентриситет параболы удовлетворяет условию

А)  $\varepsilon > 1$     В)  $\varepsilon = 0$     С)  $\varepsilon = 1$     Д)  $0 < \varepsilon < 1$

## Тестовые задания для оценки умений

9. Дополните.

Произведение матриц  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  равно  $\underline{\hspace{2cm}}$

10. Дополните.

Определитель  $\begin{vmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$  равен.....

11. Дополните

Векторы  $\vec{a} = (-2, -3, -1)$ ;  $\vec{b} = (4, 2, \alpha)$   $\vec{c} = (2, -1, 2)$  компланарны, если параметр  $\alpha$  равен...

12. Дополните

Даны вершины пирамиды A(5; 3; 4), B(1; 1; 1), C(1; -1; 1), D(5; 1; 1).  
Объем пирамиды V=...

13. Выберите правильный ответ

Прямая проходит через точки A(1, -5) и B(-4, -2). Тогда общее уравнение этой прямой имеет вид:

1)  $3x + 7y - 22 = 0$ ; 2)  $3x - 5y - 28 = 0$ ; 3)  $3x + 5y + 22 = 0$ ; 4)  $5x + 3y + 10 = 0$ .

14. Выберите правильный ответ

Квадратичная форма  $x^2 + 4y^2 - 4xy$  является

А) отрицательно определенной

В) положительно определенной

С) знакопеременной

Д) вырожденной

15. Дополните

При значении параметра  $\beta$  равное ..... векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  ортогональны, если  $\vec{a} = (-1; -4; 2)$ ,  $\vec{b} = (6; 6; \beta)$ .

### Тестовые задания для оценки навыков и (или) опыта деятельности

16. Даны вершины пирамиды A(5; 3; 4), B(1; 1; 1), C(1; -1; 1), D(5; 1; 1).

16.1. Отметьте правильный ответ

Вектор нормали к плоскости ABC

1)  $\{-6; 0; 8\}$ , 2)  $\{0; -6; 8\}$ , 3)  $\{-3; 0; 4\}$ , 4)  $\{3; -4; 0\}$

16.2. Отметьте правильный ответ

Уравнение высоты  $h_D$ , опущенной из вершины D на основание ABC,

1)  $\frac{x-5}{-3} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{4}$ , 2)  $\frac{x-5}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{0}$ ,  
3)  $\frac{x+5}{-3} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+1}{4}$ , 4)  $\frac{x+5}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+1}{0}$

16.3. Дополните

Грань ABC задается общим уравнением  $Ax + By + Cz + D = 0$  (несократимым)...

17. Дано линейное координатное пространство  $R^2$ . Переход от базиса  $e = (e_1, e_2)$  к новому

базису  $e' = (e'_1, e'_2)$  определяется формулами:  $\begin{cases} e'_1 = e_1 + 2e_2, \\ e'_2 = -e_1 + e_2. \end{cases}$

17.1. Выберите правильный ответ.



Преобразование координат элемента  $x$  при замене базиса, если  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix}$

координаты элемента  $x$  в базисах  $e$  и  $e'$ , соответственно, имеет вид:

A)  $\begin{cases} x'_1 = x + 2x_2, \\ x'_2 = -x_1 + x_2. \end{cases}$  B)  $\begin{cases} x_1 = x'_1 - x'_2, \\ x_2 = 2x'_1 + x'_2. \end{cases}$  C)  $\begin{cases} x_1 = 6x'_1 + 2x'_2, \\ x_2 = -x'_1 + x'_2. \end{cases}$  D)

$\begin{cases} x'_1 = x_1 - x_2, \\ x'_2 = 2x_1 + x_2. \end{cases}$

17.2. Дополните.

Элемент  $x$  с координатами  $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$  в базисе  $e$  в базисе  $e'$  имеет координаты  $\underline{\hspace{2cm}}$

18. Дана квадратичная форма  $4xy + 3y^2$ .

18.1. Дополните.

Матрица квадратичной формы  $4xy + 3y^2$  имеет вид  $\underline{\hspace{2cm}}$

18.2. Дополните.

Собственными значениями матрицы квадратичной формы  $4xy + 3y^2$  являются значения  $\lambda_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\lambda_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### Ответы к типовому тесту

№ ТЗ	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответы	$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$	4)	окружность	5	A	C	C	B

№ ТЗ	9	10	11	12	13	14	15
Ответы	$\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$	-30	3	4	3)	D	15

№ ТЗ	16			17		18		
	16.1	16.2	16.3	17.1	17.2	17.1	18.2	18.3
Ответы	1), 3)	1)	$3x-4z+1=0$ $-3x+4z-1=0$	B	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 4$ или $\lambda_2 = -1, \lambda_1 = 4$	A

### 3.5 Перечень теоретических вопросов к экзамену (для оценки знаний)

#### Раздел 1 «Матрицы. Определители. Системы линейных алгебраических уравнений»

- 1.1 Матрица. Размерность матрицы, порядок матрицы. Основные виды матриц: квадратная, нулевая, единичная, диагональная, треугольная, симметрическая.
- 1.2 Операции над матрицами: транспонирование, сложение, вычитание, умножение матрицы на число, умножение матриц.
- 1.3 Свойства операций над матрицами.
- 1.4 Определители второго и третьего порядка.

- 1.5 Свойства определителей второго и третьего порядка.
- 1.6 Определители  $n$ -го порядка. Минор и алгебраическое дополнение. Формула Лапласа разложения определителя по элементам строки или столбца.
- 1.7 Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Вырожденные и невырожденные матрицы.
- 1.8 Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы. Вычисление ранга матрицы.
- 1.9 Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия: решение системы, совместные и несовместные системы, однородные и неоднородные системы, матрица системы, расширенная матрица системы.
- 1.10 Исследование линейных алгебраических систем на совместность. Теорема Кронекера-Капелли.
- 1.11 Методы решения линейных алгебраических систем: формулы Крамера, матричный метод, метод Гаусса. Возможности применения этих методов.

## **Раздел 2 «Алгебраические структуры: линейные пространства и преобразования, квадратичные формы»**

- 2.1 Линейное (векторное) пространство. Элементы линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейно зависимые и независимые элементы пространства. Размерность линейного пространства.
- 2.2 Базис линейного пространства. Переход к новому базису. Матрица перехода к новому базису.
- 2.3 Подпространства. Изоморфизм линейных пространств.
- 2.4 Линейные отображения линейных пространств. Линейные преобразования пространств. Виды линейных преобразований. Действия над преобразованиями, их свойства.
- 2.5 Собственные значения и собственные вектора линейных преобразований.
- 2.6 Евклидово пространство. Ортогональные и ортонормированные вектора. Ортогональный и ортонормированный базис. Метод построения ортогонального базиса.
- 2.7 Ортогональные преобразования.
- 2.8 Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
- 2.9 Канонический вид квадратичной формы. Приведение к каноническому виду методом Лагранжа и методом собственных векторов.

## **Раздел 3 «Векторная алгебра. Аналитическая геометрия»**

- 3.1 Понятие вектора. Длина вектора. Коллинеарные, компланарные и равные вектора. Нулевой вектор.
- 3.2 Операции над векторами в геометрической форме: сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число. Свойства операций над векторами.
- 3.3 Декартова система координат на плоскости и в пространстве. Декартов базис. Координаты вектора, действия над векторами в координатной форме. Нахождение координат вектора по координатам начала и конца вектора. Нахождение длины и направляющих косинусов вектора.
- 3.4 Проекция вектора на ось. Свойства проекции вектора на ось.
- 3.5 Скалярное произведение векторов: определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат. Применение скалярного произведения в механике и геометрии.
- 3.6 Векторное произведение векторов: определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат. Применение векторного произведения в механике и геометрии.
- 3.7 Смешанное произведение: определение, геометрический смысл, свойства. Вычисление в декартовой системе координат.
- 3.8 Предмет аналитической геометрии. Простейшие задачи аналитической геометрии: расстояние между двумя точками, деление отрезка в заданном отношении.
- 3.9 Уравнение линии в декартовой системе координат. Классификация линий.
- 3.10 Прямая линия на плоскости.

**3.10.1** Основные виды уравнений: нормальное, общее, в отрезках, каноническое, параметрическое, с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору, уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

**3.10.2** Угол между прямыми на плоскости. Условия коллинеарности и ортогональности.

**3.10.3** Расстояние от точки до прямой на плоскости.

**3.12** Кривые второго порядка на плоскости:

**3.12.1** Окружность: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение.

**3.12.2** Эллипс: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, эксцентриситет и его смысл, директрисы их свойства.

**3.12.3** Гипербола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, эксцентриситет и его смысл, директрисы и асимптоты гиперболы.

**3.12.4** Парабола: определение, вывод канонического уравнения, свойства, построение, эксцентриситет.

**3.13** Общее уравнение линии второго порядка. Преобразование общего уравнения к каноническому виду линии со смещением.

**3.14** Полярные координаты на плоскости. Различные способы задания линий.

**3.15** Плоскость в пространстве.

**3.15.1** Основные виды уравнений: нормальное, общее, в отрезках, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору, уравнение плоскости, проходящей через три точки.

**3.15.2** Угол между плоскостями. Условия коллинеарности и ортогональности плоскостей.

**3.15.3** Расстояние от точки до плоскости.

**3.16** Прямая в пространстве:

**3.16.1** Основные виды уравнений: общее, каноническое, параметрическое.

**3.16.2** Приведение общего уравнения прямой к каноническому виду.

**3.16.3** Угол между прямыми в пространстве. Условия коллинеарности и ортогональности прямых в пространстве.

**3.17** Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия коллинеарности и ортогональности прямой и плоскости.

### 3.6 Перечень типовых простых практических заданий к экзамену (для оценки умений)

1. Выполните действия: а) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

б) 
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите матрицу  $B^{-1}$ , если  $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ . Сделайте проверку.

3. Найдите ранг матрицы. 
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 & -1 \\ 3 & 5 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему  $\begin{cases} 2x - y + z = -4 \\ 3x + y - z = -1 \\ 4x - 2y + 3z = -7 \end{cases}$ , используя формулы Крамера.

5. Решите систему матричным методом  $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ 3x + 2y - 5z = 1 \\ x + 3y - 2z = 4 \end{cases}$ .

6. Докажите, что векторы  $\bar{x}_1(1,2,3)$ ,  $\bar{x}_2(4,5,6)$ ,  $\bar{x}_3(7,8,9)$  образуют базис и найдите координаты вектора  $\bar{a}(1,1,1)$  в этом базисе.

7. Даны два линейных преобразования  $\tilde{A}: \begin{cases} x' = x + y \\ y' = y + z \\ z' = x + z \end{cases}$  и  $\tilde{B}: \begin{cases} x' = z + y \\ y' = x + z \\ z' = x + y \end{cases}$ . Найдите преобразования  $\tilde{A}\tilde{B}$  и  $\tilde{B}\tilde{A}$ .

8. Определите, является ли линейным преобразование  $\tilde{A}x = \begin{pmatrix} 5x_1 - 4x_2 - 3x_3 \\ 2x_1 - x_2 \\ x_2 + 2 \end{pmatrix}$ .

9. Найдите собственные значения и элементы линейного преобразования, заданного матрицей  $\begin{pmatrix} 16 & 45 \\ -6 & -17 \end{pmatrix}$ .

10. Пользуясь критерием Сильвестра, определите знак квадратичной формы  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ .

11. Установите тип квадратичной формы  $2x^2 + 3y^2 + 12z^2 - 4xy + 4yz$ , используя критерий Сильвестра.

12. Даны векторы  $\bar{a}\{2, 1, 4\}$ ,  $\bar{b}\{-1, 0, 3\}$ .

Найдите: 1) проекцию вектора  $\bar{a}$  на направление вектора  $\bar{b}$ ; 2)  $(2\bar{a} - 3\bar{b}) \cdot (\bar{b} - \bar{a}) - \bar{a}^2$ .

13. Найдите работу, совершаемую силой  $\bar{F}(2, 3, -4)$  при перемещении материальной точки из начала координат в точку  $A(3, -2, 5)$ .

14. Даны: сила  $\bar{F}(3, 4, -2)$  и точка ее приложения  $A(2, -1, 3)$ . Найдите момент силы относительно точки  $O(2, -3, 4)$  и углы, составляемые им с координатными осями.

15. Среди векторов  $\bar{a}(2, -1, 3)$ ,  $\bar{b}(4, 1, -1)$ ,  $\bar{c}(-4, 2, -6)$ ,  $\bar{d}(1, 2, 0)$  найдите коллинеарные и ортогональные. Проверьте, являются ли эти вектора компланарными.

16. Определите, лежат ли точки  $A(2, -3, 6)$ ,  $B(0, 2, 1)$ ,  $C(-2, 2, 3)$ ,  $D(3, 2, 4)$  в одной плоскости.

17. Прямая проходит через две точки;  $M_1(1;2)$  и  $M_2(-3;1)$ .

Найдите: а) уравнение прямой, проходящей через эти точки;

б) каноническое уравнение этой прямой;

в) уравнение прямой в отрезках;

г) уравнение прямой с угловым коэффициентом;

д) уравнение прямой, проходящей через точку  $M_1$ , перпендикулярно вектору  $\{0,2\}$ .

18. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $5x - y - 10 = 0$

и  $8x + 4y + 9 = 0$ , образующую угол  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  с осью абсцисс.

19. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - y - 4 = 0$ ,  $3x + 2y + 3 = 0$  перпендикулярно прямой  $2x - 5y + 8 = 0$ .

20. Запишите уравнение эллипса с центром в начале координат с фокусами  $F_1(-3, 0), F_2(3, 0)$  с  $\varepsilon = 0,5$ . Сделайте чертеж.

21. Составьте уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси  $Ox$ , симметрично относительно начала координат, зная, что его малая ось равна 36, а расстояние между фокусами 15.

22. Гипербола задана уравнением  $16x^2 - 9y^2 = 144$ .

Найдите: а) её полуоси; б) фокусы; в) эксцентриситет;

г) уравнения директрис; д) уравнения асимптот.

23. Составьте уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная, что парабола расположена симметрично относительно оси  $Ox$  и проходит через точку  $A(9; 6)$ .

24. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1, 2, 3)$ , параллельно плоскости  $2x - 3y + 5z + 6 = 0$ .

### 3.7 Перечень типовых практических заданий к экзамену (для оценки навыков и (или) опыта деятельности)

25. Решите систему методом Гаусса 
$$\begin{cases} x + y - z = 36 \\ 2x - y + z = 13 \\ -x + y + 3z = 7 \end{cases}$$

26. Исследуйте систему на совместность и решите любым методом:

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \\ -2x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$$

$$e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3$$

27. Проверьте, образуют ли базис элементы  $e'_2 = 2e_1 - e_2$ . Найдите координаты  $e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3$

элемента  $x = 6e_1 - e_2 + 3e_3$  в базисе  $e'$ .

28. Исследуйте линейную зависимость системы элементов  $a = x, b = 1 + x, c = (1 + x)^2$  на  $(-\infty, \infty)$ .

29. Приведите квадратичную форму, имеющую матрицу  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , к каноническому

виду методом Лагранжа.

30. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3$  к каноническому виду.

31. Методом собственных векторов приведите квадратичную форму  $f(x_1, x_2) = 27x_1^2 - 10x_1x_2 + 3x_2^2$  к каноническому виду.

32. Даны координаты вершин пирамиды  $A(2, -3, 6), B(0, 2, 1), C(-2, 2, 3), D(3, 2, 4)$ . Найдите площадь грани  $ABC$  и длину ребра  $AD$ .

**33.** Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ . Сделайте чертеж. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма.

**34.** Дан треугольник с вершинами  $A(3, 2)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(1, -2)$ .

Найдите: **а)** уравнение стороны  $BC$ ;

**б)** уравнение высоты, опущенной из вершины  $A$ ;

**в)** уравнение медианы, проведенной из вершины  $B$ ;

**г)** точку пересечения медианы и высоты.

**35.** Составьте уравнение геометрического места точек, для которых отношение расстояния до точки  $A(-5; 0)$  к расстоянию до прямой  $5x + 16 = 0$  равно  $\frac{5}{4}$ .

**36.** Установите тип кривой, заданной уравнением  $2x^2 + 12x - 4y^2 + 16y = 0$ . Получите каноническое уравнение этой кривой.

**37.** Приведите к каноническому виду уравнение прямой  $\begin{cases} 2x - 3y + z - 4 = 0 \\ x + y + 4z + 2 = 0. \end{cases}$ . Постройте эту прямую.

**38.** Даны вершины пирамиды  $A(0, 1, 4)$ ,  $B(1, 2, -1)$ ,  $C(2, 4, -1)$ ,  $D(1, 1, -2)$ .

Найдите: **а)** площадь грани  $ABC$ ;

**б)** угол между ребрами  $AB$  и  $AC$ ;

**в)** высоту, опущенную из вершины  $B$ ; **г)** угол между гранью  $ABC$  и прямой  $AB$ .

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

В таблице приведены описания процедур проведения контрольно-оценочных мероприятий и процедур оценивания результатов обучения с помощью оценочных средств в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Наименование оценочного средства	Описания процедуры проведения контрольно-оценочного мероприятия и процедуры оценивания результатов обучения
Расчетно-графическая работа (РГР)	Преподаватель не менее, чем за две недели до срока защиты РГР должен сообщить каждому обучающемуся номер варианта РГР. Задания РГР выложены в электронной информационно-образовательной среде ИрГУПС, доступной обучающемуся через его личный кабинет. РГР должна быть выполнена в установленный преподавателем срок и в соответствии с требованиями к оформлению РГР (текстовой и графической частей), сформулированными в Положении «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль» (в последней редакции). РГР в назначенный срок сдаются на проверку. Если предусмотрена устная защита РГР, то обучающийся объясняет решение задач, указанных преподавателем, и отвечает на его вопросы
Контрольная работа	Преподаватель на установочном занятии доводит до обучающихся: темы, количество заданий в контрольной работе. Контрольная работа должна быть выполнена в установленный срок и в соответствии с правилами к оформлению (текстовой и графической частей), сформулированными в Положении «Требования к оформлению текстовой и графической документации. Нормоконтроль» в последней редакции. Выполненная контрольная работа передается для проверки преподавателю в установленные сроки. Если контрольная работа выполнена не в соответствии с указаниями или не в полном объеме, она возвращается на доработку
Разноуровневая задача (задание)	Выполнение разноуровневых задач (заданий), предусмотренных рабочей программой дисциплины, проводятся во время практических занятий. Во время выполнения задач (заданий) разрешается пользоваться учебниками, справочниками, конспектами лекций, тетрадями для практических занятий

Для организации и проведения промежуточной аттестации составляются типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Перечень теоретических вопросов и типовые практические задания разного уровня сложности для проведения промежуточной аттестации обучающиеся получают в начале семестра через электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС (личный кабинет обучающегося).

##### Описание процедур проведения промежуточной аттестации в форме экзамена и оценивания результатов обучения


Промежуточная аттестация в форме экзамена проводится путем устного собеседования по билетам или в форме компьютерного тестирования.

При проведении промежуточной аттестации в форме собеседования билеты составляются таким образом, чтобы каждый из них включал в себя теоретические вопросы и практические задания.

Билет содержит: два теоретических вопроса для оценки знаний. Теоретические вопросы выбираются из перечня вопросов к экзамену; два практических задания: одно из них для оценки умений (выбирается из перечня типовых простых практических заданий к экзамену); другое практическое задание для оценки навыков и (или) опыта деятельности (выбираются из перечня типовых практических заданий к экзамену).

Распределение теоретических вопросов и практических заданий по экзаменационным билетам находится в закрытом для обучающихся доступе. Разработанный комплект билетов (25-30 билетов) не выставляется в электронную информационно-образовательную среду ИрГУПС, а хранится на кафедре-разработчике фондов оценочных средств.

### Образец экзаменационного билета

	<b>Экзаменационный билет № 1</b> <b>по дисциплине «Алгебра и геометрия»</b>	Утверждаю: Заведующий кафедрой «_____» ИрГУПС _____
<p>1. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Вырожденные и невырожденные матрицы.</p> <p>2. Предмет аналитической геометрии. Простейшие задачи аналитической геометрии: расстояние между двумя точками, деление отрезка в заданном отношении.</p> <p>3. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму <math>f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3</math> к каноническому виду.</p> <p>4. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах <math>\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}</math>, <math>\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}</math>. Сделайте чертеж. Найдите площадь, углы и длины диагоналей этого параллелограмма.</p> <p>5. Приведите к каноническому виду уравнение прямой <math>\begin{cases} 2x - 3y + z - 4 = 0 \\ x + y + 4z + 2 = 0. \end{cases}</math>. Постройте эту прямую.</p>		

На экзамене обучающийся берет билет, для подготовки ответа на экзаменационный билет обучающемуся отводится время в пределах 45 минут. В процессе ответа обучающегося на вопросы и задания билета, преподаватель может задавать дополнительные вопросы.

Каждый вопрос/задание билета оценивается по четырехбалльной системе, а далее вычисляется среднее арифметическое оценок, полученных за каждый вопрос/задание. Среднее арифметическое оценок округляется до целого по правилам округления.

### Критерии и шкалы оценивания компетенций в результате изучения дисциплины при проведении промежуточной аттестации в форме экзамена

Шкалы оценивания	Критерии оценивания
«отлично»	Обучающийся правильно ответил на теоретические вопросы. Показал отличные знания в рамках учебного материала. Правильно выполнил практические задания. Показал отличные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы
«хорошо»	Обучающийся с небольшими неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал хорошие знания в рамках учебного материала. С небольшими неточностями выполнил практические задания. Показал хорошие умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов
«удовлетворительно»	Обучающийся с существенными неточностями ответил на теоретические вопросы. Показал удовлетворительные знания в рамках учебного материала. С существенными неточностями выполнил практические задания. Показал удовлетворительные умения и владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. Допустил много неточностей при ответе на дополнительные вопросы
«неудовлетворительно»	Обучающийся при ответе на теоретические вопросы и при выполнении практических заданий продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений при решении задач в рамках учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов

При проведении промежуточной аттестации в форме компьютерного тестирования вариант тестового задания формируется из фонда тестовых заданий по дисциплине случайным образом, но с условием: 50 % заданий должны быть заданиями открытого типа и 50 % заданий – закрытого типа.



Обучающиеся, не защитившие в течение семестра расчетно-графическую работу, предусмотренную рабочей программой дисциплины, должны, прежде чем взять экзаменационный билет, защитить РГР, объяснив решение заданий и ответив на вопросы преподавателя по теме работы. Вопросы по теме работы выбираются из перечня вопросов к экзамену.