

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Иркутский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВО ИРГУПС)

На правах рукописи



Куликов Владимир Валерьевич

**ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА
ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-
ИНТЕГРАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА
С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ**

Специальность 2.3.1 – Системный анализ, управление, обработка информации,
статистика (технические науки)

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Куцый Николай Николаевич

г. Иркутск, 2026 г.

Содержание:

Введение.....	4
Глава 1. Модифицированные ПИ-регуляторы для систем с запаздыванием.....	13
1.1. Анализ интегрального квадратичного критерия для минимизации перерегулирования.....	13
1.2. Системы с переменной структурой.....	22
1.3. Пропорционально-интегральные регуляторы для автоматических систем управления объектами с запаздыванием.....	27
1.4. Пропорционально-интегральные регуляторы с переменной структурой.....	35
1.5. Выводы по главе 1.....	38
Глава 2. Формализация алгоритма параметрической оптимизации для системы с переменной структурой.....	40
2.1. Параметрическая чувствительность ПИ-регулятора с переменной структурой.....	40
2.2. Реализация операции дифференцирования	51
2.3. Составные элементы алгоритма параметрической оптимизации.....	64
2.4. Выводы по главе 2.....	72
Глава 3. Экспериментальный анализ работоспособности алгоритма параметрической оптимизации для системы с переменной структурой.....	73
3.1. Косвенные критерии сходимости алгоритма параметрической оптимизации.....	73
3.2. Использование ограничений при параметрической оптимизации	85
3.3. Использование параметров модели объекта в интегральном критерии.....	100
3.4. Выводы по главе 3.....	111
Глава 4. Использование регулятора с переменной структурой в автоматической системе управления температурой промышленной печи.....	113
4.1. Описание автоматической системы управления.....	113
4.2. Параметрическая оптимизация регулятора с переменной структурой.....	118
4.3. Выводы по главе 4.....	128
Заключение.....	129

Список сокращений.....	132
Список использованных источников.....	133
Приложение № 1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022660448.....	146
Приложение № 2. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023665367.....	147
Приложение № 3. Акт о частичном внедрении результатов диссертационного исследования в промышленность.....	148
Приложение № 4. Акт о внедрении результатов диссертационного исследования в учебный процесс.....	149
Приложение № 5. Блок-схема алгоритма параметрической оптимизации.....	150
Приложение № 6. Модель чувствительности 1-го и 2-го порядка для критерия I	151
Приложение № 7. Модель чувствительности 1-го и 2-го порядка для критерия J ...	159
Приложение № 8. Экспериментальный анализ критерия J	165
Приложение № 9. Фрагмент кода программы.....	166

Введение

За последние более чем полвека автоматические системы с переменной структурой (СПС) нашли своё применение в различных отраслях промышленности, а уже в практике их использования стали возникать сопутствующие актуальные задачи параметрической оптимизации. Преимущества этих систем с переменной структурой перед непрерывными системами определяются снижением чувствительности автоматической системы по качеству управления, скорости протекания переходного процесса без использования операции дифференцирования в выходной координате регулятора при одном из свойств линейных систем – принципа суперпозиции. Инициировал изучение таких систем во второй половине 20 века Емельянов С.В., а активно использовать в своей научной деятельности стали Позняк А.С., Уткин В.И., Шигин Е.Г., Коровин С.К., Таран В.А., Старикова М.В., Шидловский С.В., Говоров А.А. и другие.

При разработке автоматических систем важно соответствие режима работы системы и заданного критерия качества. Реализация дополнительных требований к функционированию автоматической системы может быть обеспечена путём введения штрафной функции в интегральный критерий качества. Отметим, что параметрическая оптимизация беспоисковым способом автоматических систем с переменной структурой сопряжена с определёнными трудностями, которые преодолеваются численным подходом в оптимизации.

С точки зрения теории автоматического управления математическая модель процесса нагрева кирпича рассматривается как нестационарный объект, обладающий запаздыванием и инерционностью. Применение методов теории систем, в которых меняется структура в математическом описании регулятора, позволяет повысить скорость протекания переходного процесса в автоматических системах управления инерционными объектами с запаздыванием. Существуют различные модификации классического пропорционально-интегрального

регулятора (далее ПИ-регулятор) для управления объектами такого типа. Для линейного объекта применение регулятора с переменной структурой (далее РПС) позволяет сохранить принцип суперпозиции в автоматических системах, что позволяет, как известно, для разных задающих воздействий получать семейство переходных процессов с одинаковым временем окончания.

Среди таких модификаций выделяется ПИ-регулятор с переменной структурой (далее ПИ-РПС). Анализ публикаций Жильцова К.К. по методам параметрической оптимизации такого класса регуляторов позволяет сделать вывод о применении методов гармонической линеаризации и последовательного приближения. Одной из задач диссертационного исследования является расширение спектра методов параметрической оптимизации ПИ-регулятора в классе систем с переменной структурой для автоматической системы управления объектом с транспортным запаздыванием.

Для современных автоматических систем необходимо выбирать оптимальные настраиваемые параметры, удовлетворяющие техническим требованиям. Под техническими требованиями в настоящей работе понимаются критерии оценки переходного процесса: перерегулирование, время окончания переходного процесса и другие. Применение алгоритма численной параметрической оптимизации позволяет преодолевать трудности аналитического решения дифференциальных уравнений с разрывной правой частью и применять модификации серийных непрерывных ПИ-регуляторов. Достоинства непрерывных систем состоят в простоте эксплуатации, накопленном исследовательском материале и при малом периоде квантования применяются методы параметрической оптимизации непрерывных ПИ-регуляторов к их цифровым реализациям. Большой вклад в изучение теоретических вопросов непрерывных систем внесли В.Я. Ротач, Я.З. Цыпкин, А.А. Воронов, В.А. Бесекерский, Е.П. Стефани, Е.И. Юревич, А.А. Красовский, Е.П. Попов, А.А. Фельдбаум, А.Г. Бутковский, В.В. Солодовников, Б.Т. Поляк, Н.Б. Филимонов и многие другие.

Параметрическая чувствительность регулятора позволяет посредством моделирования беспойсковым способом получить градиент критерия оптимизации - интегральный квадратичный критерий с различными по смыслу составными элементами с целью снижения чувствительности автоматической системы по качеству управления: производные ошибки системы, штрафные функции, производные интегрального квадратичного критерия по параметрам объекта и др. Используемые в настоящей работе методы теории чувствительности проработаны с практической точки зрения в работах научных школ Е.Н. Розенвассера и Р.М. Юсупова, В.И. Костюка и Л.А. Широкова.

Целью диссертационного исследования является снижение чувствительности автоматических систем по качеству управления, содержащих транспортное запаздывание, при использовании ПИ-регулятора с переменной структурой за счёт сформированного алгоритма беспойсковой параметрической оптимизации с ограничением на перерегулирование.

Определённая цель основывается на следующем перечне задач:

- 1) провести анализ интегральных критериев оптимизации, позволяющих минимизировать перерегулирование в автоматической системе управления с регулятором с переменной структурой при наличии транспортного запаздывания;
- 2) формализовать общий вид регулятора с переменной структурой на основе стандартного пропорционального-интегрального регулятора;
- 3) формализовать задачу параметрической оптимизации регулятора с переменной структурой на основе градиентного алгоритма; представить методику выбора параметров штрафной функции, учитывающей ограничения на перерегулирование при параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой по интегральному квадратичному критерию для получения переходных процессов с относительно большим временем затухания;
- 4) провести апробацию созданного алгоритмического и программного обеспечения задачи параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной

структурой для модели автоматической системы управления температурой туннельной печи для обжига кирпича в условиях действия возмущения.

Объектом исследования являются проблемно-ориентированные системы управления техническими объектами, содержащими регулятор с переменной структурой, для которых сформированы алгоритмы численной параметрической оптимизации.

Предметом исследования является разработка проблемно-ориентированных моделей систем управления на основе анализа параметрической чувствительностью и алгоритмы численной параметрической оптимизации.

Основные результаты диссертационной работы, которые определяют **научную новизну** и выносятся на защиту:

1) разработка моделей описания параметрической чувствительности регулятора с переключаемыми параметрами при пропорциональной и интегральной компоненте для автоматических систем управления с транспортным запаздыванием;

2) разработка алгоритма адаптации по задающему воздействию, обеспечивающего сохранения принципа суперпозиции в системах с переменной структурой при использовании импульсного элемента с широтно-импульсной модуляцией для линейного объекта;

3) разработка алгоритма решения задачи параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой в автоматических системах управления объектом с транспортным запаздыванием;

4) разработка специального математического и алгоритмического обеспечения параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой с целью снижения чувствительности автоматических систем по качеству управления объектом с транспортным запаздыванием.

Практическая значимость работы заключается в следующем:

1) разработан алгоритм настройки реального дифференцирующего звена в контуре регулятора с переменной структурой;

2) разработан алгоритм адаптации по задающему воздействию, позволяющий сохранить принцип суперпозиции в импульсных автоматических системах с ПИ-РСП для линейного объекта;

3) разработан беспойсковый алгоритм параметрической оптимизации на основе анализа чувствительности ПИ-регулятора с переменной структурой, учитывающей ограничения на промежуточную координату автоматической системы; применены косвенные критерии сходимости алгоритма оптимизации на основе зоны притяжения, реализуемой через операцию усреднения критерия оптимизации, и функции Ляпунова;

4) компьютерное моделирование автоматической системы управления температурой туннельной печи для обжига кирпича показало, что ПИ-регулятор с переменной структурой позволил получить переходные процессы с минимальным перерегулированием и уменьшить расход объёма топлива для печи на 8,1% в сравнении с типовым ПИ-регулятором. При +10% параметрическом несоответствии модели объекта и действии 25% возмущающего воздействия расход топлива для ПИ-регулятора увеличился на 12,5%, а для ПИ-РПС при тех же условиях расход топлива увеличился на 9,6%. Для ПИ-РПС снижение чувствительности автоматической системы по качеству управления температурой туннельной печи для обжига кирпича при действии 25% возмущающего воздействия и +10% параметрическом несоответствии модели объекта составило 20,1% в сравнении с использованием ПИ-регулятора.

Научные положения, выводы и рекомендации, изложенные в диссертационной работе, используются в учебном процессе в рамках дисциплин «Теория оптимального управления» и «Методы оптимизации» при подготовке обучающихся по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления» института Информационных технологий и анализа данных ФГБОУ ВО «Иркутский национальный исследовательский технический университет».

Тематика работы соответствует пунктам паспорта специальности **2.3.1:** п. 2 «Формализация и постановка задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта», п. 3 «Разработка критериев и моделей описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта, п. 4 «Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта».

Методы исследования: оптимизация, теория чувствительности автоматических систем, расширенные частотные характеристики. Для реализации алгоритма параметрической оптимизации задействована среда Delphi. Вспомогательное программное обеспечение: VisSim 8.0, MathCad 14.

Степень достоверности результатов работы. Подтверждением адекватности используемого математического аппарата является корректное использование методов теории автоматического управления, теории чувствительности автоматических систем и теории систем с переменной структурой, сравнением полученных результатов с результатами других исследователей. Корректность модельных исследований основывается на апробированной международным научным сообществом компьютерной среды VisSim и результатами работы разработанного программного обеспечения в среде Delphi. Практическая значимость подтверждается Актом о частичном использовании результатов в ООО «Спецстройинвест» при оптимизации и улучшении электрических параметров рудовосстановительных электропечей мощностью 16 МВт.

На защиту выносятся следующие положения и результаты:

1) модели описания параметрической чувствительности регулятора с переключаемыми параметрами при пропорциональной и интегральной

компоненте для автоматических систем управления с транспортным запаздыванием;

2) алгоритм адаптации по задающему воздействию, обеспечивающий сохранения принципа суперпозиции в системах с переменной структурой при использовании импульсного элемента с широтно-импульсной модуляцией для линейного объекта;

3) алгоритм решения задачи параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой в автоматических системах управления объектом с транспортным запаздыванием;

4) снижение чувствительности автоматических систем по качеству управления объектом с транспортным запаздыванием при использовании интегрального квадратичного критерия с ограничением на перерегулирование при параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой.

Реализация результатов работы подтверждена Актом об использовании результатов диссертационного исследования в учебном процессе ФГБОУ ВО ИРНИТУ, Актом о частичном использовании результатов в ООО «Спецстройинвест» при оптимизации и улучшении электрических параметров рудовосстановительных электропечей мощностью 16 МВт.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих международных и всероссийских конференциях: Байкальская Всероссийская конференция с международным участием «Информационные и математические технологии в науке и управлении», г. Иркутск, 2008-2010 гг., 2013 г., 2018-2024 гг.; Всероссийская конференция «Винеровские чтения», г. Иркутск, 2009 г., 2011 г.; XI Международная научно-практическая конференция «Транспортная инфраструктура сибирского региона», г. Иркутск, 2020 г.; VI Международная научная конференция «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», Кабардино-Балкарская Республика, г. Нальчик, 2021 г.; XXII Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и

информационным технологиям, г. Новосибирск, 2021 г.; XXII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, г. Алушта, 2021 г.; XVI Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Москва, 2022 г.; Международная научная конференция «Теория оптимального управления и её приложения (ОСТА 2022)» (сателлитная конференция Международного конгресса математиков, ICM 2022), Екатеринбург, 2022 г.; XIII Международная научно-практическая конференция «Транспортная инфраструктура сибирского региона», г. Иркутск, 2022 г.; Международная (54-я Всероссийская) молодежная школа-конференция «Современные проблемы математики и её приложений», г. Екатеринбург, 2023 г.; 65-я Всероссийская научная конференция МФТИ, г. Москва, 2023 г.; V Всероссийская молодёжная конференция с международным участием «Системные исследования в энергетике», г. Иркутск, 2024 г.

Проводились обсуждения на следующих семинарах: общероссийский семинар «Информатика, управление и системный анализ» при ФИЦ «Информатика и Управление» РАН, ФИЦ «Информационных и Вычислительных Технологий», факультете Вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова, Институте проблем управления РАН имени В.А. Трапезникова, 2021 г., 2022 г.; общероссийский семинар «Теория автоматического управления» при лаборатории № 7 им. Я.З. Цыпкина Института проблем управления РАН имени В.А. Трапезникова, 2021 г.; региональный семинар «Цифровые технологии в науке, образовании и производстве» при ФГБОУ ВО «Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского», 2022 г.; научный семинар с международным участием имени А.С. Апарцина «Неустойчивые задачи вычислительной математики» при ИСЭМ СО РАН, 2024 г.

Основные положения и результаты настоящего диссертационного исследования опубликованы в 19 работах, из них 3 публикации – в изданиях, рекомендованных ВАК РФ; 2 публикации, индексированные в международной

базе Scopus; свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022660448, свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023665367; 12 публикаций в других изданиях. В работах с соавторами соискателю в среднем принадлежит 50 % результатов.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка использованных источников, имеющего 107 наименований, и девяти приложений на 27 листах. Общий объём диссертационной работы составляет 172 страницы.

Глава 1. Модифицированные ПИ-регуляторы для систем с запаздыванием

1.1. Анализ интегрального квадратичного критерия для минимизации перерегулирования

Требования к поведению объекта $G_p(p)$ автоматической системы связаны с целью управления [17, 75], которая в настоящей работе рассматривается как достижение минимума некоторой величины I , представленной как интегральный квадратичный критерий:

$$I(\mathbf{q}^*) \rightarrow \min_{\mathbf{q} \in R^n}, \quad (1.1.1)$$

$$I(\mathbf{q}) = \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt, \quad (1.1.2)$$

где $\mathbf{q}$ – вектор настраиваемых параметров автоматической системы, относящийся к управляющему устройству; $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ – ошибка автоматической системы; L – интервал интегрирования.

При этом важно учитывать, что рассматриваемому интегральному квадратичному критерию (1.1.2) присущ естественный недостаток в виде отсутствия ограничения на перерегулирование: одному значению I может соответствовать несколько переходных процессов с разной величиной перерегулирования [10, 61, 69]. Тем самым возникает цель, как минимизировать перерегулирование при действии алгоритма параметрической оптимизации во временной области работы автоматической системы с определёнными гарантиями.

Рассмотрим в качестве простого иллюстративного примера поведение интегрального квадратичного критерия I для типового одноканального интегрального регулятора (далее И-регулятор) с одним настраиваемым параметром – q при применении условного итерационного алгоритма параметрической оптимизации с предположением [53, 54, 57], что начальное значение q^0 обеспечивает максимальное значение I , а конечное q^* соответственно минимальное значение I . Так же добавим в рассуждение следующие выражения:

$I(q^0 - \Delta q)$ – регулятор выключен, автоматическая система не реагирует на задающее воздействие $\lambda(t)$; $I(q^* + \Delta q)$ – автоматическая система переходит в область неустойчивости.

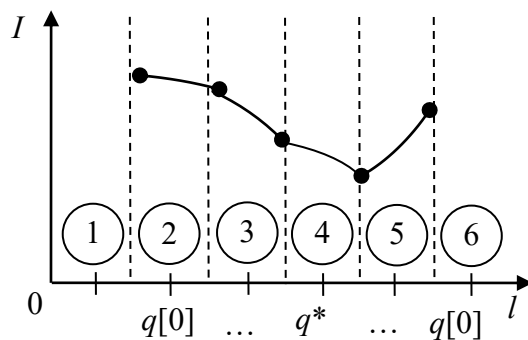


Рис. 1.1.1. Области значений интегрального квадратичного критерия I в ходе действия условного итерационного алгоритма параметрической оптимизации И-регулятора

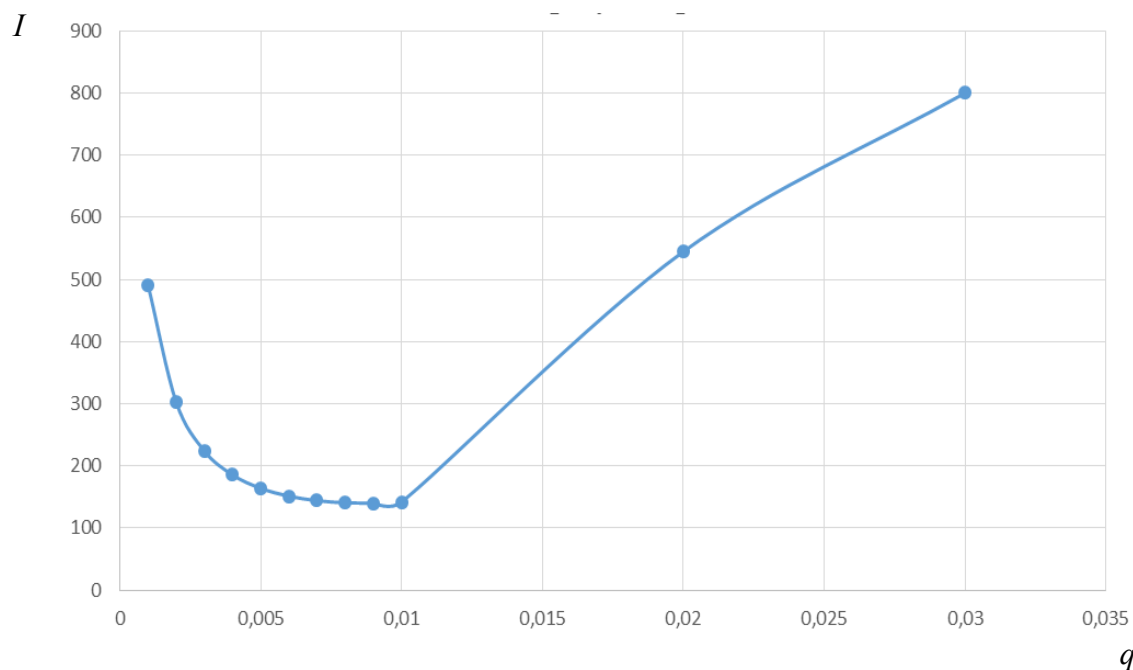


Рис. 1.1.2. Значения интегрального квадратичного критерия I в ходе действия условного итерационного алгоритма параметрической оптимизации И-регулятора

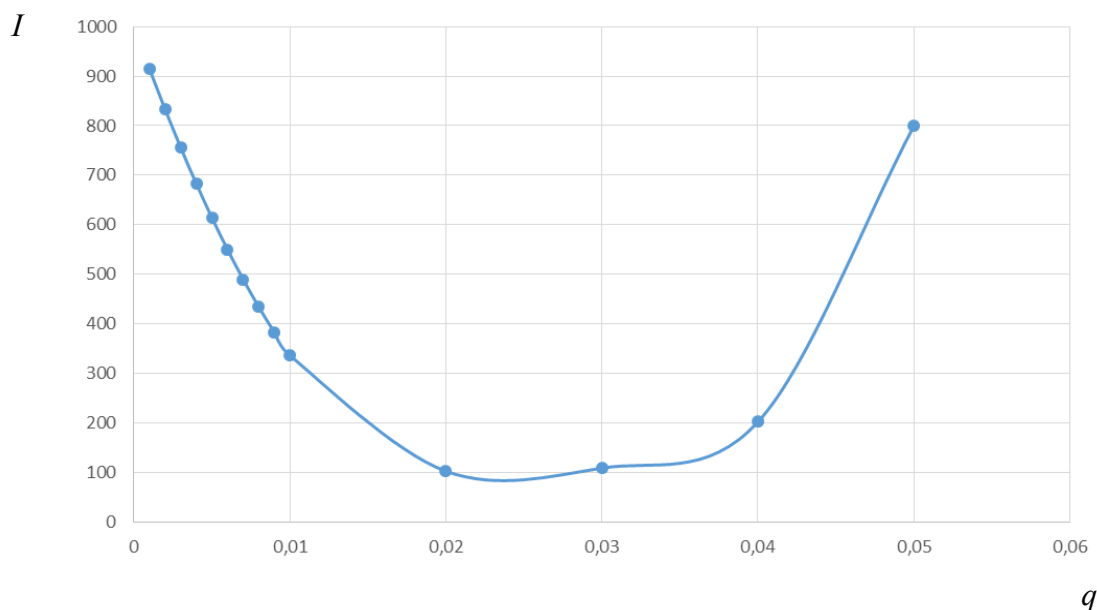


Рис. 1.1.3. Значения интегрального квадратичного критерия I в ходе действия условного итерационного алгоритма параметрической оптимизации И-регулятора с полупостоянным интегрированием (И-РПС-регулятор)

На рис. 1.1.2 и 1.2.3 приведены примеры реализации условного итерационного алгоритма оптимизации для И-регулятора и И-РПС-регулятора. В настоящей работе под полупостоянным интегрированием понимается обнуление коэффициента в подынтегральном выражении по заданному закону [70].

Рассмотрим подробнее области №№ 1-6 из рис. 1.1.1 условного итерационного алгоритма оптимизации с учётом предположения о выпуклости [54, 74] оптимизируемого критерия I :

Область № 1 - регулятор находится в выключенном состоянии, так его параметр q равен нулю;

Область № 2 - зона так называемых на производстве «ослабленных» настроек регулятора q , это значит, что есть относительно большой запас устойчивости в автоматической системе, относительно малое изменение критерия оптимизации I при параметрическом несоответствии параметров модели реальному объекту, но при этом переходный процесс в автоматической системе имеет затяжной характер;

Область № 3 - область значений настраиваемого параметра q , обеспечивающая семейство переходных процессов с минимальным перерегулированием σ , что в настоящей работе соответствует неравенству $\sigma \leq 5\%$.

Это область является желательной для достижения алгоритмом оптимизации, так как там возникает компромисс между величиной критерия I и чувствительностью автоматической системы по качеству управления. В настоящей работе для критерия I понятие чувствительности автоматической системы по качеству управления предполагает свойство сохранения в заданном диапазоне площади ошибки системы при определённом малом параметрическом возмущении объекта управления, это соответствует понятию грубости, определённого советскими учёными А.А. Андроновым и Л.С. Понтрягиным. Согласно работам [49, 50] Оморова Р.О. в современной зарубежной литературе по динамическим системам свойство грубости названо свойством структурной устойчивости, что существенно отличается от терминологии, принятой в отечественных научных школах.

Область № 4 - область значений настраиваемого параметра q , позволяющая получить окрестности экстремума критерия $I(q)$ для семейства переходных процессов с перерегулированием $\sigma > 5\%$. В работе Оморова Р.О. [50] показано отличие понятия чувствительности автоматических систем по качеству управления от робастности автоматических систем в величине максимального параметрического несоответствия модели реальному объекту. Для робастности эта величина предполагается выше, чем при грубости, и дополняется условием устойчивости. В рассматриваемом случае это можно интерпретировать как получение такого значения критерия I , которое близко к своему экстремуму с необходимым отдалением от границы устойчивости автоматической системы, соответствующим заданной величине параметрического несоответствия модели реальному объекту. Систематическое исследование вопросов грубости и робастности автоматических систем представлено в работах [12, 42, 46-51, 57, 59].

Область № 5 - область значений настраиваемого параметра q , обеспечивающая семейство переходных процессов с перерегулированием $\sigma > 5\%$ при нарастании критерия I и достижения границы устойчивости.

Область № 6 - область значений настраиваемого параметра q , при которой система становится неустойчивой и интегральный критерий I принимает неограниченное значение. Значения q , относящиеся к областям №№ 5, 6, могут использоваться для проверки работоспособности алгоритма численной параметрической оптимизации (стартовый переходный процесс имеет колебательный или неустойчивый характер).

Как было отмечено ранее, минимуму интегрального квадратичного критерия соответствует переходный процесс с колебаниями. В окрестностях локального экстремума критерия I будет сказываться сильнее параметрическое несоответствие параметров модели реальному объекту в сравнении со значением I при минимальном перерегулировании.

Учитывая вышесказанное, можно сделать вывод, что минимизация перерегулирования переходного процесса в заданной автоматической системе вносит свой положительный вклад в компенсацию несоответствия параметров модели реальному объекту [76].

Рассмотрим далее постановку задачи оптимизации критерии I и его варианты, позволяющие учесть ограничение на перерегулирование [41, 42, 57, 76, 82, 83]:

$$I_1(\mathbf{q}^*) = \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L c \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt + \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L \dot{\varepsilon}^2(t, \mathbf{q}) dt, \quad (1.1.3)$$

$$I_2(\mathbf{q}^*) = \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L (x_{et}(t) - x(t))^2 dt, \quad (1.1.4)$$

$$I_3(\mathbf{q}^*) = \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L (\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) + y(t)) dt, \quad (1.1.5)$$

$$I_4(\mathbf{q}^*) = \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L c \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt + \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L \left(\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial \mathbf{a}} \right)^2 dt, \quad (1.1.6)$$

$$I_5(\mathbf{q}^*) = \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) |_{\mathbf{q} \in Q} dt, \quad (1.1.7)$$

$$I_7(\mathbf{q}^*) = \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L c \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt + \min_{\mathbf{q} \in R^n} \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) |_{\sigma > 0} dt, \quad (1.1.8)$$

где $\mathbf{q}$ – вектор настраиваемых параметров автоматической системы, относящийся к управляющему устройству; $\mathbf{a} = \{T_{ob1}, T_{ob2}, k_{ob}, \tau_{ob}\}$ – вектор параметров модели объекта управления; $x(t)$ – переходный процесс в автоматической системе; $x_{et}(t)$ – эталонный переходный процесс в автоматической системе; $y(t)$ – штрафная функция; $\mathbf{Q}$ – множество значений вектора $\mathbf{q}$, при котором переходный процесс $x(t)$ имеет минимальное перерегулирование; σ – коэффициент перерегулирования $x(t)$. На вектор $\mathbf{q}^*$ накладывается ограничение, чтобы автоматическая система была отдалена от границы устойчивости.

Приведём далее результаты анализа критериев (1.1.3)-(1.1.8) с позиции построения беспойскового алгоритма оптимизации и учёта ограничения на перерегулирование.

Таблица № 1.1.1. – Описание интегральных критериев

Интегральный критерий	Особенности использования
$I_1(\mathbf{q}) = \int_0^L (c\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) + \dot{\varepsilon}^2(t, \mathbf{q})) dt.$	Реализуется косвенное ограничение на перерегулирование через производную по ошибке системы. Выбор весового коэффициента c , многокритериальность, учёт перерегулирования у стартового переходного процесса.
$I_2(\mathbf{q}) = \int_0^L (x_{et}(t) - x(t))^2 dt.$	Реализуется косвенное ограничение на перерегулирование через эталонную модель. Выбор параметров эталонной модели влияет на сходимость оптимизируемого переходного процесса к эталонной модели, однокритериальность.
$I_3(\mathbf{q}) = \int_0^L (\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) + y(t)) dt.$	Реализуется прямое ограничение на перерегулирование через штрафную функцию на основе контроля максимального значения выходной координаты регулятора. Выбор параметров штрафной функции, учёт перерегулирования у стартового переходного процесса, однокритериальность, все $\mathbf{q}^*$ с минимальным перерегулированием.
$I_4(\mathbf{q}) = \int_0^L (c\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) + \left(\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial \mathbf{a}} \right)^2) dt.$	Реализуется косвенное ограничение на перерегулирование через составляющие градиента критерия оптимизации по

	параметрам модели объекта управления. Сложность вычисления, учёт перерегулирования у стартового переходного процесса, многокритериальность.
$I_5(\mathbf{q}) = \int_0^L (\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) _{\mathbf{q} \in Q}) dt.$	Реализуется прямое ограничение на перерегулирование через контроль диапазона настраиваемых параметров регулятора. Необходимо аналитически вычислить нижние и верхние границы настраиваемых параметров $\mathbf{q}$, однокритериальность, все $\mathbf{q}^*$ с минимальным перерегулированием.
$I_6(\mathbf{q}) = \int_0^L (c\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) + \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) _{\sigma > 0}) dt.$	Реализуется косвенное ограничение на перерегулирование через оптимизацию площади ошибки системы, соответствующей участкам переходного процесса с перерегулированием. Выбор весового коэффициента c , многокритериальность, учёт перерегулирования у стартового переходного процесса.

В настоящей работе рассматривается задача выбора вида критерия I , при которой оптимизация такого критерия приводит к гарантированной области вектора $\mathbf{q}^*$ с итоговыми переходными процессами с минимальным перерегулированием. Этому соответствуют критерии (1.1.5) и (1.1.7). Применение критерия (1.1.7) требует аналитического определения допустимого диапазона для вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}$, поэтому в настоящей работе выбор сделан в пользу критерия (1.1.5). В критерии (1.1.5) ограничения на вектор настраиваемых параметров регулятора $\mathbf{q}$ реализуется через использование штрафной функции $y(t)$. Штрафная функция $y(t)$ увеличивает значение интегрального квадратичного критерия при выходе управляющего воздействия регулятора за допустимое значение на величину выброса.

Важно отметить, что в таком случае снимается задача выбора уступки c , как, например, при введении в интегральный критерий производной ошибки системы по времени.

Отметим схожесть критерия (1.1.8) с критерием (1.1.5) в том, что у обоих этих критериев добавочное выражение связано с участками переходного процесса $x(t)$, где перерегулирование σ больше 0.

Отсутствие устоявшейся практики параметрической оптимизации ПИ-РПС по модифицированным интегральным критериям препятствует эффективному внедрению его в практику автоматизации. Неоднозначная задача при реализации на практике регуляторов с переменной структурой заключается в выборе параметров реального дифференцирующего звена в функции переключения структур регулятора при использовании информации о знаке производной. Эта задача рассматривается в настоящей работе.

Стоит особо отметить большой вклад, который внёс Б.Т. Поляк в развитие градиентных методов [44]. Многие из современных методов и подходов, активно используемых для решения задачи оптимизации, относят к работам Б.Т. Поляк [4, 54]: усреднение Поляка, субградиентный метод Поляка, метод тяжёлого шарика и др.

При этом прослеживается очевидная закономерность: при повышении качества функционирования автоматической системы увеличивается количество настраиваемых параметров автоматической системы [13, 16, 17, 24, 66, 67, 68].

В этом разделе далее сделан акцент на применение градиентного метода в задачи параметрической оптимизации системы автоматического управления, так как в настоящей работе рассматривается критерий оптимизации с составляющими градиента интегрального квадратичного критерия со штрафной функцией и отдельно по параметрам модели объекта [60, 61], который при использовании поисковых алгоритмов требует кроме вариации параметров регулятора ещё и вариации параметров модели объекта, что увеличивает объём вычислений и возникает дополнительно задача в оценке погрешности полученных результатов [42].

Под оптимальными значениями настраиваемых параметров регуляторов в настоящей работе понимаются такие значения, которые для заданного объекта

обеспечивают переходный процесс с минимальным интегральным квадратичным критерием при непревышении допустимого для производственной практики значения коэффициента перерегулирования σ .

Если звено запаздывания входит в контур системы управления, то при синтезе аналитическими методами таких автоматических систем звено $e^{-\tau s}$ аппроксимируют дробно-рациональными функциями [9, 10, 41, 43, 55, 56, 61]. Одним из существующих способов приближенной аппроксимации звена запаздывания является представление его в виде последовательного соединения n инерционных звеньев первого порядка с одинаковыми постоянными времени $T = \tau_{об}/n$, чем больше n , тем точнее такая аппроксимация [9, 10]. При использовании операторных передаточных звеньев запаздывание может моделироваться «револьверным» способом. Такой способ точно воспроизводит работу звена запаздывания и позволяет легко обнаружить ошибку при его моделировании.

С развитием вычислительной техники стало возможным применять методы определения составляющих градиента интегрального критерия I оптимизации с использованием моделирования. Среди этих методов автоматической оптимизации в настоящей работе используются беспойсковые методы [23, 24, 60, 61, 82-87], основанные на использовании методов теории чувствительности, названные в [82] сенситивными, так как в критерии оптимизации используются производные от промежуточных координат автоматической системы.

Вопросы анализа чувствительности развиты в работах ряда советских и зарубежных авторов, достаточно подробно изложены в [23, 24, 40, 42, 50, 60, 61, 71]. Алгоритмы АПО на основе анализа чувствительности могут разрабатываться с учётом характерных особенностей систем управления промышленными объектами, которые препятствуют применению частотных методов параметрического синтеза: неполнота априорной информации о структуре и параметрах объектов, ограничения на координаты системы управления.

К недостаткам беспойсковых методов, основанных на использовании теории чувствительности, следует отнести необходимость применения приближенных функций чувствительности или псевдофункций чувствительности [24] в условиях параметрического несоответствия модели реальному объекту. Разработка методов автоматической параметрической оптимизации САУ на базе теории чувствительности даёт возможность развить единый подход с учётом различных структур и классов, которые охватывают регуляторы с переменной структурой [24].

Глава 1.2. Системы с переменной структурой

Развитие современных технологических процессов обуславливает необходимость оптимизировать нестандартные принципы функционирования управляющих устройств. Одними из эффективных систем управления технологическими процессами в условиях неполной информации о параметрах объекта являются системы, включающие принцип переключения структур (СПС) [5, 6, 13, 14, 16, 17]. При этом фактически всем реальным динамическим объектам присуща неопределённость. Отметим, что в диссертационной работе рассматриваются автоматические системы управления, в которых выходной сигнал регулятора системы с переменной структурой обозначается термином «управляющее воздействие», так как математическое описание такого воздействия носит сложный характер в сравнении с таким описанием серийных регуляторов [17]. Исходя из этого далее термин «управление» применяется к выходной координате регулятора («управляющее воздействие») и рассматриваются системы автоматического управления.

Под системой с переменной структурой (СПС) в настоящей работе понимается автоматическая система, содержащая регулятор с переменными параметрами или переключаемыми параметрами на основе функций переключения [17, 77, 78] (рис. 1.2.1). Наличие переключения позволяет на

разных временных интервалах переходного процесса принудительно увеличивать площадь выходного воздействия регулятора, что увеличивает скорость протекания переходного процесса.

Началом возникновения систематической теории СПС послужило сформулированное в середине XX века предложение С.В. Емельянова применять нелинейную коррекцию, в соответствии с которой в зависимости от состояния системы управления параметры обратной связи скачкообразно менялись [17].

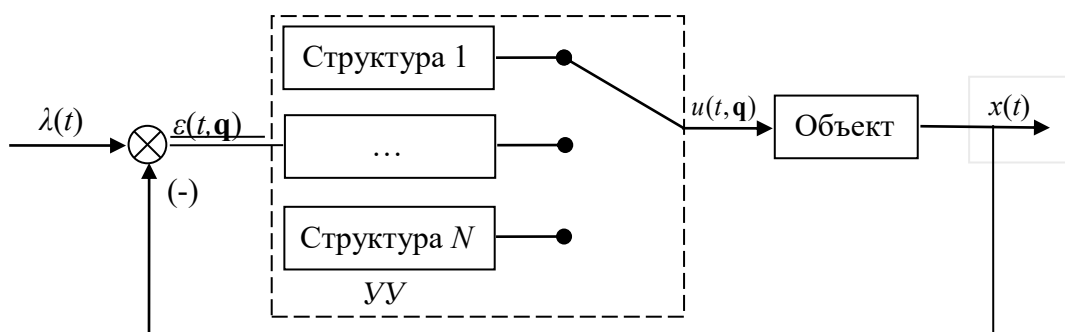


Рис. 1.2.1. Общая схема системы с переменной структурой в одноконтурной автоматической системе управления ($\lambda(t)$ – уставка; $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ – рассогласование; УУ – управляющее устройство; $u(t, \mathbf{q})$ – управляющее воздействие; $x(t)$ – выходная координата автоматической системы)

Это позволило получить так называемый скользящий режим – один из режимов работы автоматической системы с переменной структурой [17, 22, 73, 106] (рис. 1.2.2).

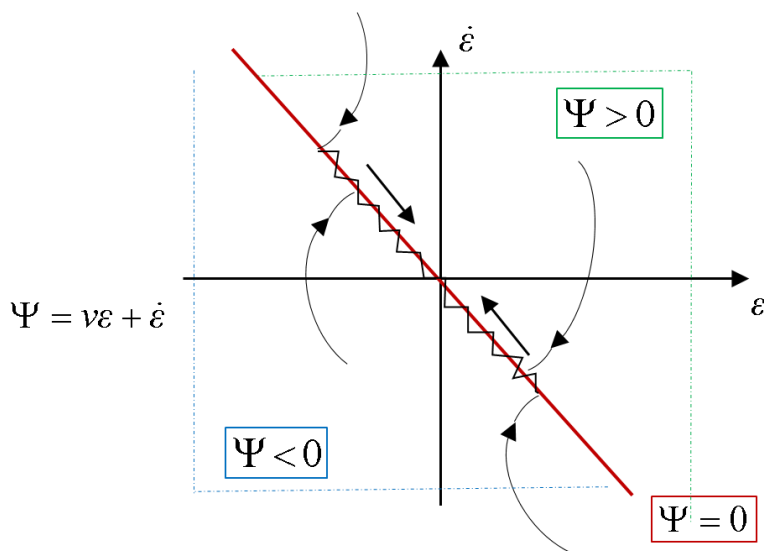


Рис. 1.2.2. Фазовая плоскость системы управления при использовании основополагающего подхода построения скользящего режима [106]

Применение такого режима работы СПС позволяет получить инвариантную к параметрическим возмущениям автоматическую систему. Переключение с большой частотой сближает эту систему с системой, имеющей бесконечный коэффициент усиления. В работах [10, 25, 51] отмечено снижение качества работы типовых ПИ-, ПИД-регуляторов в автоматических системах с параметрическим возмущением. Шидловским С.В. [79-81] предлагается альтернативный вариант СПС на основе реализации регулятора с использованием квазиизотропной среды для выбора наилучшего закона управления из заданного класса и оптимального использования логических структур в задачах управления.

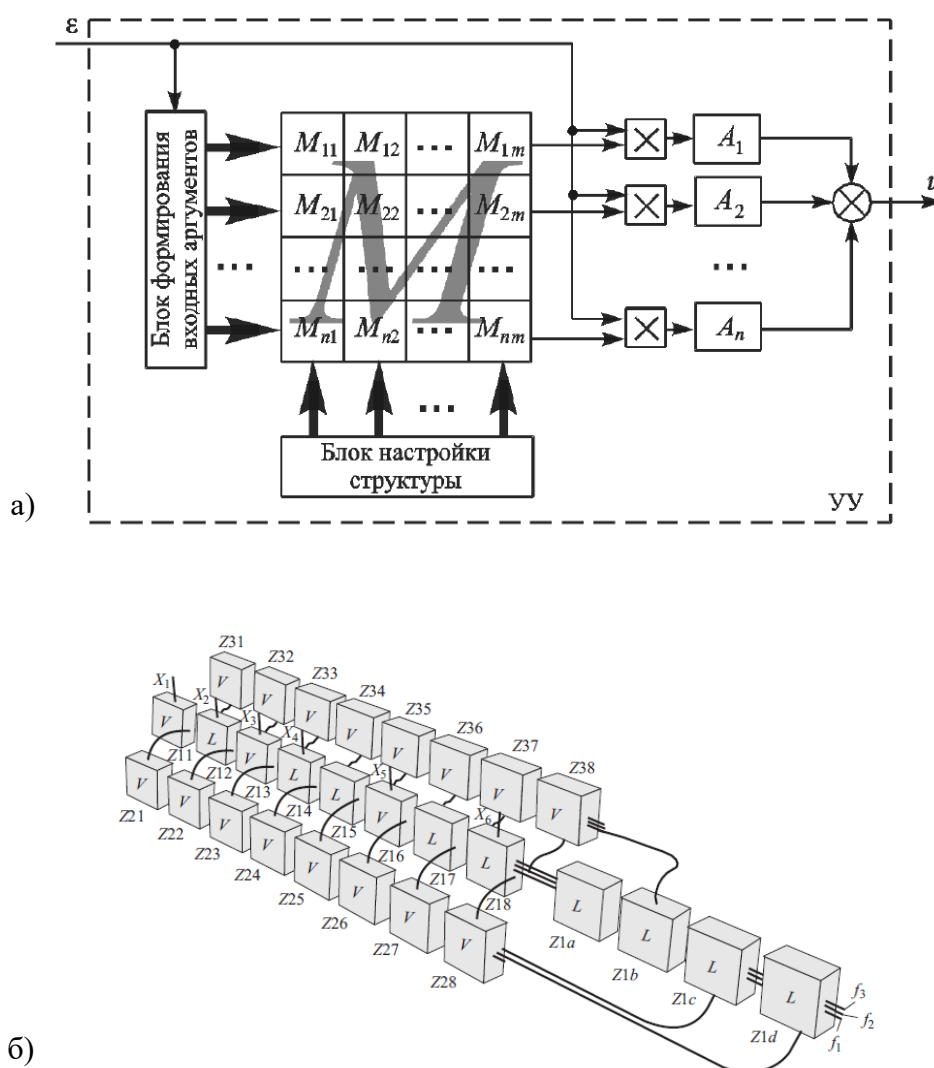


Рис. 1.2.3. а) схема регулятора с переменной структурой в одноконтурной автоматической системе управления при использовании поверхности переключения, реализуемой в квазиизотропной среде на основе многофункциональных логических модулей, представлена в работах Шидловского С.В. [79-81]; б) квазиизотропная среда, представлена в работах Шидловского С.В. [79-81]

В работах [5, 6] отмечено, что основной недостаток систем, работающих в скользящем режиме, для объектов, движение которых описывается линейными дифференциальными уравнениями n -го порядка, заключается в необходимости иметь устройства, обеспечивающие получение производных от управляемой координаты до $(n-1)$ порядка. Альтернативой скользящему режиму работы является режим работы с конечным числом переключений, который поддерживается введением в регулятор с переменной структурой зоны нечувствительности. Этот режим работы активно развивался в научной школе Говорова А.А. [5-6].

На основе анализа библиографического списка [14] и обзора [73], можно сделать вывод, что к концу 1980-х гг. теория систем с переменной структурой приобрела законченный вид и параллельно начала развиваться теория бинарных систем [13, 16, 18], в которой сигналы могут выступать либо в качестве переменных, над которыми осуществляются преобразования, либо в качестве операторов, определяющих эти преобразования.

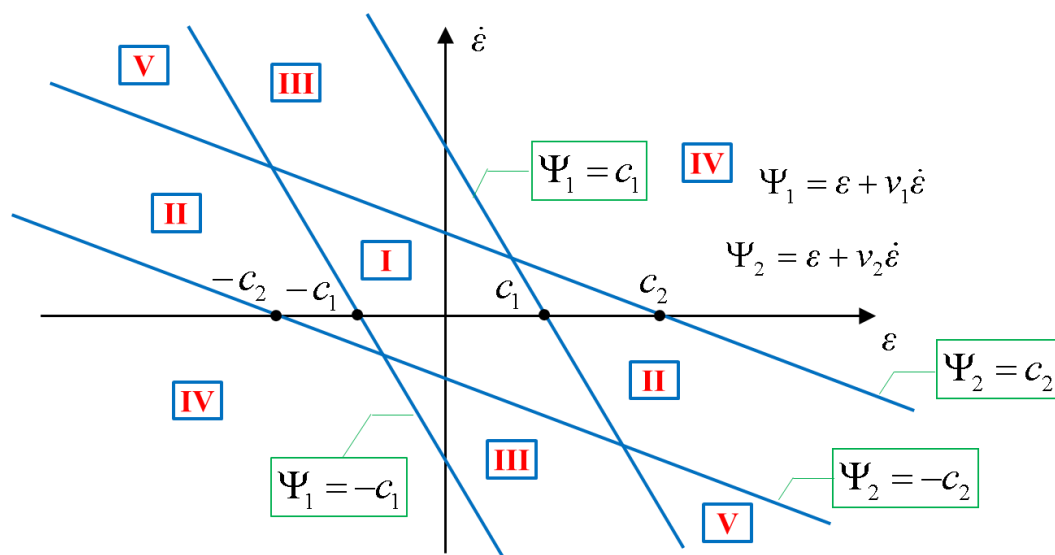


Рис. 1.2.4. Фазовая плоскость системы управления при использовании режима конечных переключений на основе использования зонных регуляторов Говорова А.А. [5, 6]

Произвольная по структуре СПС может быть построена с помощью соответствующего набора типовых нелинейных звеньев с переключением

параметров. Это звено в теории систем с переменной структурой называется Ψ -ячейкой, для него справедливо свойство инвариантности к масштабу входного переключаемого сигнала: при любом изменении входного переключаемого сигнала в k раз без изменения формы сигнала выходной сигнал нелинейного звена также изменяется в k раз, не меняя своей формы.

Как отмечал Жильцов К.К. [20], «такое сочетание свойств: существенно нелинейного разрывного управления с линейностью к величине входного сигнала управляющего устройства является качественно новым признаком, характерным для систем с переменной структурой».

При построении автоматической системы управления производственными процессами весьма часто оказывается, что объект управления, исполнительное устройство либо измерительные элементы обладают чистым запаздыванием. Известно, что для линейных систем с запаздыванием увеличение коэффициента усиления регулятора приводит к потере устойчивости. В работе Емельянова С.В. [17] показано, что в этом случае задача высококачественного управления может быть решена в классе систем с переменной структурой.

1.3. Пропорционально-интегральные регуляторы для автоматических систем управления объектами с запаздыванием

Для объектов с большим чистым запаздыванием по каналу управления неэффективно вводить воздействие по производной от управляемой величины, так как этот импульс будет поступать в регулятор по истечении времени чистого запаздывания после прихода возмущения, за которое в объекте могут накопиться отклонения, приводящие к потере устойчивости автоматической системы [9].

Явление запаздывания сигналов связано с тем, что изменение входного сигнала в системе не сразу ведёт к изменению выходного сигнала у объекта управления, а с некоторой задержкой во времени, например, транспортирующие устройства для подачи кирпича в туннельную печь для обжига [45, 63, 64, 65, 72,

105]. Также многие объекты автоматического управления в различных отраслях промышленности, в таких, например, как машиностроение, нефтяная, химическая, горно-обогатительная содержат временные запаздывания сигналов [9, 10, 21].

Большой вклад в изучение автоматических систем с запаздыванием внесли О. Дж. М. Смит, Л.С. Понтрягин, Н.Н. Красовский, Х. Гурецкий, С.В. Емельянов, А.А. Воронов, Я.З. Цыпкин, Л.А. Широков, В.Я. Ротач и др.

Звено запаздывание может присутствовать в прямой и обратной цепи автоматической системы. Например, система управления температурой перегретого пара в паровых котлах [69,73] содержит запаздывание в прямой и обратной цепи автоматической системы.

Одним из примеров запаздывания в обратной цепи автоматической системы является канал измерения. Низкая скорость передачи данных в промышленных компьютерных сетях приводит к задержке передачи сигналов с датчиков на промышленные контроллеры [10].

Звенья запаздывания в большинстве случаев ухудшает устойчивость автоматических систем, и, как следствие, возрастает сложность задачи параметрической оптимизации регулятора [62].

Современная микропроцессорная техника позволяет реализовать различные алгоритмы управления объектами в зависимости от величины отношения максимальной постоянной времени $T_{об}$ и запаздывания $\tau_{об}$ [9, 62].

Приведём из работы [9] общие соотношения для применения конкретного типа регулятора в зависимости от величины относительной постоянной времени $T = T_{об} / \tau_{об}$:

- 1) когда $5 < T$, достаточно релейного регулятора;
- 2) когда $1/5 < T < 5$, достаточно импульсного регулятора;
- 3) когда $1 < T$, достаточно типового регулятора непрерывного действия;
- 4) когда $0 < T < 1$, необходим специальный регулятор (например, Смита) или другие методы компенсации запаздывания (например, каскадное регулирование).

Ниже даётся обзор пропорционально-интегральных алгоритмов управления, которые могут применяться для случая $0 < T < 1$.

Рассмотрим регулятор Смита для объектов с запаздываниями [8, 9, 96, 97, 103]. При точной идентификации модели объекта регулятор из упредителя Смита настраивается для модели объекта без запаздывания и без упредителя Смита, полученный вектор настроечных параметров используется уже в системе «регулятор»+«упредитель Смита» для объекта с запаздыванием.

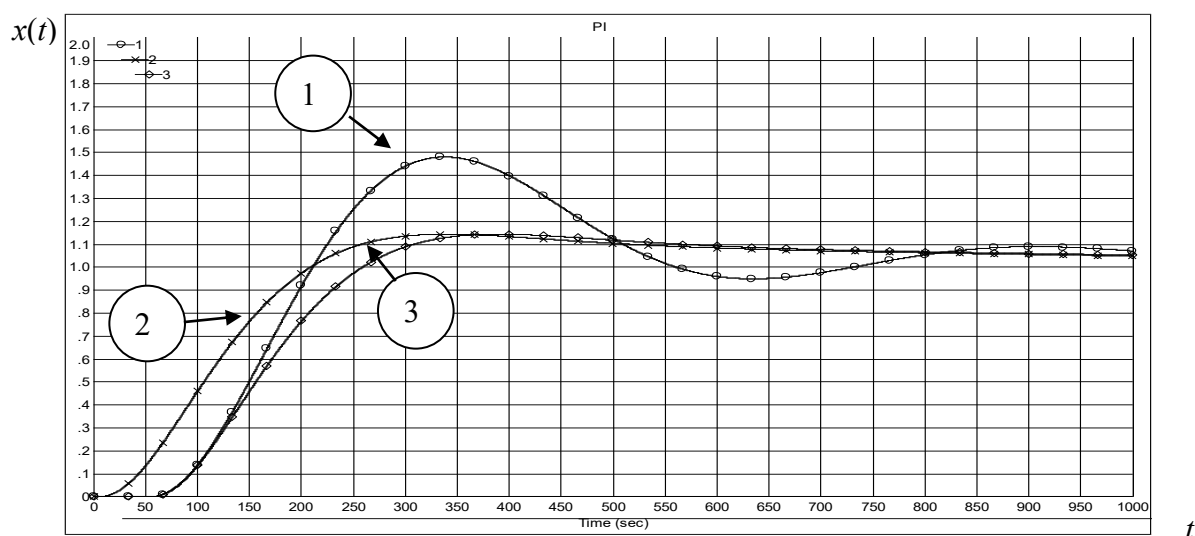


Рис.1.3.1. Графики переходных процессов: 1- ПИ-регулятор без упредителя Смита для объекта с запаздыванием; 2 - ПИ-регулятор для объекта без запаздывания; 3 – ПИ-регулятора с упредителем Смита для объекта с запаздыванием.

Недостаток классической формы регулятора Смита выражается в нестабильной работе при динамическом изменении параметров объекта управления [70].

Система автоматического управления с регулятором Смита является работоспособной только для объектов с нулевыми начальными условиями. Для нейтральных и неустойчивых объектов при ненулевых начальных условиях система становится неработоспособной [70].

Рассмотрим далее ПИР-, ПИП-, ППИ- регуляторы, в которых не требуется точная модель объекта управления [7, 70]: $G_{c1}(p)$ – оператора ПИР-регулятор; $G_{c2}(p)$ – оператор ПИП-регулятор; $G_{c3}(p)$ – оператор ППИ-регулятора.

Оператор ПИР-регулятора:

$$G_{c11}(p) = q_{11} + \frac{q_{21}}{p}(1 - q_{31}e^{-q_{41}p}), \quad (1.3.1)$$

где $q_{11}, \dots, q_{41}$ - настраиваемые параметры; p - оператор дифференцирования по времени t ; $1/p$ - оператор интегрирования по времени t .

Одним из последних вариантов модификации ПИР-регулятора является ПИ-регулятор с отдельным запаздыванием [88, 102]:

$$G_{c11}(p) = q_{11} + \frac{q_{21}}{p} - q_{31}e^{-q_{41}p}. \quad (1.3.2)$$

Оператор ПИП-регулятора в своей структуре содержит оператор объекта [70]:

$$G_{c21}(p) = q_{12} \cdot (1 - q_{22} \cdot \frac{G_p(p)}{k_{об}}) + \frac{q_{32}}{p} \cdot (1 - q_{42} \cdot \frac{G_p(p)}{k_{об}}), \text{ если } q_{22} \neq q_{42} \quad (1.3.3)$$

$$G_{c22}(p) = q_{12} \cdot (1 + \frac{q_{22}}{p}) \cdot (1 - q_{32} \cdot \frac{G_p(p)}{k_{об}}), \text{ если } q_{22} = q_{42} = q_{32} \quad (1.3.4)$$

где q_{ij} - настраиваемые параметры; $k_{об}$ - коэффициент усиления объекта; $G_p(p)$ - оператор объекта управления.

Ослабляющие добавки в ПИП-алгоритме позволяют иметь высокий уровень сигнала на выходе регулятора в течение времени чистого и инерционного запаздывания модели объекта, введённой в структурную схему регулятора, и лишь по прошествии указанного времени ослабляется действие интегральной и пропорциональной части алгоритма [70]. Частным случаем является ПИП-алгоритм, в котором ослабляется только интегральная часть [70].

Исследование [70] ПИП-алгоритма для сепарационных обогатительных процессов показало, что введение ослабляющих добавок в пропорциональную и интегральную части алгоритма позволяет значительно повысить запас устойчивости системы (по фазе) при сохранении астатических свойств регулятора. При воздействии на САУ стационарных случайных возмущений

отклонение Δ на выходе системы значительно меньше, чем при использовании ПИ-регулятора, особенно в случае воздействия на автоматическую систему наиболее часто встречающихся нежелательных низкочастотных помех.

ПИП-регулятор отличается от регулятора Смита по следующим пунктам:

- 1) отсутствуют дополнительные контуры с обратной связью;
- 2) требуется идентификация модели объекта управления без отделения части объекта, содержащее запаздывания.

Принципиальное различие между регулятором Смита и ПИП регулятором можно увидеть в использовании данными регуляторами модели объекта управления, а именно ПИП-регулятор использует модель объекта управления для учёта предыстории управляемого процесса равном длительности ступенчатой переходной функции объекта [70], а регулятор Смита использует модель объекта управления для «предсказания» будущего поведения системы [9]. Это отличие позволяет ПИП-регулятору быть менее чувствительным к точности идентификации модели объекта в сравнении с регулятором Смита.

Для ПИП-регулятора в работе [7] приведены формулы расчёта настроек регулятора для апериодического звена первого порядка с запаздыванием.

Рассмотрим ППИ-регулятор (предиктивный пропорционально-интегрирующий), который является модификацией регулятора Смита [10, 41, 89, 90, 91, 92].

Оператор ППИ – регулятора может быть представлен следующим выражением:

$$G_{c3}(p) = q_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{e^{-q_3 \cdot p}}{(1 + p \cdot q_2)}} = q_1 \cdot \frac{(1 + p \cdot q_2)}{(1 + p \cdot q_2 - e^{-q_3 \cdot p})}, \quad (1.3.5)$$

где q_{13}, q_{23}, q_{33} - настраиваемые параметры.

В ППИ-регуляторе настройке подлежат только 3 параметра в сравнении с регулятором Смита, где к настройке параметров регулятора добавляется подстройка параметров модели объекта автоматической системы.

В настоящей работе получены выражения для реализации метода РЧХ (расширенных частотных характеристик) относительно вышеперечисленных ПИП-, ПИР-, ППИ-регуляторов [28, 30, 35].

ППИ-регулятор:

$$q_{11}(\omega) = \frac{C_{11}^2(\omega) + 2 \cdot C_{11}(\omega) \cdot D_{11}^2(\omega) \cdot A_{21}(\omega) - |G_p(m, \omega)|^2 \cdot (A_{11}^2(\omega) + 2 \cdot C_{11}(\omega) \cdot D_{11}(\omega) \cdot C_{21}(\omega) + D_{11}^4(\omega) \cdot A_{21}^2(\omega) - 2 \cdot A_{11}(\omega) \cdot D_{11}^2(\omega) \cdot A_{21}(\omega) + D_{11}^4(\omega) \cdot A_{21}^2(\omega) - 2 \cdot D_{11}^3(\omega) \cdot A_{21}(\omega) \cdot C_{21}(\omega) + D_{11}^2(\omega) \cdot C_{21}^2(\omega))}{2 \cdot A_{11}(\omega) \cdot D_{11}(\omega) \cdot A_{31}(\omega) - 2 \cdot D_{11}^3(\omega) \cdot A_{21}(\omega) \cdot A_{31}(\omega) + D_{11}^2(\omega) \cdot A_{31}^2(\omega) + B_{11}^2(\omega) \cdot \sin^2(\omega \cdot q_{31}) + 2 \cdot D_{11}(\omega) \cdot B_{11}(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot q_{31}) \cdot B_{21}(\omega) + D_{11}^2(\omega) \cdot B_{21}^2(\omega)}, \quad (1.3.6)$$

$$q_{21}(\omega) = \frac{-E_{11}(\omega) + \sqrt{E_{21}(\omega)}}{2 \cdot E_{31}(\omega)},$$

где

$$\begin{aligned} A_{11}(\omega) &= 1 - e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \cos(\omega \cdot q_{31}), \\ (A_{21}(\omega) &= \omega^2 \cdot (1 + m^2), \\ A_{31}(\omega) &= \omega \cdot (2 \cdot m - e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \sin(\omega \cdot q_{31}) - m \cdot e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \cos(\omega \cdot q_{31})), \\ B_{11}(\omega) &= e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \sin(\omega \cdot q_{31}), \\ B_{21}(\omega) &= e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \omega \cdot (\cos(\omega \cdot q_{31}) - m \cdot \sin(\omega \cdot q_{31})), \\ C_{11}(\omega) &= e^{2 \cdot \omega \cdot m \cdot q_{31}} - 2 \cdot e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \cos(\omega \cdot q_{31}), \\ C_{21}(\omega) &= 2 \cdot \omega \cdot (m - e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \sin(\omega \cdot q_{31}) - m \cdot e^{\omega \cdot m \cdot q_{31}} \cdot \cos(\omega \cdot q_{31})), \\ D_{11}(\omega) &= \frac{-E_{11}(\omega) + \sqrt{E_{21}(\omega)}}{2 \cdot E_{31}(\omega)}, \\ E_{11}(\omega) &= B_{21}(\omega) + A_{31}(\omega) \cdot \arctg(\text{Arg}(G_p(m, i\omega))), \\ E_{21}(\omega) &= E_{11}^2(\omega) - 4 \cdot E_{31}^2(\omega) \cdot E_{41}(\omega), \\ E_{31}(\omega) &= -A_{21}(\omega) \cdot \arctg(\text{Arg}(G_p(m, i\omega))), \\ E_{41}(\omega) &= -B_{11}(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot q_{31}) - A_{11}(\omega) \cdot \arctg(\text{arg}(G_p(m, i\omega))). \end{aligned}$$

ПИП-регулятор:

$$q_{12}(\omega) = \sqrt{\frac{|A_{12}(\omega)|}{|A_{22}(\omega)|}},$$

$$q_{22}(\omega) = \sqrt{\frac{|B_{12}(\omega)|}{|B_{22}(\omega)|}},$$

где

$$A_{12}(\omega) = -4 \cdot C_{22}(\omega) \cdot C_{42}(\omega),$$

$$A_{22}(\omega) = \left(\frac{2 \cdot C_{22}(\omega)}{C_{32}(\omega)} + C_{32}(\omega) \right)^2 - C_{32}^2(\omega) + 4 \cdot C_{22}(\omega) \cdot C_{12}^2(\omega),$$

$$B_{12}(\omega) = 4 \cdot C_{22}(\omega) \cdot C_{42}(\omega),$$

$$B_{22}(\omega) = 2 \cdot C_{22}(\omega) + C_{32}(\omega) \cdot C_{32}^2(\omega) - C_{32}^2(\omega) \cdot C_{32}^2(\omega) +$$

$$4 \cdot C_{22}(\omega) \cdot C_{32}^2(\omega) \cdot C_{12}^2(\omega), \quad (1.3.7)$$

$$C_{12}(\omega) = \omega \cdot (m^2 + 1),$$

$$C_{22}(\omega) = \frac{C_{12}(\omega)}{\omega},$$

$$C_{32}(\omega) = -2 \cdot m \cdot C_{12}(\omega),$$

$$C_{42}(\omega) = \frac{C_{12}^2(\omega)}{|G_p(m, \omega)|^2 \cdot ((\operatorname{Re}(G_{\epsilon_{22}}(m, \omega)))^2 + (\operatorname{Im}(G_{\epsilon_{22}}(m, \omega)))^2)},$$

$$C_{32}(\omega) = m \cdot \frac{1}{C_{12}(\omega)} - \frac{1}{C_{12}(\omega) \cdot \operatorname{arctg}(\operatorname{Arg}(G_p(m, \omega)) -$$

$$\overline{\operatorname{Arg}(G_{\epsilon_{12}}(m, \omega))})}$$

ПИР-регулятор:

$$q_{13}(\omega) = \sqrt{\frac{|A_{23}(\omega)|}{|A_{13}(\omega)|}},$$

$$q_{23}(\omega) = \sqrt{\frac{|B_{23}(\omega)|}{|B_{13}(\omega)|}},$$

где

$$A_{13}(\omega) = C_{13}^2(\omega) - C_{23}^2(\omega) + 4 \cdot C_{33}(\omega) \cdot C_{43}^2(\omega), \quad (1.3.8)$$

$$A_{23}(\omega) = \frac{4 \cdot C_{33}(\omega) \cdot C_{43}^2(\omega)}{|G_p(m, \omega)|^2},$$

$$B_{13}(\omega) = (2 \cdot C_{33}(\omega) + \frac{1}{D_{13}(\omega)} \cdot C_{23}(\omega))^2 - (\frac{1}{D_{13}(\omega)} \cdot C_{23}(\omega))^2 + \frac{8 \cdot C_{33}(\omega)}{D_{13}^2(\omega)} \cdot C_{43}^2(\omega)$$

$$B_{23}(\omega) = \frac{-4 \cdot C_{33}(\omega) \cdot C_{43}^2(\omega)}{|G_p(m, \omega)|^2}$$

$$C_{13}(\omega) = 2 \cdot D_{13}(\omega) \cdot C_{33}(\omega) + C_{23}(\omega)$$

$$C_{23}(\omega) = -2 \cdot C_{43}(\omega) \cdot C_{53}(\omega)$$

$$C_{33}(\omega) = C_{53}^2(\omega) + C_{63}^2(\omega)$$

$$C_{43}(\omega) = \omega \cdot (1 + m^2)$$

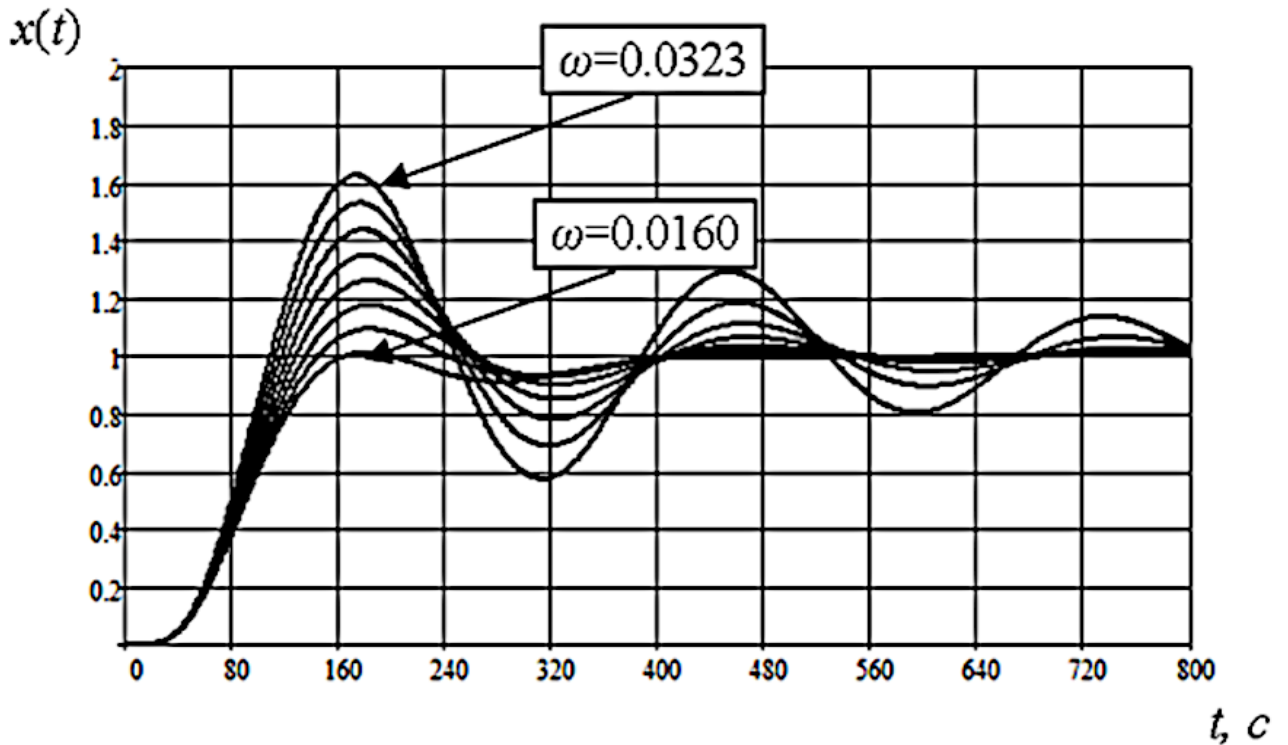
$$C_{53}(\omega) = m + q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \sin(\omega \cdot q_{43}) + m \cdot q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \cos(\omega \cdot q_{43})$$

$$C_{63}(\omega) = 1 - q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \cos(\omega \cdot q_{43}) + m \cdot q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \cos(\omega \cdot q_{43})$$

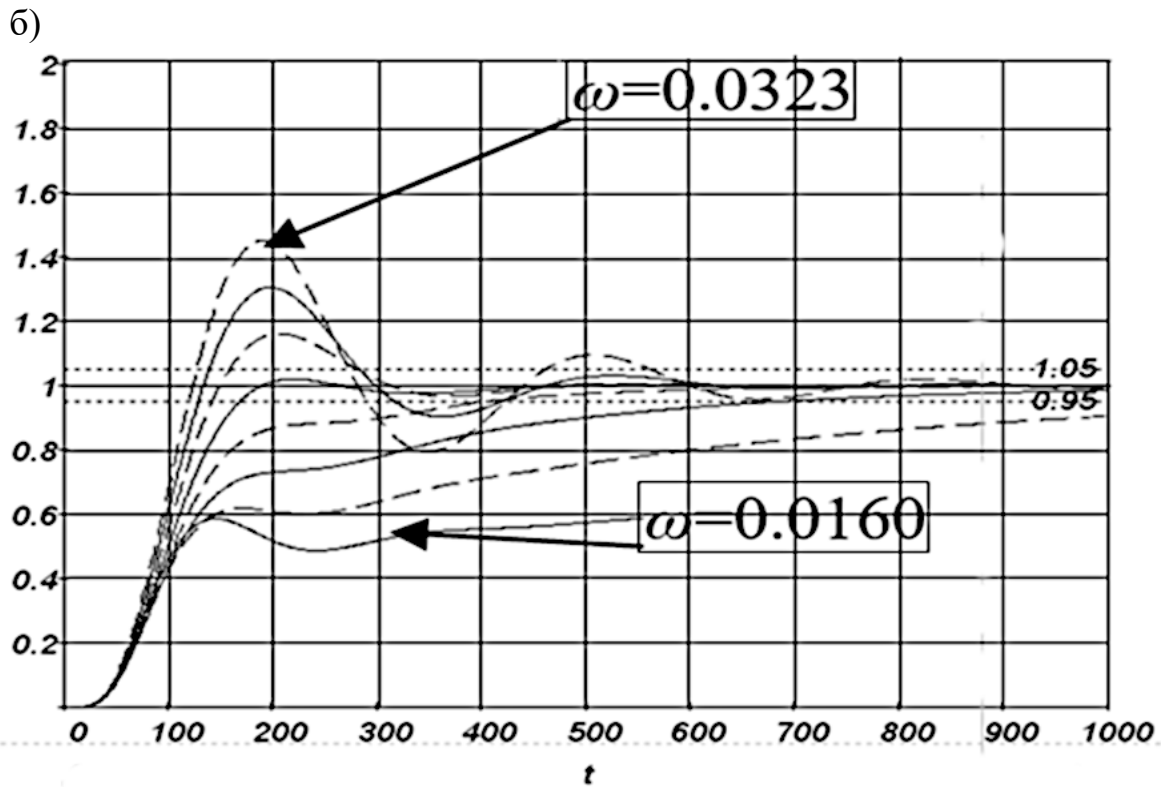
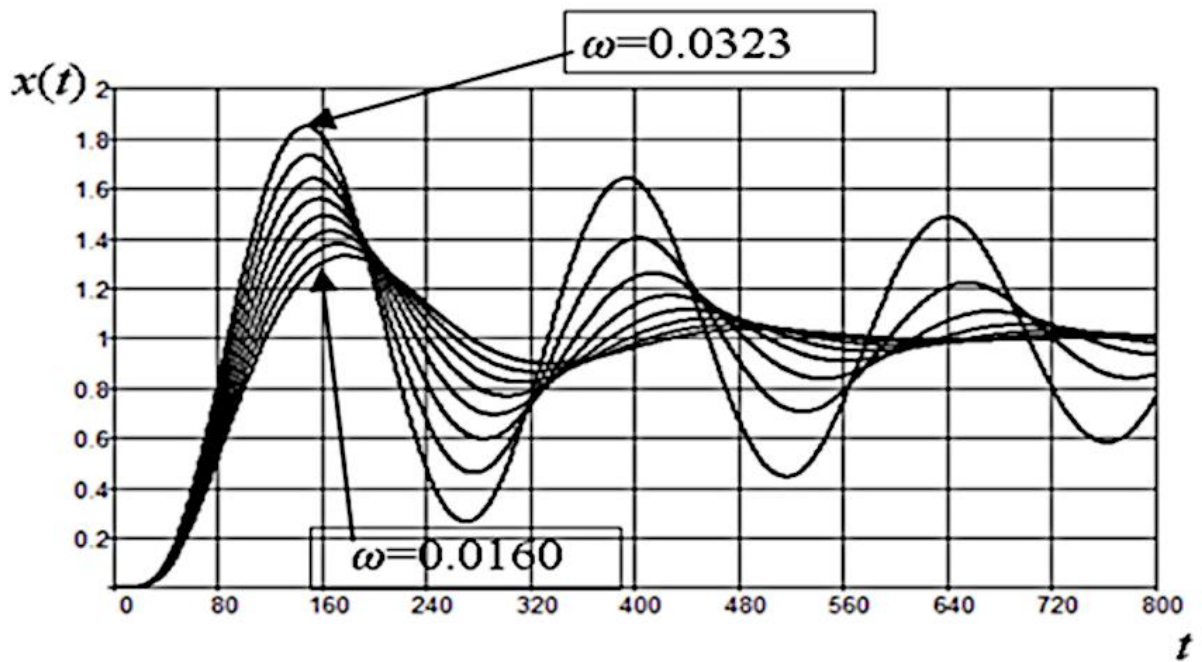
$$D_{13}(\omega) = \frac{\arctg(\arg(G_p(m, \omega))) \cdot C_{43}(\omega)}{\arctg(\arg(G_p(m, \omega))) \cdot (q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \sin(\omega \cdot q_{43}) - m +$$

$$m \cdot q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \cos(\omega \cdot q_{43})) - q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \cos(\omega \cdot q_{43}) +$$

$$m \cdot q_{33} \cdot e^{\omega m} \cdot \sin(\omega \cdot q_{43}) + 1}$$



a)



в)

Рис. 1.3.2. Применение метода РЧХ для определения настраиваемых параметров модифицированных регуляторов:

а) ПИП-регулятор; б) ППИ-регулятор; в) ПИР-регулятор

Переходные процессы с полученными значениями настраиваемых параметров модифицированных линейных ПИ-регуляторов отражены на рис. 1.2.2. Реализация метода РЧХ для ПИ-регулятора с переменной структурой

требует привлечение гармонической линеаризации нелинейных элементов [19], что в конечном итоге усложняет решение задачи параметрического синтеза такого регулятора с ограничением на управление.

Как было отмечено выше, основным недостатком представленных выше ПИ-регуляторов для систем с запаздыванием является связь параметров, входящих в закон функционирования с конструктивными параметрами объекта управления.

В системах с большим запаздыванием без переключения параметров регулятора существенное введение интегральной части (уменьшение времени $T_{\text{и}}$) приводит к потере устойчивости САУ; с другой стороны, сильное увеличение $T_{\text{и}}$ приводит к значительному удлинению переходных процессов и появлению в течение длительного времени динамических отклонений от задания $\Delta(t) \neq 0$ [70].

1.4. Пропорционально-интегральный регулятор с переменной структурой

Рассмотрим далее варианты регуляторов с переменной структурой, получаемые из пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой без использования воздействия по производной от ошибки управления, что повышает помехозащищённость автоматической системы [17].

Прерывистый регулятор позволяет существенно уменьшить время переходного процесса в объектах с чистым запаздыванием по сравнению с типовым ПИ-регулятором при оптимальном выборе его настроечных параметров. Описание управляющего воздействия $u(t)$ прерывистого регулятора [70]:

$$u(t) = \int_0^L k(T) q_2 \varepsilon(t) dt, \quad (1.4.1)$$

где $\varepsilon(t)$ – ошибка автоматической системы; q_2 – настроечный параметр; L – интервал интегрирования. Значение параметра q_2 выбирается таким образом, чтобы в течение времени включения регулятора T управляющее воздействие $u(t)$ принимало такое значение, при котором выходная величина САУ $x(t)$ достигала

задания $\lambda(t)$. В течение пауз управляющее воздействие $u(t)$ постоянно. Недостатком данного регулятора является его высокая чувствительность к изменению параметров объекта и необходимость точно знать время запаздывания объекта $\tau_{об}$ [77].

В отличие от прерывистого регулятора, содержащего переключения структур по программе с константами, разработан ряд регуляторов, у которых переключение структур происходит в зависимости от знака выражения, связывающего выходную координату объекта $x(t)$ и её первую производную $\dot{x}(t)$ [70].

Полупостоянно работающие регуляторы (далее полупостоянные регуляторы) реализуют алгоритмы с переменной структурой. Особенностью полупостоянных регуляторов является то, что выходной сигнал регулятора $u(t)$ формируется только в период удаления управляемой величины $x(t)$ от задания $\lambda(t)$ и остаётся неизменным при приближении управляемой величины $x(t)$ к заданию $\lambda(t)$. Полупостоянные регуляторы в основном находят применение в системах с низкой точностью измерения управляемой величины $x(t)$, так как для синтеза функции переключения достаточно информации о знаке произведения управляемой величины и её первой производной $\text{sgn}(x(t) \cdot \dot{x}(t))$.

В классе полупостоянных регуляторов следует назвать апробированный в работе [70] при управлении длинными барабанными сушильными печами пропорционально-интегральный регулятор с полупостоянным интегрированием:

$$u(t) = q_1 \varepsilon(t) + \int_0^L k q_2 \varepsilon(t) dt, \quad (1.4.2)$$

$$k = \begin{cases} 1, & x(t) \dot{x}(t) \geq 0; \\ 0, & x(t) \dot{x}(t) < 0. \end{cases}$$

где $\varepsilon(t)$ – ошибка в автоматической системе; $u(t)$ – выходная координата пропорционально-интегрального регулятора с полупостоянным интегрированием; q_1, q_2 – настроечные параметры; $x(t)$ – выходная координата АСР.

Исследование устойчивости и качества автоматической системы, состоящей из нелинейного ПИ-регулятора с переменной структурой за счёт введение переключения параметров, описано в работах Шигина Е.К. [77, 78]:

$$u(t) = q_{pr} \varepsilon(t) + \int_0^L \varepsilon(t) q_{in} dt, \quad (1.4.3)$$

где q_{pr} , q_{in} – настраиваемые параметры РПС; $u(t)$ – выходная координата РПС;

Настройки регулятора принимают следующие значения:

$$q_{pr} = \begin{cases} q_1, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \geq 0_+; \\ \frac{q_1}{1 - q_1}, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \leq 0_- \end{cases} \quad (1.4.4)$$

$$q_{in} = \begin{cases} q_2, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \geq 0_+; \\ Kq_2, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \leq 0_- \end{cases}.$$

Здесь $\varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) = 0_+$ означает, что 0 получаем после $\varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) > 0$, $\varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) = 0_-$, означает, что 0 получаем после $\varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) < 0$; K – коэффициент скачкообразного изменения параметра регулятора.

Для повышения качества работы алгоритма (1.4.4) в работе [78] добавлен параметр K_2 :

$$\tilde{q}_1 = \begin{cases} q_1, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \geq 0; \\ q_1 K_1, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \leq 0. \end{cases} \quad (1.4.5)$$

$$\tilde{q}_2 = \begin{cases} q_2, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \geq 0; \\ q_2 K_2, \varepsilon(t) \cdot \dot{\varepsilon}(t) \leq 0. \end{cases} \quad (1.4.6)$$

Здесь K_1 и K_2 – параметры, зависящие от отношения времени транспортного запаздывания $\tau_{об}$ и временного параметра $T_{об}$ в операторе объекта первого порядка. При $\frac{\tau}{T_{об}} > 1$: $K_1 > 1, K_2 < 1$. В работах [6, 16, 78] показано, что переключение параметров регулятора способствовало в том числе и минимизации перерегулирования в автоматической системе. Приведем таблицу на рис. 1.4.1, которая обобщает различные варианты реализации регулятора с переменной

структурой, исследуемого в настоящей работе, получаемые из типового пропорционально-интегрального регулятора.

$\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) > 0$		$\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) < 0$	
Пропорциональная составляющая ПИ-регулятора	Интегральная составляющая ПИ-регулятора	Пропорциональная составляющая ПИ-регулятора	Интегральная составляющая ПИ-регулятора
① q_1	q_2	q_1	0
② q_1	q_2	q_3	q_4
③ q_1	q_2	q_1	q_4
④ q_1	q_2	q_1	q_2

Рис. 1.4.1. Варианты реализации ПИ-регулятора с переменной структурой:

- 1 – ПИ-регулятор с полупостоянным интегрированием; 2 – ПИ-регулятор с переключаемыми параметрами; 3 – ПИ-регулятор с переключаемым параметром при интегральной части; 4 – типовой ПИ-регулятор.

Выводы по главе 1

1. Проведён анализ интегральных квадратичных критериев, позволяющих учитывать ограничение на перерегулирование в заданной автоматической системе с запаздыванием через использование эталонной модели, штрафной функции, производной по ошибке автоматической системы, производных по параметрам модели объекта управления, ограничений на настраиваемые параметры регулятора. Добавление штрафной функции к базовому интегральному квадратичному критерию позволяет получить после процедуры оптимизации семейство переходных процессов с минимальным перерегулированием.
2. В практике промышленной автоматизации распространены два режима работы регулятора с переменной структурой: скользящий режим и режим конечного числа переключений структур регулятора. Для реализации скользящего режима работа в рассматриваемых системах необходимо информация о

производных высокого порядка, но при этом достигается инвариантность от действующих возмущений на объект. Использование переключения настраиваемых параметров в серийном ПИ-регулятора позволяет сократить время окончания переходного процесса и уменьшить перерегулирование в автоматической системе с большим запаздыванием.

3. Наличие в критерии оптимизации производных от промежуточных сигналов в автоматической системе по настраиваемым параметрам регулятора, производных от критерия оптимизации по настраиваемым параметрам регулятора и фиксируемым параметрам модели объекта управления определяет использование методов теории чувствительности при параметрической оптимизации регулятора с переменной структурой.

Глава 2. Формализация алгоритма параметрической оптимизации для системы с переменной структурой

2.1. Параметрическая чувствительность ПИ-регулятора с переменной структурой

Рассматриваемый ПИ-регулятор содержит релейные элементы, которые позволяют реализовать переключение параметров такого регулятора. Эту информацию необходимо учитывать при получении функций чувствительности для запуска градиентного алгоритма. Вычислительную процедуру, содержащую команды для получения численного значения функций чувствительности, принято называть анализаторами чувствительности или моделями чувствительности, исходя из общепринятой терминологии методов теории чувствительности автоматических систем [42]. Сложность моделей чувствительности определяется наличием элементов в автоматической системе, которые не позволяют сохранить свойство линейных автоматических систем – это свойство однородности.

В работе рассматривается класс автоматических систем, соответствующих структурной схеме, изображённой на рис. 2.1.1.

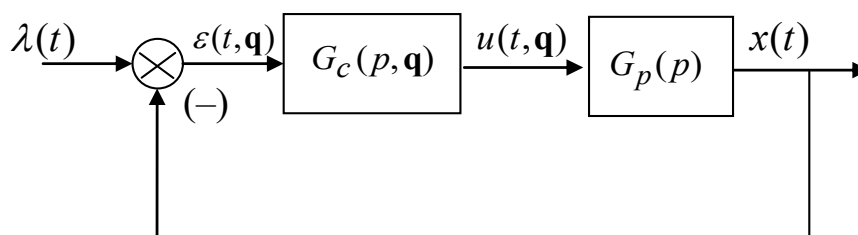


Рис. 2.1.1. Структурная схема исследуемой автоматической системы

Процессы, протекающие в автоматической системе с РПС общего вида с конечным количеством переключений, можно описать следующим образом:

$$\varepsilon(t, \mathbf{q}) = \lambda(t) - x(t),$$

$$u(t, \mathbf{q}) = \begin{cases} u_1(t, \mathbf{q}^{(1)}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(1)})\varepsilon(t, \mathbf{q}), \varphi_1(t) = 1; \\ \dots \\ u_n(t, \mathbf{q}^{(n)}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(n)})\varepsilon(t, \mathbf{q}), \varphi_n(t) = 1. \end{cases}, \quad (2.1.1)$$

$$\varphi_1(t) + \varphi_2(t) + \dots + \varphi_n(t) = 1,$$

$$x(t) = G_p(p)u(t, \mathbf{q}),$$

где t – текущее время действия автоматической системы; $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ – ошибка системы; $\varphi_1(t), \dots, \varphi_n(t) \in \{0, 1\}$ – функции включения структур РПС; $\mathbf{q} = (\mathbf{q}^{(1)}(q_1, q_2), \dots, \mathbf{q}^{(n)}(q_{n-1}, q_n))$ – настраиваемые параметры РПС; $\lambda(t)$ – задающее воздействие; $u(t, \mathbf{q})$ – выходная координата РПС; $x(t)$ – выходная координата автоматической системы; $G_c(p, \mathbf{q})$ – оператор ПИ-регулятора с переключаемыми параметрами; $G_p(p)$ – оператор объекта; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Конкретизируем (2.1.1) в части оператора регулятора [100]:

$$\varepsilon(t, \mathbf{q}) = \lambda(t) - x(t),$$

$$u(t, \mathbf{q}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(j)})\varepsilon(t, \mathbf{q}), (j = 1, 2, 3), \quad (2.1.2)$$

$$u(t, \mathbf{q}) = \begin{cases} u_1(t, \mathbf{q}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(1)})\varepsilon(t, \mathbf{q}), ((\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) > 0) \vee (0 < t < t_{ob})) \wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha\lambda(t)); \\ u_2(t, \mathbf{q}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(2)})\varepsilon(t, \mathbf{q}), (\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) < 0) \wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha\lambda(t)); \\ u_3(t, \mathbf{q}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(3)})\varepsilon(t, \mathbf{q}), |\varepsilon(t, \mathbf{q})| < \alpha\lambda(t); \end{cases}$$

где $\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \varepsilon(t, \mathbf{q}) \frac{p\varepsilon(t, \mathbf{q})}{T_f p + 1}$ – функция переключения; T_f – параметр фильтра

принимает минимальное значение ($\approx 0,001$) на этапе параметрической оптимизации регулятора; $\wedge, \vee$ – логические операции; $u_1(t, \mathbf{q}), u_2(t, \mathbf{q})$ – управляющие воздействия регулятора с разным коэффициентом усиления, что позволяет создавать ускорение переходного процесса; $u_3(t, \mathbf{q})$ – управляющие воздействия регулятора для реализации режима конечных переключений.

С целью сокращения объёма выражений введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Psi^+ &= ((\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) > 0) \vee (0 < t < t_{ob})) \wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha\lambda(t)); \\ \Psi^- &= ((\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) < 0) \wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha\lambda(t)); \\ \Psi^0 &= |\varepsilon(t, \mathbf{q})| < \alpha\lambda(t). \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Оператор объекта $G_p(p)$ в настоящей работе выбран в математическом виде, с помощью которого можно описать процесс нагревания или охлаждения промышленных печей [105]

$$G_p(p) = \frac{k_{ob}}{\prod_{i=1}^m (T_i p + 1)} e^{-\tau_{ob} p}, \quad (2.1.4)$$

где k_{ob} – статический коэффициент усиления; T_i – постоянные времени; τ_{ob} – время запаздывания. Учитывается случай наличия большого запаздывания у объекта, который определяется неравенством $\tau_{об}/T_{об} > 1$, где $T_{об} = \max(T_{об1}, T_{об2})$.

Для рассматриваемого класса систем с переменной структурой основой построения модели чувствительности является уравнение общего вида [61]:

$$\xi_i(t) = G_p(p) \frac{\partial u(t)}{\partial q_i} - \sum_k \Delta u_{t_k} \frac{dt_k}{dq_i} G_p(p) \delta(t - t_k), \quad (2.1.5)$$

$$(i = 1, \dots, n; k = 0, 1, \dots),$$

где t_k – моменты переключения структур ПИ-РПС; Δu_{t_k} – величина скачка управляющего воздействия ПИ-РПС в моменты его разрыва; $\delta(t - t_k)$ – дельта функция, смещённая на время $(t - t_k)$.

Выделим следующую часть выражения (2.1.5) для начала построения модели чувствительности:

$$G_p(p) \frac{\partial u(t)}{\partial q_i} \quad (2.1.6)$$

Представим выражения $\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i}$:

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_1} = \begin{cases} (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_1(t)) + 1\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^+; \\ (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_1(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^-; \\ (0 + \frac{0}{p})(-\xi_1(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^0. \end{cases}$$

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_2} = \begin{cases} (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_2(t)) + \frac{1}{p} \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^+; \\ (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_2(t)) + \frac{0}{p} \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^-; \\ (0 + \frac{0}{p})(-\xi_2(t)) + \frac{0}{p} \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^0. \end{cases} \quad (2.1.7)$$

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_3} = \begin{cases} (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_3(t)) + 0 \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^+; \\ (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_3(t)) + 1 \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^-; \\ (0 + \frac{0}{p})(-\xi_3(t)) + 0 \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^0. \end{cases}$$

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_4} = \begin{cases} (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_4(t)) + \frac{0}{p} \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^+; \\ (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_4(t)) + \frac{1}{p} \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^-; \\ (0 + \frac{0}{p})(-\xi_4(t)) + \frac{0}{p} \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^0. \end{cases}$$

Другая часть выражения (2.1.5):

$$- \sum_k \Delta u_{t_k} \frac{dt_k}{dq_i} G_p(p) \delta(t - t_k). \quad (2.1.8)$$

используется, если есть настраиваемые параметры в функции переключения структур регулятора по условию:

$$\Psi(\varepsilon, t_k, \mathbf{q}) = 0, \quad (2.1.9)$$

где $t_k = t_k(\mathbf{q})$, $\varepsilon = \varepsilon(t_k, \mathbf{q})$.

Далее необходимо дифференцировать (2.1.8) по q_i и выразить $\frac{dt_k}{dq_i}$:

$$\Psi'_\varepsilon \left[\varepsilon(t_k) \frac{dt_k}{dq_i} + \frac{\partial \varepsilon(t_k)}{\partial q_i} \right] + \Psi'_{t_k} \frac{dt_k}{dq_i} + \Psi'_{q_i} = 0, \quad (i=1,2,\dots,4).$$

$$\frac{dt_k}{dq_i} = - \frac{\Psi'_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon(t_k)}{\partial q_i} + \Psi'_{q_i}}{\Psi'_\varepsilon \dot{\varepsilon}(t_k) + \Psi'_{t_k}}. \quad (2.1.10)$$

В выражении (2.1.10) идеальная производная ошибки системы по времени заменяется типовым реальным дифференцирующим звеном:

$$\varepsilon_{rd}(t) = G_{rd}(p)\varepsilon(t). \quad (2.1.11)$$

Перепишем выражение (2.1.10), учитывая подстановку (2.1.11):

$$\frac{dt_k}{dq_i} = - \frac{\Psi'_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon(t_k)}{\partial q_i} + \Psi'_{q_i}}{\Psi'_\varepsilon \varepsilon_{rd}(t_k) + \Psi'_{t_k}}. \quad (2.1.12)$$

Отдельные временные моменты t_k переключения структур регулятора приводят к нулевому значению в знаменателях (2.1.10), (2.1.12), что необходимо учитывать при программной реализации алгоритма АПО. Вопросы реального дифференцирования применительно к ПИ-РПС рассматриваются в следующей главе.

Полученные выше выражения позволяют сформировать в общем виде структурную схему, реализующую модель чувствительности для ПИ-РПС [29]:

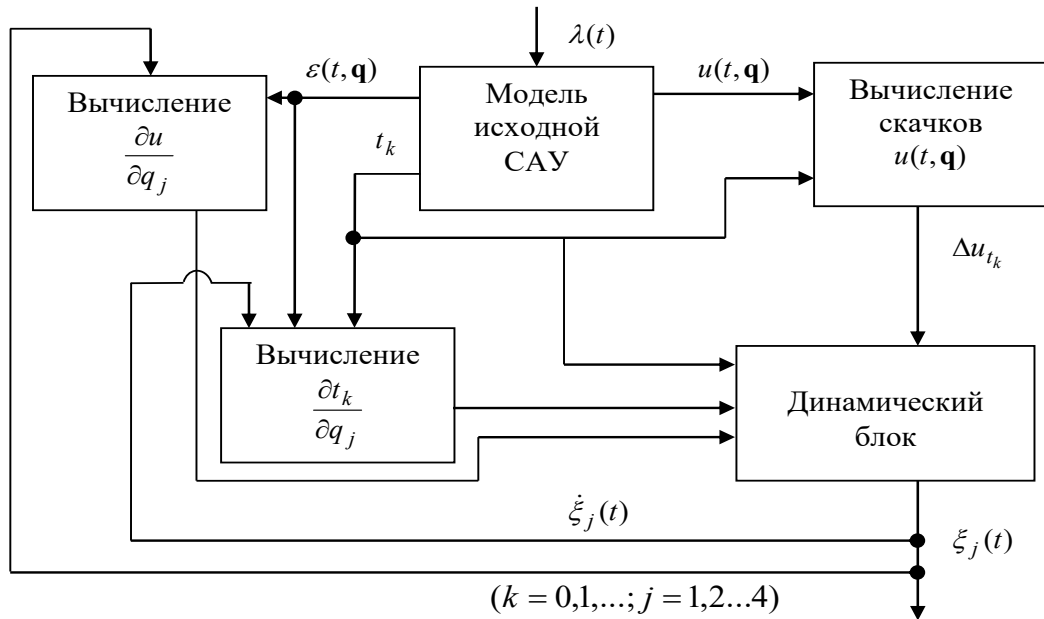


Рис. 2.1.2. Общий вид структурной схемы модели чувствительности первого порядка

Настраиваемые параметры $\mathbf{q}$ не зависят от зоны нечувствительности ПИ-РПС, так как она определяется заданным параметром α . Покажем далее, что настраиваемые параметры $\mathbf{q}$ не зависят от выбранной функции переключения $\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q}))$ для рассматриваемого регулятора [100]. В принятом условии переключения структур

регулятора $\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q}))$ первый момент разрыва t_0 зависит от τ_{ob} , что позволяет записать следующее выражение:

$$\frac{\partial t_0}{\partial q_j} = 0. \quad (2.1.13)$$

Представим выражения для вычисления $\Psi'_\varepsilon, \Psi'_{t_k}, \Psi'_{q_j}$ в моменты $t_k (k = 1, 2, \dots)$:

$$\Psi'_\varepsilon = (\varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \varepsilon_{rd}(t_k, \mathbf{q}))'_\varepsilon = (p \varepsilon^2(t_k, \mathbf{q}))'_\varepsilon = 2 \varepsilon_{rd}(t_k, \mathbf{q}). \quad (2.1.14)$$

$$\Psi'_{t_k} = (\varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \varepsilon_{rd}(t_k, \mathbf{q}))'_{t_k} = \frac{\varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \varepsilon_{rd}(t_k, \mathbf{q}) - \varepsilon(t_k - dt, \mathbf{q}) \varepsilon_{rd}(t_k - dt, \mathbf{q})}{dt}. \quad (2.1.15)$$

$$\Psi'_{q_j} = (\varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \varepsilon_{rd}(t_k, \mathbf{q}))'_{q_j} = -2 \xi_j(t_k) \varepsilon_{rd}(t_k, \mathbf{q}). \quad (2.1.16)$$

Согласно (2.1.1) для принятого условия переключения $\Psi(t_k, \varepsilon(t_k, \mathbf{q}))$ в моменты $t_k (k = 1, 2, \dots)$ производная $\varepsilon_{rd}(t_k, \mathbf{q}) = 0$, что позволяет переписать выражения выше следующим образом:

$$\Psi'_\varepsilon = 0; \Psi'_{t_k} = \frac{-\varepsilon(t_k - dt, \mathbf{q}) \varepsilon_{rd}(t_k - dt, \mathbf{q})}{dt}; \Psi'_{q_j} = 0; \frac{\partial t_k}{\partial q_i} = 0 (k = 1, 2, \dots). \quad (2.1.17)$$

На основании представленных выше выражений перепишем уравнения (2.1.5):

$$\xi_j(t) = G_p(p) \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i}, (i = 1, 2, \dots, 4). \quad (2.1.18)$$

Отметим, что когда присутствуют настраиваемые параметры в функции переключения $\Psi(t_k, \varepsilon(t_k, \mathbf{q}))$, выражение (2.1.15) не будет принимать нулевое значение, и тогда требуется использовать уравнение чувствительности с дельтой-функцией (2.1.5).

Покажем связь полученной модели чувствительности (2.1.6) с косвенной оценкой чувствительности. Для этого применим метод «точек чувствительности» П. Кокотовича. В основе предлагаемого метода находится косвенная оценка чувствительности. Г. Боде введено понятие о чувствительности как об отношении относительной вариации параметра $\mathbf{q}$ к вызванной им относительной вариации оператора $G(p)$:

$$S_G^q = \frac{\frac{\partial \mathbf{q}}{\mathbf{q}}}{\frac{\partial G(p)}{G(p)}} = \frac{\partial \ln \mathbf{q}}{\partial \ln G(p)}. \quad (2.1.19)$$

Обратная величина используется в качестве одной из косвенных оценок чувствительности [62]:

$$S_q^G = \frac{\partial \ln G(p)}{\partial \ln q}. \quad (2.1.20)$$

Метод «точек чувствительности» позволяет получить функции чувствительности согласно следующему выражению:

$$\xi_i^S(t) = BC_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, 4. \quad (2.1.21)$$

Здесь $B = \frac{\partial \ln G(p)}{\partial \ln G_c(p)}$ – модель логарифмической чувствительности; $C_i = \frac{\partial \ln G_c(p)}{\partial \ln q_i}$ –

блоки, подключаемые к «точкам чувствительности» САУ, которые отмечены буквой S на рис. 2.1.3; $\xi_i^S(t)$, $i = 1, 2, \dots, 4$ – функции чувствительности, рассчитанные по методу «точек чувствительности». Перепишем выражение (2.1.21), учитывая, что «точка чувствительности» S для выбранной системы одна, так как все варьируемые параметры q относятся к одному оператору $G_c(p)$:

$$\xi_i^S(t) = \frac{\partial \ln G(p)}{\partial \ln G_c(p)} \frac{\partial \ln G_c(p)}{\partial \ln q_i} x(t), (i = 1, \dots, 4). \quad (2.1.22)$$

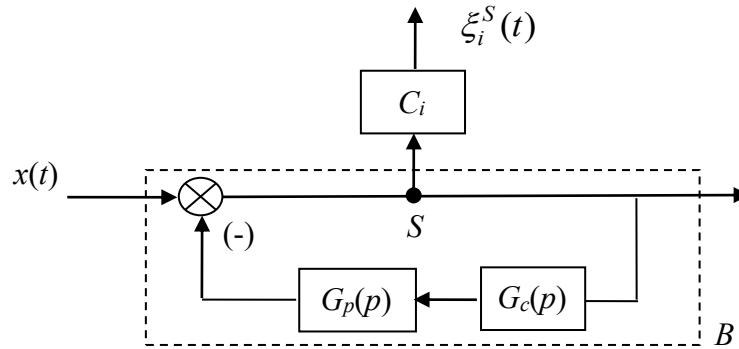


Рис. 2.1.3. Схема модели чувствительности на основе выходной координаты $x(t)$

Приведём вывод формулы модели логарифмической чувствительности B :

$$B = \frac{\partial \ln G(p)}{\partial \ln G_c(p)} = \frac{\partial G(p)}{\partial G_c(p)} \frac{G_c(p)}{G(p)}. \quad (2.1.23)$$

Получим итоговую формулу для $\frac{\partial G(p)}{\partial G_c(p)}$:

$$\frac{\partial G(p)}{\partial G_c(p)} = \frac{G_p(p)}{(1 + G_c(p)G_p(p))^2}. \quad (2.1.24)$$

Подставим полученную формулу для $\frac{\partial G(p)}{\partial G_c(p)}$ в модель чувствительности B :

$$B = \frac{\partial \ln G(p)}{\partial \ln G_c(p)} = \frac{G_p(p)}{(1 + G_c(p) \cdot G_p(p))^2} \cdot \frac{G_c(p)}{G(p)}, \quad (2.1.25)$$

$$\frac{G_p(p)}{(1 + G_c(p)G_p(p))^2} \frac{G_c(p)}{G(p)} = \frac{G_p(p)}{(1 + G_c(p)G_p(p))^2} \frac{1 + G_c(p)G_p(p)}{G_c(p)G_p(p)} \frac{G_c(p)}{1}.$$

Получим итоговую формулу для модели чувствительности B :

$$B = \frac{1}{1 + G_c(p)G_p(p)}. \quad (2.1.26)$$

Покажем вывод формул для блоков C_j :

$$C_j = \frac{\partial \ln G_c(p)}{\partial \ln q_j} = \frac{\partial G_c(p)}{\partial q_j} \frac{q_j}{G_c(p)}. \quad (2.1.27)$$

Подставим в выражение (2.2.16) частные производные $\frac{\partial G_c(p)}{\partial q_j}$, полученные

для модели чувствительности на основе $x(t)$:

$$C_1 = \begin{cases} 1 \frac{q_1}{G_c(p)}, \Psi^+; \\ 0 \frac{q_1}{G_c(p)}, \Psi^-; \\ 0 \frac{q_1}{G_c(p)}, \Psi^0. \end{cases} \quad (2.1.28)$$

$$C_2 = \begin{cases} \frac{1}{p} \frac{q_2}{G_c(p)}, \Psi^+; \\ \frac{0}{p} \frac{q_2}{G_c(p)}, \Psi^-; \\ \frac{0}{p} \frac{q_2}{G_c(p)}, \Psi^0. \end{cases} \quad (2.1.29)$$

$$C_1 = \begin{cases} 0 \frac{q_1}{G_c(p)}, \Psi^+; \\ 1 \frac{q_1}{G_c(p)}, \Psi^-; \\ 0 \frac{q_1}{G_c(p)}, \Psi^0. \end{cases} \quad (2.1.30)$$

$$C_2 = \begin{cases} 0 \frac{q_2}{p G_c(p)}, \Psi^+; \\ 1 \frac{q_2}{p G_c(p)}, \Psi^-; \\ 0 \frac{q_2}{p G_c(p)}, \Psi^0. \end{cases} \quad (2.1.31)$$

Конкретизируем модели чувствительности на основе прямой и косвенной оценки чувствительности для ПИ-регулятора с переменной структурой, добавив к моделям чувствительности сигналы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$, $\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q})$.

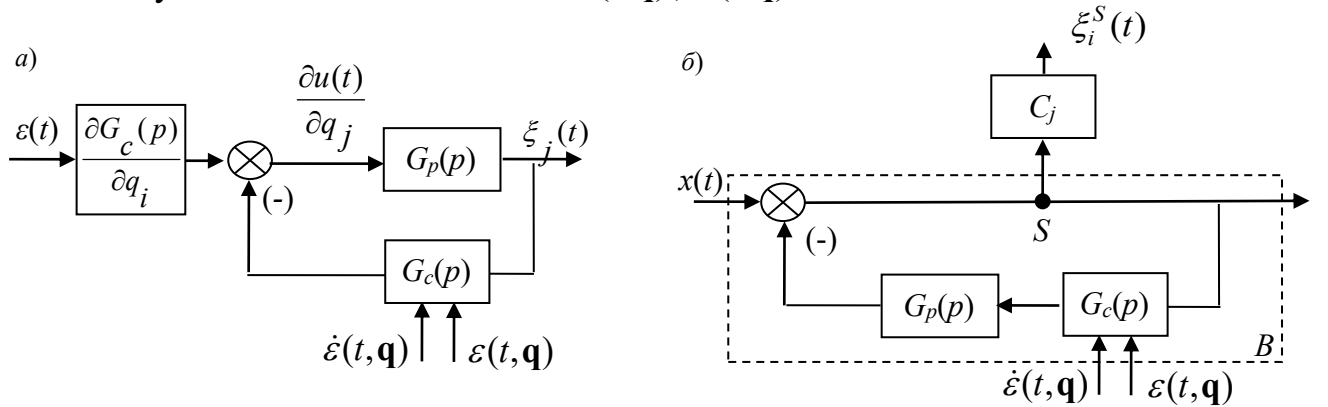


Рис. 2.1.4. Схема моделей чувствительности для ПИ-РПС:

a - на основе ошибки управления $\varepsilon(t, \mathbf{q})$; *б* - на основе выходной координаты $x(t)$.

Определим связь между полученными моделями чувствительности $\xi_j(t)$ и $\xi_j^S(t)$. Для этого преобразуем модель чувствительности (2.1.5), как показано на рис 2.1.5:

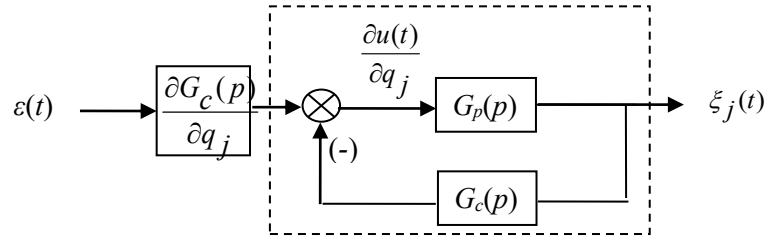


Рис. 2.1.5. Преобразованная схема модели чувствительности на основе ошибки управления $\varepsilon(t)$

$$\xi_j(t) = \frac{G_p(p)}{1 + G_c(p)G_p(p)} \frac{\partial G_c(p)}{\partial q_j(p)} \varepsilon(t, \mathbf{q}), (i = 1, \dots, 4). \quad (2.2.32)$$

Теперь найдём отношение $\frac{\xi_j^S(t)}{\xi_j(t)}$:

$$\frac{\xi_j^S(t)}{\xi_j(t)} = \frac{\frac{1}{1 + G_c(p)G_p(p)} \frac{\partial G_c(p)}{\partial q_j} \frac{q_j}{G_c(p)} x(t)}{\frac{G_p(p)}{1 + G_c(p)G_p(p)} \frac{\partial G_c(p)}{\partial q_j(p)} \varepsilon(t, \mathbf{q})}, (i = 1, \dots, 4). \quad (2.2.33)$$

Проведем упрощение выражения (2.2.33) сокращением одинаковых подвыражений:

$$\frac{\xi_j^S(t)}{\xi_j(t)} = \frac{\frac{q_j}{G_c(p)} x(t)}{G_p(p) \varepsilon(t, \mathbf{q})}, (i = 1, \dots, 4). \quad (2.2.34)$$

$$\frac{\xi_j^S(t)}{\xi_j(t)} = \frac{x(t)q_j}{G_p(p)G_c(p)\varepsilon(t, \mathbf{q})}, (i = 1, \dots, 4). \quad (2.2.35)$$

Согласно (2.2.1) $x(t) = G_p(p)G_c(p)\varepsilon(t, \mathbf{q})$ перепишем выражение (2.2.35):

$$\frac{\xi_j^S(t)}{\xi_j(t)} = \frac{x(t)q_j}{x(t)}, (i = 1, \dots, 4). \quad (2.2.36)$$

$$\frac{\xi_j^S(t)}{\xi_j(t)} = q_j, (i = 1, \dots, 4). \quad (2.2.37)$$

$$\xi_j^S(t) = q_j \xi_j(t), (i = 1, \dots, 4). \quad (2.2.38)$$

Выражение (2.2.35) показывает, что косвенная оценка чувствительности $\xi_j^S(t)$ прямо пропорциональна оценки чувствительности $\xi_j(t)$. В качестве коэффициента пропорциональности выступает соответствующий настраиваемый параметр q_j . За основную оценку чувствительности принимается оценка чувствительности $\xi_j(t)$, так как согласно определению функции чувствительности представляют собой частные производные выходной координаты $x(t)$ по настраиваемым параметрам $\mathbf{q}$.

В диссертационной работе рассматривается использование компактов чувствительности [85] при выводе уравнений параметрической чувствительности пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой (РПС) общего вида в автоматической системе управления с запаздыванием. Основой синтеза компактов чувствительности является теорема о глобальной взаимосвязи функций чувствительности различного порядка по различным параметрам линейного регулятора, рассмотренная в работах Широкова Л.А. По аналогии со стандартным ПИ-регулятором [85] применим компакты чувствительности к ПИ-РПС [38]:

$$\hat{\xi}_2(t) = \frac{1}{p} \xi_1(t). \quad (2.1.39)$$

$$\hat{\xi}_4(t) = \frac{1}{p} \xi_3(t). \quad (2.1.40)$$

$$\hat{\xi}_{i+1}(t) = \frac{1}{p} \xi_i(t), i = (1, 3, 5, \dots). \quad (2.1.41)$$

Применение компактов чувствительности для структур ПИ-РПС обеспечивает вычисление псевдофункций чувствительности первого порядка [24], так как ПИ-РПС не относится к классу линейных регуляторов.

2.2. Реализация операции дифференцирования

Как было отмечено выше, в системе с ПИ-РПС для улучшения динамики производится переключение корректирующих цепей (параллельных, последовательных, обратных связей) в зависимости от знака произведения координат системы $\varepsilon(t, \mathbf{q}) \dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q})$. Кроме того, в этих системах сигнал по производной $\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q})$ не заводится в прямой канал и используется только для определения момента изменения структуры. Усложняет построение реальных дифференциаторов отсутствие точной информации о параметрах модели обрабатываемого сигнала и недостижимая точность операции дифференцирования. Поэтому реализация операции дифференцирования является одной из трудных задач теории автоматического управления [13, 62].

В работе по практическому опыту использования систем с переменной структурой [15] заменяют воздействие по производным сигнала ошибки, преобразованным инерционным звеном. Сигнал, снимаемый с инерционного звена, используется в функции переключения структур регулятора. При этом качество таких систем близко к качеству систем с переменной структурой с использованием производных [15]. Далее представим управляющее воздействие РПС с функцией переключения (2.1.1) на основе инерционного звена:

$$\Psi_{iner}(t) = \varepsilon(t, \mathbf{q})(q_5 \varepsilon(t, \mathbf{q}) - \frac{\varepsilon(t, \mathbf{q})}{pq_6 + q_7}). \quad (2.2.1)$$

где $\Psi_{iner}(t) = \varepsilon(t, \mathbf{q})(q_5 \varepsilon(t, \mathbf{q}) - \frac{\varepsilon(t, \mathbf{q})}{pq_6 + q_7})$ – функция переключения на основе инерционного звена; q_5, q_6, q_7 – настраиваемые параметры функции переключения $\Psi_{iner}(t)$. Как было показано в разделе 2.1, если функция переключения содержит настраиваемые параметры, то необходимо использовать уравнение чувствительности (2.1.4):

$$\xi_i(t) = \frac{\partial u(t)}{\partial q_i} G_p(p) - \sum_k \Delta u_{t_k} \frac{dt_k}{dq_i} G_p(p) \delta(t - t_k), \quad (2.2.2)$$

$$(i = 5, 6, 7; k = 0, 1, \dots).$$

Представим выражения расчёта $\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i}$:

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_5} = \begin{cases} (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_5(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^+; \\ (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_5(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^-; \\ (0 + \frac{0}{p})(-\xi_5(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^0. \end{cases}$$

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_6} = \begin{cases} (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_6(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^+; \\ (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_6(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^-; \\ (0 + \frac{0}{p})(-\xi_6(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^0. \end{cases} \quad (2.2.3)$$

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_7} = \begin{cases} (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_7(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^+; \\ (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_7(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^-; \\ (0 + \frac{0}{p})(-\xi_7(t)) + 0\varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi_{iner}^0. \end{cases}$$

В разделе 2.1 представлены основные выкладки для формирования составляющей функции чувствительности, определяемой выражением

$$- \sum_k \Delta u_{t_k} \frac{dt_k}{dq_i} G_p(p) \delta(t - t_k). \quad (2.2.4)$$

покажем вывод выражения Ψ'_{inerq_5} , входящего в состав формулы производной

dt_k/dq_i для q_5, q_6, q_7 :

$$\frac{dt_k}{dq_i} = - \frac{\Psi'_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon(t_k)}{\partial q_i} + \Psi'_{q_i}}{\Psi'_\varepsilon \dot{\varepsilon}(t_k) + \Psi'_{t_k}}. \quad (2.2.5)$$

$$\Psi'_{iner_{q_5}} = \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) - (q_5 - \frac{1}{pq_6 + q_7})2\varepsilon(t, \mathbf{q})\xi_5(t). \quad (2.2.6)$$

$$\Psi'_{iner_{q_6}} = -\frac{p}{(pq_6 + q_7)^2} \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) - (q_5 - \frac{1}{pq_6 + q_7})2\varepsilon(t, \mathbf{q})\xi_6(t). \quad (2.2.7)$$

$$\Psi'_{iner_{q_7}} = -\frac{\varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{(pq_6 + q_7)^2} - (q_5 - \frac{1}{pq_6 + q_7})2\varepsilon(t, \mathbf{q})\xi_7(t). \quad (2.2.8)$$

Исходя из преобразованной функции переключения (2.2.1), получаем выражение для расчёта $\dot{\varepsilon}(t_k)$:

$$\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \varepsilon(t, \mathbf{q})\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q}) \rightarrow \Psi_{iner}(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \varepsilon(t, \mathbf{q})((\varepsilon(t, \mathbf{q})(q_5 - \frac{1}{pq_6 + q_7})).$$

$$\text{sgn}(\dot{\varepsilon}(t_k)) = \text{sgn}(\varepsilon(t_k, \mathbf{q})(q_5 - \frac{1}{pq_6 + q_7})). \quad (2.2.9)$$

Согласно (2.2.5) значение производной $\dot{\varepsilon}(t_k)$ используется в вычислениях настраиваемых параметрах q_5, q_6, q_7 . А это вносит дополнительную погрешность в вычисление $\xi_i(t) (i=1, \dots, n)$. В работе [40] предлагается в выражении (2.2.5) использовать интеграл от ошибки управления в условии переключения:

$$\Psi_{iner}(\varepsilon_1(t, \mathbf{q}), \varepsilon_2(t, \mathbf{q}), t_k) = 0, \quad (2.2.10)$$

$$\varepsilon_1(t, \mathbf{q}) = \int_0^L \varepsilon(t, \mathbf{q}) dt, \quad \varepsilon_2(t) = \int_0^L \int_0^L \varepsilon(t, \mathbf{q}) dt dt.$$

Продифференцируем уравнение (2.2.10) по переменной q_i ($i=5, 6, 7$):

$$\Psi'_{\varepsilon_1} \left[\dot{\varepsilon}_1(t_k) \frac{dt_k}{dq_i} + \frac{\partial \varepsilon_1(t_k)}{\partial q_i} \right] + \Psi'_{\varepsilon_2} \left[\dot{\varepsilon}_2(t_k) \frac{dt_k}{dq_i} + \frac{\partial \varepsilon_2(t_k)}{\partial q_i} \right] + \Psi'_{t_k} \frac{dt_k}{dq_i} + \Psi'_{q_i} = 0. \quad (2.2.11)$$

Выражаем из (2.2.11) dt_k/dq_i :

$$\frac{dt_k}{dq_i} = - \frac{\Psi'_{\varepsilon_1} \frac{\partial \varepsilon_1(t_k)}{\partial q_i} + \Psi'_{\varepsilon_2} \frac{\partial \varepsilon_2(t_k)}{\partial q_i} + \Psi'_{q_i}}{\Psi'_{\varepsilon_1} \dot{\varepsilon}_1(t_k) + \Psi'_{\varepsilon_2} \dot{\varepsilon}_2(t_k) + \Psi'_{t_k}}, \quad (2.2.12)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial q_i} = \int_0^L \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial q_i} dt, \quad \dot{\varepsilon}_1(t) = \varepsilon(t, \mathbf{q}),$$

$$\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial q_i} = \int_0^L \int_0^L \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_i} dt dt, \quad \dot{\varepsilon}_2(t) = \int_0^L \varepsilon(t) dt = \varepsilon_1(t).$$

Это позволило исключить в (2.2.5) операцию дифференцирования по времени.

Основной недостаток включения инерционного звена в функцию переключения Ψ – это увеличение числа настраиваемых параметров и при применении градиентной процедуры необходимо вводить в интегральный критерий дополнительное ограничение. Это обосновано в работе [13], где показано, что качество работы реального дифференциатора повышается за счёт увеличения количества его настраиваемых параметров. Например, в этой работе представлен нелинейный дифференциатор с четырьмя настраиваемыми параметрами. Но так как в рассматриваемом регуляторе с переменной структурой требуется только знак производной, это означает, что погрешность в амплитуде реального дифференциатора отсутствует, важна величина разности в фазах реального и идеального дифференциатора, от которой зависят моменты переключения t_k параметров данного регулятора. С учётом сказанного, рассмотрим вариант фильтрации ошибки управления для серийных ПИ-, ПИД-регуляторов, предложенный в работе [104], основанный на использовании звена второго порядка.

Добавим в структурную схему автоматической системы (рис. 2.1.1) звено G_f с целью фильтрации сигнала:

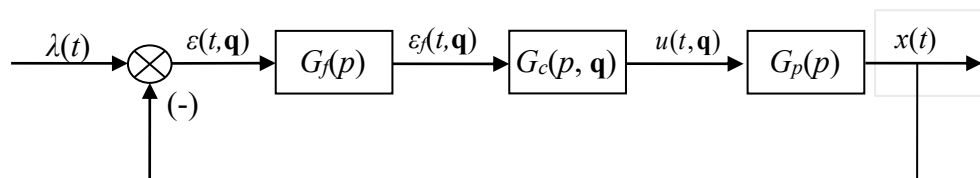


Рис. 2.2.1. Структурная схема автоматической системы с фильтром в прямом канале

В достаточно общем виде процессы, протекающие в представленной выше системе, можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned}\varepsilon(t, \mathbf{q}) &= \lambda(t) - x(t), \\ \varepsilon_f(t) &= G_f(p) \varepsilon(t, \mathbf{q}), \\ u(t, \mathbf{q}) &= G_c(p, \mathbf{q}) \varepsilon_f(t, \mathbf{q}), \\ x(t) &= G_p(p) u(t, \mathbf{q}),\end{aligned}\tag{2.2.13}$$

где $\varepsilon_f(t)$ – выходная координата $G_f(p)$; $x(t)$ – управляемая координата; $G_c(p, \mathbf{q})$ – оператор ПИ-регулятора с переменной структурой; $G_f(p)$ – оператор фильтра. Согласно [92] математическое описание $G_f(p)$ может быть представлено как звено второго порядка:

$$G_f(p) = \frac{1}{(T_f p)^2 \frac{1}{2} + T_f p + 1},\tag{2.2.14}$$

где T_f – параметр фильтра $G_f(p)$. Для типового ПИ-регулятора параметр T_f может выбираться по следующему соотношению [92]:

$$T_f = \frac{T_i}{N},\tag{2.2.15}$$

где T_i – время интегрирования ПИ-регулятора с оператором $G_{pi} = k_p + \frac{k_p}{T_i}$ (k_p, T_i – настроечные параметры); N – параметр выбирается из диапазона [2..20], исходя из зашумлённости в автоматической системе: $N = 2$ – при сильной зашумлённости, $N = 20$ – при слабой зашумлённости.

Так как исследуемый ПИ-регулятор относится к классу регуляторов с переменной структурой, то в операторе фильтра $G_f(p)$ параметр T_f может быть рассчитан как среднее значение (использована кодировка настроечных параметров РПС из раздела 2.1.):

$$T_f = \left(\frac{q_2}{q_1} + \frac{q_4}{q_3} \right) / 2. \quad (2.2.16)$$

Выражение (2.2.16) позволяет использовать фильтр $G_f(p)$ для системы с РПС.

Далее рассматривается алгоритм с использованием реального дифференцирующего звена $G_{rd}(p)$ в функцию переключения Ψ , который позволяет минимизировать погрешности в моментах переключения структур ПИ-РПС, характерных при использовании звена $G_f(p)$.

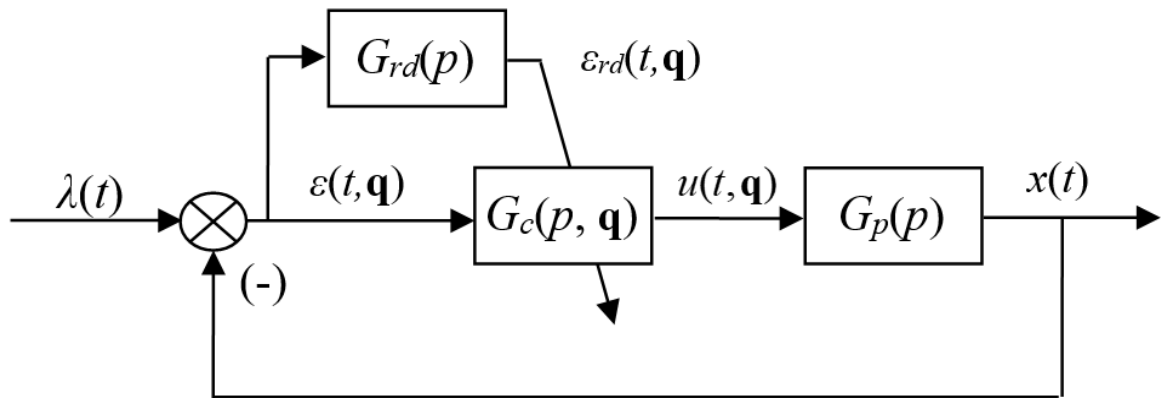


Рис. 2.2.2. Структурная схема автоматической системы с реальным дифференцирующим звеном $G_{rd}(p)$

Рассмотрим разработанный субоптимальный алгоритм в работах Емельянова С.В. и его группы, ориентированный на регуляторы с переключаемыми параметрами, применительно к пропорционально-интегральному регулятору с переменной структурой.

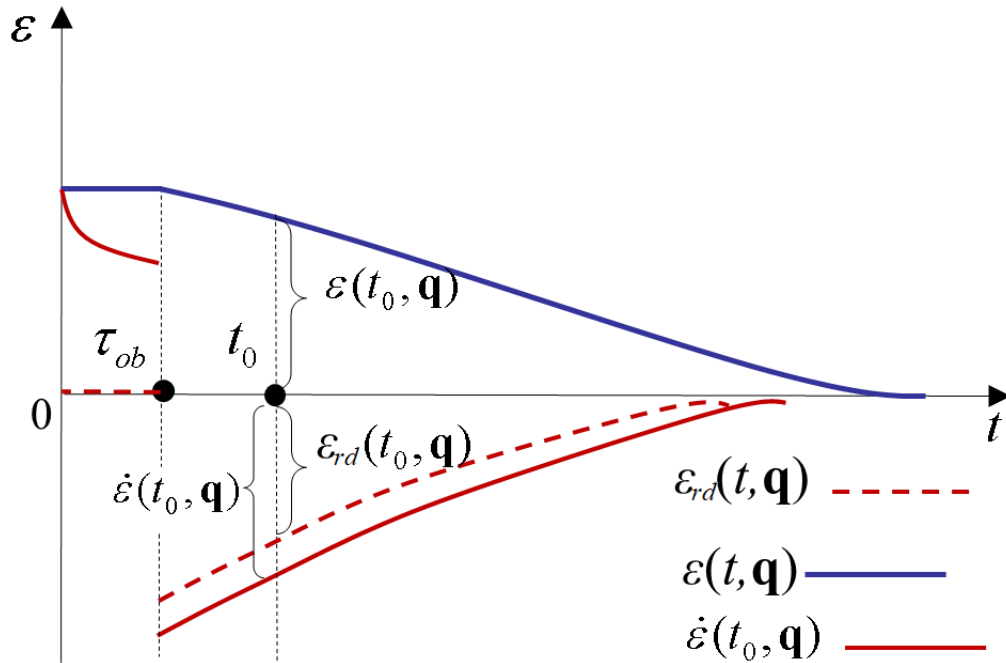


Рис. 2.2.3. Иллюстрация выбора параметра T_f в $G_{rd}(p)$

Этот субоптимальный алгоритм выбора параметра T_f реального дифференцирующего звена $G_{rd}(p)$ выполняется, пока временные точки переключения структур ПИ-РПС не меняют своего значения:

$$T_f[l] = T_f[l-1] + \Delta T_f. \quad (2.2.17)$$

В настоящей работе используется выражение (2.2.17) для решение задачи выбора временного параметра T_f реального дифференцирующего звена $G_{rd}(p)$ [34].

При использовании в системе (2.1.1) G_{im} ШИМ-элемента 1-ого рода с целью повышения помехозащищенности автоматической системы в настоящей работе предлагается использовать адаптацию по задающему воздействию для сохранения принципа суперпозиции РПС [33]:

$$\varepsilon(t, \mathbf{q}) = \lambda(t) - x(t),$$

$$\chi_1(t) = G_{im}\left(\left|\frac{\varepsilon(t, \mathbf{q})}{\lambda(t)}\right|\right) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), & \left|\frac{\varepsilon(t, \mathbf{q})}{\lambda(t)}\right| > \delta(t); \\ 0, & \left|\frac{\varepsilon(t, \mathbf{q})}{\lambda(t)}\right| < \delta(t); \end{cases}, \quad (2.2.18)$$

$$u(t, \mathbf{q}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(j)})(\chi_1(t)\lambda(t)), (j=1,2,3),$$

$$x(t) = G_p(p)u(t, \mathbf{q}).$$

где $\delta(t)$ – функция, реализующая пилообразные импульсы.

В выражении (2.2.18) при $\lambda(t) = 0$ появляется неопределённость, которая исключается путём отключения схемы адаптации для этого значения $\lambda(t)$.

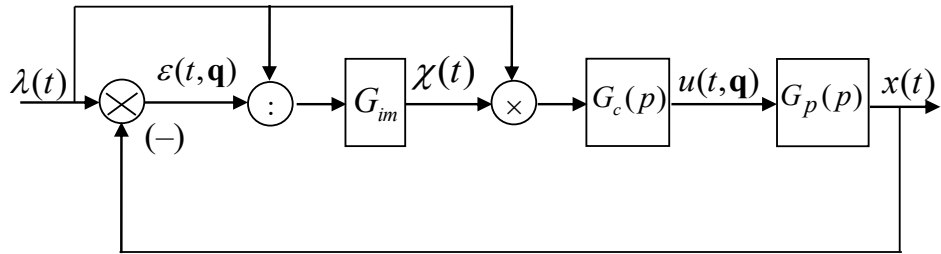


Рис. 2.2.4. Алгоритм адаптации входного/выходного воздействия импульсного элемента G_{im} по задающему воздействию $\lambda(t)$ для одноканальной автоматической системы

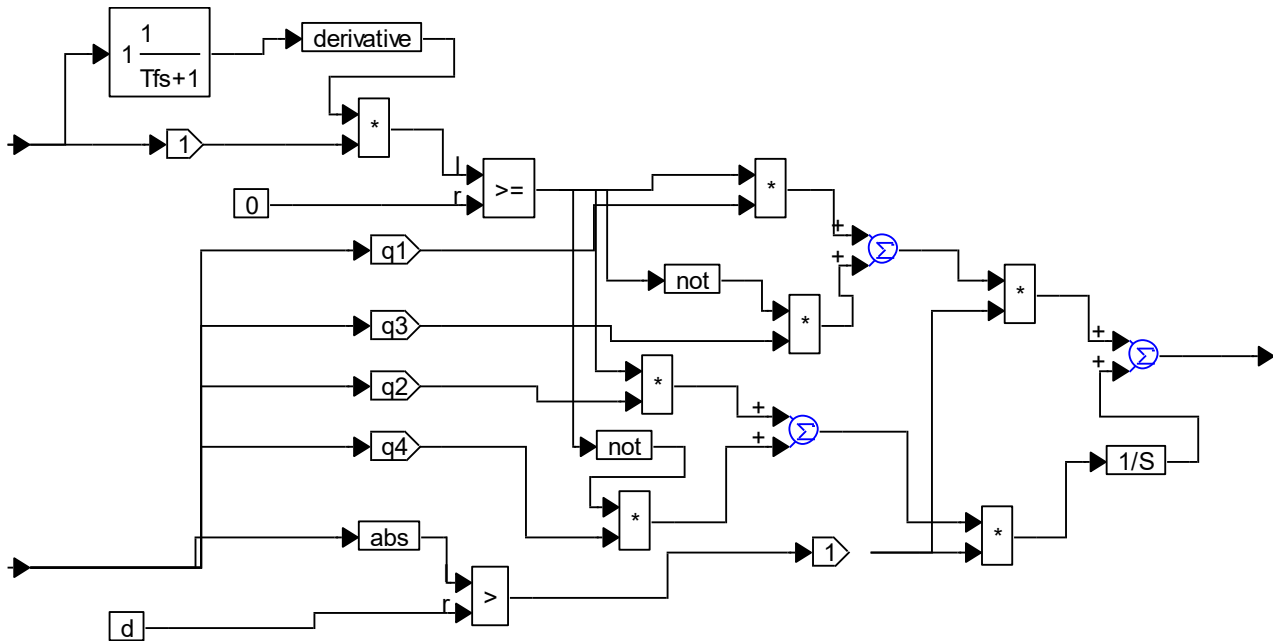


Рис. 2.2.5. Реализация ПИ-регулятора с переменной структурой в среде VisSim 8.0 на основе релейных элементов

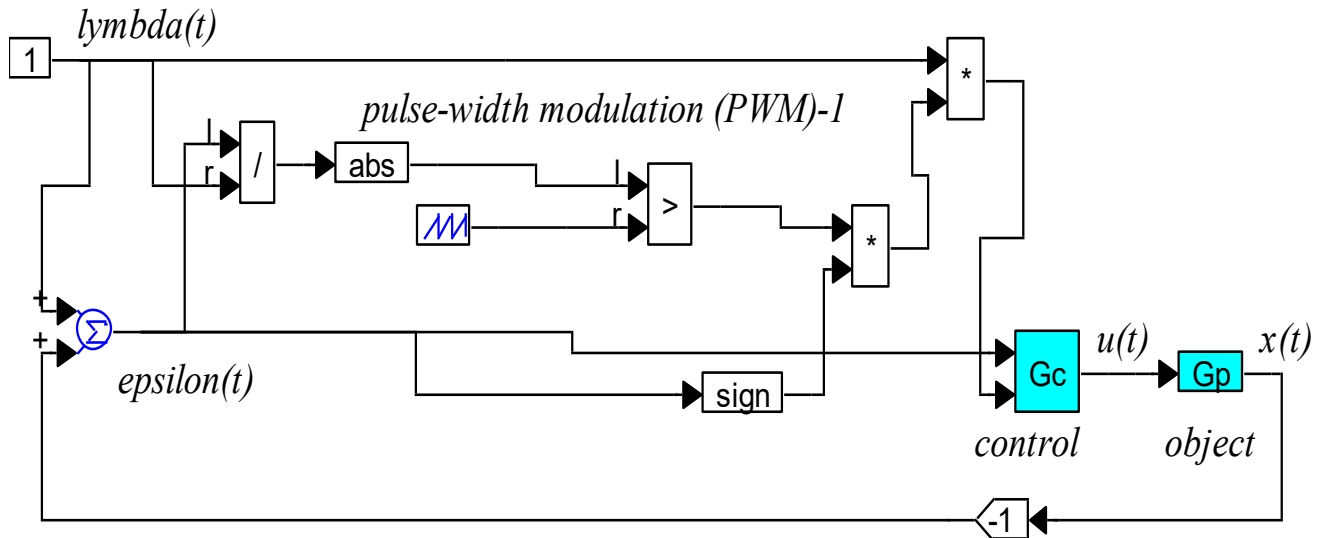


Рис. 2.2.6. Алгоритм адаптации, позволяющий сохранить принцип суперпозиции в автоматической системе с переменной структурой, содержащей импульсный элемент с широтно-импульсной модуляцией первого рода

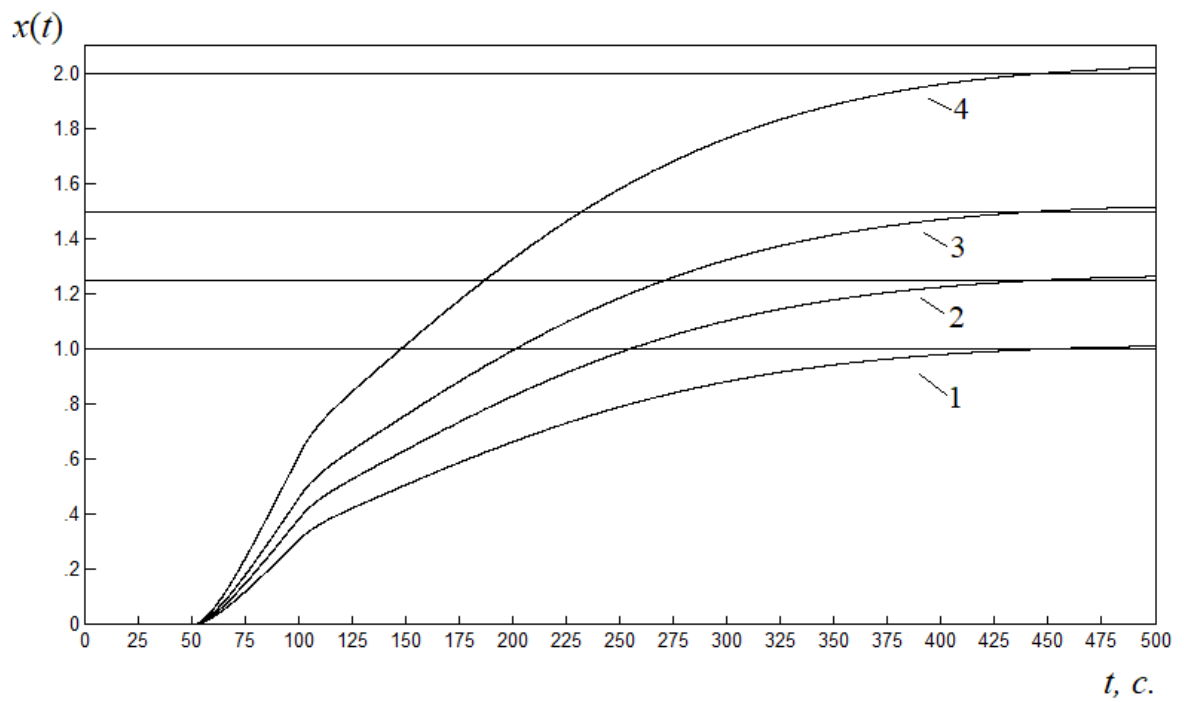


Рис. 2.2.7. Переходные процессы в автоматической системе (2.2.18) для разных значений задающего воздействия
(1 - $\lambda(t)=1.0$; 2 - $\lambda(t)=1.25$; 3 - $\lambda(t)=1.5$; 4 - $\lambda(t)=2.0$).

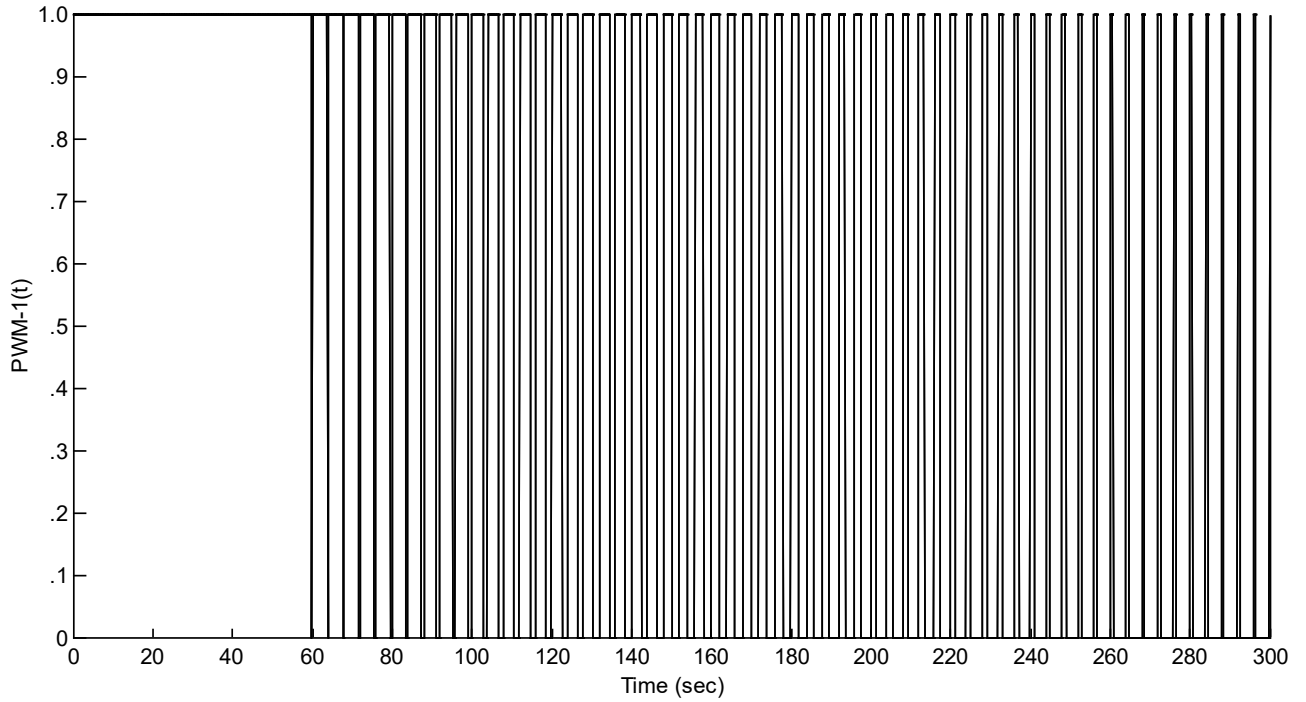


Рис. 2.2.8. Выходной сигнал импульсного элемента ШИМ-1 $\chi(t)$ для различных задающих воздействий (1 - $\lambda(t)=1.0$; 2 - $\lambda(t)=1.25$; 3 - $\lambda(t)=1.5$; 4 - $\lambda(t)=2.0$).

Предлагаемый алгоритм адаптации для сохранения принципа суперпозиции основывается на том, что получаемая последовательность импульсов нелинейного элемента (рис. 2.2.8) не зависит от величины задающего воздействия $\lambda(t)$ и компенсируется соответствующим умножением и делением с использованием значения задающего воздействия $\lambda(t)$. Аналогичный принцип применяется в бинарных системах Емельянова С.В. относительно эталонного воздействия.

Далее рассмотрим данную схему адаптации для импульсного элемента с широтно-импульсной модуляцией второго рода в автоматической системе (2.1.1):

$$\begin{aligned} \varepsilon(t, \mathbf{q}) &= \lambda(t) - x(t), \\ \chi_2(t) = G_{im}\left(\left|\frac{\varepsilon[kT, \mathbf{q}]}{\lambda(t)}\right|\right) &= \begin{cases} \text{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), \left|\frac{\varepsilon[kT, \mathbf{q}]}{\lambda(t)}\right| > \delta(t); \\ 0, \left|\frac{\varepsilon[kT, \mathbf{q}]}{\lambda(t)}\right| < \delta(t); \end{cases}, (k = 0, 1, \dots), \quad (2.2.19) \\ u(t, \mathbf{q}) &= G_c(p, \mathbf{q}^{(j)})(\chi_2(t)\lambda(t)), (j = 1, 2, 3), \\ x(t) &= G_p(p)u(t, \mathbf{q}). \end{aligned}$$

где T – период повторения.

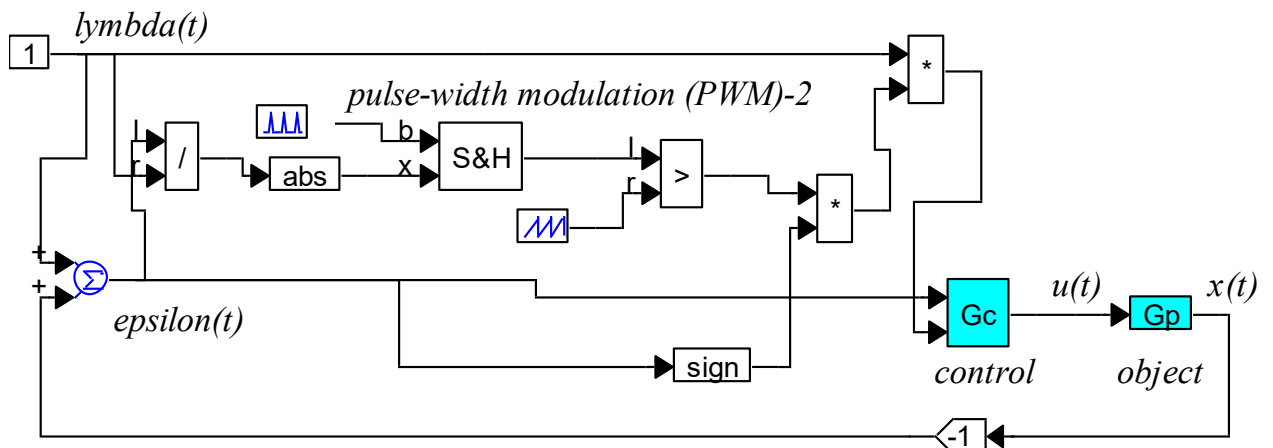


Рис. 2.2.9. Схема в среде VisSim 8.0 сохранения принципа суперпозиции в автоматической системе с переменной структурой, содержащей импульсный элемент с широтно-импульсной модуляцией второго рода

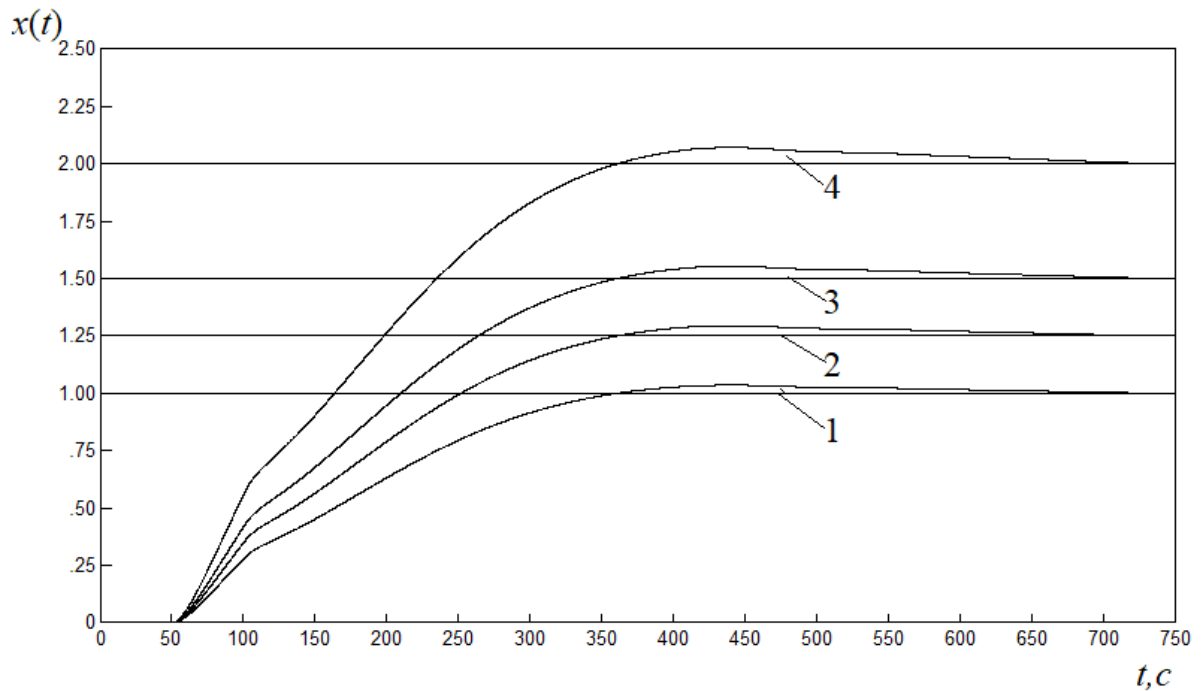


Рис. 2.2.10. Переходные процессы в автоматической системе (2.2.19) для разных значений задающего воздействия
(1 - $\lambda(t)=1.0$; 2 - $\lambda(t)=1.25$; 3 - $\lambda(t)=1.5$; 4 - $\lambda(t)=2.0$).

Рис. 2.2.7 и рис. 2.2.10 демонстрируют сохранения принципа суперпозиции в автоматической системе управления линейным объектом при использовании широтно-импульсной модуляции первого и второго рода.

Представим согласно работам Н.Н. Слепова далее выражения $\chi_3(t)$, $\chi_4(t)$, $\chi_5(t)$, позволяющие получить широтно-импульсную модуляцию третьего, четвертого и пятого рода соответственно:

$$\chi_3(t) = \begin{cases} \text{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), f(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \text{true}; \\ 0, f(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \text{false}; \end{cases}, \quad (2.2.20)$$

$$f(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \delta_2(t)) \vee$$

$$\vee ((|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|_{\delta_2(t)=|\varepsilon(t, \mathbf{q})|} > \delta_1(t)) \wedge (|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|_{\delta_2(t)=|\varepsilon(t, \mathbf{q})|} < \delta_2(t))).$$

$$\chi_4(t) = \begin{cases} \text{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), \frac{\int_{kT}^{kT+t_k} |\varepsilon(t, \mathbf{q})| dt}{t_k} > \delta_1(t); \\ 0, \frac{\int_{kT}^{kT+t_k} |\varepsilon(t, \mathbf{q})| dt}{t_k} < \delta_1(t); \end{cases}, \quad (2.2.21)$$

$$\chi_5(t) = \begin{cases} \text{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), \frac{\int_{kT}^{kT+T} |\varepsilon(t, \mathbf{q})| dt}{T} > \delta_1(t); \\ 0, \frac{\int_{kT}^{kT+T} |\varepsilon(t, \mathbf{q})| dt}{T} < \delta_1(t); \end{cases}, \quad (2.2.22)$$

где T – период цикла работы импульсного элемента; A – амплитуда импульса; $\delta_1(t)$ – функция, реализующая пилообразные импульсы с периодом повторения T и $A=1$; $\delta_2(t)$ – функция, реализующая пилообразные импульсы с периодом повторения T и A большим, чем у $\delta_1(t)$; $\vee, \wedge$ – логические операции дизъюнкции и конъюнкции соответственно; t_k – длительность импульса на k -ом такте.

Для представленного математического описания действия широтно-импульсной модуляции третьего, четвёртого и пятого рода применим по аналогии с широтно-импульсной модуляцией первого, второго рода предлагаемый алгоритм адаптации для сохранения принципа суперпозиции с целью получения в этих

модуляциях независимости последовательности импульсов от задающего воздействия $\lambda(t)$:

$$\chi_3(t) = \begin{cases} \text{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), f(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \text{true}; \\ 0, f(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \text{false}; \end{cases}, \quad (2.2.23)$$

$$f(t, \frac{|\varepsilon(t, \mathbf{q})|}{|\lambda(t)|}) = (\frac{|\varepsilon(t, \mathbf{q})|}{|\lambda(t)|} > \delta_2(t)) \vee$$

$$\vee ((\frac{|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|} > \delta_1(t)) \wedge (\frac{|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|} < \delta_2(t))).$$

$$\chi_4(t) = \begin{cases} \text{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), \frac{\int_{kT}^{kT+t_k} \frac{|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|} dt}{t_k} > \delta_1(t); \\ 0, \frac{\int_{kT}^{kT+t_k} \frac{|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|} dt}{t_k} < \delta_1(t); \end{cases}, \quad (2.2.24)$$

$$\chi_5(t) = \begin{cases} \text{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), \frac{\int_{kT}^{kT+T} \frac{|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|} dt}{T} > \delta_1(t); \\ 0, \frac{\int_{kT}^{kT+T} \frac{|\varepsilon[t, \mathbf{q}]|}{|\lambda(t)|} dt}{T} < \delta_1(t); \end{cases}, \quad (2.2.25)$$

Отметим сложность реализации импульсной модуляции 5-го рода (2.2.25), которая заключается в том, что тем или иным образом необходимо использовать экстраполяцию ошибки системы для получения её среднего значения на текущем такте работы импульсного элемента. Одним из вариантов решения данной проблемы является использование среднего значения ошибки системы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ на предыдущем такте $(k-1)T$, $k=1,2,\dots$. С учётом сделанного предложения перепишем выражение (2.2.25):

$$\Phi_{k-1} = \frac{\int_{(k-1)T}^{(k-1)T+T} \frac{|\varepsilon(t, \mathbf{q})|}{|\lambda(t)|} dt}{T}. \quad (2.2.26)$$

$$\chi(t) = \begin{cases} |\lambda(t)| \operatorname{sgn}(\varepsilon(t, \mathbf{q})), \Phi_{k-1} > \delta_1(t); \\ 0, \Phi_{k-1} < \delta_1(t); \end{cases} \quad (2.2.27)$$

2.3. Составные элементы алгоритма параметрической оптимизации

Оптимизация систем с выбранным ПИ-регулятором представляет собой трудно решаемую аналитическими методами задачу, так как присутствуют элементы переключения и запаздывание в автоматической системе. В главе 1.1 показано, что методы теории чувствительности позволяют реализовать градиентную процедуру для автоматических регуляторов, содержащих дискретные элементы, которые обеспечивают переключение настраиваемых параметров.

Рассмотрим далее задачу минимизации критерия оптимизации, заданного интегральным критерием

$$\min_{\mathbf{q} \in R^n} I, \quad I = \int_0^L F[\varepsilon(t, \mathbf{q})] dt. \quad (2.3.1)$$

В идеальной ситуации в ходе алгоритма оптимизации полученные значения критерия оптимизации (2.3.1) соответствуют условию:

$$I(\mathbf{q}[l+1]) < I(\mathbf{q}[l]). \quad (2.3.2)$$

Условие (2.3.2) ослабляется в части сравнения не соседних шагов алгоритма, а в сравнении соседних интервалов алгоритма, состоящих из n -шагов каждый.

$$\min I([kn+1; (k+1)n]) < \min I([(k-1)n+1; kn]), k = 1, 2, \dots \quad (2.3.3)$$

Согласно методу градиентного спуска настраиваемые параметры $\mathbf{q}$ на соседних шагах алгоритма оптимизации связаны следующим равенством:

$$\mathbf{q}[l+1] = \mathbf{q}[l] - \gamma[l] \nabla_{\mathbf{q}} I(\mathbf{q}[l]), \quad (2.3.4)$$

где $\nabla_{\mathbf{q}} I(\mathbf{q}[l])$ – градиент критерия оптимизации I ; $\gamma[l]$ – шаг алгоритма (2.3.4).

При параметрической оптимизации по алгоритму (2.3.4) необходимо использовать стратегию изменения шага $\gamma[l]$ алгоритма (2.3.4), которая не

зависит от абсолютной величины градиента. В работе по применению градиентного алгоритма параметрической оптимизации [40] успешно используется такая стратегия на основе способа дробления шага:

$$\gamma_i[l+1] = \begin{cases} 1.5\gamma_i[l], I(\mathbf{q}[l+1]) \leq I(\mathbf{q}[l]) \\ 0.5\gamma_i[l], I(\mathbf{q}[l+1]) > I(\mathbf{q}[l]) \end{cases}. \quad (2.3.5)$$

Выделим достоинства стратегии (2.3.5): приемлемая точность и достаточно простая реализация при программировании на компьютере. В ходе предварительного испытания разрабатываемого алгоритма параметрической оптимизации принято $\gamma_i[0] = 0,01$.

При оптимизации типовых САУ промышленных объектов существует инженерный подход к выбору начальных значений вектора $\gamma[0]$, предложенный в работе [24]. По известным формулам расчёта настройки классического ПИ-регулятора определяются приближённые значения параметров настройки ПИ-РПС $\mathbf{q}[0]$, в соответствии с которыми вычисляются

$$\gamma_i[0] = \frac{|(q_i[0] - q_i^*[0])|}{\nabla_{q_i} I(\mathbf{q}[0])}, \quad (2.3.6)$$

где $\mathbf{q}[0]$ – заданный вектор начальной настройки ПИ-РПС в САУ; $\mathbf{q}^*$ – оптимальный вектор настройки ПИ-РПС при минимуме оценки (2.3.1). На первом шаге оптимизации при вычисленных таким образом значения $\gamma_j[0]$ вектор параметров настройки регулятора $\mathbf{q}[l]$ выйдет в область окрестности оптимума I . На последующих шагах настройки элементы вектора $\gamma[l]$ будут уточняться. Недостатком подхода (2.3.6) является расчёт оптимальной точки вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$. На основе выражения (2.3.6) можно представить выражения, определяющие так называемую зону притяжения стартовых точек алгоритма оптимизации:

$$q_i^{(k+1)} = q_i^{(k)} - (\nabla_{q_i} I(q_i^{(k)}) + \beta \nabla_{q_i} I(q_i^{(k)})), \quad (2.3.7)$$

$$\frac{q_i^{(k+1)} - q_i^{(k)}}{\nabla_{q_i} I(q_i^{(k)})} = \frac{q_{i+1}^{(k+1)} - q_{i+1}^{(k)}}{\nabla_{q_{i+1}} I(q_{i+1}^{(k)})}, (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m), \quad (2.3.8)$$

где n – количество настраиваемых параметров РПС; m – количество стартовых точек алгоритма АПО; β – процент изменения составляющих градиента критерия оптимизации (2.3.1). При выборе стартовых точек зоны притяжения алгоритма АПО должно выполняться условие (2.3.8).

Рассмотрим далее вычислительные аспекты при реализации градиентного алгоритма.

Для запуска градиентной процедуры необходимо задать стартовый вектор настраиваемых параметров $\mathbf{q}[0]$. В работе [24] выбирается $\mathbf{q}[0]$, при котором переходный процесс САУ сходящийся и без перерегулирования, что требуется при применении штрафных функций для минимизации перерегулирования [36, 37, 39]. Так как решается задача параметрического синтеза для РПС, то используются приближённые формулы расчёта настраиваемых параметров для типового ПИ-регулятора.

Базовой оценкой качества работы САУ (2.3.1) является функционал:

$$I = \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt. \quad (2.3.9)$$

Для запуска алгоритма (2.3.1) необходимы вычислить составляющие критерии градиента (2.3.9) по $\mathbf{q}$:

$$\frac{\partial I(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = 2 \int_0^L \varepsilon(t, \mathbf{q}) \frac{\partial \varepsilon(t, \mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = -2 \int_0^L \varepsilon(t, \mathbf{q}) \xi_i(t), i = 1, \dots, n.. \quad (2.3.10)$$

В выражении (2.3.10) присутствуют функции чувствительности $\xi_i(t)$, вычисленные с помощью модели чувствительности, описанной в главе 2.1.

Для конкретизации математического описания градиентной процедуры подставим выражение (2.3.10) в (2.3.4):

$$q_i[l+1] = q_i[l] - \gamma_i[l] \frac{-2 \int_0^L \varepsilon(t, \mathbf{q}) \xi_i(t) dt}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(-2 \int_0^L \varepsilon(t, \mathbf{q}) \xi_i(t) dt \right)^2}}, i = 1, \dots, n, \quad (2.3.11)$$

Естественно, что процесс оптимизации по градиентному алгоритму заканчивается при нулевом градиенте

$$\frac{\partial I(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = 0. \quad (2.3.12)$$

Так как условие (2.3.12) является идеализированным, а в алгоритме настройки использованы приближённые вычислительные методы, то при реализации алгоритма АПО требуется формирования условия останова процесса оптимизации. Рассмотрим несколько вариантов критерия останова алгоритма АПО.

Для монотонных последовательностей $\mathbf{q}[l]$ можно воспользоваться правилом останова, приведённой в работе [27]:

$$|\mathbf{q}[l+1] - \mathbf{q}[l]| < \phi, \quad (2.3.13)$$

где ϕ – заданное малое положительное число.

Полагая, что вблизи минимума I составляющие градиента $\frac{\partial I(\mathbf{q})}{\partial q_i} = 0 \pm \varphi$, можно условие останова процесса оптимизации построить на выполнении следующего неравенства:

$$\left| \frac{\partial I(\mathbf{q})}{\partial q_i} \right| < \phi. \quad (2.3.14)$$

Представленные выше критерии останова сталкиваются с проблемой выбора ϕ .

Другой вариант определения момента окончания поиска представлен в работе [2]. После каждой серии, состоящей из w шагов алгоритма АПО, запоминается значение критерия качества I , и это значение сравнивается между

данными серии шагов. Алгоритм останавливается, когда на сериях из w шагов искомое значение критерия оптимизации не уменьшается:

$$I_1 > I_2 > \dots I_{n-1} < I_n, \dots \quad (2.3.15)$$

где $I_1(\mathbf{q}_1)$ - минимальное значение критерия на 1 серии, состоящей из w шагов алгоритма АПО. Выбор параметра w достаточно сложно формально обосновать, а условие (2.3.15) чувствительно к наличию оврагов при оптимизации.

В работе по применению алгоритма АПО на основе анализа чувствительности [40] задействовано условие останова, основанное на контроле количества смен знаков приращений критерия оптимальности и составляющих градиент этого критерия. В ходе предварительного исследования алгоритма АПО с критерием оптимизации со штрафной функцией обнаружено, что это условие не применимо, так как составляющие градиента критерия оптимизации могут не менять свой знак в процессе работы алгоритма АПО. И в этом случае используется классический подход из оптимизации в условиях помех – усреднение составляющих градиента критерия оптимизации на серии запусков алгоритма АПО. В настоящей работе применяется комбинированное условие останова с контролем количества итераций алгоритма АПО и выбором наименьшего значения критерия I :

$$\begin{aligned} & \min(I[1], I[2], \dots, I[m]); \\ & \frac{|I[m-1] - I[m]|}{I[m-1]} 100 < 5\% \vee l > d, \end{aligned} \quad (2.3.16)$$

где m – итоговое количество итераций алгоритма АПО; d – ограничение на итоговое количество итераций m в алгоритме АПО.

Учитывая вышеизложенное, приведём схему взаимодействия блоков разрабатываемого алгоритма АПО (рис. 2.3.1) и общий вид блок-схемы (Приложение № 5) [24] реализованного алгоритма АПО [26, 100] (Приложение №№ 1, 2, 9) для исследуемой САУ (2.1.1).

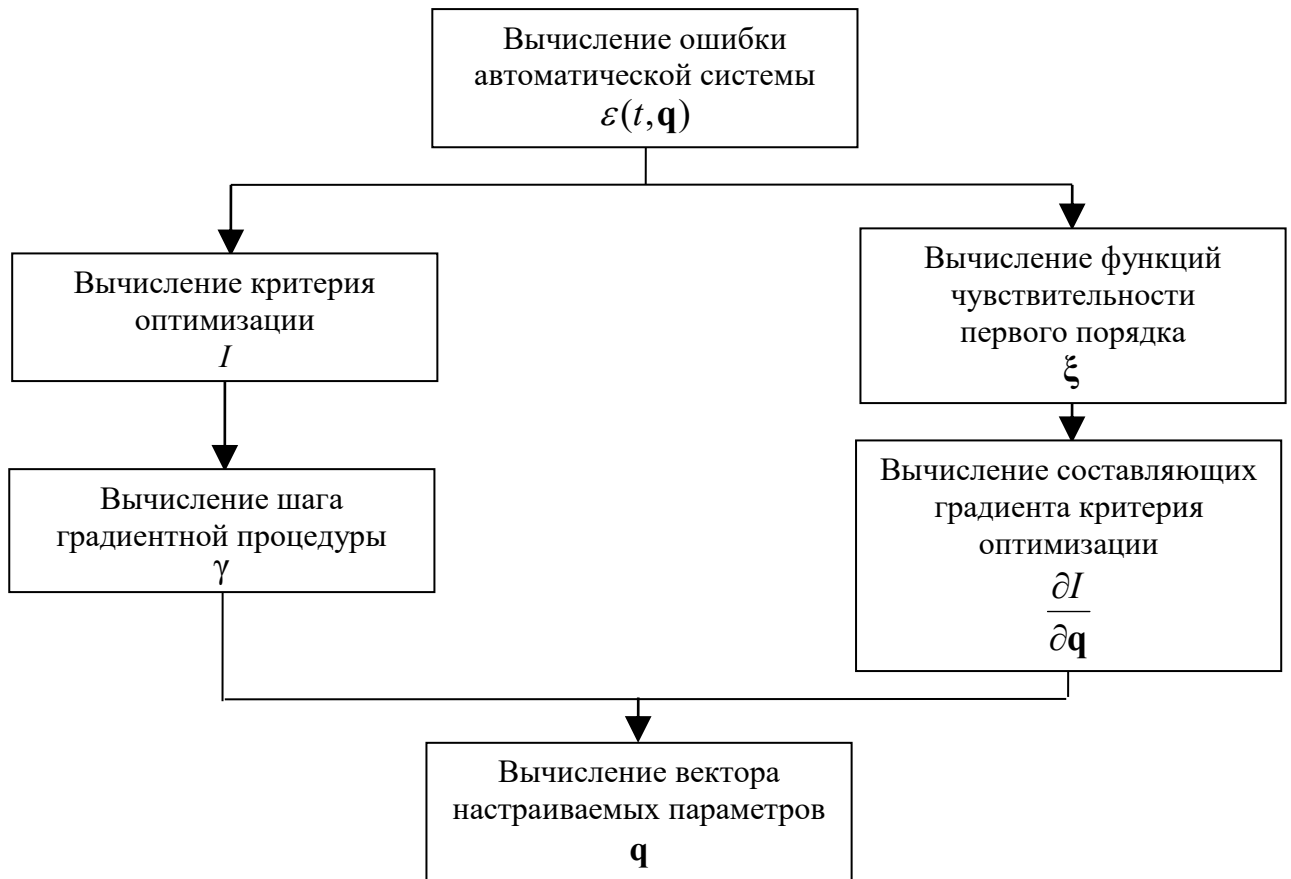


Рис. 2.3.1. Структура алгоритма АПО

В главе 2.1 представлены компакты чувствительности (2.1.39), (2.1.40) для исследуемого ПИ-РПС, которые использованы в алгоритме 2.3.1.

Функции чувствительности в настоящей работе вычисляются с помощью структурного моделирования операторным способом. В работе Широкова Л.А. [24] для линейного ПИ-регулятора получен компакт чувствительности – линейный оператор, связывающий значения соответствующих функций чувствительности. Для случая ПИ-регулятора из класса регуляторов с переменной структурой в настоящей работе получены компакты чувствительности, которые формируют функции чувствительности отличные от исходных – псевдофункции чувствительности, но при этом сохраняют логику итерационной последовательности критерия оптимизации градиентного алгоритма, что демонстрируется на рис. 2.3.2. Установление границ применения компактов чувствительности для регуляторов с переменной структурой требует дальнейшего исследования.

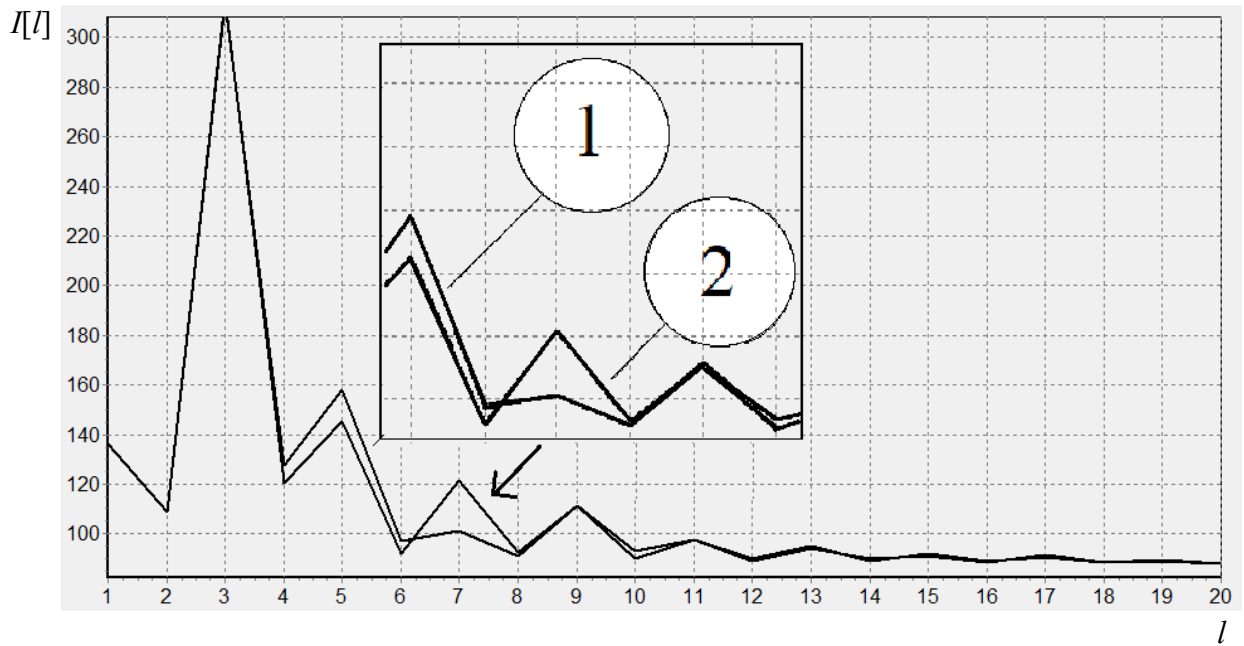


Рис. 2.3.2. Демонстрация градиентного спуска для критерия оптимизации J при разных способах вычисления операторным методом функций чувствительности:
 1 – без использования компактов чувствительности;
 2 – с использованием компактов чувствительности.

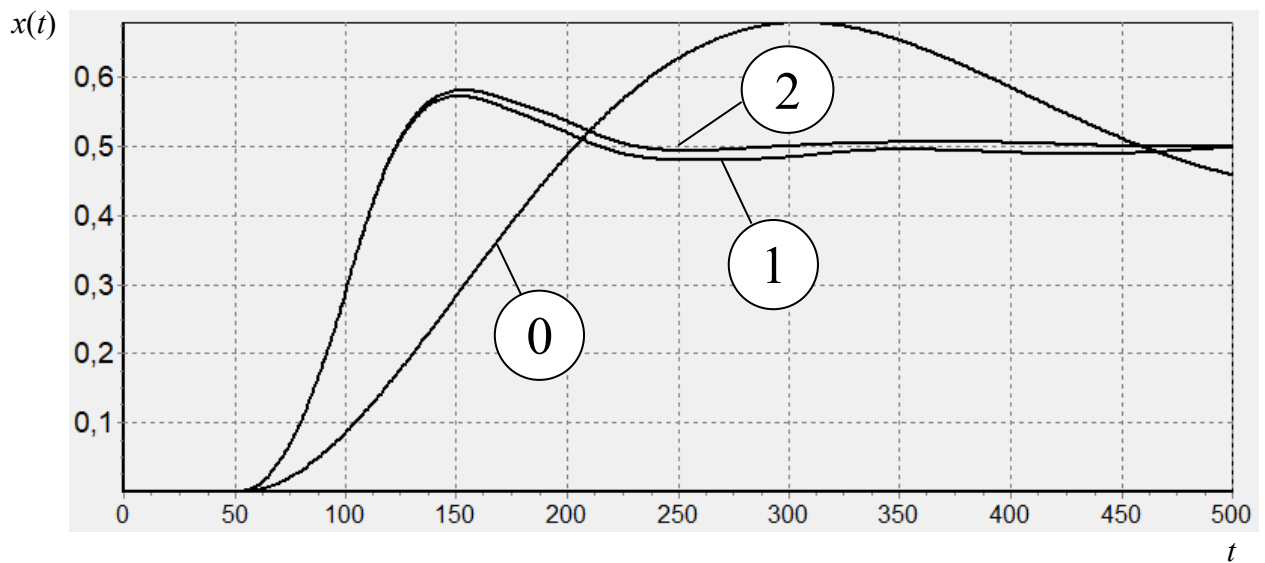


Рис. 2.3.3. Графики переходных процессов в конечных точках алгоритма АПО при разных способах вычисления операторным методом функций чувствительности:
 0 – переходный процесс до этапа оптимизации; 1 – без использования компактов чувствительности; 2 – с использованием компактов чувствительности.

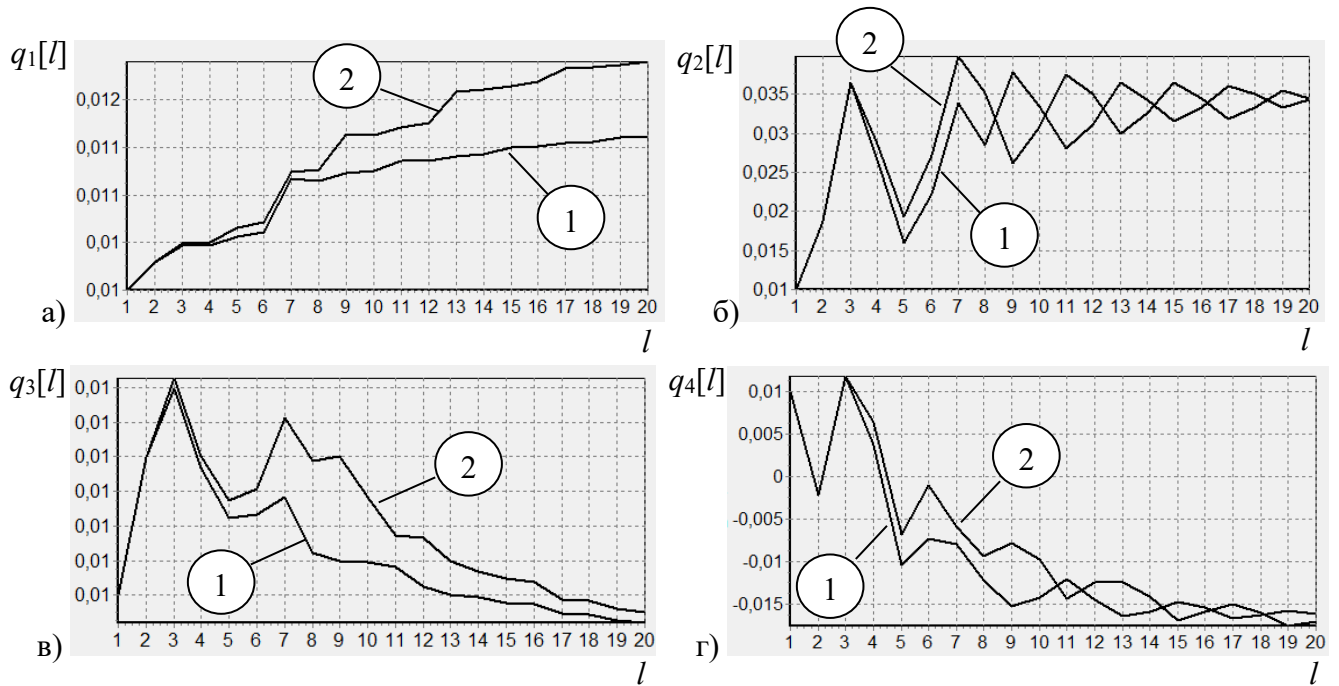


Рис. 2.3.4. Графики изменения настраиваемых параметров регулятора в ходе работы алгоритма АПО при разных способах вычисления операторным методом функций чувствительности:
 1 – без использования компактов чувствительности;
 2 – с использованием компактов чувствительности.

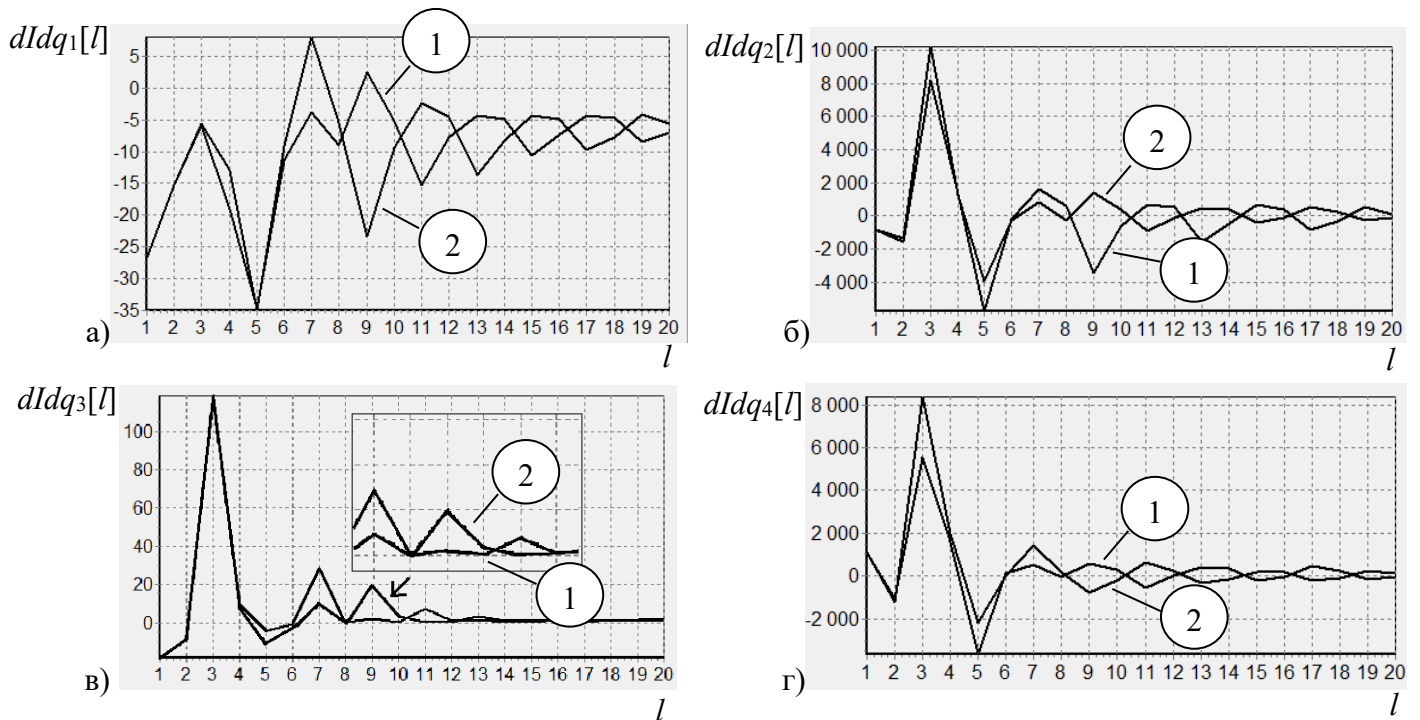


Рис. 2.3.5. Графики изменения составляющих градиента критерия оптимизации I в ходе работы алгоритма АПО при разных способах вычисления операторным методом функций чувствительности:
 1 – без использования компактов чувствительности;
 2 – с использованием компактов чувствительности

Выводы по главе 2

1. Синтезирована математическая модель одноконтурной системы с пропорционально-интегральным регулятором с переменной структурой, из которого путём усечения и изменения функции переключения его структур возможно получить другие реализации регулятора с переменной структурой.
2. Определены модели чувствительности для класса регуляторов, получаемые путём преобразований из пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой. В математическое описание регулятора с переменной структурой вводится зона нечувствительности, которая представляется как отдельная структура такого регулятора. Рассматриваются вопросы построения моделей чувствительности при реализации операции дифференцировании ошибки системы в функции переключения структур регулятора с целью определения знака.
3. Привлечение компактов чувствительности является одним из способов, операторным методом получения соответствующих функций чувствительности. Компакты чувствительности формируют псевдофункции чувствительности, отличные от исходных, но при этом сохраняют логику итерационной последовательности критерия оптимизации градиентного алгоритма. Для применения компактов чувствительности выше первого порядка применительно к ПИ-РПС требуется проведение дополнительного исследования.
4. Рассмотрено условие остановки градиентного алгоритма параметрической оптимизации регулятора с переменной структурой с учётом применения функции штрафа в критерии оптимизации. Такое условие остановки не требует проверки смен знака составляющих градиента критерия оптимизации.

Глава 3. Экспериментальный анализ работоспособности алгоритма параметрической оптимизации для системы с переменной структурой

3.1. Косвенные критерии сходимости алгоритма параметрической оптимизации

После формирования в главе 2.3. компонентов алгоритма параметрической оптимизации ПИ-РПС следующим логическим этапом является исследование сходимости сформированного алгоритма. Так как к рассматриваемым системам сложно применить аналитический подход – теоремы, подтверждающие сходимость, то акцент сделан на использование численных подходов – серии запусков алгоритма АПО и анализе полученных результатов [27]. Опираясь на распространённый в практике оптимизации принцип контроля монотонно убывающих величин – критерия оптимизации, составляющих градиента критерия оптимизации и др.

Далее предполагается при исследовании алгоритмов АПО наличие выпуклости критерия оптимизации без дополнительных условий.

Для исследования алгоритма АПО проводится серия его запусков с настраиваемыми параметрами $\mathbf{q}_k^{(0)} = (q_{1k}^{(0)}; q_{2k}^{(0)}; \dots; q_{nk}^{(0)})$ (k – число запусков алгоритма АПО; n – количество настраиваемых параметров регулятора), процесс оптимизации заканчивается при полученных настраиваемых параметрах $\mathbf{q}_k^* = (q_{1k}^*; q_{2k}^*; \dots; q_{nk}^*)$, в которых выполняется необходимое условие экстремума критерия (2.3.1) по $\mathbf{q}$:

$$\frac{\partial I}{\partial \mathbf{q}} = 0 \pm \Delta, \quad (3.1.1)$$

где Δ - величина, при которой предполагается нулевое значение в правой части выражения (3.1.1).

Вид матрицы Гессе для критерия оптимизации (2.3.1) примет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 I(\mathbf{q}_k^*)}{\partial \mathbf{q}^2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 I}{\partial^2 q_1} & \frac{\partial^2 I}{\partial q_1 \partial q_2} & \cdots & \frac{\partial^2 I}{\partial q_1 \partial q_m} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial q_2 \partial q_1} & \frac{\partial^2 I}{\partial^2 q_2} & \cdots & \frac{\partial^2 I}{\partial q_2 \partial q_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 I}{\partial q_m \partial q_1} & \frac{\partial^2 I}{\partial q_m \partial q_2} & \cdots & \frac{\partial^2 I}{\partial^2 q_m} \end{bmatrix}. \quad (3.1.2)$$

В основе элементов матрицы (3.1.2) находятся функции чувствительности второго порядка:

$$[\xi_{ij}(t)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_1(t)}{\partial q_1} & \frac{\partial \xi_2(t)}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial \xi_m(t)}{\partial q_1} \\ \frac{\partial \xi_1(t)}{\partial q_2} & \frac{\partial \xi_2(t)}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial \xi_m(t)}{\partial q_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \xi_1(t)}{\partial q_m} & \frac{\partial \xi_2(t)}{\partial q_m} & \cdots & \frac{\partial \xi_m(t)}{\partial q_m} \end{bmatrix}, i, j = \overline{1, m}. \quad (3.1.3)$$

Вычисление $\xi_{ij}(t)$ строится на основе модели чувствительности из главы (2.1) с добавлением блока вычисления элементов матрицы (3.1.3).

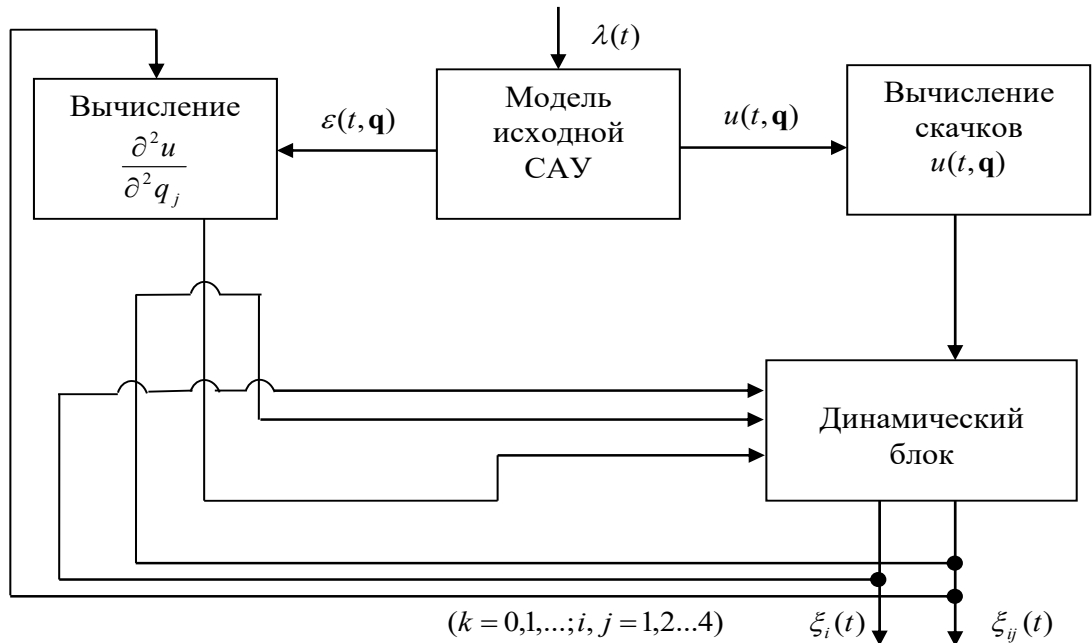


Рис. 3.1.1. Общий вид структурной схемы модели чувствительности второго порядка критерия I

В приложении № 6 приведены модели чувствительности первого и второго порядка для критерия I , реализованные в программе VisSim 8.0. Вычислительная связь между функциями чувствительности первого и второго порядка представлена на рис. 3.1.2:

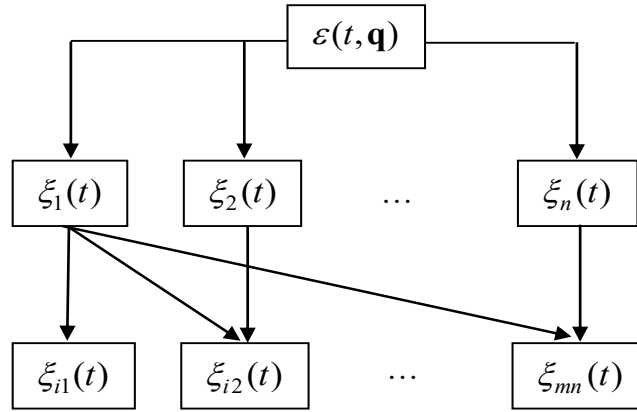


Рис. 3.1.2. Вычислительная связь между функциями чувствительности первого и второго порядка i -ой строки матрицы Гессе

Представим математическое описание схемы модели чувствительности второго порядка (рис. 3.1.1) на основе уравнения функций чувствительности первого порядка для системы с ПИ-РПС:

$$\xi_j(t) = G_p(p) \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_j}, (j = 1, \dots, m). \quad (3.1.4)$$

Продифференцируем выражение (3.1.4) по $\mathbf{q}$ с целью получения уравнений чувствительности второго порядка для системы с ПИ-РПС:

$$\xi_{ij}(t) = G_p(p) \frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial q_j}, (i, j = \overline{1, m}). \quad (3.1.5)$$

Конкретизируем выражения, определяющие $\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial q_j}$:

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_1} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_1} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{11}(t)) + (-\xi_1(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_1} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{11}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_1} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{11}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.6)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_2} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_2} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{12}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_1(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_2} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{12}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_2} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{12}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.7)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_3} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_3} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{13}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_3} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{13}(t)) - \xi_1(t), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_3} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{13}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.8)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_4} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_4} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{14}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_4} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{14}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_1(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_1 \partial q_4} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{14}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.9)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_1} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_1} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{21}(t)) + (-\xi_2(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_1} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{21}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_1} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{21}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.10)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_2} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_2} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{22}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_2(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_2} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{22}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_2} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{22}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.11)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_3} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_3} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{23}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_3} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{23}(t)) + (-\xi_2(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_3} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{23}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.12)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_4} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_4} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{24}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_4} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{24}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_2(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_2 \partial q_4} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{24}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.13)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_1} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_1} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{31}(t)) + (-\xi_3(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_1} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{31}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_1} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{31}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.14)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_2} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_2} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{32}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_3(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_2} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{32}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_2} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{32}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.15)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_3} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_3} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{33}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_3} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{33}(t)) + (-\xi_3(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_3} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{33}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.16)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_4} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_4} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{34}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_4} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{34}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_3(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_3 \partial q_4} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{34}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.17)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_1} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_1} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{41}(t)) + (-\xi_4(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_1} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{41}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_1} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{41}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.18)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_2} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_2} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{42}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_4(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_2} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{42}(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_2} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{42}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.19)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_3} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_3} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{43}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_3} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{43}(t)) + (-\xi_4(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_4 \partial q_3} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{43}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.20)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_4} = \begin{cases} \frac{\partial^2 u_1(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_4} = (q_1 + \frac{q_2}{p})(-\xi_{44}(t)), \Psi^+; \\ \frac{\partial^2 u_2(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_4} = (q_3 + \frac{q_4}{p})(-\xi_{44}(t)) + \frac{1}{p}(-\xi_4(t)), \Psi^-; \\ \frac{\partial^2 u_3(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_4} = (0 + \frac{0}{p})(-\xi_{44}(t)), \Psi^0. \end{cases} \quad (3.1.21)$$

После получения значений группы выражений (3.1.6)-(3.1.21) идёт вычисление $\xi_{ij}(t)$:

$$[\xi_{ij}(t)] = \begin{bmatrix} \xi_{11}(t) & \xi_{12}(t) & \xi_{13}(t) & \xi_{14}(t) \\ \xi_{21}(t) & \xi_{22}(t) & \xi_{23}(t) & \xi_{24}(t) \\ \xi_{31}(t) & \xi_{32}(t) & \xi_{33}(t) & \xi_{34}(t) \\ \xi_{41}(t) & \xi_{42}(t) & \xi_{43}(t) & \xi_{44}(t) \end{bmatrix}, i, j = 1, \dots, 4. \quad (3.1.22)$$

Следующим этапом после построения моделей чувствительности первого порядка $\xi_i(t)$ и второго порядка $\xi_{ij}(t)$ ставится задача проверка достоверности этих моделей. В главе 2.1 проверка корректности модели чувствительности первого порядка осуществлена через установления связи с логарифмической чувствительностью $\xi_i^S(t)$. Как известно, матрица Гессе (3.1.2) обладает свойством симметричности, через выполнение которого в настоящей работе проверяется корректность модели чувствительности второго порядка $\xi_{ij}(t)$. Представим далее свойство симметричности матрицы Гессе (3.1.3) к рассматриваемой системе с переменной структурой:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 I}{\partial q_i \partial q_j} &= \frac{\partial^2 I}{\partial q_j \partial q_i}, i \neq j, (i, j = 1, \dots, 4), \\ \xi_{ij}(t) &= \xi_{ji}(t), \\ \frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial q_j} &= \frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_j \partial q_i}, \end{aligned} \quad (3.1.23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial G_c(p, \mathbf{q})}{\partial q_j}(-\xi_i(t)) + \frac{\partial G_c(p, \mathbf{q})}{\partial q_i}(-\xi_j(t)) + G_c(p, \mathbf{q})(-\xi_{ij}(t)) = \\ & \frac{\partial G_c(p, \mathbf{q})}{\partial q_i}(-\xi_j(t)) + \frac{\partial G_c(p, \mathbf{q})}{\partial q_j}(-\xi_i(t)) + G_c(p, \mathbf{q})(-\xi_{ji}(t)). \end{aligned}$$

Добавление штрафной функции $y(t)$ в критерий (2.3.1) определяет применение в настоящей работе понятия рекордного значения критерия оптимизации на серии запусков алгоритма АПО при условии, что эти серии запусков k алгоритма АПО связаны с зоной притяжения, полученной итоговыми переходными $x(t)$ процессами для $\mathbf{q}^{*(k)}$. Эта зона притяжения определяется положительно определённой матрицей Гессе по критерию I_{m_et} [27]:

$$I_{m_et}(\mathbf{q}^{*(k)}) = \int_0^L (\bar{x}(t) - x^{(k)}(t, \mathbf{q}^{*(k)}))^2 dt, \quad (3.1.24)$$

$$\bar{x}(t) = \frac{x^{(1)}(t, \mathbf{q}^{*(1)}) + \dots + x^{(m)}(t, \mathbf{q}^{*(m)})}{m},$$

$$H_k^*(I_{m_et}) : \Delta_i > 0, (i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m),$$

где n – размерность матрицы Гессе; k – номер запуск алгоритма АПО; m – количество запусков алгоритма АПО.

Напомним, что, исходя из специфики решаемых задач, в диссертационной работе выбран градиентный метод, относящийся к классу локальных методов оптимизации, и, чтобы повысить количество K результирующих точек, удовлетворяющих условию оптимальности (3.1.1), необходимо выбирать значения $\mathbf{q}_k^{(0)} = (q_{1k}^{(0)}; q_{2k}^{(0)}; \dots; q_{nk}^{(0)}), (k = 1, \dots, K)$ в одной области притяжения к локальному оптимуму критерия (2.3.1).

Сложность применения аналитических подходов к определению области притяжения к локальному оптимуму исследуемой автоматической системы приводит к эвристическому подходу, который проверяется практикой алгоритма АПО, а именно: предлагается выбирать $\mathbf{q}_k^{(0)} = (q_{1k}^{(0)}; q_{2k}^{(0)}; \dots; q_{nk}^{(0)}), (k = \overline{1, K})$, при которых переходные процессы в автоматической системе имеют нулевое перерегулирование.

Использование в математическом описании регулятора функций переключения его структур позволяет применить ещё один косвенный подход для оценки сходимости алгоритма АПО. Этот подход основан на использовании сходимости модуляционных характеристик импульсных систем, описанных в работе [40].

Полученные значения вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ (после серии запусков алгоритма АПО) должны обеспечивать переходные процессы с моментами $t_k^{(m)}$ переключения структур регулятора, совпадающих с 5% точностью:

$$\begin{aligned} t_0^{(0)} &\approx t_0^{(1)} \approx \dots \approx t_0^{(m)}; \\ t_1^{(0)} &\approx t_1^{(1)} \approx \dots \approx t_1^{(m)}; \\ &\dots \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

На рис. 3.1.3 представлена графическая иллюстрация условия сходимости (3.1.25) алгоритма АПО:

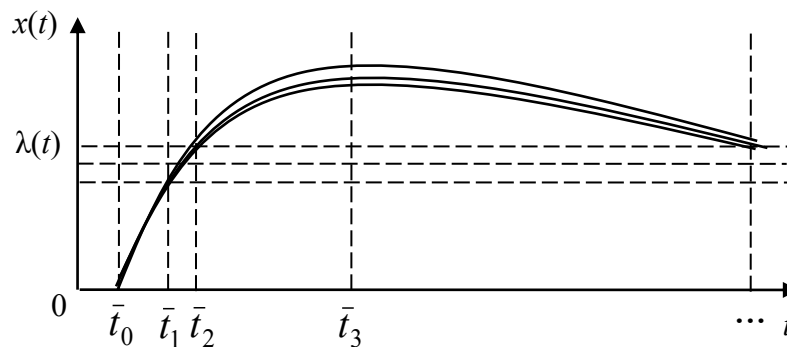


Рис. 3.1.3. Графическая иллюстрация условия сходимости (3.1.25) алгоритма АПО для ПИ-РПС с зоной нечувствительности
($\bar{t}_0, \bar{t}_1, \dots$ — средние значения моментов переключения структур ПИ-регулятора на серии запусков алгоритма АПО)

При неоднозначности полученных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$, при условии попадания итоговых переходных процессов в одну зону притяжения, выбирается реализация вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ с наименьшим значением стандартного интегрального квадратичного критерия I (2.3.1).

Точность вычисленных функций чувствительности обсуждается в работе [42], там указано, что погрешность вычисления функций чувствительности содержит такую же структуру, как и у численных методов:

1) трансформированная погрешность ΔT связана с неточностью начальных условий дифференциальных уравнений;

2) вычислительная погрешность ΔC обусловлена ограниченностью разрядной сетки ПК (ошибка перевода исходных числовых данных из десятичной системы счисления в двоичную и обратно);

3) методическая погрешность ΔM появляется из-за применения численного метода; в настоящей диссертационной работе использован метод Рунге – Кутты четвёртого порядка, который согласно работе [42] применяется в практике получения функций чувствительности.

Далее сделан акцент на вычислении методической погрешности ΔM , так как рассматривается класс автоматических систем с нулевыми начальными условиями $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0, \dots$, что позволяет обнулить трансформированную погрешность ΔT , а вычислительную погрешность ΔC , так как в современных языках программирования реализованы типы данных, позволяющих хранить и обрабатывать числа с достаточной для практики точностью. Согласно тематике настоящей диссертации, функции чувствительности составляют основу вычисления вектор-градиента критерия оптимизации I , что помогает оценивать методическую погрешность ΔM функций чувствительности.

Оценка погрешности вычисления функций чувствительности при шаге интегрирования dt для метода Рунге – Кутты четвёртого порядка определяется с помощью приёма Рунге по следующей схеме:

$$\Delta M_i = \frac{1}{15} \int_0^L \left| \xi_i(t, dt) - \xi_i(t, dt/2) \right|, i = \overline{1, N}, \quad (3.1.26)$$

где $\xi_i(t, dt)$ – значение функции чувствительности $\xi_i(t)$, полученное при шаге интегрирования dt ; $\xi_i(t, dt/2)$ – значение функции чувствительности $\xi_i(t)$, полученное при шаге интегрирования dt , уменьшенного в два раза.

Таблица № 3.1.1 – Расчёт погрешности ΔM при вычислении $\xi_i(t)$

dt	ΔM_1	ΔM_2	ΔM_3	ΔM_4	$\overline{\Delta M}$
1	0,1600	0,0067	16,7000	16,3600	8,3067
0,5	0,0867	0,0133	8,3067	10,7200	4,7817
0,25	0,0400	0,0000	4,1600	5,7067	2,4767
0,125	0,0200	0,0000	2,0867	2,3800	1,1217
0,0625	0,0133	0,0000	1,0400	1,5000	0,6383
0,03125	0,0067	0,0000	0,5180	0,6333	0,2895
0,015625	0,0000	0,0000	0,3087	0,3800	0,1722
0,0078125	-	-	-	-	-
0,0001	0,0067	0,0000	0,0533	0,0267	0,0217
0,00005	-	-	-	-	-

Содержание таблицы № 3.3.1 показывает, что уменьшение шага интегрирования dt при использовании метода Рунге-Кутты четвёртого порядка позволяет уменьшить методическую погрешность (3.1.26) и при $0,02 \leq dt \leq 0,1$ средняя методическая погрешность $\overline{\Delta M}$ по всем функциям чувствительности не превышает 0,6. Важно отметить, что дальнейшее уменьшение dt ведёт к естественному увеличению итерационных шагов задействованного численного метода с несущественным для практики изменением $\overline{\Delta M}$, и это не компенсирует погрешность, которая появляется из-за приближённого вычисления координат автоматической системы, функций чувствительности, вектор-градиента критерия оптимизации I [42]. На уменьшение этих погрешностей влияет величина интервала интегрирования L , который находится в прямой связи со значениями временных параметров объекта управления. Если есть возможность уменьшить в масштабе параметры объекта управления, то проверка оптимальности $\mathbf{q}^*$ и оптимизация регулятора проводится для объекта с такими изменёнными параметрами, потом найденные параметра регулятора $\mathbf{q}^*$ умножаются на соответствующий коэффициент масштаба.

Второй метод Ляпунова является наиболее распространенным при обосновании сходимости итерационных процессов. Его идея заключается в том, что вводится некоторая скалярная неотрицательная функция Ляпунова $V(\mathbf{q})$ и

рассматриваются её значения на последовательных итерациях $\mathbf{q}[l]$. Если они монотонно убывают и ограничены снизу, то:

$$\int_0^L V[l]dt - \int_0^L V[l+1]dt \rightarrow 0. \quad (3.1.27)$$

Отсюда при предположении о выпуклости критерия оптимизации следует сходимость метода.

Для рассматриваемого оператора объекта по алгоритму Е.А. Барбашина [1, 17] получена функция Ляпунова:

$$V(\mathbf{q}) = 1.5\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) + \dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q})\varepsilon(t, \mathbf{q}) + 2\dot{\varepsilon}^2(t, \mathbf{q}) + \\ + 0.5\left(\frac{1}{T_{obl}T_{ob2}}\right)^2 (\varepsilon(t, \mathbf{q}) + (T_{obl} + T_{ob2})\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q}))^2 k_{ob}u(t - \tau_{ob}, \mathbf{q}). \quad (3.1.28)$$

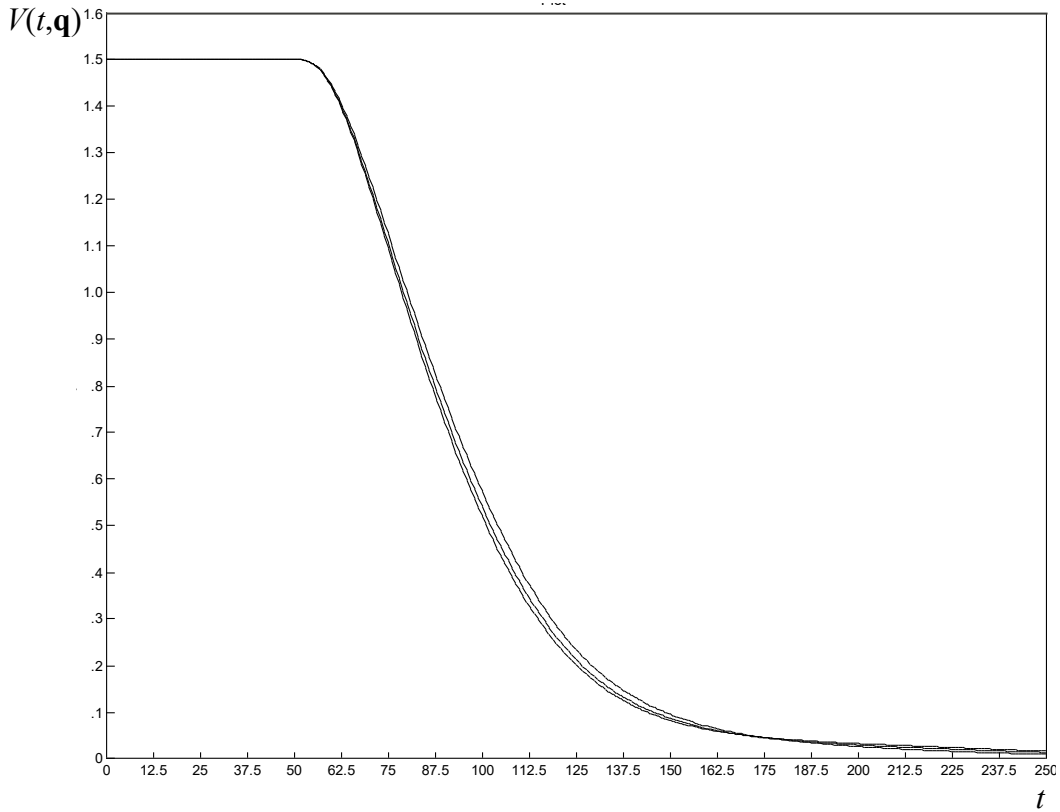


Рис. 3.1.4. Пример расчёта функции $V(t, \mathbf{q})$ для серии переходных процессов

Отметим, что на основе свойств функции Ляпунова $V(t, \mathbf{q})$ можно сформировать соответствующий интегральный критерий и задачу оптимизации:

$$I_V = \int_0^L V(t, \mathbf{q})dt \rightarrow \min. \quad (3.1.29)$$

Между критерием I и I_V определена зависимость через величину ошибки системы $\varepsilon(t, \mathbf{q})$, данная зависимость продемонстрирована на рис. 3.1.5:

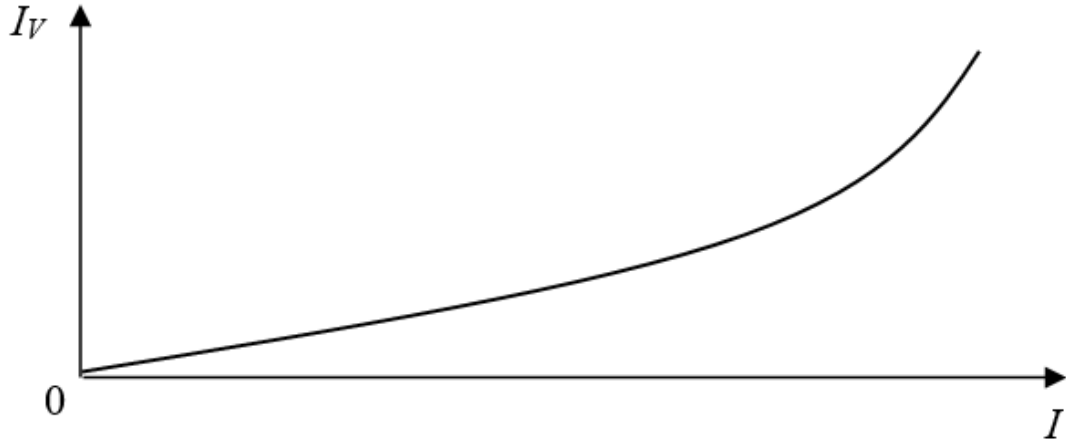


Рис. 3.1.5. Зависимость между критерием I и I_V

Используя методы теории чувствительности для критерия I_V , получим выражения для составляющих градиент этого критерия по вектору настраиваемых параметров $\mathbf{q}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I_V}{\partial \mathbf{q}} = & \int_0^L (-3\varepsilon(t, \mathbf{q})\xi_i(t) + (-\xi_i(t))\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q}) + (-\dot{\xi}_i(t))\varepsilon(t, \mathbf{q}) + (-4)\dot{\xi}_i(t)\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q}) + \\
 & + 0.5\left(\frac{1}{T_{ob1}T_{ob2}}\right)^2 (\varepsilon(t, \mathbf{q}) + (T_{ob1} + T_{ob2})\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q}))^2 k_{ob} \frac{\partial u(t - \tau_{ob}, \mathbf{q})}{\partial q_i} + \\
 & + \left(\frac{1}{T_{ob1}T_{ob2}}\right)^2 (\varepsilon(t, \mathbf{q}) + (T_{ob1} + T_{ob2})\dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q})) k_{ob} \frac{\partial u(t - \tau_{ob}, \mathbf{q})}{\partial q_i} \\
 & (-\xi_i(t) + (T_{ob1} + T_{ob2})(-\dot{\xi}_i(t))) dt.
 \end{aligned} \tag{3.1.30}$$

Существенный недостаток применения критерия I_V заключается в его связи со всеми параметрами модели объекта управления, что требует в дальнейших исследованиях дополнительного анализа с целью редукции этой связи.

3.2. Использование ограничений при параметрической оптимизации

На основе интегрального квадратичного критерия (3.2.1), принятого в настоящей работе как базового, осуществляется переход к ограничениям на

перерегулирование при параметрической оптимизации ПИ-РПС алгоритмом АПО:

$$I = \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt. \quad (3.2.1)$$

$$T_{ob1}=10\text{с}, T_{ob2}=40\text{с}, k_{ob}=1, \tau_{ob}=50\text{с}. \quad (3.2.2)$$

Для запуска алгоритма АПО используются параметры объекта (3.2.2) и регулятора $\mathbf{q}_0$, указанные в таблице № 3.2.1:

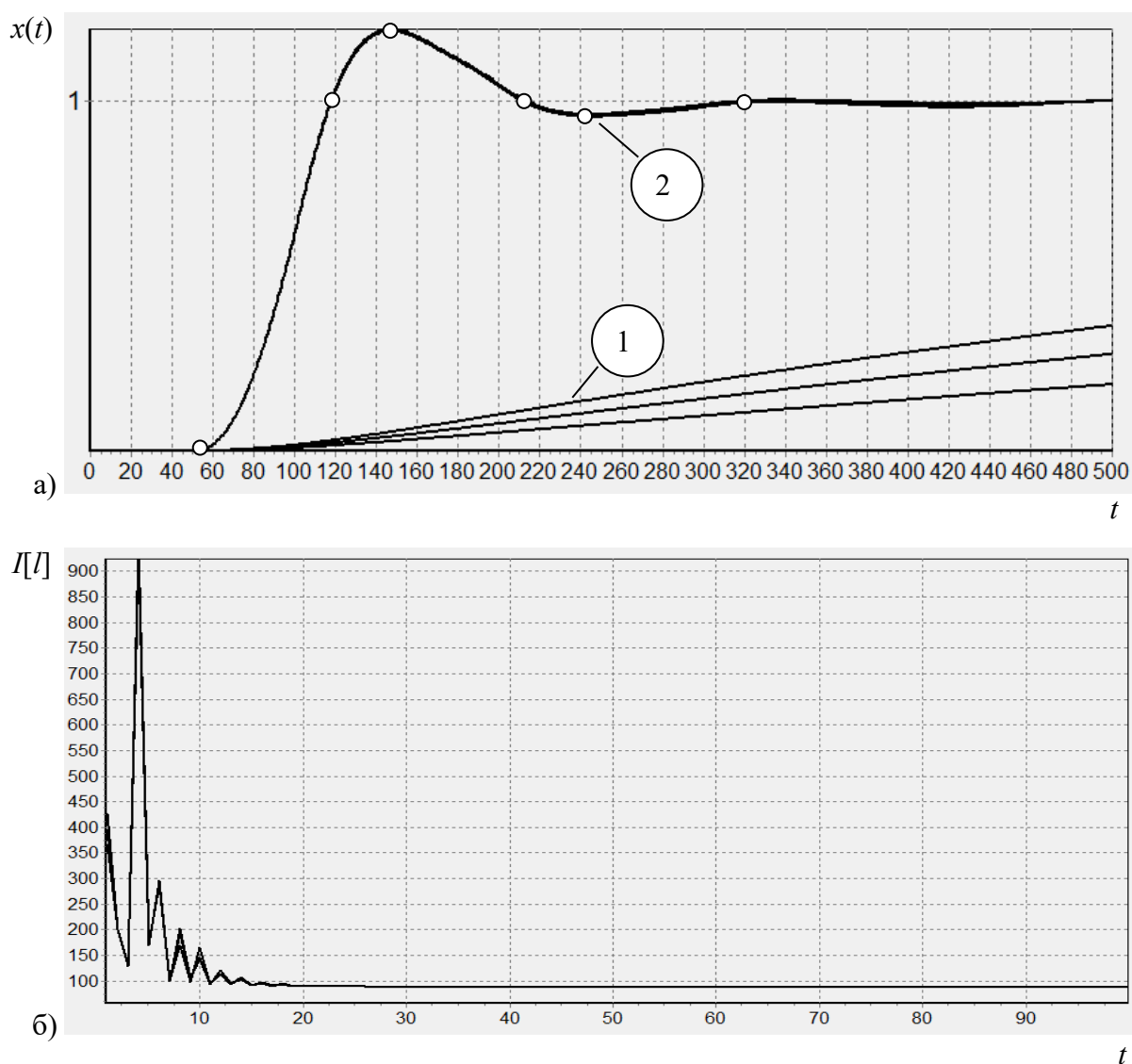


Рис. 3.2.1. а) графики переходных процессов $x(t)$ в начальных $\mathbf{q}^0$ (1) и конечных $\mathbf{q}^*$ (2) точках работы алгоритма АПО;
б) значения критерия оптимизации I (3.2.1) в ходе работы алгоритма АПО

На итоговых переходных процессах, изображённых на рис. 3.2.1а, отмечены белыми точками временные моменты переключения структур регулятора.

Расположение белых точек показывает совпадение моментов переключения структур исследуемого регулятора на серии запусков алгоритма АПО, что косвенно подтверждает сходимость этого алгоритма. Итоговые стационарные значения критерия (3.2.1) при увеличении номера итерации алгоритма АПО совпадают с приемлемой точностью (рис. 3.2.1б).

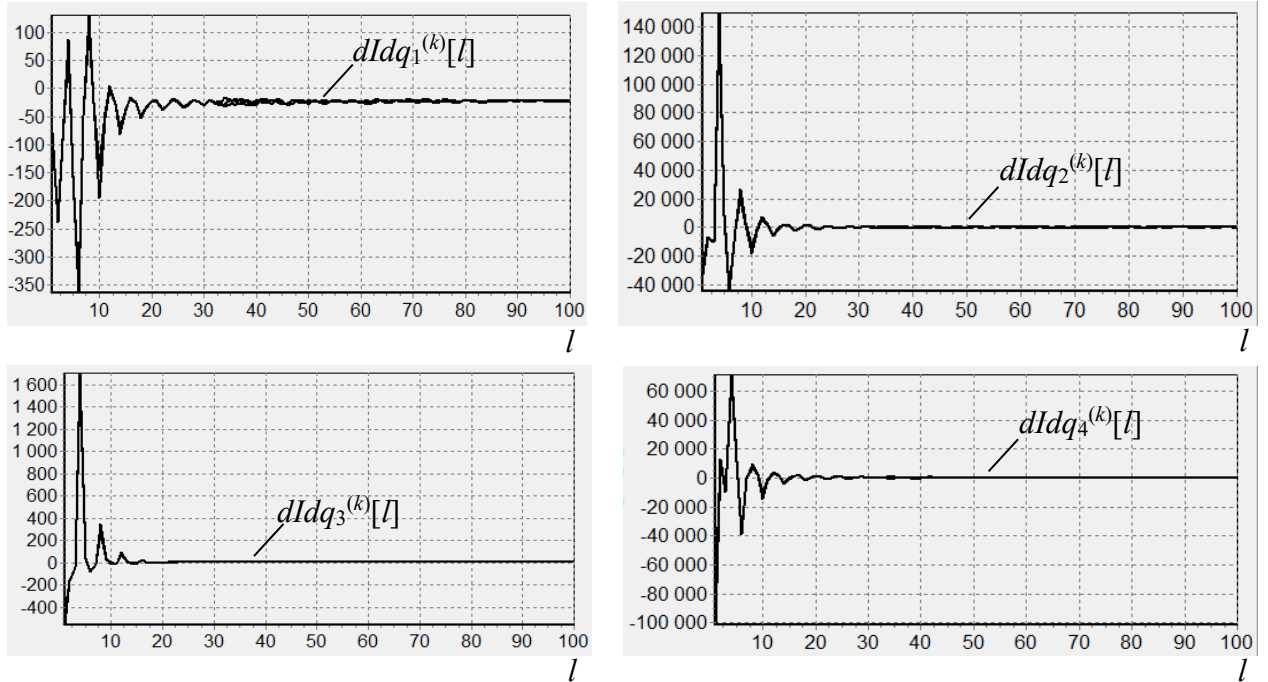


Рис. 3.2.2. Графики изменения значений составляющих градиента $dI/dq_1[l]$, $dI/dq_2[l]$, $dI/dq_3[l]$, $dI/dq_4[l]$ критерия оптимизации (3.2.1) в ходе работы алгоритма АПО при параметрах объекта (3.2.2), ($k=1,2,3$)

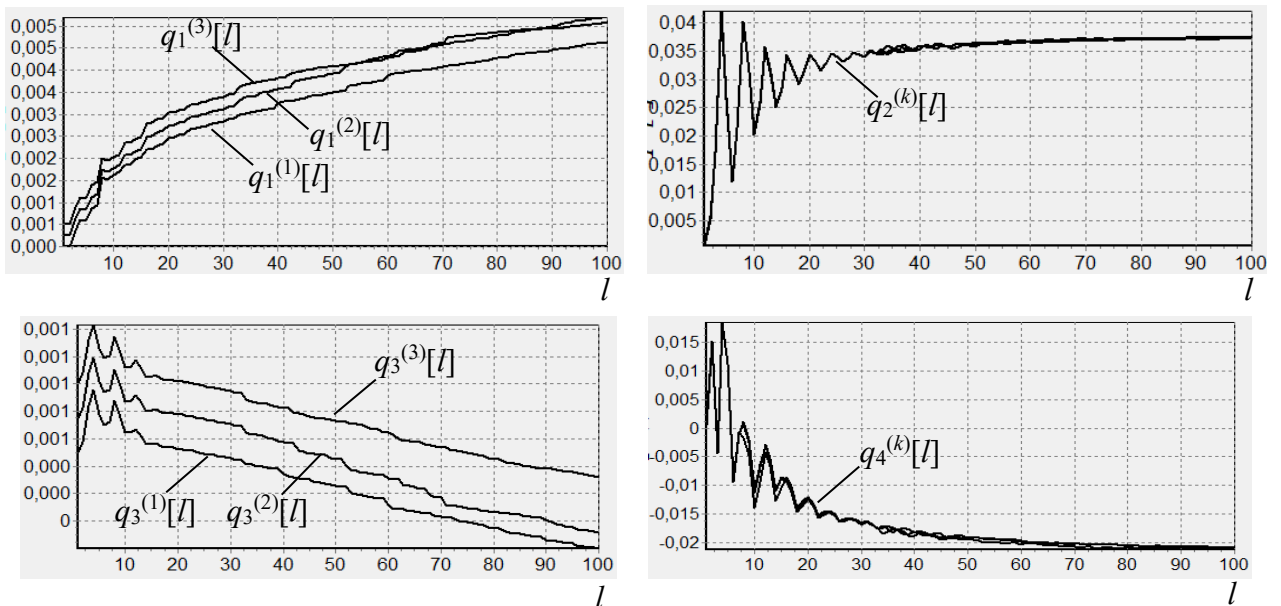


Рис. 3.2.3. Графики изменения значения настраиваемых параметров регулятора $q_1[l]$, $q_2[l]$, $q_3[l]$, $q_4[l]$ в ходе работы алгоритма АПО при параметрах объекта (3.2.2) и критерии оптимизации (3.2.1), ($k=1,2,3$)

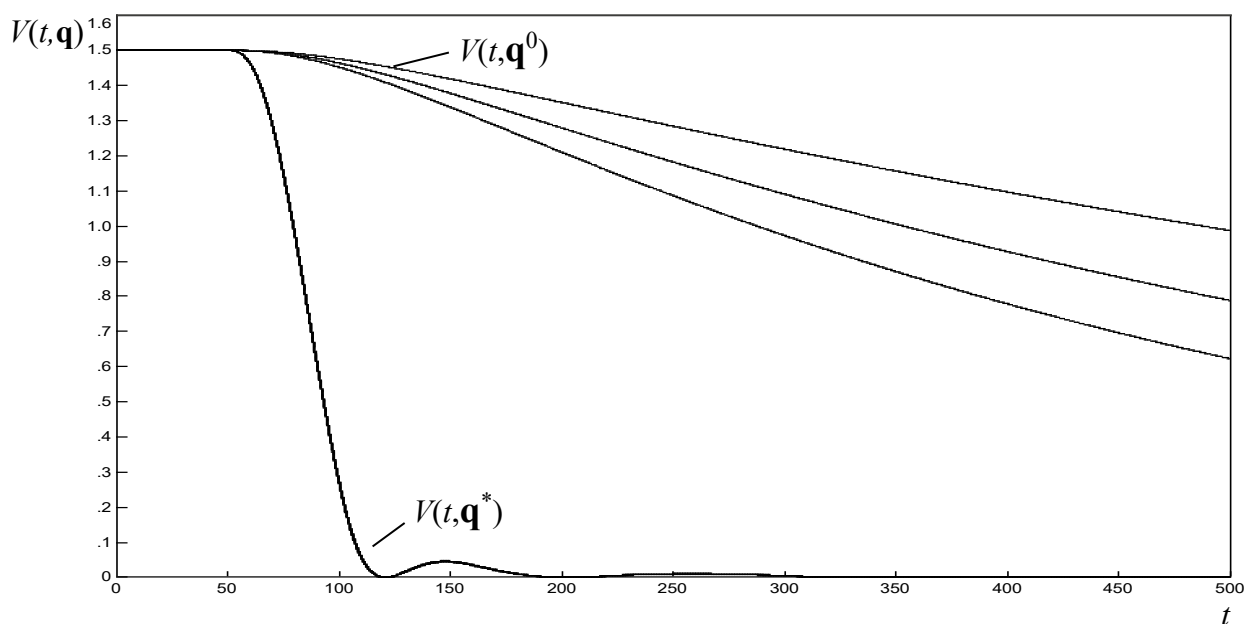


Рис. 3.2.4. Функция $V(t)$ Ляпунова для начальных и конечных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}$ ПИ-РПС: 1 - $V(t, \mathbf{q}^0)$, 2 - $V(t, \mathbf{q}^*)$ при использовании критерия (3.2.1) после серии запусков алгоритма АПО

Содержимое рис. 3.2.4 подтверждает выполнение второго метода Ляпунова при обосновании сходимости итерационного алгоритма АПО и вывод о том, что функция Ляпунова V зависит от площади ошибки системы.

Для полученных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ рассчитана матрица Гессэ $H(I)$:

$$H_1^*(I) = \begin{bmatrix} 94,4 & 30,5 & 9179,0 & 22912,2 \\ 30,5 & 36,8 & 3648,2 & 6530,7 \\ 9179,0 & 3648,1 & 1115429,3 & 3003588,9 \\ 22912,2 & 6530,6 & 3003588,9 & 8784674,5 \end{bmatrix}. \quad (3.2.3)$$

$$H_2^*(I) = \begin{bmatrix} 102,7 & 32,7 & 10326,7 & 26439,1 \\ 32,7 & 36,8 & 3972,7 & 7562,6 \\ 10326,7 & 3972,7 & 1269988,4 & 3468363,0 \\ 26439,1 & 7562,6 & 3468363,0 & 10178813,3 \end{bmatrix}. \quad (3.2.4)$$

$$H_3^*(I) = \begin{bmatrix} 101,4 & 31,8 & 10253,2 & 26382,7 \\ 31,8 & 36,44 & 3906,9 & 7418,5 \\ 10253,2 & 3906,9 & 1274193,5 & 3503774,4 \\ 26382,6 & 7418,5 & 3503774,41 & 10352083,0 \end{bmatrix}. \quad (3.2.5)$$

Точка $\mathbf{q}^*_i$ это локальный минимум критерия (3.2.1), если все угловые миноры матриц (3.2.3)-(3.2.5) имеют положительные значения (критерий Сильвестра):

$$H_1^*(I):$$

$$\Delta_1 = 94,4; \Delta_2 = 2542,7; \Delta_3 = 523280278,7; \Delta_4 = 5173934421\ 1728,7. \quad (3.2.6)$$

$$H_2^*(I):$$

$$\Delta_1 = 102,7; \Delta_2 = 2707,2; \Delta_3 = 577446280,1; \Delta_4 = 6089061595\ 5610,5. \quad (3.2.7)$$

$$H_3^*(I):$$

$$\Delta_1 = 101,4; \Delta_2 = 2679,8; \Delta_3 = 587259576,8; \Delta_4 = 5955295936\ 6914,6. \quad (3.2.8)$$

Выражения (3.2.6)-(3.2.8) содержат положительные миноры, что является подтверждением локального минимума критерия (3.2.1) в точке $\mathbf{q}^*$ с учётом графиков на рис. 3.2.2.

Таблица 3.2.1 – Результаты работы алгоритма АПО при использовании критерия оптимизации I

k	q_1^0	q_2^0	q_3^0	q_4^0	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*	$I(\mathbf{q}^0)$	$I(\mathbf{q}^*)$
1.	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,00512	0,03725	-0,00019	-0,02107	426,6	87,5
2.	0,00075	0,00075	0,00075	0,00075	0,00569	0,03744	-0,00897	-0,02126	394,7	87,5
3.	0,001	0,001	0,001	0,001	0,00559	0,03725	0,00032	-0,02091	366,1	87,5

В полученных переходных процессах с $\mathbf{q}^*$ по критерию (3.2.1) перерегулирование составляет больше 15%, что является значением, выходящим за рамки технических требований к температуре туннельной печи для обжига кирпича [63].

Проведём параметрическую оптимизацию системы управления в условиях ограничения на управляющие воздействия регулятора с целью минимизации перерегулирования в исходной автоматической системе. При формировании алгоритма АПО, с помощью которого решается задача условной минимизации,

используется метод штрафных функций из работы [27]. Это позволяет свести такую задачу к задаче безусловной минимизации.

Представим полученный в работе [82] оптимизируемый интегральный критерий с использованием штрафной функции $y(t)$ для учёта ограничения на перерегулирование:

$$I_s = \int_0^L (\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) + y(t)) dt. \quad (3.2.9)$$

$$y(t) = \begin{cases} (u(t, \mathbf{q}) - \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}), & \text{при } u(t, \mathbf{q}) > \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \\ 0, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}. \end{cases} \quad (3.2.10)$$

Штрафная функция $y(t)$ увеличивает значение интегрального квадратичного критерия при выходе управляющего воздействия $u(t, \mathbf{q})$ за $\frac{\lambda(t)}{k_{ob}}$ на значение выброса.

Далее в настоящей работе на этапе оптимизации для реализации критерия (3.2.9) в систему (2.1.1) вводится ограничение на управляющее воздействие:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t, \mathbf{q}) &= \lambda(t) - x(t), \\ u(t, \mathbf{q}) &= G_c(p, \mathbf{q}) \varepsilon(t, \mathbf{q}), \\ u_l(t) &= \begin{cases} \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) > \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \\ u(t, \mathbf{q}), & \text{при } u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}, \end{cases} \\ x(t) &= G_p(p) u_l(t, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

где $u_l(t, \mathbf{q})$ – управляющее воздействие с ограничением.

При реализации критерия (3.2.9) применяются следующие зависимости:

$$y(t) \neq 0, \varepsilon(t, \mathbf{q}) = 0; \quad (3.2.12)$$

$$\varepsilon(t, \mathbf{q}) \neq 0, y(t) = 0. \quad (3.2.13)$$

Формализуем поставленную задачу параметрической оптимизации:

$$\min I_s(\mathbf{q}^*), \mathbf{q}^* \in Q \subset R^4, \int_0^\infty y(t, \mathbf{q}^*) dt = 0. \quad (3.2.14)$$

Реализация критерия (3.2.9) требует выполнения следующих условий: объект управления обладает самовыравниванием, регулятор содержит интегральную компоненту. Эти условия позволяют выполнить неравенство $u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}$, при котором переходный процесс объекта имеет минимальное перерегулирование.

Как было отмечено выше, критерий (3.2.9) содержит штрафную функцию $y(t)$, которую можно интерпретировать как «скачки» управляющего воздействия над ограничением, что делает оптимизируемый критерий (3.2.9) квадратичным не для всей области $\mathbf{q}$. В работе [42] показана ориентированность теории чувствительности на параметрический синтез элементов автоматических систем градиентным методом для ситуации со «скачками» в сигналах. Это определило в настоящей работе выбор градиентного метода оптимизации.

Представим выражения для определения градиента $\nabla_{\mathbf{q}} I_s(\varepsilon(t, \mathbf{q}))$, связанного с вычислением вектора функций чувствительности при использовании штрафной функции:

$$\frac{\partial I_s}{\partial q_i} = \int_0^L (-2\varepsilon(t, \mathbf{q})\xi_i(t) + \frac{\partial y(t)}{\partial q_i}) dt, (i = 1, \dots, n). \quad (3.2.15)$$

$$\frac{\partial y(t)}{\partial q_i} = \begin{cases} \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i}, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) > \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \\ 0, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}. \end{cases}$$

Для проверки работоспособности сформированного алгоритма АПО по критерию (3.2.9) применим представленную выше вычислительную процедуру на основе критерия (3.1.24).

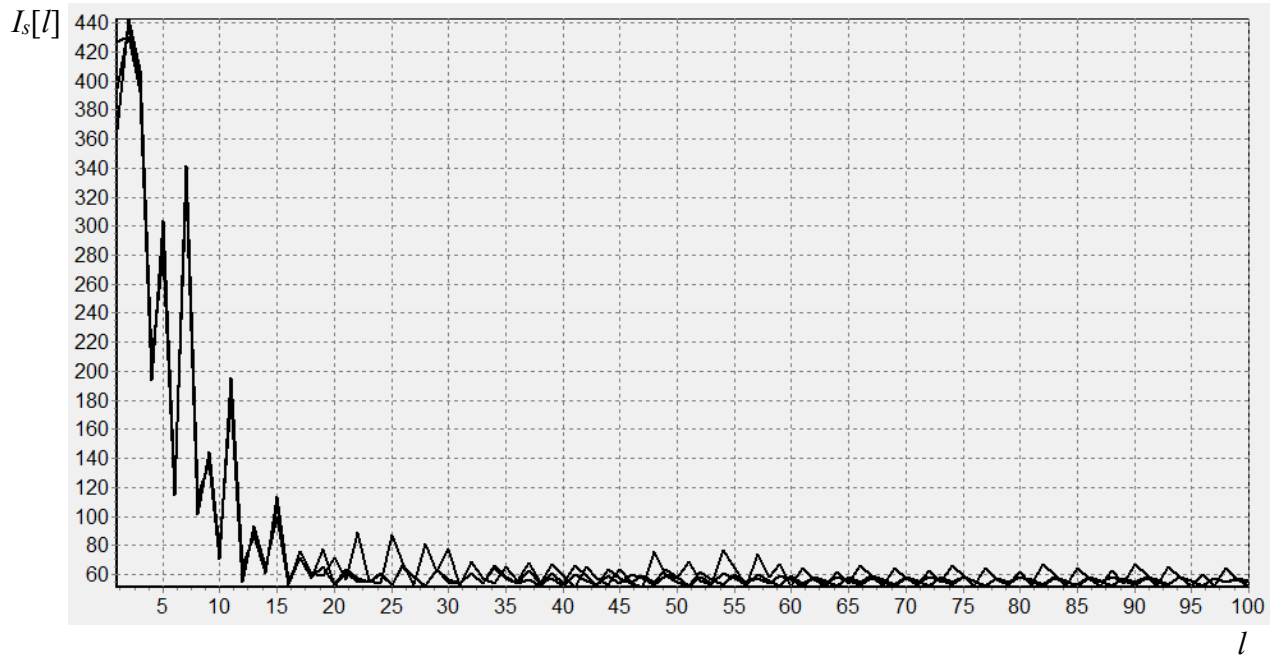


Рис. 3.2.4. Графики изменения значения критерия оптимизации $I_s[l]$ в ходе работы алгоритма АПО

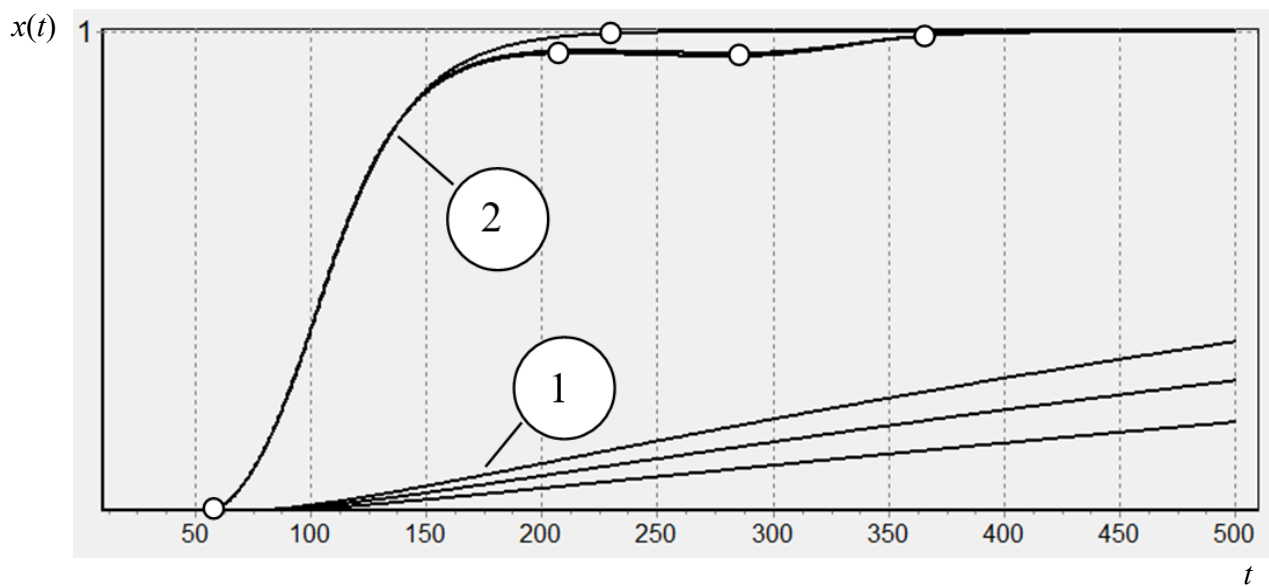


Рис. 3.2.5. Графики переходных процессов в начале (1) и конце (2) алгоритма АПО

Рис. 3.2.5 показывает, что наличие штрафной функции в интегральном критерии (3.2.9) не позволяет выполнить критерий (3.1.25).

Что требует обращение к критерию (3.1.24) на основе матрицы Гессе.

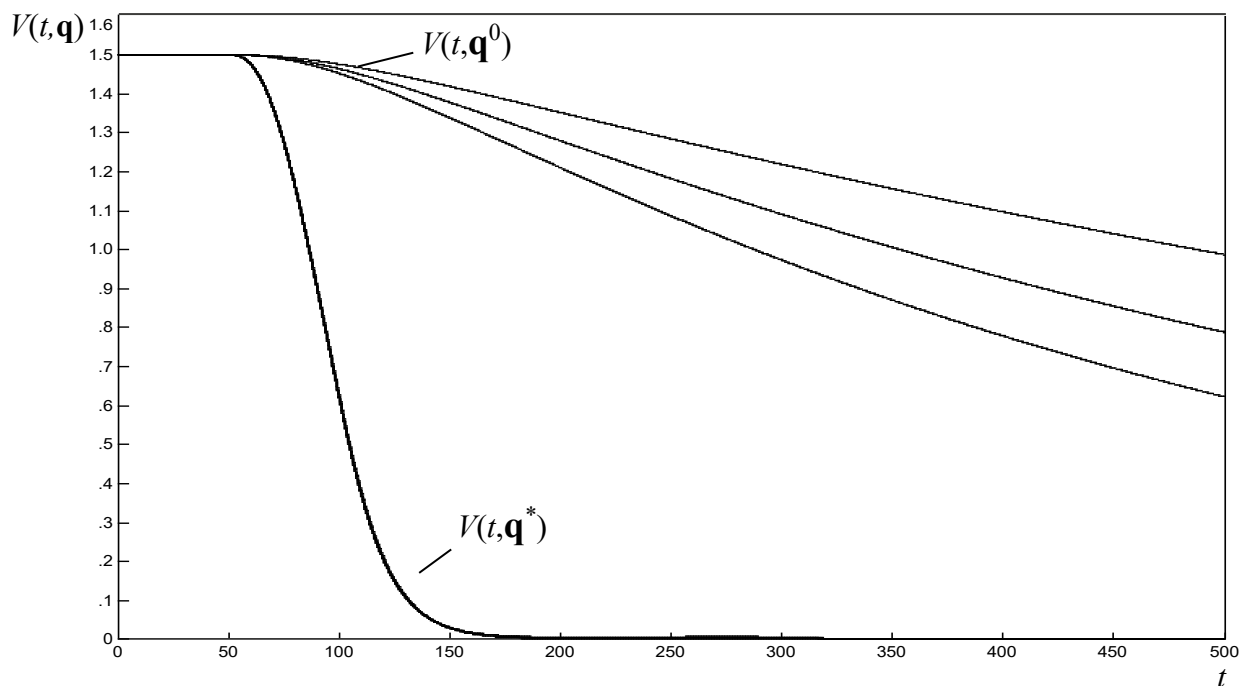


Рис. 3.2.6. Функция $V(t)$ Ляпунова для начальных и конечных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}$ ПИ-РПС: 1- $V(t, \mathbf{q}^0)$, 2- $V(t, \mathbf{q}^*)$ при использовании критерия (3.2.9) после серии запусков алгоритма АПО

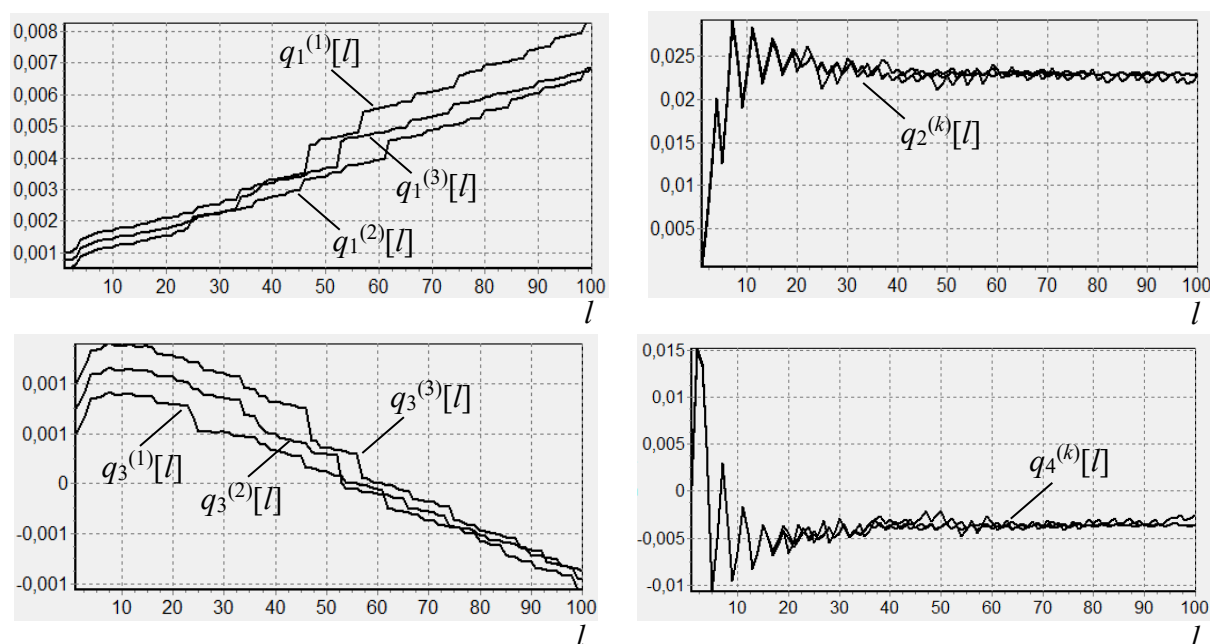


Рис. 3.2.7. Графики изменения значения настраиваемых параметров регулятора $q_1[l]$, $q_2[l]$, $q_3[l]$, $q_4[l]$ в ходе работы алгоритма АПО при параметрах объекта (3.2.2) и критерии оптимизации (3.2.9), ($k=1,2,3$)

Содержимое рис. 3.2.6 подтверждает выполнение второго метода Ляпунова при обосновании сходимости итерационного алгоритма АПО с использованием штрафной функции $y(t)$.

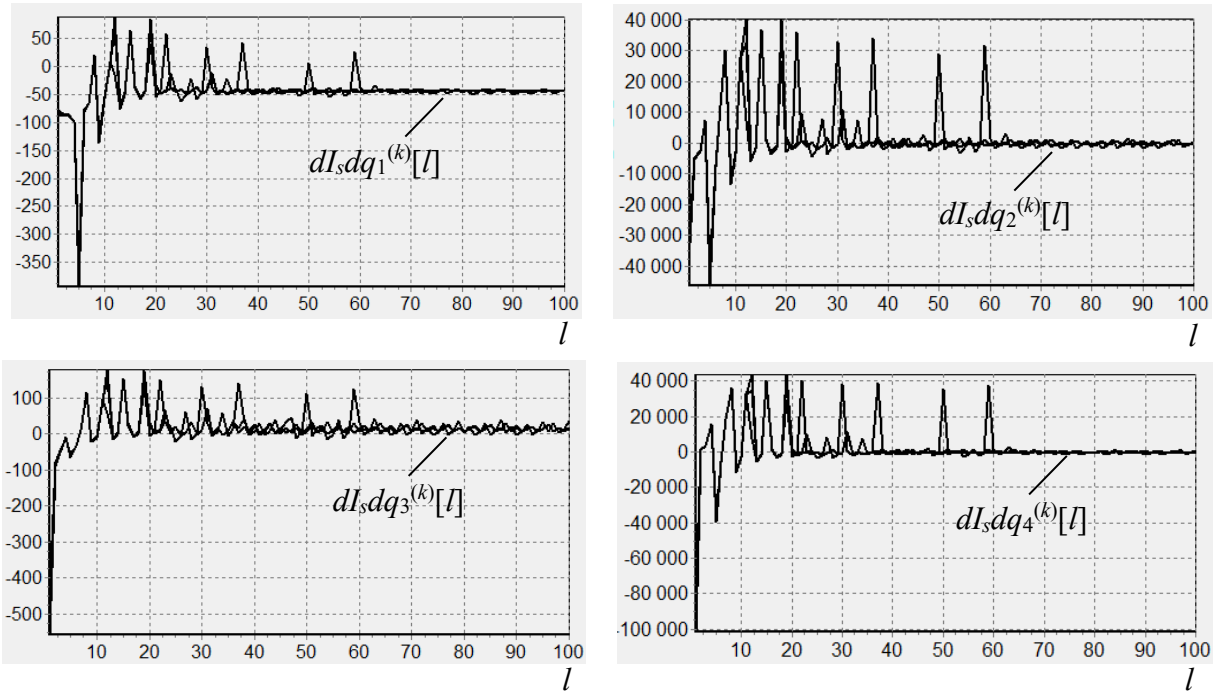


Рис. 3.2.8. Значения составляющих градиента $dI_s/dq_1[l]$, $dI_s/dq_2[l]$, $dI_s/dq_3[l]$, $dI_s/dq_4[l]$ критерия оптимизации в ходе работы алгоритма АПО при критерии оптимизации (3.2.9), $(k=1,2,3)$

Для полученных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ рассчитана матрица Гессе $H(I_{m_et})$:

$$H_1^*(I_{m_et}) = \begin{bmatrix} 12,3 & 8,2 & 1199,3 & 3251,9 \\ 8,2 & 16,9 & 1683,5 & 4901,3 \\ 1199,3 & 1683,5 & 272473,0 & 987097,0 \\ 3251,9 & 4901,3 & 987097,0 & 3956768,6 \end{bmatrix}. \quad (3.2.16)$$

$$H_2^*(I_{m_et}) = \begin{bmatrix} 11,7 & 13,8 & 1207,8 & 3303,0 \\ 7,2 & 13,8 & 1814,3 & 5930,3 \\ 1207,8 & 1814,3 & 356021,6 & 1383221,6 \\ 3303,0 & 5930,3 & 1383221,6 & 5834227,9 \end{bmatrix}. \quad (3.2.17)$$

$$H_3^*(I_{m_et}) = \begin{bmatrix} 12,4 & 8,3 & 1203,5 & 3277,5 \\ 8,3 & 17,3 & 1668,8 & 4779,4 \\ 1203,5 & 1668,8 & 267933,3 & 967481,9 \\ 3277,5 & 4779,4 & 967481,9 & 3872821,8 \end{bmatrix}. \quad (3.2.18)$$

Для проверки критерия (3.1.24) вычислим все угловые миноры матриц (3.2.16)-(3.2.18):

$$H_1^*(I_{m_et}):$$

$$\Delta_1 = 12,3; \Delta_2 = 140,6;$$

$$\Delta_3 = 12261896,5; \Delta_4 = 3741290946\ 51,9. \quad (3.2.19)$$

$$H_2^*(I_{m_et}):$$

$$\Delta_1 = 11,7; \Delta_2 = 62,9;$$

$$\Delta_3 = 9647652,9; \Delta_4 = 2704978948\ 019,6. \quad (3.2.20)$$

$$H_3^*(I_{m_et}):$$

$$\Delta_1 = 12,4; \Delta_2 = 145,7;$$

$$\Delta_3 = 12725254,5; \Delta_4 = 3637362290\ 50,0. \quad (3.2.21)$$

Выражения (3.2.19)-(3.2.21) содержат положительные угловые миноры матриц $H(I_{m_et})$ (3.2.16)-(3.2.18), что является подтверждением сходимости на серии запусков алгоритма АПО при критерии оптимизации (3.2.9).

Преимущество рассматриваемого интегрального критерия со штрафной функцией (3.2.9) в сравнении с интегральным критерием, включающим производные различного порядка $\varepsilon(t, \mathbf{q})$, состоит в том, что не требуется разбивать критерий на составные части и отдельно по ним выполнять оптимизацию.

Таблица 3.2.2 – Результаты работы алгоритма АПО при использовании критерия оптимизации I_s

k	q_1^0	q_2^0	q_3^0	q_4^0	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*	$I_s(\mathbf{q}^0)$	$I_s(\mathbf{q}^*)$
	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,00682	0,02305	-0,00106	-0,00352	426,6	96,2
2.	0,00075	0,00075	0,00075	0,00075	0,00680	0,02276	-0,00087	-0,00253	394,7	96,7
3.	0,001	0,001	0,001	0,001	0,00826	0,02302	-0,00095	-0,00360	366,1	96,8

Рассмотрим оптимизацию регулятора [98, 99], когда есть ограничения на используемый диапазон настраиваемых параметров регулятора $\mathbf{q} \in \mathbf{Q}$ и присутствуют требования к итоговому переходному процессу, определяемые эталонной моделью $G_{et}(p)$:

$$I_{et} = \int_0^{\infty} (x_{et}(t) - x(t, \mathbf{q}))^2 dt, \quad (3.2.22)$$

$$x_{et}(t) = G_{et}(p)\lambda(t),$$

$$G_{et}(p) = \frac{k_{et}}{T_{et}^2 p^2 + 2T_{et}\zeta_{et}p + 1} e^{-p\tau_{et}}, \quad (3.2.23)$$

где $T_{et}=100$ с, $\zeta_{et}=40$, $k_{et}=1$, $\tau_{et}=50$ с.

Используются ограничения на настраиваемые параметры $\mathbf{q}$ регулятора, которые формируют замкнутую область настраиваемых параметров $\mathbf{q}$, обеспечивающих получения устойчивых переходных процессов.

Заявленные ограничения на настраиваемые параметры ПИ-РПС в настоящей работе предлагается реализовывать через построение стандартного ПИ-регулятора на основе регулятора с внутренней моделью (ПИ-ИМС-регулятор) [25, 92, 101, 104]:

$$q_1 = q_3 = \frac{T_{obl} + T_{ob2}}{k_{ob}(2\eta + \tau_{ob})}; q_2 = q_4 = \frac{1}{k_{ob}(2\eta + \tau_{ob})}, \quad (3.2.24)$$

где η - параметр, принимающий значения в настоящей работе диапазоне $[0; 10000]$.

С учетом параметров объекта (3.2.2) и выражений (3.2.24) определим границы диапазонов, настраиваемых параметров ПИ-РПС, в ходе работы алгоритма АПО:

$$q_1, q_3 \in [0,00249; 1]; q_2, q_4 \in [0,00004; 0,02]. \quad (3.2.25)$$

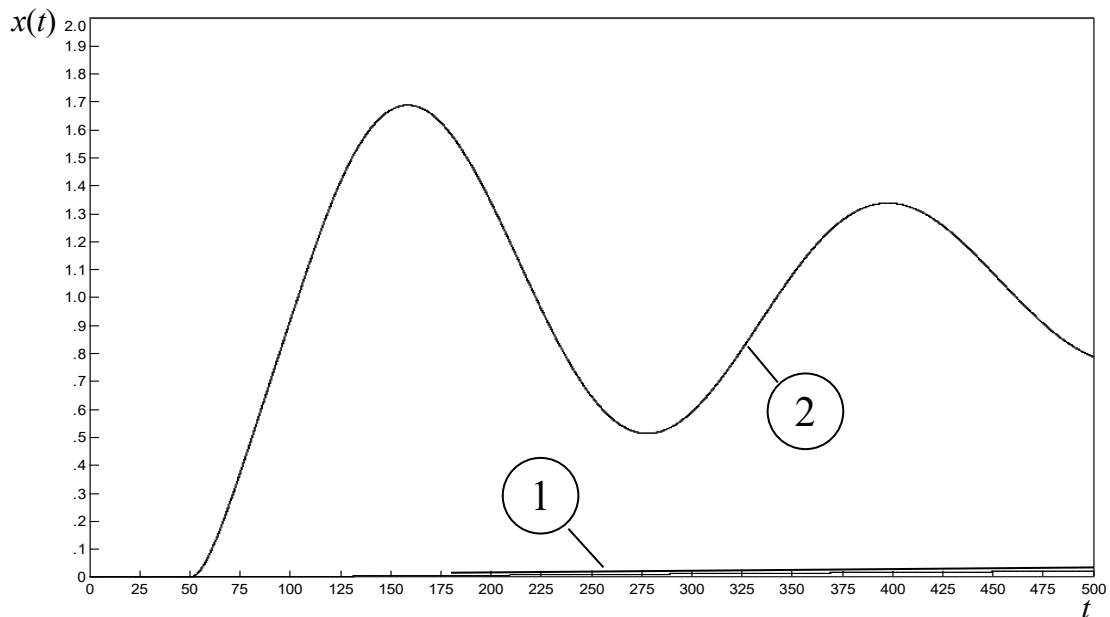


Рис. 3.2.9. Графики переходных процессов в автоматической системе (2.1.1) при $\eta=10000$ (1) и $\eta=0$ (2)

Ниже представлены результаты запусков алгоритма АПО при условии ограничений на нижние и верхние границы настраиваемых параметров РПС с учётом требований к переходному процессу, определяемых задействованной эталонной моделью на основе колебательного звена второго порядка.

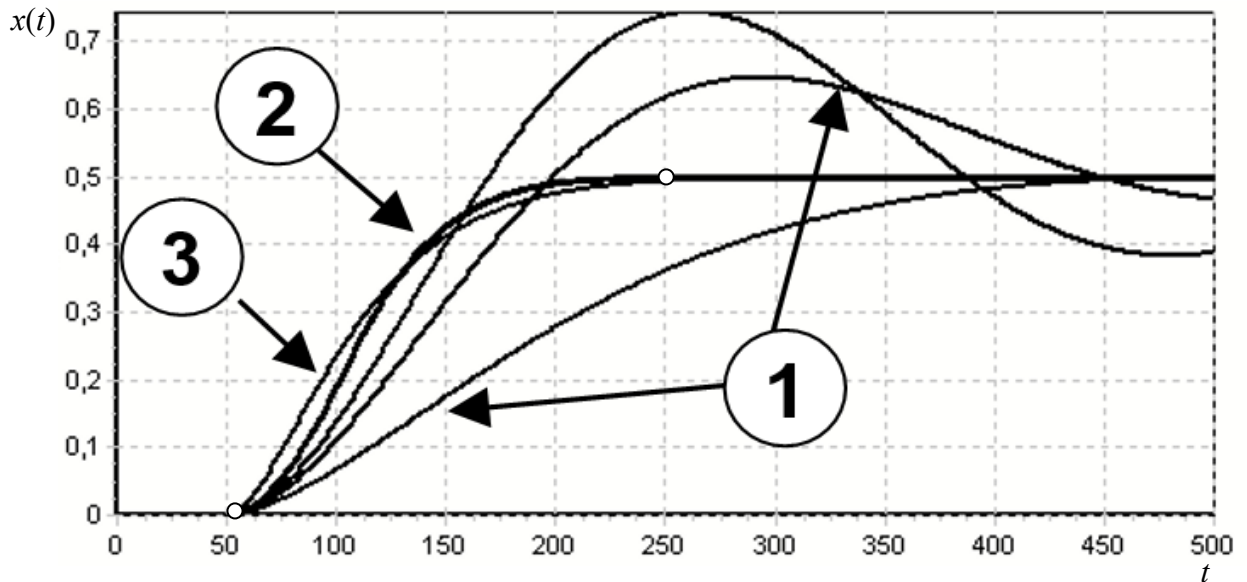


Рис. 3.2.10. Графики переходных процессов в начальных (1) и конечных (2) точках работы алгоритма АПО, эталонной модели (3)

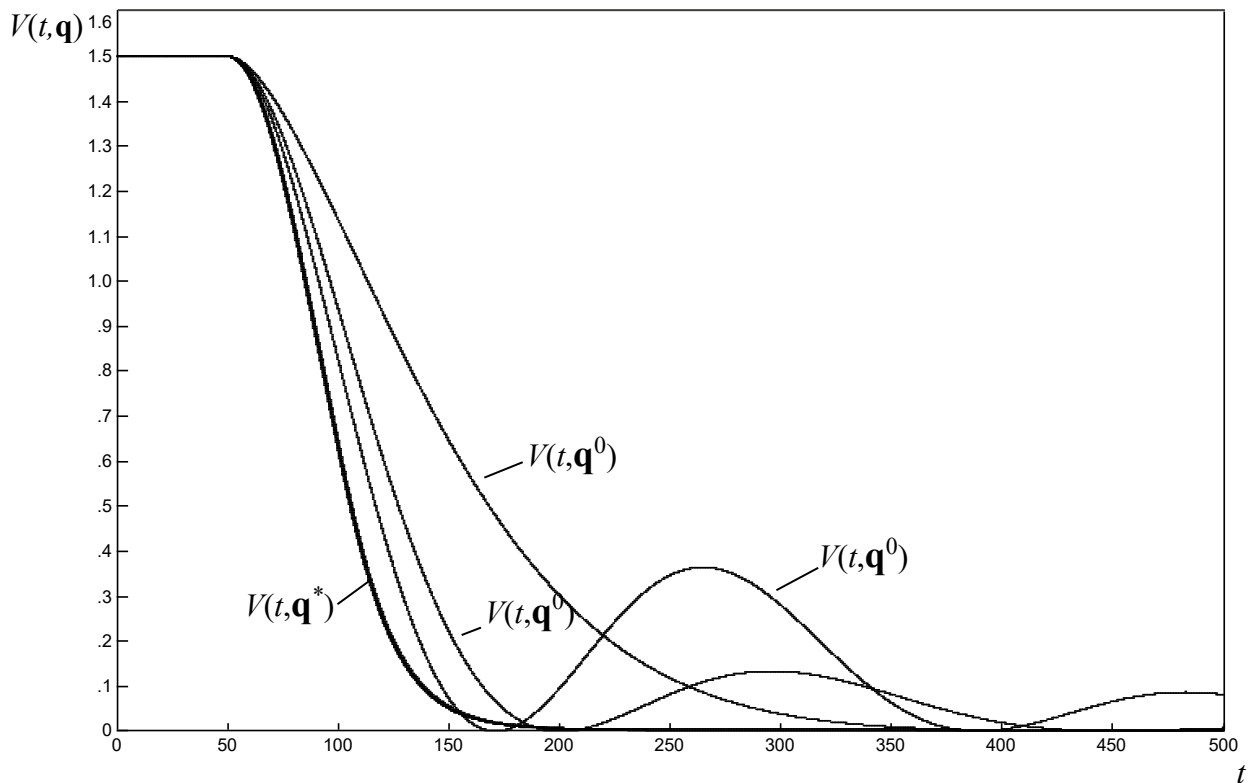


Рис. 3.2.11. Функция $V(t)$ Ляпунова для начальных и конечных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}$ ПИ-РПС: 1- $V(t, \mathbf{q}^0)$, 2- $V(t, \mathbf{q}^*)$ при использовании критерия оптимизации (3.2.22) после серии запусков алгоритма АПО

Содержимое рис. 3.2.11 подтверждает выполнение второго метода Ляпунова при обосновании сходимости итерационного алгоритма АПО с использованием с эталонной модели и ограничений на вектор настраиваемых параметров $\mathbf{q}$.

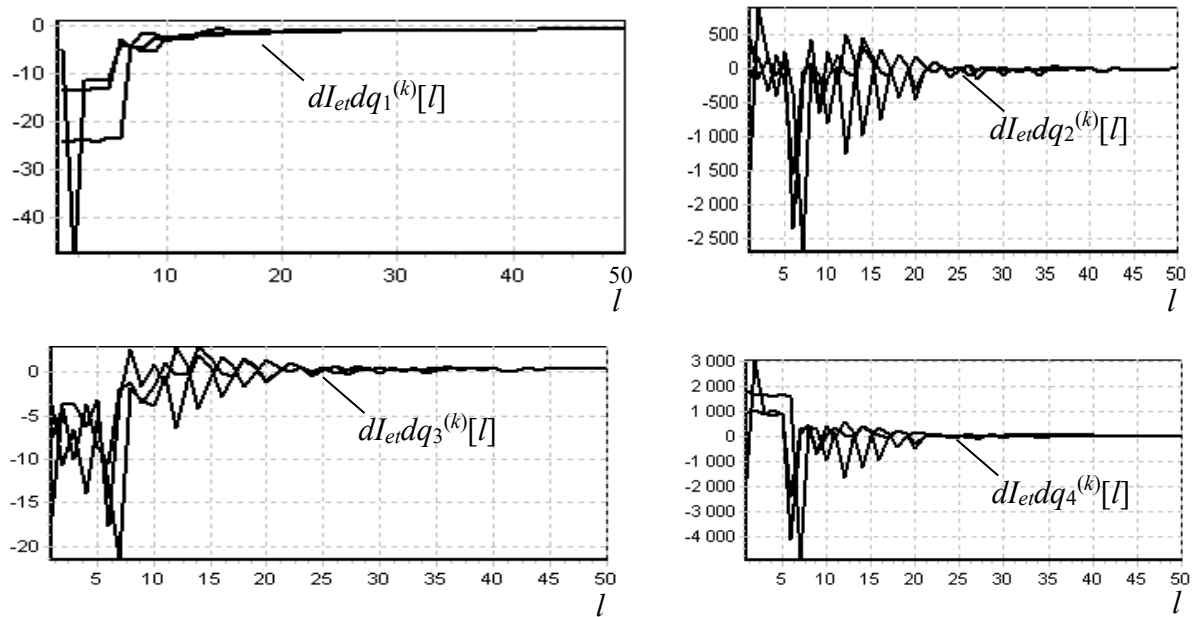


Рис. 3.2.12. Графики изменения значений составляющих градиента $dI_{et}/dq_1[l]$, $dI_{et}/dq_2[l]$, $dI_{et}/dq_3[l]$, $dI_{et}/dq_4[l]$ критерия оптимизации (3.2.22) с эталонной моделью в ходе работы алгоритма АПО, ($k=1,2,3$)

В таблице № 3.2.3 отражены результаты работы алгоритма АПО при использовании критерия оптимизации (3.2.22) с различными $\mathbf{q}_k^0$ ($k = 1,2,3$). Для полученных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ рассчитана матрица Гессэ $H(I_{m_et})$:

$$H_1^*(I_{m_et}) = \begin{bmatrix} 9,9 & 4,6 & 514,9 & 469,6 \\ 4,6 & 13,2 & 1304,5 & 3912,1 \\ 514,9 & 1304,5 & 256364,3 & 1115958,7 \\ 469,6 & 3912,1 & 1115958,7 & 5542535,3 \end{bmatrix}. \quad (3.2.26)$$

$$H_2^*(I_{m_et}) = \begin{bmatrix} 9,8 & 4,4 & 494,1 & 372,7 \\ 4,4 & 12,8 & 1255,5 & 3673,7 \\ 494,1 & 1255,5 & 249606,7 & 1079984,9 \\ 372,7 & 3673,7 & 1079984,9 & 5353143,6 \end{bmatrix}. \quad (3.2.27)$$

$$H_3^*(I_{m_et}) = \begin{bmatrix} 9,9 & 4,8 & 544,3 & 647,3 \\ 4,8 & 13,7 & 1385,8 & 4335,6 \\ 544,3 & 1385,8 & 271838,3 & 1213474,9 \\ 647,3 & 4335,6 & 1213474,9 & 6133636,8 \end{bmatrix}. \quad (3.2.28)$$

С целью проверки выполнения критерия сходимости (3.1.24) для алгоритма АПО при использовании критерия оптимизации (3.2.22) вычислим все угловые миноры матриц (3.2.27)-(3.2.29):

$$\begin{aligned} H_1^*(I_{m_et}): \\ \Delta_1 = 9,9; \Delta_2 = 109,2; \\ \Delta_3 = 13836198,7; \Delta_4 = 2651888374 48,9. \end{aligned} \quad (3.2.29)$$

$$\begin{aligned} H_2^*(I_{m_et}): \\ \Delta_1 = 9,8; \Delta_2 = 107,0; \\ \Delta_3 = 13521848,1; \Delta_4 = 2398623847 32,1. \end{aligned} \quad (3.2.30)$$

$$\begin{aligned} H_3^*(I_{m_et}): \\ \Delta_1 = 9,9; \Delta_2 = 112,7; \\ \Delta_3 = 14824755,7; \Delta_4 = 3050844467 76,2. \end{aligned} \quad (3.2.31)$$

Выражения (3.2.29)-(3.2.31) содержат положительные угловые миноры, что является подтверждением выполнения критерия сходимости (3.1.24) на серии запусков алгоритма АПО при использовании критерия оптимизации (3.2.22) с ограничениями на $\mathbf{q}$ (3.2.25).

Таблица 3.2.3 – Результаты работы алгоритма АПО при использовании критерия оптимизации I_{et}

k	q_1^0	q_2^0	q_3^0	q_4^0	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*	$I_{et}(\mathbf{q}^0)$	$I_{et}(\mathbf{q}^*)$
1.	0,09	0,01	0,09	0,01	0,10588	0,01855	0,09553	0,00020	3,89	0,11
2.	0,095	0,013	0,095	0,013	0,11892	0,01840	0,10228	0,00032	8,27	0,12
3.	0,085	0,005	0,085	0,005	0,09585	0,01854	0,08900	0,00013	7,31	0,13

3.3. Использование параметров модели объекта в интегральном критерии

Решение задачи параметрической оптимизации ПИ-РПС по базовому интегральному квадратичному критерию I (3.2.1) тесно связана с тем фактом, что параметры модели объекта не совпадают с реальным объектом [46-51] и полученный вектор настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ регулятора может не обеспечить требуемое значение коэффициента перерегулирования переходного процесса по допустимому значению. Мерой чувствительности автоматической системы по качеству управления в настоящей работе является относительная величина увеличения интегрального квадратичного критерия I (2.3.1) при заданном параметрическом несоответствии модели объекта и перерегулировании, не превышающем 15 % (критическая величина в автоматической системе управления температурой туннельной печи для обжига кирпича [63]).

Тем самым необходимо в критерий оптимизации вводить добавочные выражения. Эти выражения относятся к так называемому функционалу грубости J , рассмотренного в работах Розенвассера Е.Н., Юсупова Р.М. [42, 60], который в зависимости от постановки задачи может минимизироваться или служить в качестве ограничения. Далее рассматривается применение аппарата теории чувствительности и систем с переменной структурой к системе (2.1.1) с целью конкретизации критерия J .

В [42, 60] выделяют следующие постановки задачи параметрической оптимизации при использовании критерия J , которые в настоящей работе рассматриваются относительно интегрального квадратичного критерия I (3.2.1):

$$\min_{\mathbf{q}} I \text{ при } J \leq J_0. \quad (3.3.1)$$

$$\min_{\mathbf{q}} (c_1 I + c_2 J). \quad (3.3.2)$$

$$\min_{\mathbf{q}} J \text{ при } I \leq I_0. \quad (3.3.3)$$

$$\min_{\mathbf{q}} I(x(t) + \Delta x). \quad (3.3.4)$$

Проиллюстрируем ниже на графиках переходных процессов $x(t)$ задачи (3.3.1)-(3.3.4), учитывая, что минимизация по I увеличивает быстродействие в автоматической системе, снижая запасы устойчивости по фазе и амплитуде, а минимизация по критерию J замедляет скорость протекания переходного процесса, обеспечивая автоматическую систему необходимым запасом устойчивости.

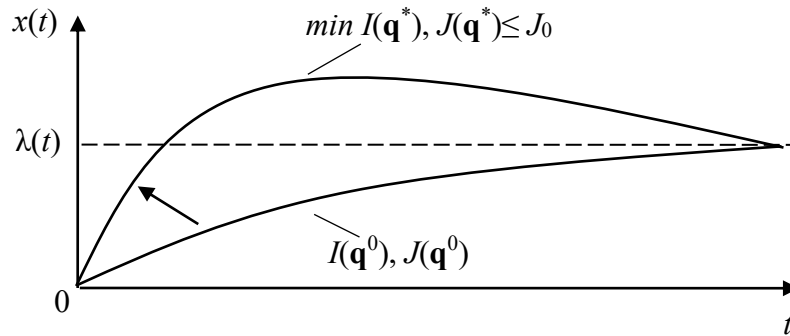


Рис. 3.3.1. Иллюстрация задачи параметрической оптимизации (3.3.1)

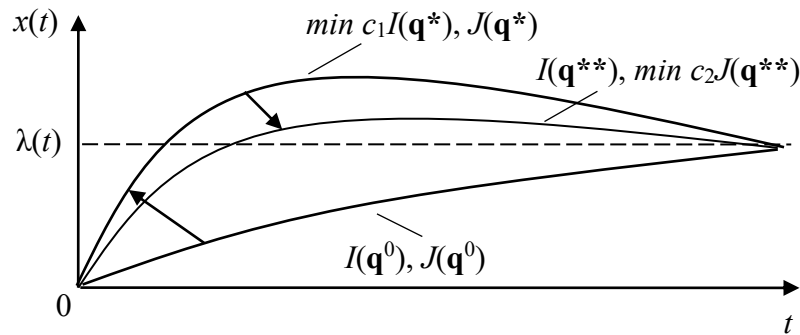


Рис. 3.3.2. Иллюстрация задачи параметрической оптимизации (3.3.2)

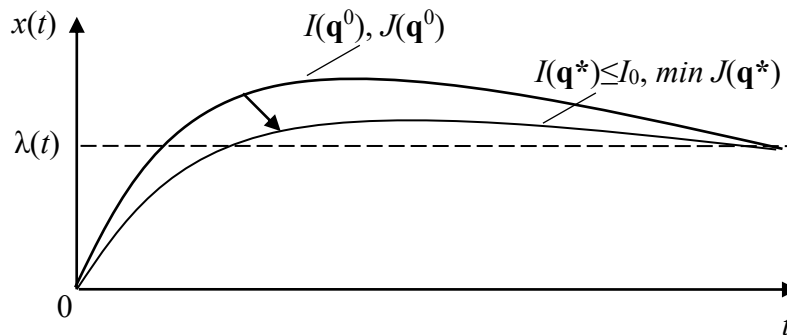


Рис. 3.3.3. Иллюстрация задачи параметрической оптимизации (3.3.3)

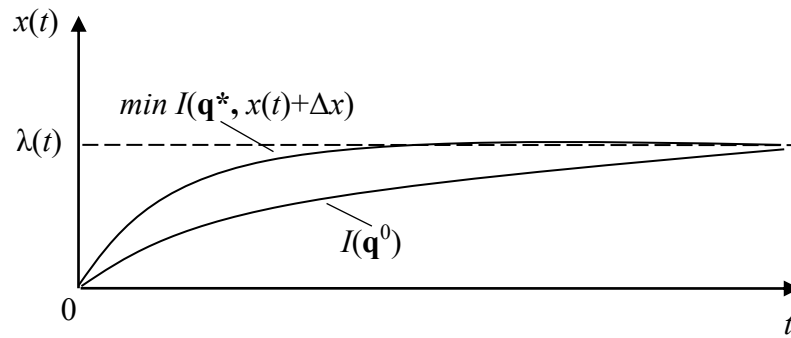


Рис. 3.3.4. Иллюстрация задачи параметрической оптимизации (3.3.4)

Как критерий J , так и дополнительное движение $x(t)+\Delta x$ в задаче (3.3.4) чаще всего выражаются через соответствующие функции чувствительности, которые определяются в результате интегрирования для них уравнений чувствительности. Для конкретных расчётов использование (3.3.4) не всегда возможно, так как сложно получить информацию о вероятностных характеристиках величины Δx . Более практичными являются задачи (3.3.1)-(3.3.3). Кроме того, отметим, что сформулированные выше задачи во многих случаях могут быть сведены одна к другой. Также выделим в перечисленных задачах отдельную проблему выбора констант c_1, c_2, I_0, J_0 . Определим, что несоответствие в меньшую сторону параметров модели и объектов положительно влияет на минимизацию перерегулирования переходного процесса, в отличие от обратного. С точки зрения теории автоматического управления наибольшее влияние при параметрическом несоответствии оказывают влияние неточности при идентификации коэффициента усиления и времени запаздывания объекта, которые связаны с соответствующими запасами для сохранения устойчивости системы [52].

Если в вышеприведённых определениях грубости вариации рассматриваемого критерия качества системы выразить через функции чувствительности, то основные неравенства в определениях грубости можно выразить через функции чувствительности. В линейном приближении вариация функционала $I = \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt$ для объекта из главы 2.1. имеет вид:

$$\Delta I = \frac{\partial I}{\partial k_{ob}} \Delta k_{ob} + \frac{\partial I}{\partial \tau_{ob}} \Delta \tau_{ob} + \frac{\partial I}{\partial T_{ob1}} \Delta T_{ob1} + \frac{\partial I}{\partial T_{ob2}} \Delta T_{ob2}. \quad (3.3.5)$$

$$\Delta I = -2 \int_0^L \varepsilon(t, \mathbf{q}) (\xi_{kob}(t) \Delta k_{ob} + \xi_{\tau ob}(t) \Delta \tau_{ob} + \xi_{Tob1}(t) \Delta T_{ob1} + \xi_{Tob2}(t) \Delta T_{ob2}) dt. \quad (3.3.6)$$

$$\mathbf{a} = (k_{ob}, \tau_{ob}, T_{ob1}, T_{ob2}). \quad (3.3.7)$$

Согласно [59,60] переходный процесс $x(t, \mathbf{a})$ называется грубым по отношению к $\mathbf{a}$, если при $x(t, \mathbf{a} + \Delta \mathbf{a}) \approx x(t, \mathbf{a})$ для всякого положительного χ найдётся положительное δ , такое, что как только удовлетворяется условие:

$$\sqrt{(\Delta k_{ob}^2 + \Delta \tau_{ob}^2 + \Delta T_{ob1}^2 + \Delta T_{ob2}^2)} \leq \delta, \quad (3.3.8)$$

так выполняется неравенство

$$\sup \sqrt{((\xi_{kob}(t) \Delta k_{ob})^2 + (\xi_{\tau ob}(t) \Delta \tau_{ob})^2 + (\xi_{Tob1}(t) \Delta T_{ob1})^2 + (\xi_{Tob2}(t) \Delta T_{ob2})^2)} \leq \chi, \quad (3.3.9)$$

В качестве критерия оптимизации выбран вариант критерия J с учётом того, что вариация временных параметров модели объекта T_1 , T_2 , τ_{ob} значительно меньше влияет на значение критерия I , чем параметр k_{ob} (это определяется величиной составляющих градиента критерия I по параметрам T_1 , T_2 , τ_{ob} в сравнении с k_{ob} (Приложение № 8) и тем, что k_{ob} и коэффициент усиления регулятора определяют общий коэффициент усиления автоматической системы):

$$J = \int_0^L \left(\frac{\partial F(\varepsilon(t, \mathbf{q}))}{\partial k_{ob}} \right)^2 dt, \min_{\mathbf{q}} J \text{ при } I \leq I_0, \quad (3.3.10)$$

$$F = \varepsilon^2(t, \mathbf{q}), \quad (3.3.11)$$

где k_{ob} – коэффициент усиления объекта $G_p(p)$.

Подставим (3.3.11) в (3.3.10):

$$J = \int_0^L (-2\varepsilon(t, \mathbf{q}) \xi_{kob}(t))^2 dt, \quad (3.3.12)$$

$$J = 4 \int_0^L \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) \xi_{kob}^2(t) dt. \quad (3.3.13)$$

Для реализации алгоритма параметрического синтеза ПИ-РПС по критерию J необходимо рассмотреть вычисление составляющих градиента этого критерия:

$$\frac{\partial J}{\partial q_i} = 8 \int_0^L (-\varepsilon(t, \mathbf{q}) \xi_i(t) \xi_{kob}^2(t) + \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) \xi_{kob}(t) \xi_{ikob}(t)) dt, \quad (3.3.14)$$

$$i = 1, \dots, n.$$

где $\xi_{ikob}(t)$, $\xi_{kob}(t)$ – функции чувствительности.

По аналогии с выводом выражений для функций чувствительности $\xi_i(t)$ получим выражения для функций чувствительности $\xi_{ikob}(t)$, $\xi_{kob}(t)$:

$$\frac{\partial \varepsilon(t, \mathbf{q})}{\partial k_{ob}} = -\xi_{kob}(t), \quad (3.3.15)$$

$$\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial k_{ob}} = G_c(p, \mathbf{q}^{(j)}) (-\xi_{kob}(t)), \quad (3.3.16)$$

$$\xi_{kob}(t) = \frac{\partial G_p(p)}{\partial k_{ob}} u(t, \mathbf{q}) + G_p(p) \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial k_{ob}}. \quad (3.3.17)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial k_{ob}} = -\xi_{ikob}(t), \quad (3.3.18)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial k_{ob}} = \frac{\partial G_c(p, \mathbf{q}^{(j)})}{\partial q_i} (-\xi_{kob}(t)) + G_c(p, \mathbf{q}^{(j)}) (-\xi_{ikob}(t)), \quad (3.3.19)$$

$$\xi_{ikob}(t) = \frac{\partial G_p(p)}{\partial k_{ob}} \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i} + G_p(p) \frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial k_{ob}}, \quad (3.3.20)$$

Для исследования в стационарной точке алгоритма АПО по критерию J привлекается соответствующая матрица Гессе:

$$(3.3.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial q_i \partial q_j} = & 8 \int_0^L (\xi_i(t) \xi_j(t) \xi_{kob}^2(t) + \varepsilon(t, \mathbf{q}) (-\xi_{ij}(t)) \xi_{kob}^2(t) + \varepsilon(t, \mathbf{q}) (-\xi_j(t)) 2 \xi_{kob}(t) \xi_{ikob}(t) \\ & + 2 \varepsilon(t, \mathbf{q}) (-\xi_i(t)) \xi_{jkob}(t) \xi_{kob}(t) + \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) \xi_{jkob}(t) \xi_{ikob}(t) + \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) \xi_{ijkob}(t) \xi_{kob}(t)) dt. \\ \xi_{ijkob}(t) = & \frac{\partial G_p(p)}{\partial k_{ob}} \frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial q_j} + G_p(p) \frac{\partial^3 u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i \partial q_j \partial k_{ob}}, (i, j = 1, \dots, n). \end{aligned} \quad (3.3.22)$$

На рис. 3.3.5 представлена схема получения функций чувствительности первого порядка критерия J , которые необходимы для реализации алгоритма

АПО. В приложении № 7 представлены модели чувствительности критерия J , реализованные в программе Vissim 8.0.

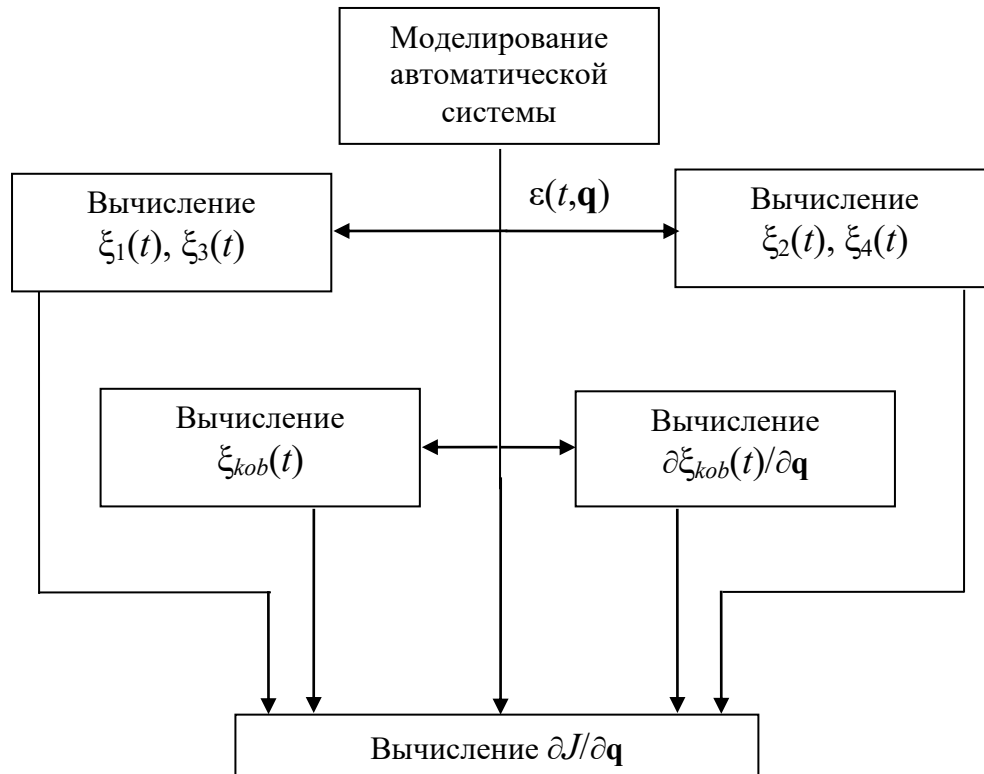


Рис. 3.3.5. Структурная схема для получения функций чувствительности первого порядка критерия J

Далее рассмотрим применение критерия J в задаче параметрической оптимизации ПИ-РПС [31]: минимизация перерегулирования переходного процесса с параметрами ПИ-РПС $\mathbf{q}^*$, полученными после параметрической оптимизации ПИ-РПС по критерию I ;

Представим стартовые точки $\mathbf{q}_k^{(0)} (k=1,2,3)$ алгоритма АПО из таблицы 3.2.1 с величиной коэффициента перерегулирования σ :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}_1^{(0)} &= (0,00512; 0,03725; -0,00019; -0,02107), \sigma(\mathbf{q}_1^{(0)}) = 16\%; \\
 \mathbf{q}_2^{(0)} &= (0,00569; 0,03744; -0,00897; -0,02126), \sigma(\mathbf{q}_2^{(0)}) = 16\%; \\
 \mathbf{q}_3^{(0)} &= (0,00559; 0,03725; 0,00032; -0,02091), \sigma(\mathbf{q}_3^{(0)}) = 16\%.
 \end{aligned}
 \tag{3.3.30}$$

Конкретизируем задачу параметрической оптимизации:

$$\min_{\mathbf{q}} J \text{ при } I \leq I_0; I_0 = I(\mathbf{q}_k^{(0)}) * c_1; c_1 = 1,5; (k = 1,2,3)). \quad (3.3.31)$$

После серии запусков алгоритма АПО для решения задачи (3.3.31) получены следующие переходные процессы:

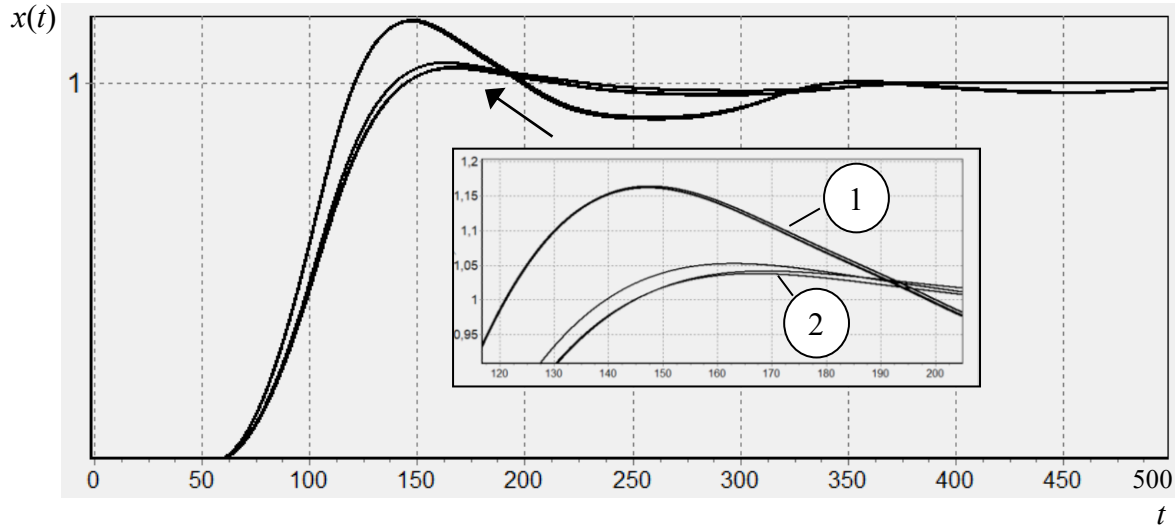


Рис. 3.3.6. Переходные процессы в автоматической системе: 1 – после оптимизации по стандартному интегральному квадратичному критерию I ; 2 – после оптимизации по критерию J

В результате работы алгоритма АПО для задачи (3.3.31) получен $\mathbf{q}_k^* (k = 1,2,3)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1^* &= (0,00468; 0,0294; -0,00059; -0,00927), \sigma(\mathbf{q}_1^*) = 4\%; \\ \mathbf{q}_2^{(0)} &= (0,00537; 0,03070; -0,00934; -0,01106), \sigma(\mathbf{q}_2^*) = 5\%; \\ \mathbf{q}_3^{(0)} &= (0,00521; 0,02953; -0,00008; -0,00969), \sigma(\mathbf{q}_3^*) = 4\%. \end{aligned} \quad (3.3.32)$$

Согласно (3.3.32) применение критерия J позволило уменьшить перерегулирование на 10-11% при увеличении I на 9-10%. На рис. 3.3.6 показана оптимизация таких переходных процессов по критерию J с получением семейства итоговых переходных процессов с коэффициентом перерегулирования в диапазоне [5%;7%], допустимом для практики автоматизации обжига керамических изделий [63].

Сравним результаты (3.3.32) с результатами, полученными в ходе решения следующей задачи параметрической оптимизации с корректировкой коэффициента c_1 :

$$\min_{\mathbf{q}} \hat{\varepsilon}^2(t, \mathbf{q}) \text{ при } I \leq I_0; I_0 = I(\mathbf{q}_k^{(0)}) * c_1; c_1 = 1,05; (k = 1,2,3)). \quad (3.3.33)$$

Для задачи (3.3.33) использовались начальные параметры из задачи (3.3.31).

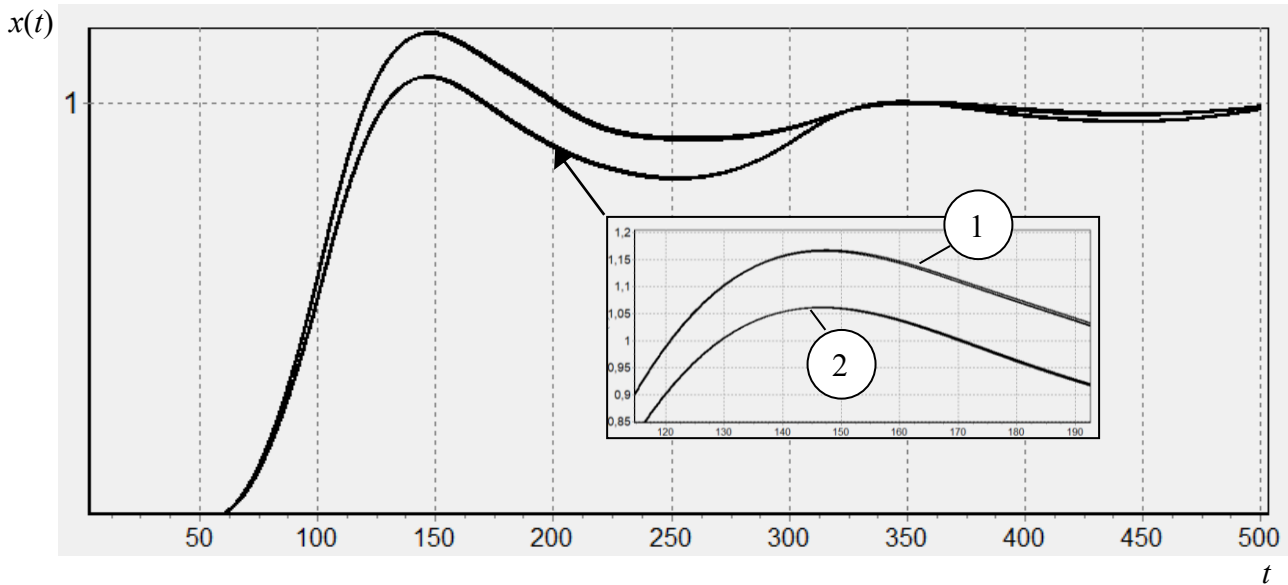


Рис. 3.3.7. Переходные процессы в автоматической системе: 1 – после оптимизации по стандартному интегральному квадратичному критерию J ; 2 – после оптимизации по интегральному квадратичному критерию на основе $\dot{\varepsilon}^2(t, \mathbf{q})$

В результате работы алгоритма АПО для задачи (3.3.33) получен $\mathbf{q}_k^* (k=1,2,3)$:

$$\mathbf{q}_1^* = (0,00492; 0,03397; -0,000159; -0,01925), \sigma(\mathbf{q}_1^*) = 5,9\%;$$

$$\mathbf{q}_2^{(0)} = (0,00549; 0,03414; -0,00897; -0,01947), \sigma(\mathbf{q}_2^*) = 5\%; \quad (3.3.34)$$

$$\mathbf{q}_3^{(0)} = (0,00539; 0,03394; 0,00031; -0,01951), \sigma(\mathbf{q}_3^*) = 6,1\%.$$

Согласно (3.3.34) применение критерия на основе $\dot{\varepsilon}^2(t, \mathbf{q})$ позволило также уменьшить перерегулирование на 10-11%, как и при использовании критерия J . В сравнении с результатами по критерию J здесь в два раза меньше потери относительно вариации критерия J , но при этом на временном интервала [150с; 350с] максимальное отклонение переходного процесса составляет 15 %, что является критическим показателем в практике автоматизации обжига кирпича [63].

Рассмотрим на численных экспериментах задачу параметрической оптимизации (3.3.31) при отсутствии ограничения:

$$\min_{\mathbf{q}} J. \quad (3.3.33)$$

Стартовые точки $\mathbf{q}_k^{(0)} (k=1,2,3)$ алгоритма АПО выбраны с разным перерегулированием и отсутствием его:

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_1^{(0)} &= (0,0175; 0,0175; 0,0175; 0,0175), \sigma(\mathbf{q}_1^{(0)}) = 85\%; \\ \mathbf{q}_2^{(0)} &= (0,015; 0,015; 0,015; 0,015), \sigma(\mathbf{q}_2^{(0)}) = 69\%; \\ \mathbf{q}_3^{(0)} &= (0,014; 0,014; 0,014; 0,014), \sigma(\mathbf{q}_3^{(0)}) = 62,5\%; \\ \mathbf{q}_4^{(0)} &= (0,005; 0,005; 0,005; 0,005), \sigma(\mathbf{q}_4^{(0)}) = 0\%.\end{aligned}\quad (3.3.34)$$

Далее представлены результаты запусков алгоритма АПО для задачи параметрической оптимизации (3.3.33) с параметрами ПИ-РПС (3.3.34) и соответствующие графики переходных процессов на рис. 3.3.8.

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_1^* &= (0,01713; 0,02791; 0,01761; -0,00937); \sigma(\mathbf{q}_1^*) = 0\%; I(\mathbf{q}_1^*) = 92,2; \\ \mathbf{q}_2^* &= (0,01371; 0,03052; 0,01523; -0,01082); \sigma(\mathbf{q}_2^*) = 7\%; I(\mathbf{q}_2^*) = 90; \\ \mathbf{q}_3^* &= (0,01173; 0,02508; 0,01320; -0,00743); \sigma(\mathbf{q}_3^*) = 0\%; I(\mathbf{q}_3^*) = 97; \\ \mathbf{q}_4^* &= (0,00453; 0,00760; 0,00434; -0,00844); \sigma(\mathbf{q}_4^*) = 0\%; I(\mathbf{q}_4^*) = \infty.\end{aligned}\quad (3.3.35)$$

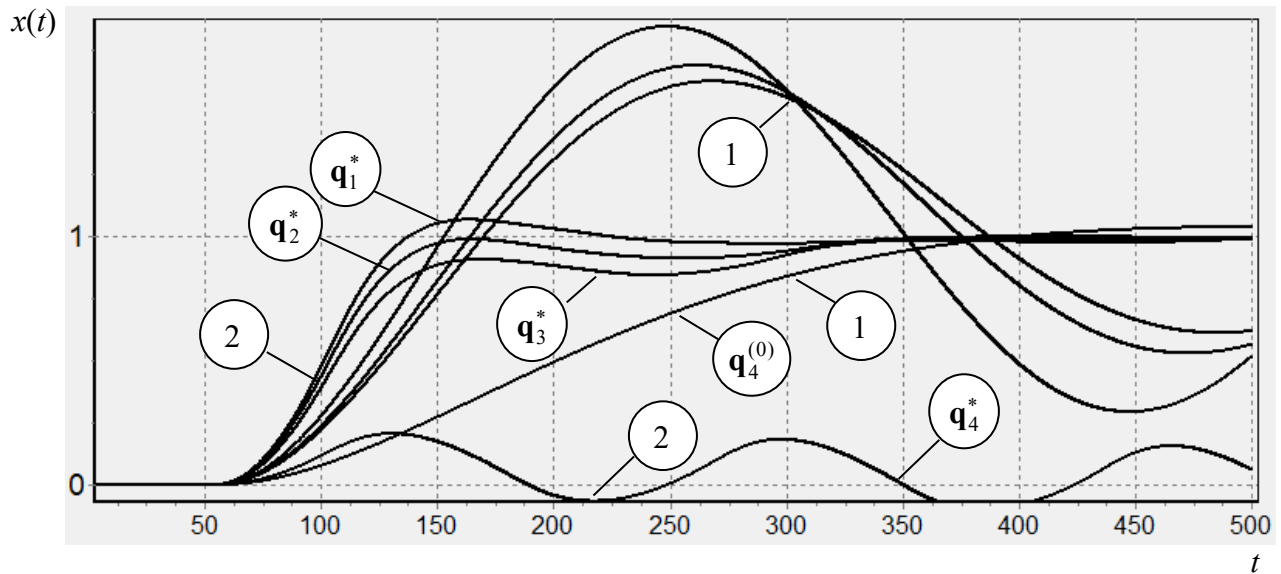


Рис. 3.3.8. Переходные процессы в автоматической системе: 1 – стартовые; 2 – после оптимизации по критерию J для задачи (3.3.33)

При оптимизации критерия J для стартового переходного процесса без перерегулирования $\mathbf{q}_4^{(0)}$ обнаружено, что итоговый переходный процесс стремится к временной оси и становится неустойчивым (рис. 3.3.8).

С помощью модели чувствительности второго порядка для критерия J (Приложение № 7) ниже показано, что полученные алгоритмом АПО стационарные точки $\mathbf{q}_1^*, \mathbf{q}_2^*, \mathbf{q}_3^*$, могут относиться по типу к седловым. Так же в серии численных экспериментов для задачи параметрической оптимизации (3.3.33) установлено, что в ходе оптимизации стартовые переходные процессы с перерегулированием могут привести к итоговым расходящимся переходным процессам. Это говорит о том, что алгоритм АПО «перескочил» область нахождения седловых точек. Отсюда можно сделать вывод, что в случае отсутствия ограничения на критерий I устойчивое решение задачи (3.3.33) зависит от начальной точки и стартового шага градиентного алгоритма.

Для полученных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ рассчитана матрица Гессе $H(J)$:

$$H_1^*(J) = \begin{bmatrix} 0,00585 & 0,02233 & -1273,89248 & -475,59066 \\ 0,02233 & 0,10233 & -5753,65310 & -2174,86329 \\ -1273,89248 & -5753,65310 & 79807915,19985 & 29733288,08371 \\ -475,59066 & -2174,92336 & 29733288,08371 & 11089078,72438 \end{bmatrix} \quad (3.3.36)$$

$$H_2^*(J) = \begin{bmatrix} 0,00001237 & 0,00000597 & -22,68534368 & -32,63799295 \\ 0,00000597 & 0,00000031 & -21,38895680 & -30,71063622 \\ -22,68534368 & -21,38895680 & 23791287,35936210 & 34175895,86139060 \\ -32,63799295 & -30,71159758 & 34175895,86139060 & 49147959,92933900 \end{bmatrix}$$

$$H_3^*(J) = \begin{bmatrix} 0,00000704 & -0,00000857 & -18,18732124 & -12838,29090930 \\ -0,00000857 & 0,00003527 & 66,70963886 & 100,75566077 \\ -18,18732124 & 66,70963886 & 40363995,90776760 & 60591186,53568080 \\ -27,81885956 & 100,75546178 & 60591186,53568080 & 91054634,62826710 \end{bmatrix}$$

Для проверки наличия седловой точки вычислим все угловые миноры матриц (3.3.36):

$$H_1^*(J):$$

$$\Delta_1 = 0,00585448; \Delta_2 = 0,00010054; \quad (3.3.37)$$

$$\Delta_3 = -24536,86589170; \Delta_4 = 528459129,68900400.$$

$$H_2^*(J):$$

$$\Delta_1 = 0,00001237; \Delta_2 = 0,00000000; \quad (3.3.38)$$

$$\Delta_3 = -0,00077767; \Delta_4 = -40,85321151.$$

$$H_3^*(J):$$

$$\Delta_1 = 0,00000704; \Delta_2 = 0,00000000; \quad (3.3.39)$$

$$\Delta_3 = -0,01512726; \Delta_4 = 13216900,57181990.$$

Выражения (3.3.37)-(3.3.39) содержат миноры с разными знаками, что является основанием для рассмотрения $\mathbf{q}^*$ как седловой точки.

Таблица № 3.3.1 –
10% (Δ) увеличение значения параметров объекта управления после запуска алгоритма АПО при использовании базового интегрального квадратичного критерия I

k	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*	I	$I(\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a})$	$\Delta I, \%$	$\sigma(\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a}), \%$
1.	0,00512	0,03725	-0,00019	-0,02107	87,5	105,6	+20%	>15%
2.	0,00569	0,03744	-0,00897	-0,02126	87,5	105,9	+21%	>15%
3.	0,00559	0,03725	0,00032	-0,02091	87,5	106,7	+21,9	>15%

Таблица № 3.2.2 –
10% (Δ) увеличение значения параметров объекта управления после запуска алгоритма АПО при использовании интегрального квадратичного критерия со штрафной функцией I_S

k	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*	I	$I(\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a})$	$\Delta I, \%$	$\sigma(\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a}), \%$
1.	0,00682	0,02305	-0,00106	-0,00352	96,2	103,2	+7,2%	10%..15%
2.	0,00680	0,02276	-0,00087	-0,00253	96,7	104,7	+8,2%	10%..15%
3.	0,00826	0,02302	-0,00095	-0,00360	96,8	103,5	+6,9%	10%..15%

Таблица № 3.2.3 –
10% (Δ) увеличение значения параметров объекта управления после запуска алгоритма АПО при использовании грубого интегрального квадратичного критерия J

k	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*	I	$I(\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a})$	$\Delta I, \%$	$\sigma(\mathbf{a} + \Delta\mathbf{a}), \%$
1.	0,00468	0,0294	-0,00059	-0,00927	91,1	102,6	+12,6%	>15%
2.	0,00537	0,03070	-0,00934	-0,01106	90,2	102,5	+13,6%	>15%
3.	0,00521	0,02953	-0,00008	-0,00969	90,9	101,9	+12,1%	>15%

Согласно таблицам №№ 3.3.1-3.2.3 наименьшее значение вариации критерия I (при 10% увеличении значения параметров объекта управления) соответствует настраиваемым параметрам ПИ-РПС $\mathbf{q}^*$, которые получены с помощью алгоритма АПО на основе интегрального критерия со штрафной функцией (3.2.9). Что является подтверждением снижения чувствительности

автоматической системы (2.1.1) с параметрами (3.2.2) по качеству управления при допустимом перерегулировании σ , в среднем на 13,46% в сравнении критерием оптимизации I (3.2.1) и в среднем на 5,33% в сравнении критерием оптимизации J (3.3.10).

Выводы по главе 3

1. Получена модель чувствительности второго порядка для ПИ-регулятора с переменной структурой для элементов матрицы Гессе, которые применяются в критерии сходимости алгоритма АПО. К рассматриваемым системам с переменной структурой сложно применить аналитический подход – теоремы, подтверждающие сходимость, поэтому используются численные подходы – серии запусков алгоритма АПО с соответствующим анализом полученных результатов.

2. Решение проблемы неоднозначности значений настраиваемых параметров ПИ-регулятора с переменной структурой, полученных в ходе действия алгоритма АПО, через использование моментов переключения структур регулятора показало неустойчивость при использовании штрафной функции в критерии оптимизации. Приведены примеры исследования алгоритмов АПО одноконтурных систем с ПИ-регулятором с переменной структурой при использовании интегрального критерия вместе со штрафной функции, интегрального критерия с эталонной моделью и ограничением на вектор настраиваемых параметров ПИ-РПС.

3. Представлено математические описания штрафной функции напрямую связаны с верхней оценкой выходной координаты регулятора автоматической системы. Рассмотрены постановки задачи параметрической оптимизации при использовании функционала грубости J , которые рассматриваются относительно базового интегрального квадратичного критерия I . Наименьшее значение вариации критерия I (при 10% увеличении параметров объекта управления) соответствует $\mathbf{q}^*$, которые получены с помощью алгоритма АПО на основе

интегрального критерия со штрафной функцией. Что является подтверждением снижения чувствительности автоматической системы (2.1.1) с параметрами (3.2.2) по качеству управления при допустимом перерегулировании σ , в среднем на 13,46% в сравнении критерием оптимизации I (3.2.1) и в среднем на 5,33% в сравнении критерием оптимизации J (3.3.10).

Глава 4. Использование регулятора с переменной структурой в автоматической системе управления температурой промышленной печи

4.1. Описание автоматической системы управления

Туннельная печь представляет собой объект управления, управляемой величиной которого является температура θ , а управляющим воздействием - линейное перемещение клапана μ , от величины которого зависит количество топлива, подаваемого в форсунку (количество теплоты) [63].

Далее приведена структурная схема промышленной туннельной печи для обжига керамического кирпича.

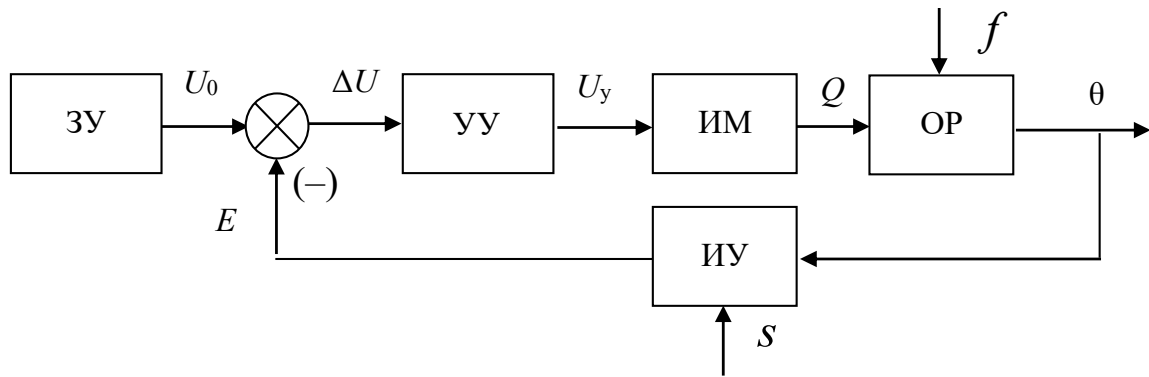


Рис. 4.1.1. Структурная схема системы поддержания температуры в печи для обжига кирпича [70]

В работе [63] установлено, что исходная влажность кирпича является основным возмущающим воздействием $f(t)$ в исследуемой автоматической системе. Оператор объекта управления представлен колебательным звеном второго порядка, а $f(t)$ моделируется ступенчатым воздействием.

Рассмотрим применяемую на производстве модель автоматической системы поддержания температуры туннельной печи с функциональной схемой на рис. 4.1.2.

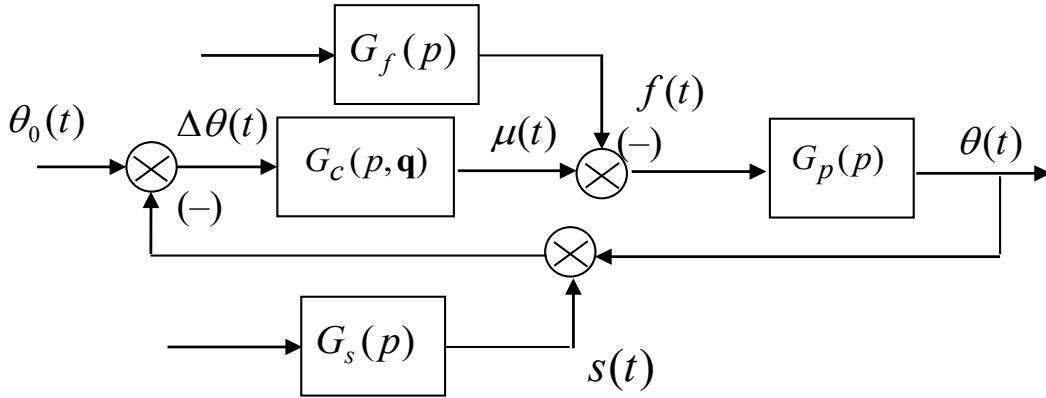


Рис. 4.1.2. Функциональная схема исследуемой автоматической системы

Представим описания процессов, протекающих в автоматической системе поддержания температуры в туннельной печи для обжига кирпича с РПС общего вида с конечным количеством переключений:

$$\begin{aligned} \Delta\theta(t, \mathbf{q}) &= \theta_0(t) - \theta(t) + s(t), \\ \mu(t, \mathbf{q}) &= \begin{cases} \mu_1(t, \mathbf{q}^{(1)}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(1)})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \varphi_1(t) = 1; \\ \dots \\ \mu_n(t, \mathbf{q}^{(n)}) = G_c(p, \mathbf{q}^{(n)})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \varphi_n(t) = 1. \end{cases}, \\ \varphi_1(t) + \varphi_2(t) + \dots + \varphi_n(t) &= 1, \\ \theta(t) &= G_p(p)(\mu(t) - f(t)), \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

где $\Delta\theta(t, \mathbf{q})$ – разность заданной $\theta_0(t)$ и текущей $\theta(t)$ температуры промышленной печи; $\varphi_1(t), \dots, \varphi_n(t) \in \{0, 1\}$ – функции включения структур ПИ-РПС; $\mathbf{q} = (\mathbf{q}^{(1)}(q_1, q_2), \dots, (\mathbf{q}^{(n)}(q_{n-1}, q_n)))$ – настраиваемые параметры ПИ-РПС; $\mu(t, \mathbf{q})$ – управляющее воздействие РПС; $G_c(p, \mathbf{q})$ – оператор ПИ-РПС; $G_p(p)$ – оператор объекта по каналу управляющего воздействия $\mu(t, \mathbf{q})$; $G_s(p)$ – оператор, реализующий помехи в измерительном устройстве; $G_f(p)$ – оператор объекта по каналу возмущающего воздействия $f(t)$.

Перепишем выражение (4.1.1) с введением пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой [37, 39, 100]:

$$\Delta\theta(t, \mathbf{q}) = \theta_0(t) - \theta(t) + s(t),$$

$$\mu(t, \mathbf{q}) = \begin{cases} \mu_1(t, \mathbf{q}) = (q_1 + \frac{q_2}{p})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \Psi^+(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})); \\ \mu_2(t, \mathbf{q}) = (q_3 + \frac{q_4}{p})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \Psi^-(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})); \\ \mu_3(t, \mathbf{q}) = (0 + \frac{0}{p})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \Psi^0(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})); \end{cases}$$

$$\varphi_1(t) + \varphi_2(t) + \dots + \varphi_n(t) = 1, \quad (4.1.2)$$

$$\theta(t) = G_p(p)(\mu(t) - f(t)),$$

Процесс нагревания или охлаждения промышленной печи для обжига кирпича описывается с помощью колебательного звена

$$G_p(p) = \frac{k_{ob}}{T_{ob1}T_{ob2}p^2 + (T_{ob1} + T_{ob2})p + 1} e^{-\tau_{ob}p}, \quad (4.1.3)$$

где $k_{ob} = 0.75$; $T_{ob1} = 5.2\text{с}$; $T_{ob2} = 0.64\text{с}$; $\tau_{ob} = 1.8\text{с}$ [105].

При поступлении в туннельную печь сильно охлажденного кирпича отношение $\tau_{ob} / \max(T_{ob1}, T_{ob2}) \rightarrow 1$, что является критической ситуацией при использовании типового ПИ-регулятора в автоматической системе управления температурой данной печи относительно устойчивости системы [9].

Учитывая специфику технологического процесса, основное возмущающее воздействие $f(t)$ задается как часть от установившегося значения выходного сигнала регулятора $\mu(t, \mathbf{q})$ пропорционального объёму, поступающего в промышленную печь топлива:

$$f(t) = \beta \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}, 0 < \beta < 1. \quad (4.1.4)$$

На этапе параметрической оптимизации ПИ-РПС значение $f(t)=0$ и $s(t)=0$, что соответствует отсутствию возмущающего воздействия и помехам в измерительном устройстве.

Моделирование помех в измерительном устройстве в настоящей работе представлено двумя операторами из работы [24], отличающимися количеством параметров и порядком:

$$s_1(t) = G_{s1}(p)b(t) = \frac{\sqrt{2\alpha D}}{p+1}b(t), \quad (4.1.5)$$

$$s_2(t) = G_{s2}(p)b(t) = \frac{\sqrt{2\alpha D}(p + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{p^2 + 2\alpha p + (\alpha^2 + \beta^2)}b(t), \quad (4.1.6)$$

где $b(t)$ - случайный двоичный сигнал $\{1; -1\}$ с равной вероятностью и регистром 10; α, β, D – параметры, которые выбраны так, чтобы обеспечить при действии помех точность в измерительном устройстве $\pm 0.1\%$:

$$G_{s1}(p): D = 0.01; \alpha = 0.075, \quad (4.1.7)$$

$$G_{s2}(p): D = 0.01; \alpha = 0.075; \beta = 0.05. \quad (4.1.8)$$

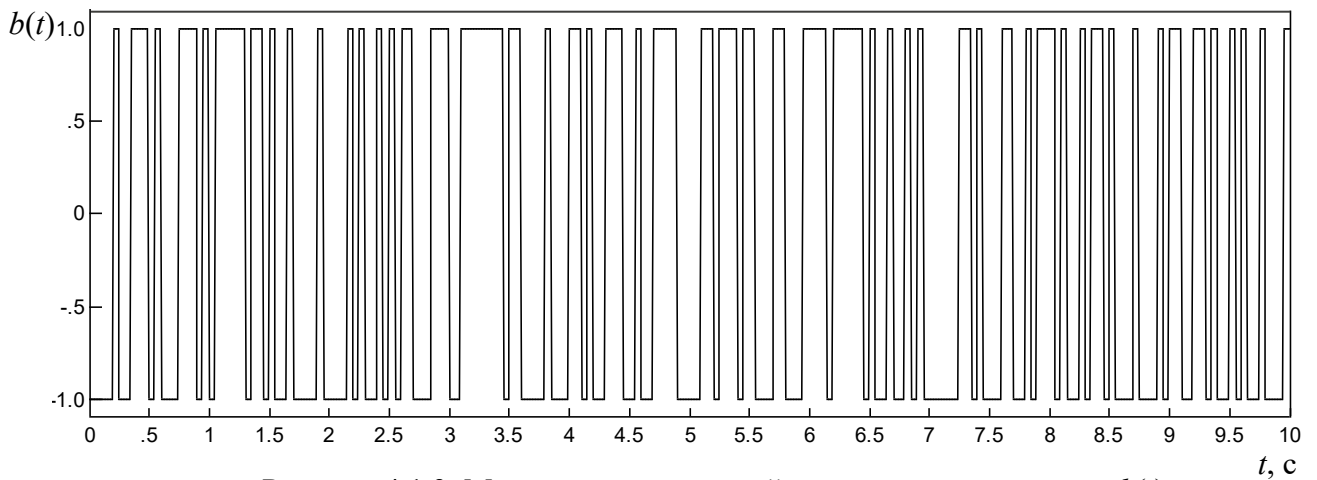
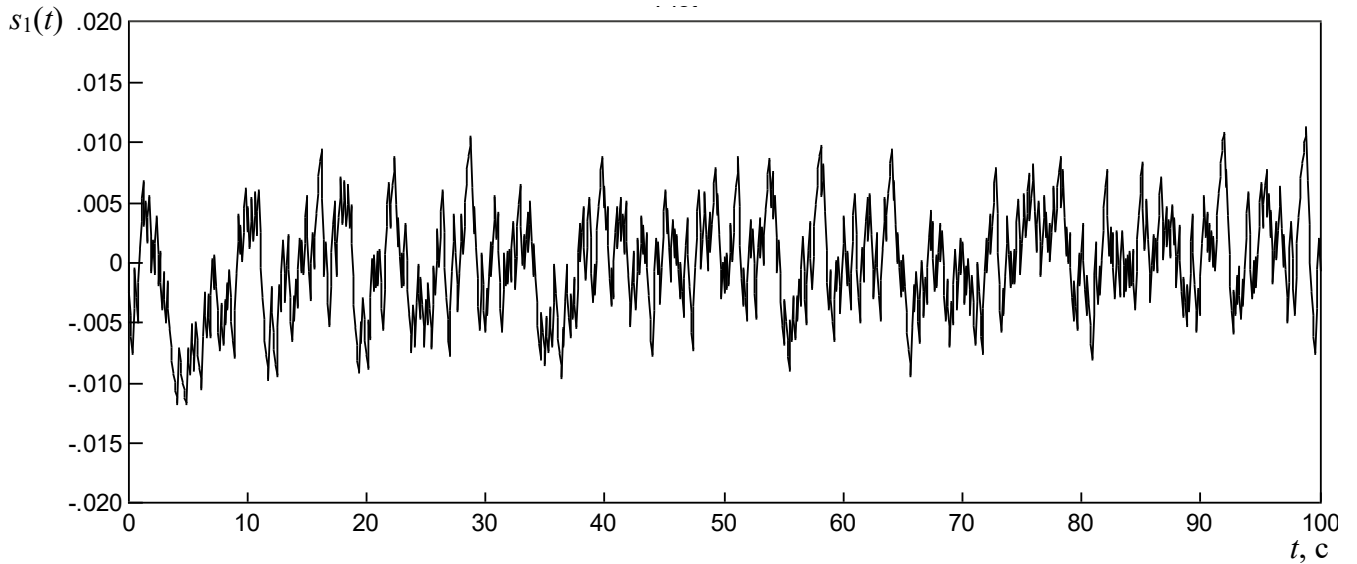
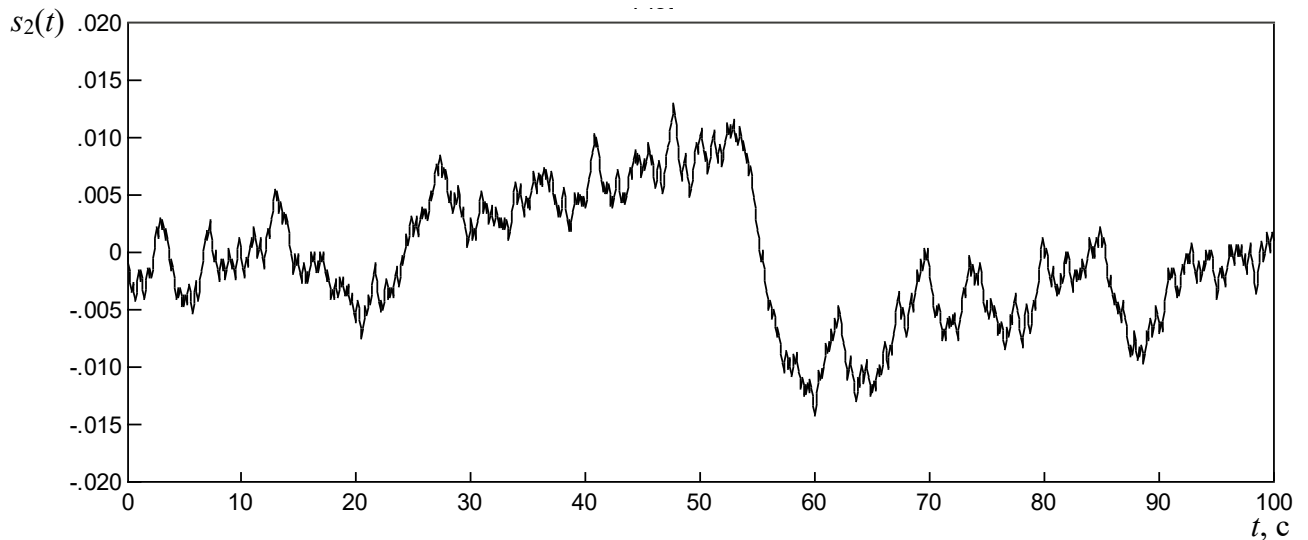


Рисунок 4.1.3. Моделирование случайного двоичного сигнала $b(t)$

Рисунок 4.1.4. Моделирование случайного сигнала $s_1(t)$ Рисунок 4.1.5. Моделирование случайного сигнала $s_2(t)$

Для исключения бесконечного числа переключений структур регулятора в режиме установившегося переходного процесса в данном регуляторе, как было отмечено ранее, вводится зона нечувствительности по модулю значения ошибки системы. Как известно величина зоны нечувствительности типового регулятора с интегральной частью находится в прямой зависимости от статической ошибки автоматической системы и зона нечувствительности должна быть больше дисперсии помехи, что также применительно к пропорционально-интегральному регулятору с переменной структурой.

Глава 4.2. Параметрическая оптимизация регулятора с переменной структурой

Представим оптимизируемый интегральный критерий с использованием штрафной функции $y(t)$ для учета ограничения на перерегулирование для автоматической системы поддержания температуры в печи для обжига кирпича при использовании пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой:

$$I = \int_0^L (\Delta\theta(t, \mathbf{q})^2 + y(t)) dt. \quad (4.2.1)$$

$$y(t) = \begin{cases} (\mu(t, \mathbf{q}) - \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}), & \text{при } \mu(t, \mathbf{q}) > \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}; \\ 0, & \text{при } \mu(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}. \end{cases} \quad (4.2.2)$$

Формализуем поставленную задачу параметрической оптимизации:

$$\min I(\mathbf{q}^*), \mathbf{q}^* \in Q \subset R^4, \int_0^\infty y(t) dt = 0. \quad (4.2.3)$$

Штрафная функция $y(t)$ увеличивает значение интегрального квадратичного критерия при выходе управляющего воздействия $\mu(t, \mathbf{q})$ за $\frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}$ на значение выброса.

Далее в настоящей работе на этапе оптимизации для реализации критерия (4.2.1) в систему (4.1.2) вводится ограничение $\mu_l(t, \mathbf{q})$ на выходной сигнал регулятора $\mu(t, \mathbf{q})$:

$$\Delta\theta(t, \mathbf{q}) = \theta_0(t) - \theta(t) + s(t),$$

$$\mu(t, \mathbf{q}) = \begin{cases} \mu_1(t, \mathbf{q}) = (q_1 + \frac{q_2}{p})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \Psi^+(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})); \\ \mu_2(t, \mathbf{q}) = (q_3 + \frac{q_4}{p})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \Psi^-(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})); \\ \mu_3(t, \mathbf{q}) = (0 + \frac{0}{p})\Delta\theta(t, \mathbf{q}), \Psi^0(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})); \end{cases}$$

$$\varphi_1(t) + \varphi_2(t) + \dots + \varphi_n(t) = 1, \quad (4.2.4)$$

$$\mu_l(t, \mathbf{q}) = \begin{cases} (\mu(t, \mathbf{q}) - \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}), & \text{при } \mu(t, \mathbf{q}) > \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}; \\ \mu(t, \mathbf{q}), & \text{при } \mu(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}. \end{cases}$$

$$\theta(t) = G_p(p)(\mu_l(t) - f(t)).$$

Для анализа эффективности работы ПИ-РПС предлагается использовать идеи сравнительного анализа по отношению к использованию в заданной автоматической системе серийного ПИ-регулятора.

Представим полученные результаты параметрической оптимизации с помощью алгоритма АПО стандартного ПИ-регулятора и ПИ-регулятора с переменной структурой для системы (4.1.2) и критерия (4.2.1):

1. ПИ-регулятор

$$\mathbf{q}_1^* = (0,16599; 0,05817); I(\varepsilon(t, \mathbf{q}_1^*)) = 17,3; \sigma = 3\%.$$

2. ПИ-регулятор с переменной структурой (ПИ-РПС)

$$\mathbf{q}_2^* = (0,02994; 0,23286; 0,0012; 0,03636); T_f = 0.001; I(\varepsilon(t, \mathbf{q}_2^*)) = 15,9; \sigma = 0\%.$$

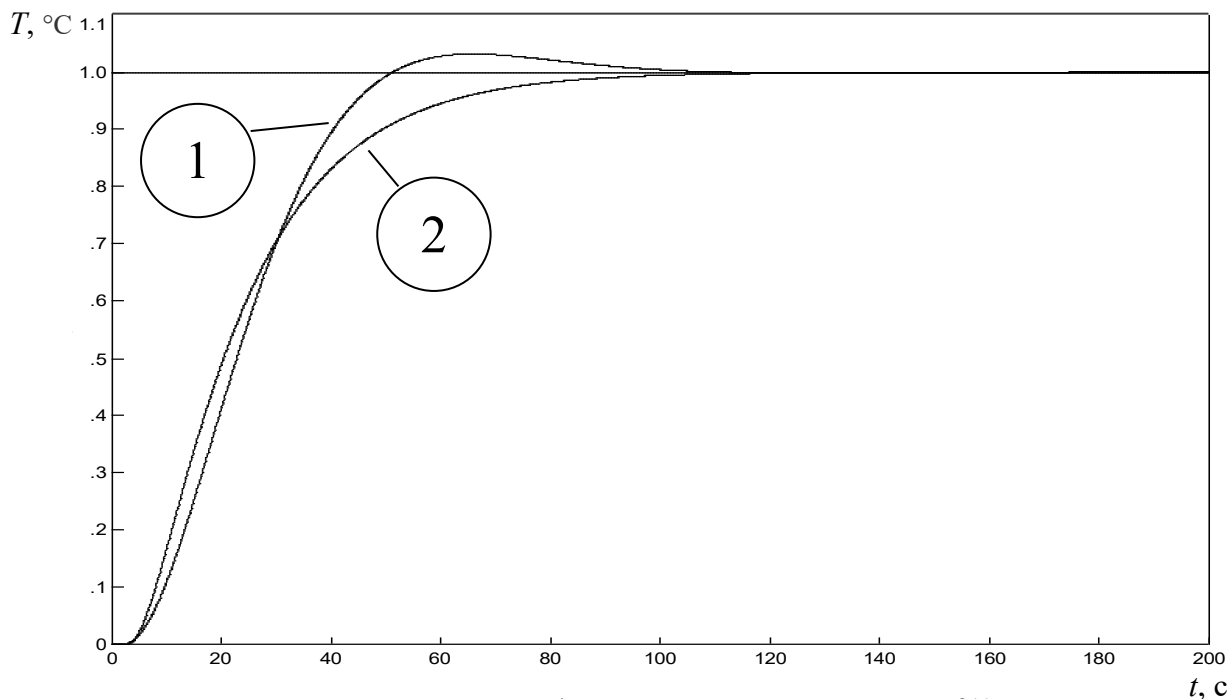


Рисунок 4.2.1. Графики переходных процессов $\theta(t)$ при использовании: ПИ-регулятора (1); ПИ-РПС (2); $f(t)=0$; $s(t)=0$

Далее представлены графики переходных процессов при действии возмущения $f(t)$ со следующими значениями коэффициента β :

$$f(t) = \beta \frac{\theta_0(t)}{k_{ob}}, \beta \in \{0,1;0,2;0,25\}. \quad (4.2.4)$$

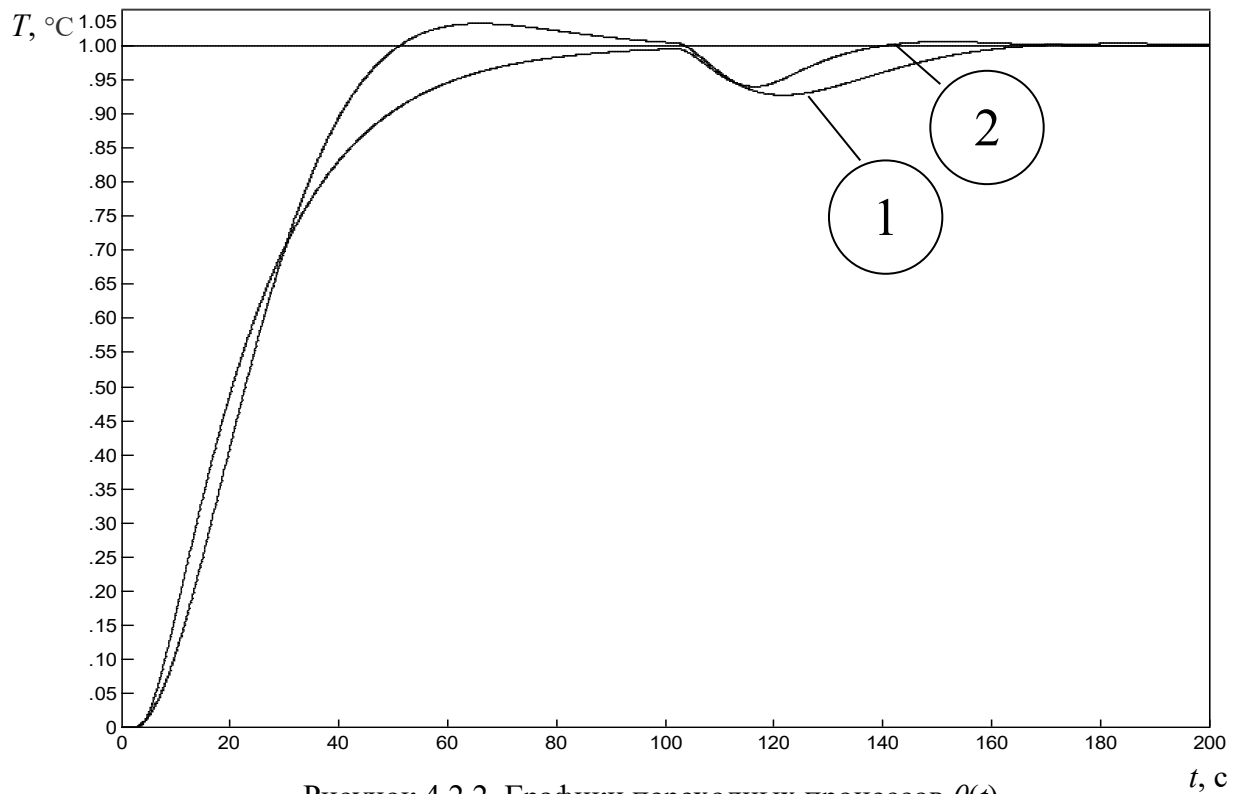


Рисунок 4.2.2. Графики переходных процессов $\theta(t)$ при использовании: ПИ-регулятора (1); ПИ-РПС (2); $f(t)=0,133$ (10%)

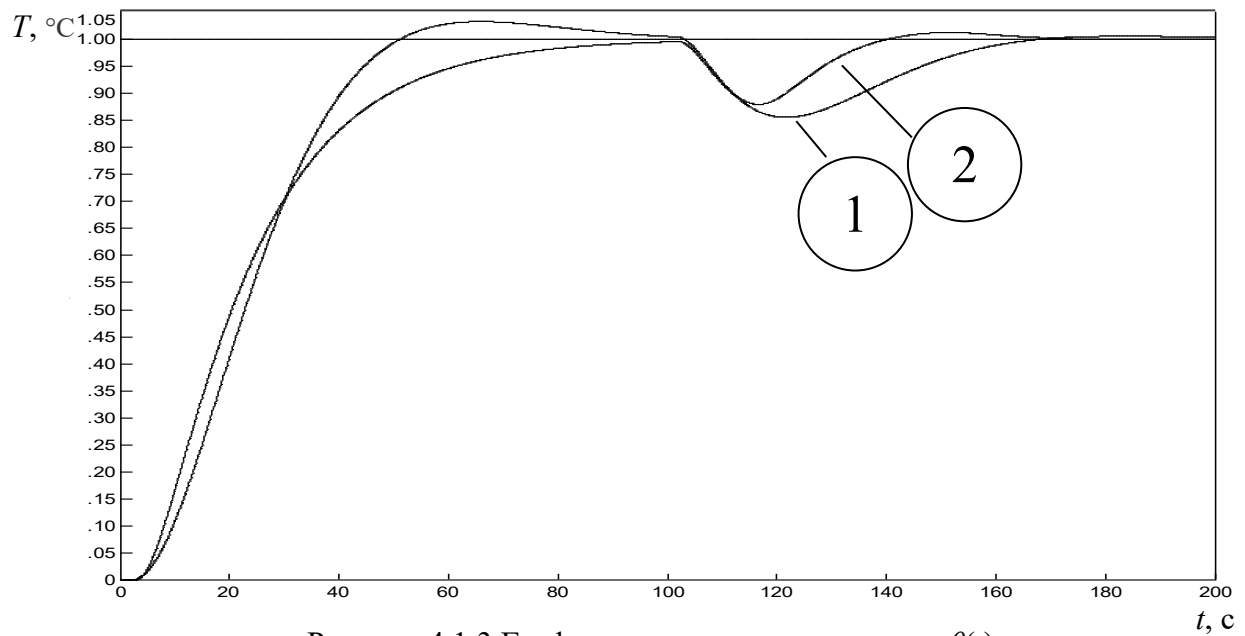


Рисунок 4.1.3 Графики переходных процессов $\theta(t)$ при использовании: ПИ-регулятора (1); ПИ-РПС (2); $f(t)=0,266$ (20%).

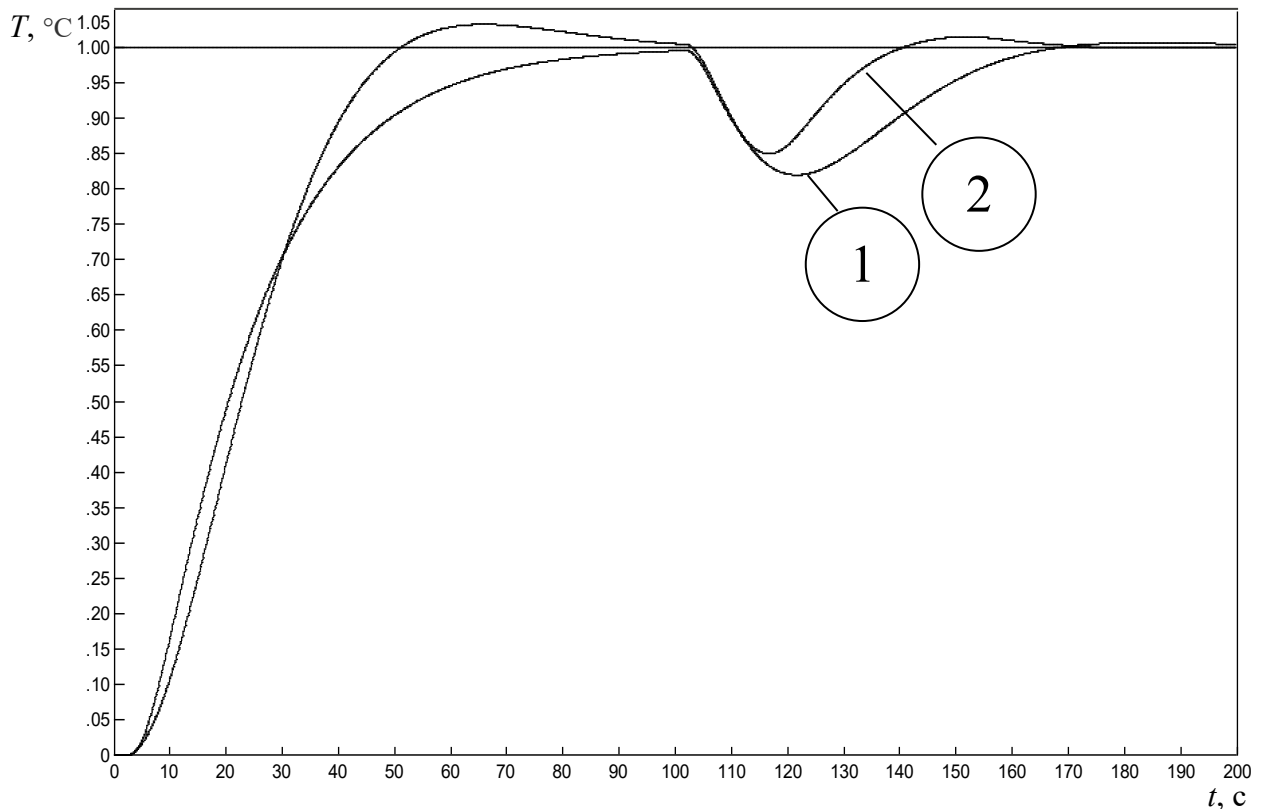


Рисунок 4.2.4 Графики переходных процессов $\theta(t)$ при использовании: ПИ-регулятора (1); ПИ-РПС (2); $f(t)=0,332$ (25%)

При действии возмущения $f(t)$ больше 20 % переходный процесс с типовым ПИ-регулятором содержит перерегулирование больше 15 %, что является недопустимым для технологического процесса обжига.

Согласно рисунку 4.2.4 при возмущении $f(t)$ 25 % переходный процесс с ПИ-регулятором с переменной структурой содержит перерегулирование 15 %, что является граничным показателем для рассматриваемого технологического процесса обжига кирпича. Данные рисунка 4.2.1 показывают, что на этапе нагрева печи для обжига кирпича использование ПИ-РПС позволяет снизить объём топлива на 8,1 % в сравнении со стандартным ПИ-регулятором. При действии максимального 25% возмущения $f(t)$ использование ПИ-РПС позволяет снизить объём топлива для промышленной печи для обжига кирпича в среднем на 17,3 % меньше, чем стандартный ПИ-регулятор в тех же условиях.

Далее необходимо настроить параметр T_f реального дифференцирующего в функции переключения ПИ-РПС по алгоритму из главы 2.2: параметр T_f итерационно увеличивается с 0,001 до тех пор, пока величина интегрального

квадратичного критерия у итогового переходного процесса не изменится. На рис. 4.2.5 продемонстрированы итоговые переходные процессы для начального значения $T_f^0=0,001$ и полученного субоптимального значения $T_f^*=0,22$ относительно вычисленного интегрального квадратичного критерия $I(q^*)$ для ПИ-РПС.

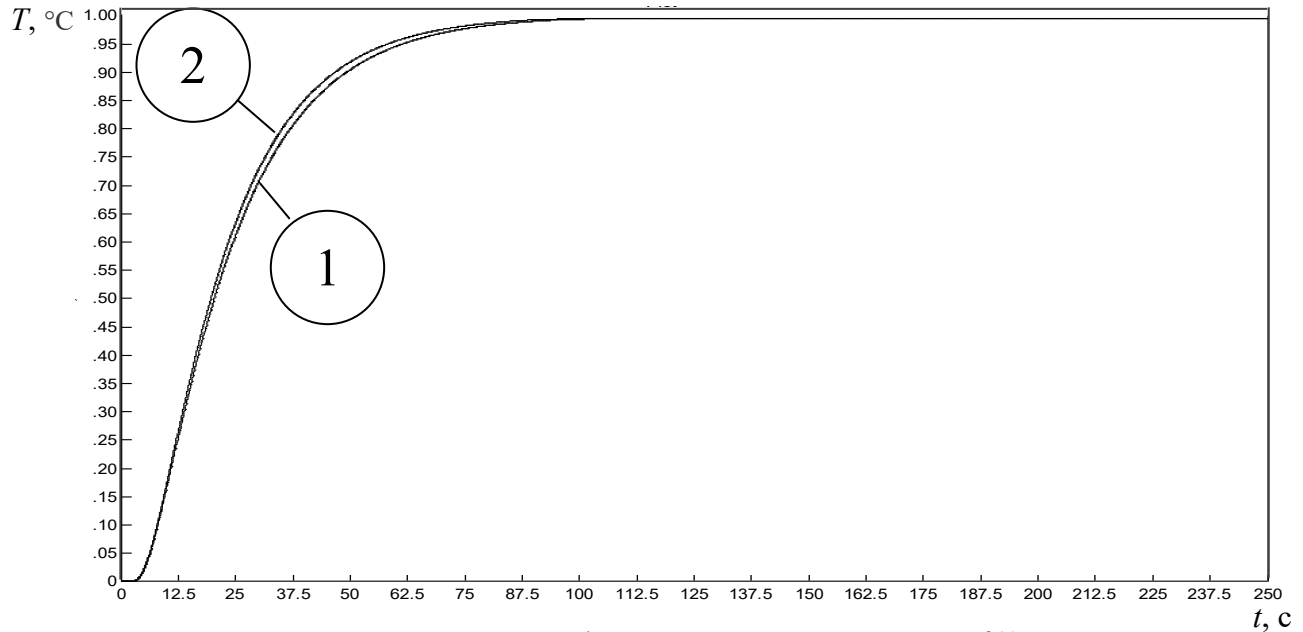


Рисунок 4.2.5 Графики переходных процессов $\theta(t)$ при различных T_f для ПИ-РПС: $T_f^0=0,001$ (1); $T_f^*=0,22$ (2); $f(t)=0$; $s(t)=0$

Рассмотрим переходные процессы и режим переключений ПИ-РПС при действии помех $s_1(t)$ и $s_2(t)$.

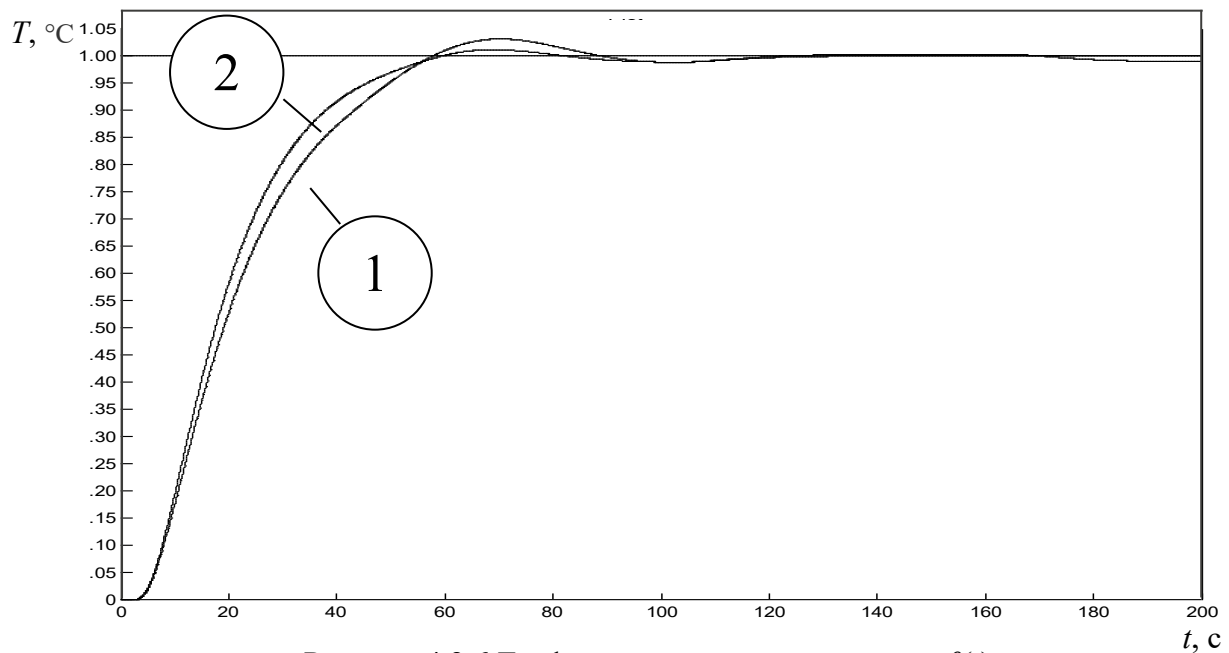
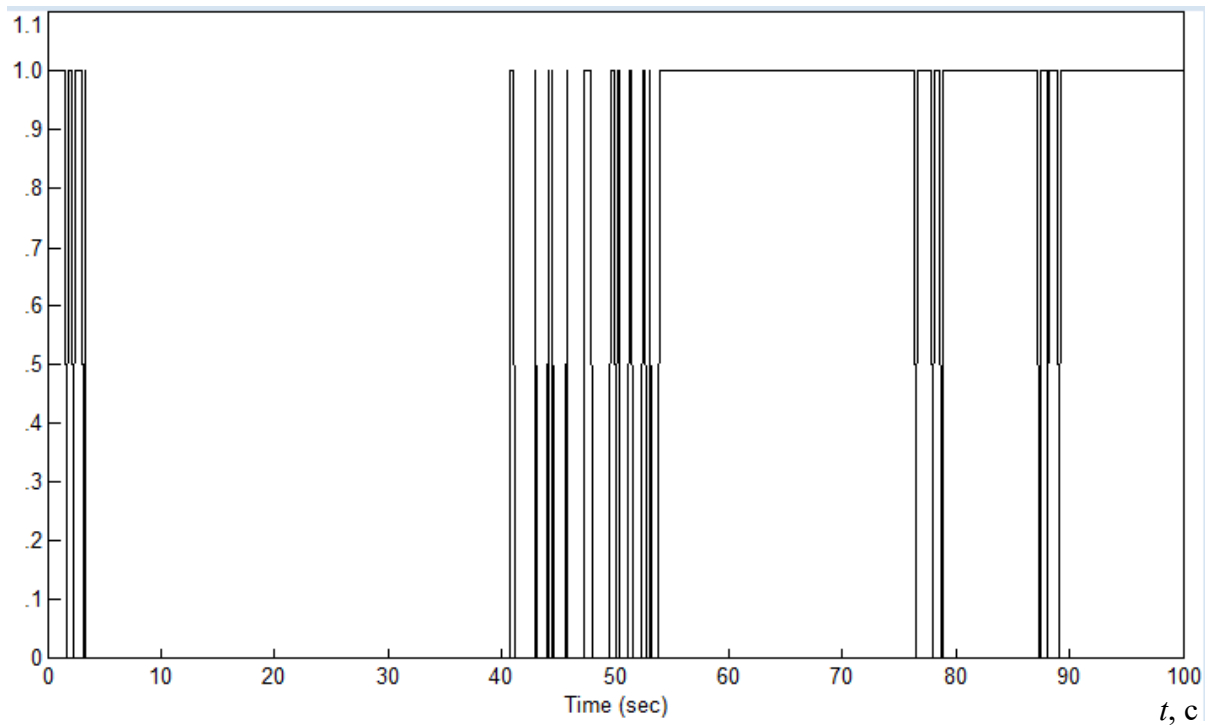
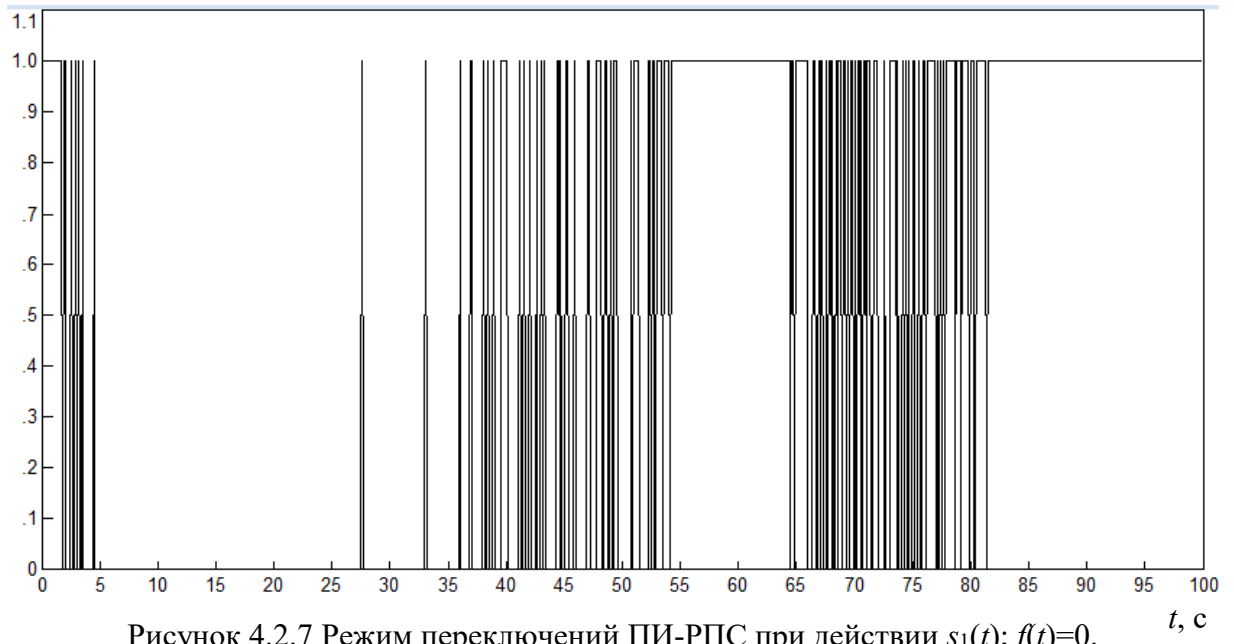


Рисунок 4.2.6 Графики переходных процессов $\theta(t)$ при действии помех: $s_1(t)$, $I^*=14.87$ (1); $s_2(t)$, $I^*=13.8$ (2); $f(t)=0$.



Время окончания переключений ПИ-РПС при $s_1(t)$ составляет 82 с., а для $s_2(t)$ составляет 89 с. Но при этом на графике 4.2.8 видно, что количество смен структур ПИ-РПС меньше.

При тех же условиях к действию помех $s_1(t)$ и $s_2(t)$ добавим определенное допустимое максимальное возмущающее воздействие $f(t)$ – 25%.

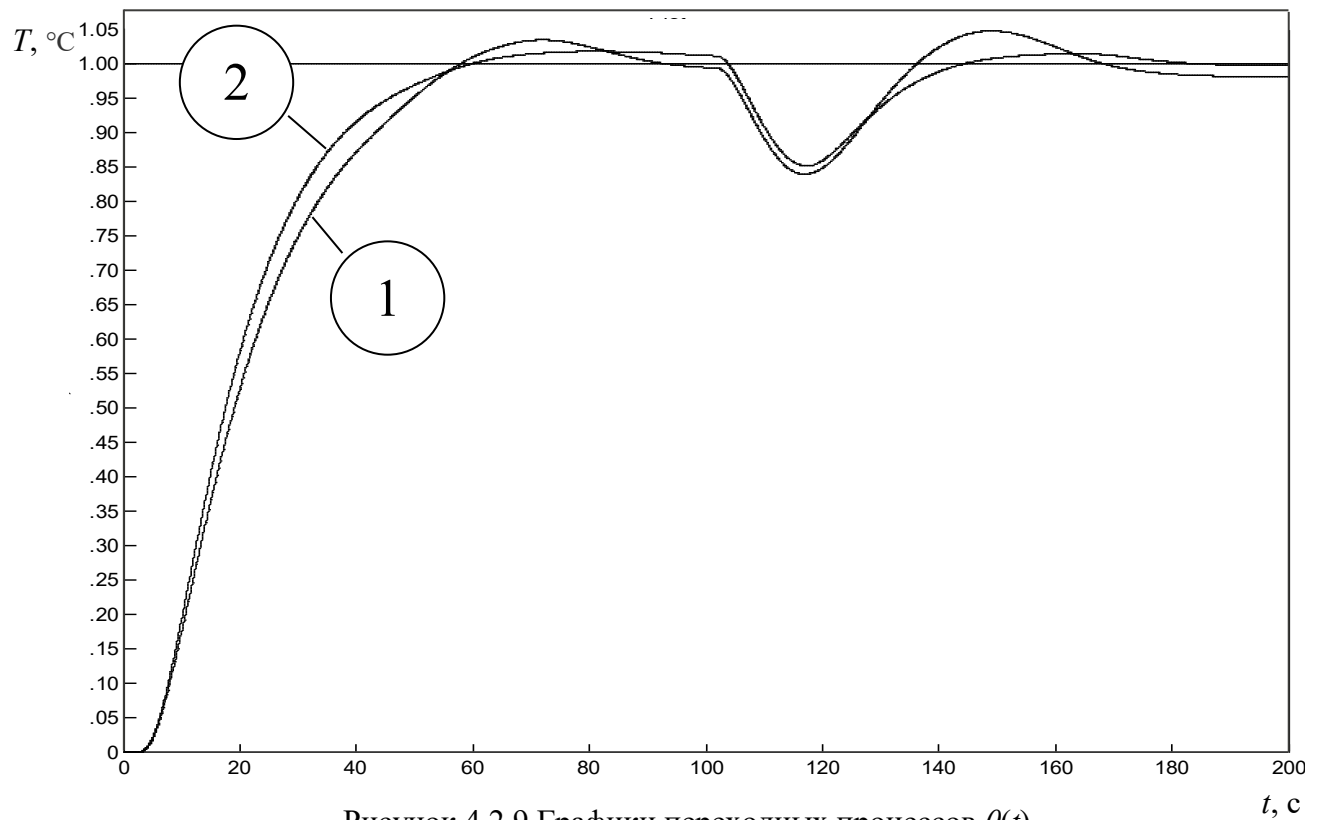


Рисунок 4.2.9 Графики переходных процессов $\theta(t)$ при действии помех в измерительном устройстве и максимальном возмущающем воздействии на объект регулирования: $s_1(t)$ (1); $s_2(t)$ (2); $f(t)=0.322$ (25%)

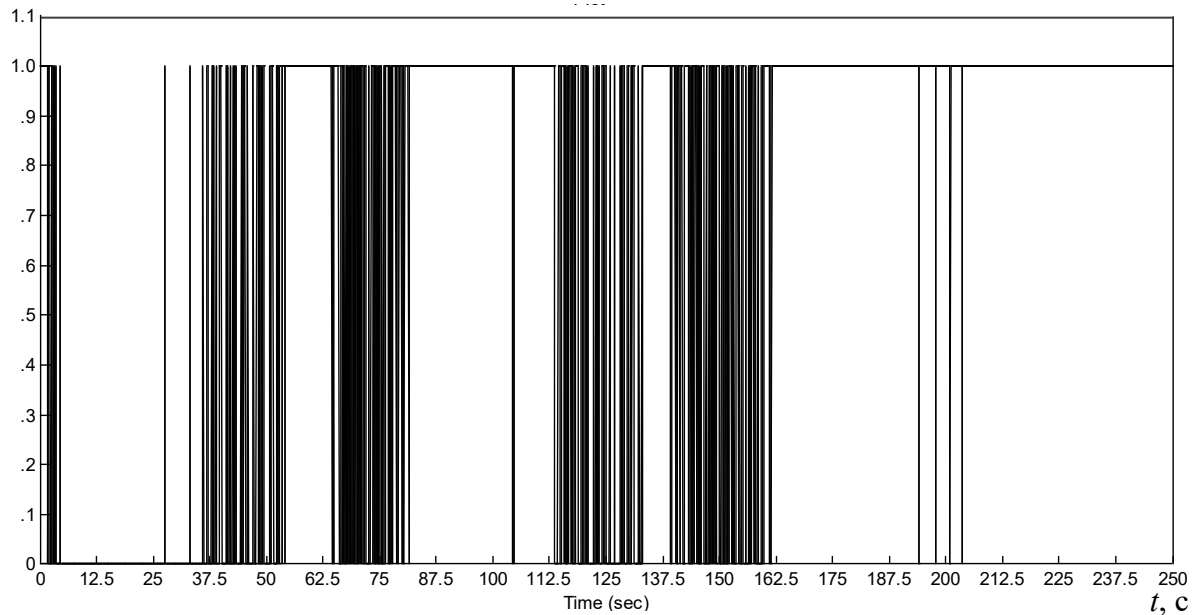


Рисунок 4.2.10 Режим переключений ПИ-РПС при действии $s_1(t)$ и $f(t)=0.322$ (25%)

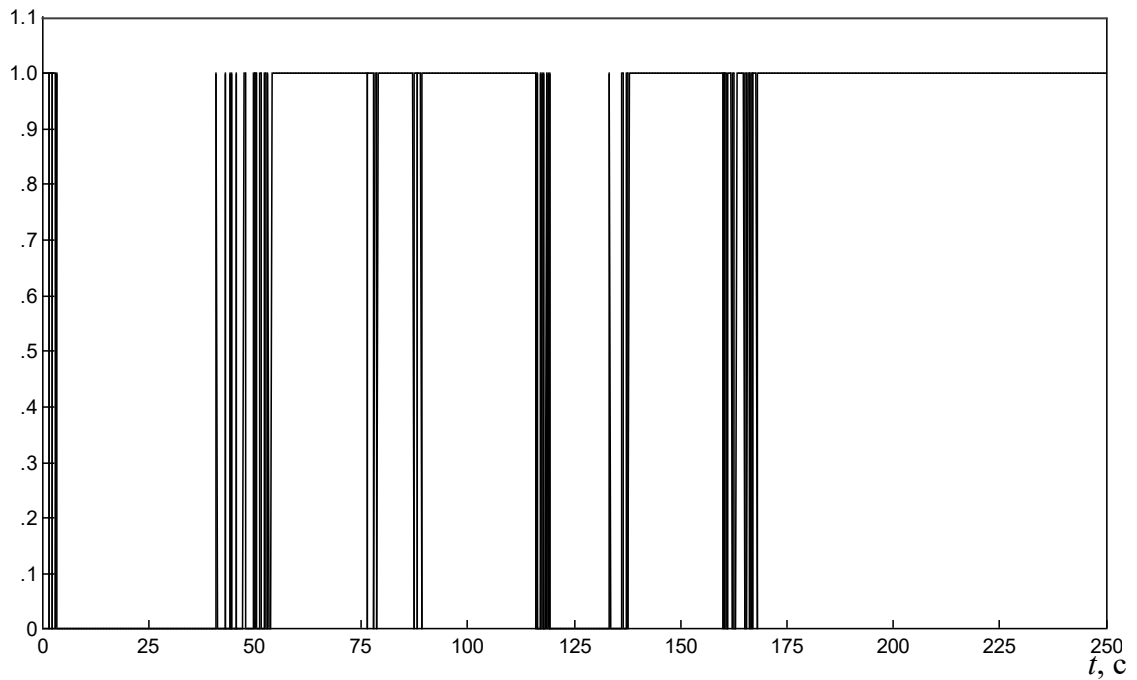


Рисунок 4.2.11 Режим переключений ПИ-РПС при действии $s_2(t)$ и $f(t)=0.322$ (25%)

Рис. 4.2.9 показывает, что при действии помех $s_1(t)$, $s_2(t)$ и максимального возмущающего воздействия $f(t)=25\%$ переходные процессы не превышают 15% перерегулирование. По рис. 4.2.10 и рис. 4.2.11 видно, что возмущающее воздействие в объекте управления и помехи в измерительном устройстве не перевели ПИ-РПС в режим бесконечных переключений структур регулятора.

На рис. 4.2.12 продемонстрированы переходные процессы в автоматической системе (4.1.2) при использовании ПИ-регулятора и ПИ-РПС при максимальном возмущающем воздействии $f(t)=25\%$ и увеличении параметров объекта управления k_{ob} , τ_{ob} на 12%. При добавлении 12% параметрического возмущения в параметры объекта управления $G_p(p)$ переходных процесс в автоматической системе (4.1.2) с использованием ПИ-РПС не превысил критическую отметку в 15% при выравнивании заданной температуры в туннельной печи. При +10% параметрическом несоответствии модели объекта и действии 25% возмущающего воздействия расход топлива для ПИ-регулятора увеличился на 12,5%, а для ПИ-РПС при тех же условия расход топлива увеличился на 9,6% (рис. 4.2.15). Для ПИ-РПС снижение чувствительности автоматической системы по качеству управления температурой туннельной печи для обжига кирпича при действии

25% возмущающего воздействия и +10% параметрическом несоответствии модели объекта составило 20,1% в сравнении с использованием ПИ-регулятора.

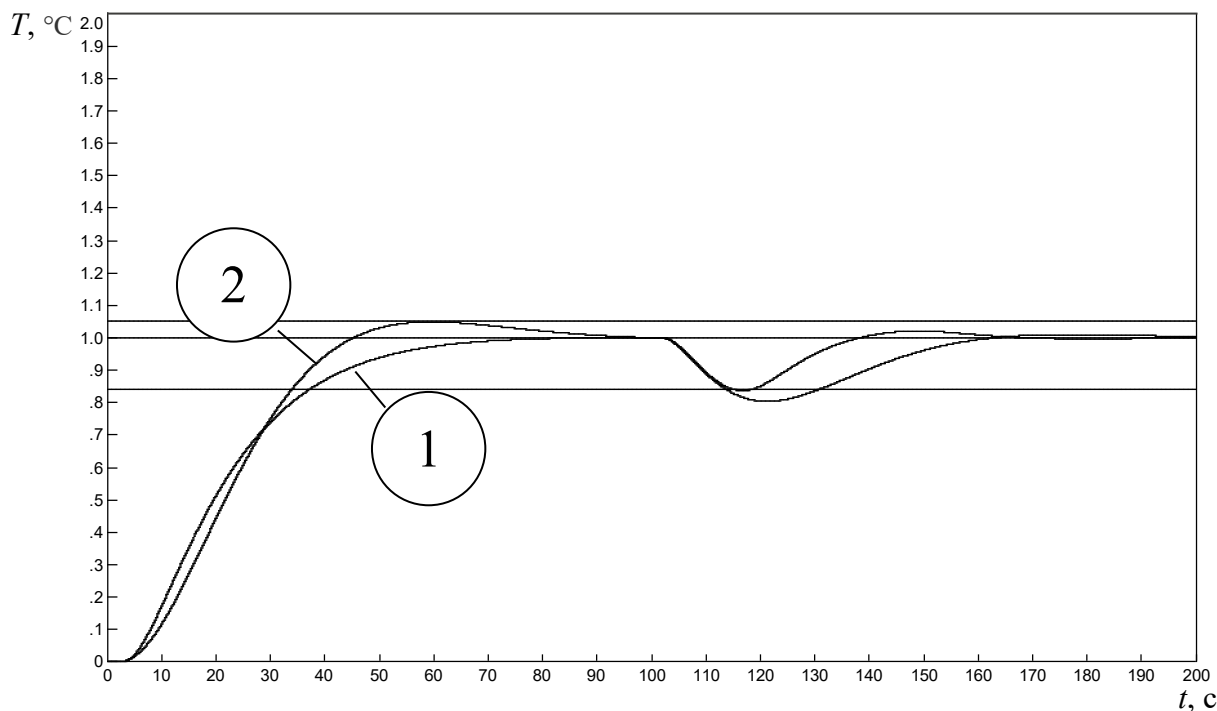


Рисунок 4.2.12 Графики переходных процессов $\theta(t)$ при действии максимального возмущающего воздействия $f(t)=0.332$ (25%) и 12% параметрического несоответствия объект управления: ПИ-регулятора (1); ПИ-РПС (2)

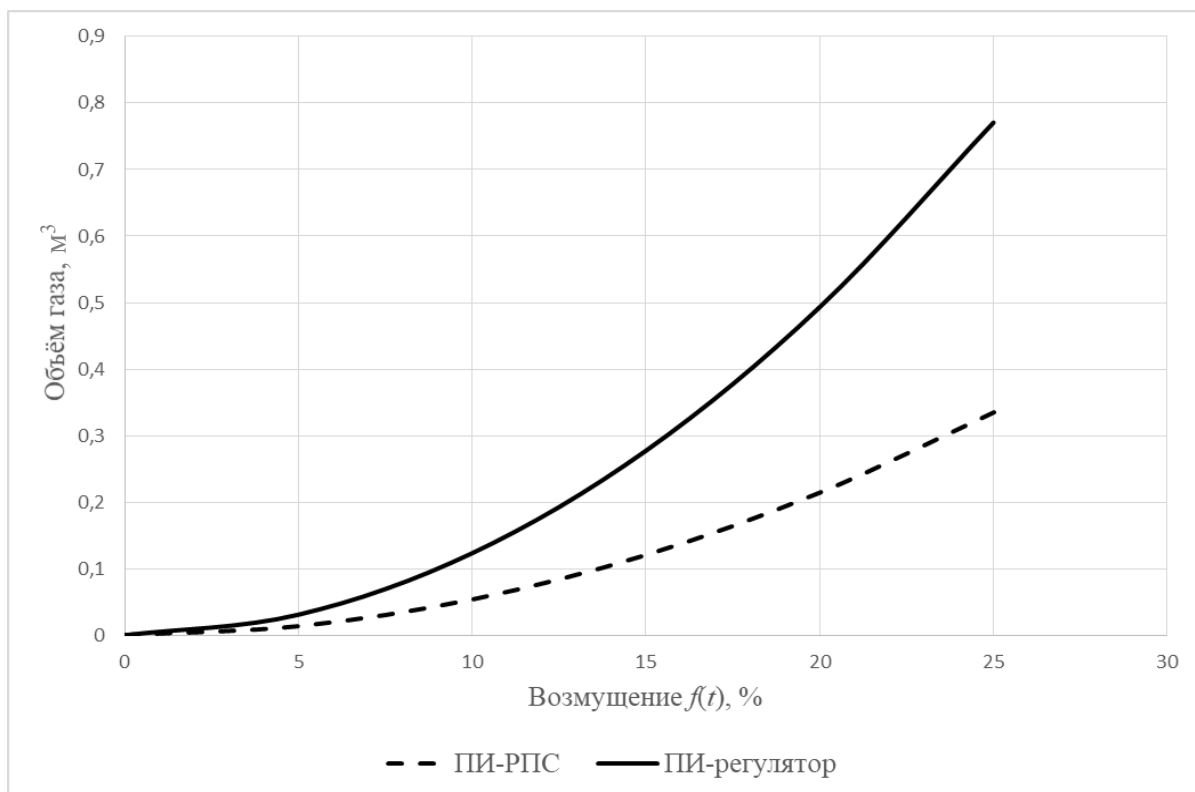


Рисунок 4.2.13 Графики зависимости расхода объема топлива для ПИ-регулятора и ПИ-РПС от возмущающего воздействия $f(t)$ без параметрического несоответствия модели объекта

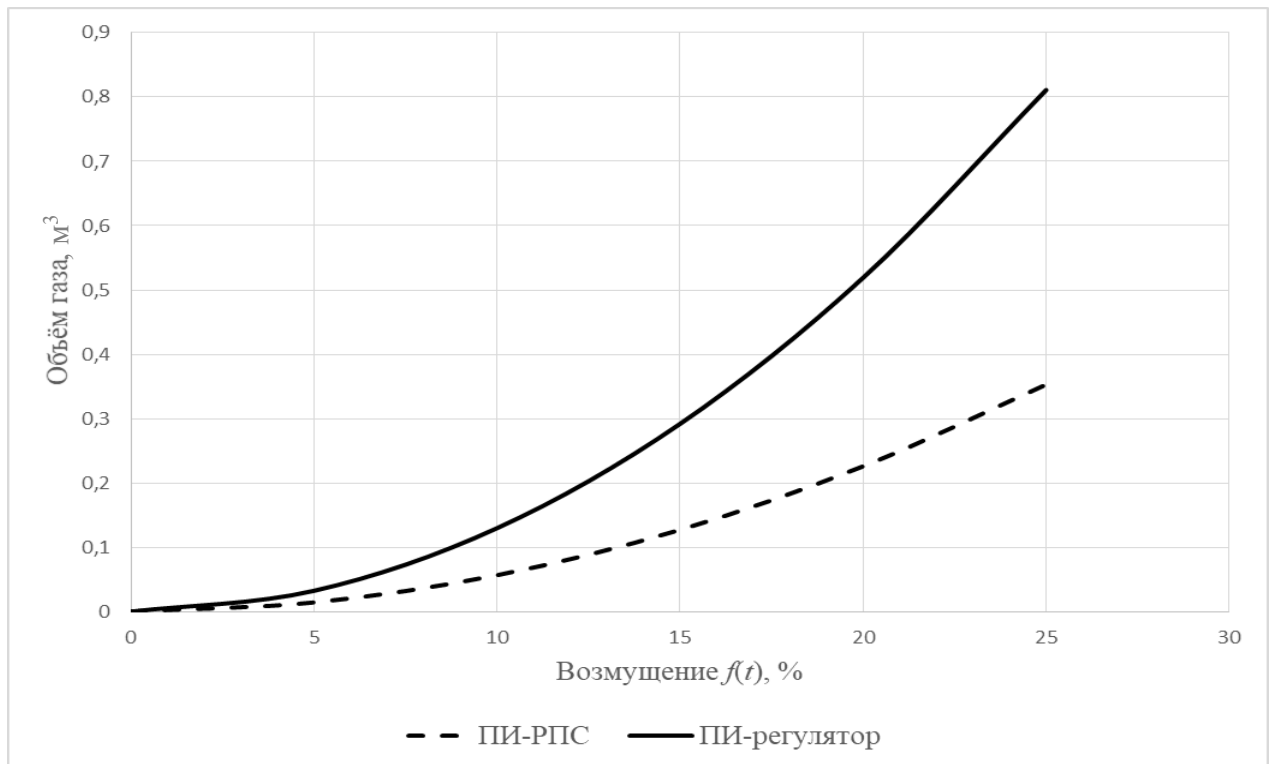


Рисунок 4.2.14 Графики зависимости расхода объема топлива для ПИ-регулятора и ПИ-РПС от возмущающего воздействия $f(t)$ с +5% параметрическим несоответствием модели объекта

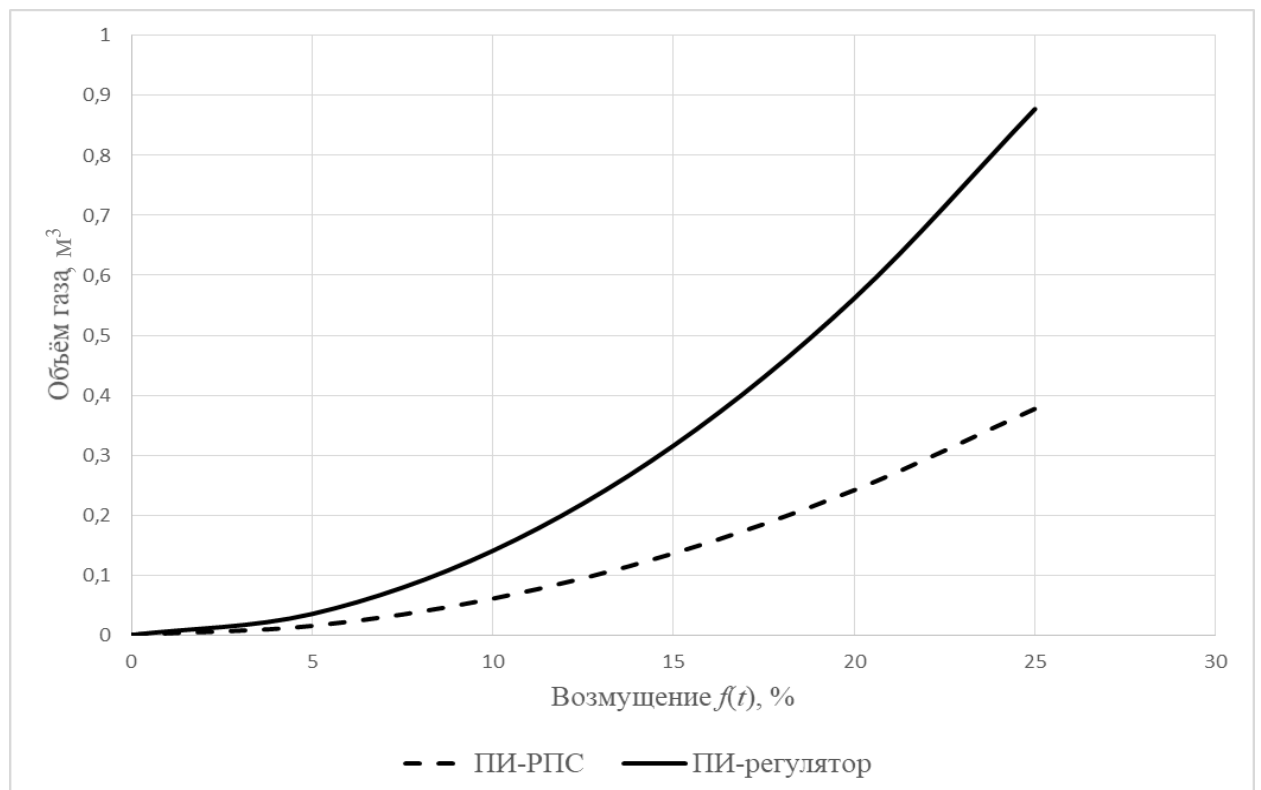


Рисунок 4.2.15 Графики зависимости расхода объема топлива для ПИ-регулятора и ПИ-РПС от возмущающего воздействия $f(t)$ с +10% параметрическим несоответствием модели объекта

Выводы по главе 4

1. В автоматической системе поддержания температуры в печи для обжига кирпича пропорционально-интегральный регулятор с переменной структурой обеспечивает требуемые показатели качества переходных процессов и позволяет плавно регулировать температурой в туннельной печи при возмущении $f(t)$ до 25% от установившегося значения выходного сигнала регулятора с переменной структурой с допустимым перерегулированием 15 % при случайном воздействии на измерительное устройство с точность $\pm 0,1\%$.
2. Показано при численном эксперименте, что на этапе нагрева печи использование ПИ-РПС позволяет снизить объём топлива на 8,1 % в сравнении со стандартным ПИ-регулятором.
3. При действии 0%..25% возмущения $f(t)$ использование ПИ-РПС позволяет снизить объём топлива для промышленной печи для обжига кирпича в среднем на 17,3 % меньше, чем стандартный ПИ-регулятор в тех же условиях.
4. Установлено по результатам численных экспериментов, что применение штрафных функций при параметрическом синтезе ПИ-РПС позволяет получить переходные процессы в исследуемой автоматической системе с минимальным перерегулированием.
5. Для реализации режим конечных переключений в ПИ-РПС необходимо, чтобы зона нечувствительности ПИ-РПС была больше дисперсии помех в измерительном устройстве.
6. При +10% параметрическом несоответствии модели объекта и действии 25% возмущающего воздействия расход топлива для ПИ-регулятора увеличился на 12,5%, а для ПИ-РПС при тех же условия расход топлива увеличился на 9,6%. Для ПИ-РПС снижение чувствительности автоматической системы по качеству управления температурой туннельной печи для обжига кирпича при действии 25% возмущающего воздействия и +10% параметрическом несоответствии модели объекта составило 20,1% в сравнении с использованием ПИ-регулятора.

Заключение

Целью диссертационной работы являлось повышение грубости автоматических систем с ПИ-регулятором с переменной структурой путём минимизации перерегулирования с помощью беспойсковой параметрической оптимизации регулятора. Использование в типовом ПИ-регуляторе переключение параметров в автоматических системах регулирования температуры туннельной печи для обжига кирпича позволит повысить их надежность.

Основные научные и практические результаты диссертационной работы состоят в следующем:

1. Определены границы рассматриваемого класса регуляторов с переменной структурой, что позволило сформировать модели чувствительности для дальнейшего использования в алгоритме автоматической параметрической оптимизации таких регуляторов с использованием градиентной процедуры. Решена задача выбора параметров реально-дифференцирующего звена в функции переключения структур регулятора при использовании информации о знаке производной. Проведён анализ интегральных квадратичных критериев, позволяющих учитывать ограничение на перерегулирование в заданной автоматической системе с запаздыванием через использование эталонной модели, штрафной функции, вариацию амплитудного критерия, производной по ошибке автоматической системы, производных по параметрам модели объекта управления, ограничений на настраиваемые параметры регулятора, веса переходного процесса. Добавление штрафной функции к базовому интегральному квадратичному критерию позволяет получить после процедуры оптимизации семейство переходных процессов с минимальным перерегулированием.

2. Предлагается использовать адаптацию по задающему воздействию для сохранения принципа суперпозиции в автоматических системах с регулятором с переменной структурой при использовании импульсных элементов с широтно-импульсной модуляцией. Предлагаемая схема сохранения принципа

суперпозиции основывается на том, что получаемая последовательность импульсов нелинейного элемента не зависит от величины задающего воздействия $\lambda(t)$ и компенсируется соответствующим умножением и делением с использованием значения задающего воздействия $\lambda(t)$.

3. Разработан беспойсковый алгоритм параметрической оптимизации на основе анализа чувствительности ПИ-регулятора с переменной структурой, учитывающей ограничения на промежуточную координату автоматической системы. В работе рассмотрены косвенные критерии сходимости алгоритма оптимизации на основе зоны притяжения, реализуемой через операцию усреднения критерия оптимизации, и функции Ляпунова. Рассмотрены постановки задачи параметрической оптимизации при использовании интегрального квадратичного критерия J с параметрами модели объекта, которые рассматриваются относительно базового интегрального квадратичного критерия I . В результате проведенного анализа получена форма интегрального квадратичного критерия J на основе коэффициента усиления модели объекта. В ходе численных экспериментов установлено снижение чувствительности автоматической системы по качеству управления при критерии оптимизации на основе штрафной функции в среднем на 13,46%, чем при критерии оптимизации I и на 5,33%, чем при критерии оптимизации J и с допустимым коэффициентом перерегулирования.

4. Компьютерное моделирование автоматической системы поддержания температуры туннельной печи для обжига кирпича показало, что ПИ-регулятор с переменной структурой позволил получить переходные процессы нагрева туннельной печи с минимальным перерегулированием и уменьшить расход объёма топлива для печи на 8,1% в сравнении с типовым ПИ-регулятором. При действии максимального 25% возмущения $f(t)$ использование ПИ-РПС позволяет снизить объём топлива для промышленной печи для обжига кирпича в среднем на 17,3 % меньше, чем стандартный ПИ-регулятор в тех же условиях. При +10% параметрическом несоответствии модели объекта и действии 25% возмущающего воздействия расход топлива для ПИ-регулятора увеличился на 12,5%, а для ПИ-

РПС при тех же условия расход топлива увеличился на 9,6%. Для ПИ-РПС снижение чувствительности автоматической системы по качеству управления температурой туннельной печи для обжига кирпича при действии 25% возмущающего воздействия и +10% параметрическом несоответствии модели объекта составило 20,1% в сравнении с использованием ПИ-регулятора.

Разработанный алгоритм параметрической оптимизации пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой входит в рамки методов теории чувствительности автоматических систем управления и, как следствие, развивает практическую сторону данной теории. Исходя из представленных выше материалов, можно сделать вывод о том, что поставленная цель достигнута.

Список сокращений:

СПС – система с переменной структурой

РПС – регулятор с переменной структурой

ПИ-РПС – пропорционально-интегральный регулятор с переменной структурой

ПИ-регулятор – пропорционально-интегральный регулятор

ПИР-регулятор – пропорционально-интегрально-разностный регулятор

ПИП-регулятор – пропорционально-интегральный по предыстории регулятор

ППИ-регулятор – предиктивный пропорционально-интегральный регулятор

ПИД-регулятор – пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор

ИЭ – импульсный элемент

ШИМ – широтно-импульсная модуляция

ПС – переменная структура

ФП – функция переключения

РЧХ – расширенная частотная характеристика

ИУ – измерительное устройство

ЗУ – задающее устройство

УУ – управляющее устройство

ИМ – исполнительный механизм

ОР – объект регулирования

Список использованных источников

1. Барбашин, Е.А. Введение в теорию устойчивости / Е.А. Барбашин. – М.: Наука, 1967. – 215 с
2. Бояринов, А.И. Методы оптимизации в химической технологии / А.И. Бояринов, В.В. Кафаров. – М.: Химия, 1969. – 564 с.
3. Васильков, Ю.В. Математическое моделирование объектов и систем автоматического управления: учебное пособие / Ю.В. Васильков, Н.Н. Василькова. — Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2020. – 428 с.
4. Гасников, А.В. Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска: учеб. пособие / А. В. Гасников. – М.: МФТИ, 2018. – 127 с.
5. Баженов, В.И. Зонные регуляторы с переменной структурой / А.А. Говоров, В.И. Баженов // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2015. – № 1. – С. 41-47.
6. Говоров, А.А. Методы и средства построения регуляторов с расширенными функциональными возможностями для непрерывных технологических процессов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.06 / Говоров Александр Алексеевич. – М., 2008. – 499 с.
7. Горез, Р. Об одном обобщении классического ПИ- закона регулирования/ Р. Горез, Ф. Домберт, О.Н. Тихонов // Известия вузов СССР. Приборостроение. – 1980. – № 9 – С. 25-30.
8. Гриценко, А.В. Улучшение качества алгоритма управления «Предиктор Смита» посредством автоматического вычисления времени запаздывания / А.В. Гриценко // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2004. – № 12 – С. 32-37.
9. Гурецкий, Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. Пер. с польского / Х. Гурецкий. – М.: Машиностроение, 1974. - 328 с.

10. Денисенко, В.В. Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием / В.В. Денисенко. – М.: Горячая линия-Телеком, 2009. – 608 с.
11. Дудников, Е.Г. Основы автоматического регулирования тепловых процессов / Е.Г. Дудников. – М.: Госэнергоиздат, 1956. – 262 с.
12. Егупов, Н.Д. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. — М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. — 632 с.
13. Емельянов, С.В. Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности / С. В. Емельянов, С. К. Коровин. - М.: Наука, 1997. - 348 с.
14. Емельянов, С.В. Библиография по теории систем автоматического управления с переменной структурой (1950-1989 гг.) / С.В. Емельянов. – М: Международный НИИ по проблемам управления, 1967. – 336 с.
15. Емельянов, С.В. К вопросу использования инерционных звеньев для построения одного класса систем автоматического регулирования с переменной структурой. I / С.В. Емельянов, В.А. Таран // Автоматика и телемеханика. – 1963. – том 24, № 1. – С. 33–46.
16. Емельянов, С.В. Координатно-операторная обратная связь. Свойства. Особенности. Перспективы / С.В. Емельянов, А.С. Фурсов // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 10. – С. 3–39.
17. Емельянов, С.В. Системы автоматического управления с переменной структурой / С.В. Емельянов. – М: Наука, 1967. – 336 с.
18. Емельянов, С.В. Стабилизация угла тангажа вертолета на различных режимах полета с помощью координатно-операторной и операторной обратных связей / С.В. Емельянов, Д.А. Макаров // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2011. – № 4. – С. 68–80.

19. Жильцов, К.К. О гармонической линеаризации систем с логическим законом управления / Автоматика и телемеханика // К.К. Жильцов. – 1966. – № 2 – С. 113–116.
20. Жильцов, К.К. Приближенные методы расчета систем с переменной структурой / К.К. Жильцов. – М.: Энергия, 1974. – 224 с.
21. Капалин, В.И. Теория линейных систем управления в Mathcad / В.И. Капалин. – М.: ЛЕНАНД, 2021. – 232 с.
22. Ким, Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / Д.П. Ким. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 440 с.
23. Козлов, Ю.М. Бесписковые самонастраивающиеся системы / Ю.М. Козлов, Р.М. Юсупов – М.: Наука, 1969. – 453 с.
24. Костюк, В.И. Автоматическая параметрическая оптимизация систем регулирования / В.И. Костюк, Л.А. Широков. – М.: Энергоиздат, 1981. – 96 с.
25. Кулаков, Г.Т. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами / Г.Т. Кулаков и др. – Минск: Высшая школа, 2017. – 238 с.
26. Куликов, В.В. Бесписковый алгоритм параметрической оптимизации ПИ-регулятора с полупостоянным интегрированием / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Вестник ИрГТУ. – ИрГТУ, 2018. – Том 22, № 6 – С. 98-108.
27. Куликов, В.В. Параметрическая оптимизация ПИД-регулятора с ограничением на основе метода сопряженных градиентов Полака-Поляка-Рибьера / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый, Е.А. Осипова // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Том 24, № 5 – С. 240-248.
28. Куликов, В.В. Применение метода расширенных частотных характеристик для параметрического синтеза предиктивного пропорционально-интегрального регулятора / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Сборник трудов VI Международной научно-практической

- конференции «Современные концепции и парадигмы образования в условиях мирового эпидемиологического кризиса». – Ростов-на-Дону: Южный университет (ИУБиП), ООО «Издательство ВВМ», 2020. – С. 24-30.
29. Куликов, В.В. Анализаторы чувствительности автоматических систем с пи-регулятором с переменными параметрами при использовании линии переключения / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2020. – Вып. 19 – С. 57-64.
30. Куликов, В.В. Применение метода расширенных частотных характеристик для параметрического синтеза пропорционально-интегрального разностного регулятора / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2021. – Вып. 21 – С. 36-42.
31. Куликов, В.В. Применение метода градиентного спуска и метода уступок для параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменными параметрами при использовании грубого интегрального квадратичного критерия / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021), 4–13 сентября 2021 г., г. Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2021. — С. 567-570.
32. Куликов, В.В. Градиентный алгоритм параметрической оптимизации ПИД-регулятора при использовании фильтра / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый, Е.А. Осипова // Тезисы XXII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям, 25–29 октября 2021 г., г. Новосибирск. — Новосибирск: ФИЦ ИВТ, 2021. — С. 42-43.
33. Куликов, В.В. Градиентный алгоритм параметрической оптимизации импульсного ПИ-регулятора / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый, Т.В. Маланова

- // Материалы VI Международной научной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», 5–9 декабря 2021 г., г. Нальчик. — Нальчик: ИПМА КБНЦ РАН, 2021. — С. 117.
34. Куликов, В.В. Градиентный алгоритм параметрической оптимизации матричного ПИ-регулятора с полупостоянным интегрированием / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Материалы Международной научной конференции «Теория оптимального управления и её приложения (ОСТА 2022)», сателлитная конференция Международного конгресса математиков (ICM 2022), 27 июня - 1 июля 2022, г. Екатеринбург. — Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2022. — С. 123-126.
35. Куликов, В.В. Параметрический синтез пропорционально-интегрального по предыстории регулятора методом расширенных частотных характеристик / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Материалы научно-практического семинара «Цифровые технологии в науке, образовании и производстве», 30 ноября 2022 г., г. Иркутск. — Изд-во Иркутский ГАУ, 2022. — С. 39-40.
36. Куликов, В.В. Выбор критерия оптимизации при параметрическом синтезе различных дискретных регуляторов с интегральной составляющей и ограничением на перерегулирование / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Тезисы Международной (54-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции «Современные проблемы математики и её приложений», г. Екатеринбург. — Екатеринбург: ИММ УрО РАН, Уральский федеральный университет, 2023. — С. 93
37. Куликов, В.В. Параметрическая оптимизация регулятора с переменной структурой с использованием линейного интегрального критерия / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Актуальные вопросы аграрной науки. — 2024. — выпуск № 2 (51) — С. 60-72.

38. Куликов, В.В. Использование компактов чувствительности при параметрическом синтезе регулятора с переменной структурой / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Неустойчивые задачи вычислительной математики: материалы семинара с международным участием им. А. С. Апарцина. Иркутск, 29 июля – 2 августа 2024 г., Ин-т систем энергетики им. Л. А. Мелентьева, Иркут. гос. ун-т. — Иркутск: Издательство ИГУ, 2024. — С. 40-43.
39. Куликов, В.В. Параметрический синтез регулятора с переменной структурой с использованием критерия со штрафной функцией на основе ошибки системы / В.В. Куликов, Н.Н. Куцый // Актуальные вопросы аграрной науки. — 2024. — выпуск № 3 (52) — С. 62-72.
40. Куцый, Н.Н. Автоматическая параметрическая оптимизация дискретных систем регулирования: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.07 / Куцый Николай Николаевич. — М., 1997. — 382 с.
41. Лукас, В.А. Теория управления техническими системами / В.А. Лукас. — Екатеринбург: УГГГА, 2002. — 675 с.
42. Методы теории чувствительности в автоматическом управлении / В.И. Городецкий, Ф.М. Захарин, Е.Н. Розенвассер, Р.М. Юсупов. — М.: Энергоиздат, 1971. — 343 с.
43. Митришкин, Ю.В. Линейные математические модели динамических систем с управлением / Ю.В. Митришкин. — М.: ЛЕНАНД, 2019. — 464 с.
44. Нестеров, Ю.Е. Методы выпуклой оптимизации / Ю.Е. Нестеров.— М.: МЦНМО, 2010. — 281 с.
45. Овчинников, Н.Л. Тепловые процессы и агрегаты в обжиге строительных материалов и изделий / Н.Л. Овчинников, Л.Н. Овчинников. — Иван. гос. хим.-технол. ун-т.- Иваново, 2014. — 90 с.
46. Оморев Р.О. Максимальная грубость динамическая систем управления. — В кн.: Дифференциальные уравнения и их приложения. Тезисы

- докладов Республиканской научной конференции. (Фрунзе, 14-15 сентября 1989) / Р.О. Оморов. – Фрунзе, 1989. – С. 119.
47. Оморов Р.О. Оценка грубости управляемых динамических систем / Р.О. Оморов // Изв. вузов. Электромеханика. – 1990. – № 7. – С. 81-87.
48. Оморов Р.О. Максимальная грубость динамических / Р.О. Оморов // Автоматика и телемеханика. – 1963. – Том 24, № 1. – С. 33–46.
49. Оморов, Р.О. Синергетика и хаос. Топологическая грубость и бифуркации / Р.О. Оморов. — М.: Издательство Ленанд, 2022. — 160 с.
50. Оморов, Р.О. Чувствительность, робастность и грубость динамических систем / Р.О. Оморов. — М.: Издательство Ленанд, 2021. — 304 с.
51. Оморов, Р.О. Робастность интервальных динамических систем / Р.О. Оморов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2019. – Том 20, № 6. – С. 333-340.
52. Плюitto, В.П. Практикум по теории автоматического регулирования химико-технологических процессов / В.П. Плюitto. – М: «Химия», 1969. – 112 с.
53. Поляк, Б.Т. Математическая теория автоматического управления: учебное пособие / Б.Т. Поляк, М.В. Хлебников, Л.Б. Рапопорт. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 500 с.
54. Поляк, Б.Т. Введение в оптимизацию / Б.Т. Поляк. — М.: Издательство URSS, 2021. — 392 с.
55. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 5 томах. Том 1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егулов и др. – М.: МГТУ, 2004. – 654 с.
56. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 5 томах. Том 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егулов и др. – М.: МГТУ, 2004. – 638 с.

57. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 5 томах. Том 3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егунов и др. - М: МГТУ, 2004. – 614 с.
58. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник для вузов: в 5 томах. Том 4: Теория оптимизации систем автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егунов и др. – М: МГТУ, 2004. – 741 с.
59. Пупков, К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник для вузов: в 5 томах. Том 5: Методы современной теории автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егунов и др. - М: МГТУ, 2004. – 782 с.
60. Розенвассер, Е.Н. Вклад ленинградских ученых в развитие теории чувствительности систем управления / Е.Н. Розенвассер, Р.М. Юсупов // Труды СПИИРАН – 2013. – № 2 (25). – С. 13-41.
61. Розенвассер, Е.Н. Чувствительность систем автоматического управления / Е.Н. Розенвассер, Р.М. Юсупов. – Л.: Энергия, 1969. – 204 с.
62. Ротач, В.Я. Теория автоматического управления: учебник для вузов / В.Я. Ротач. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008. – 396 с.
63. Сабанчин, В.Р. Автоматизация процесса обжига керамического кирпича: монография / В.Р. Сабанчин, В.В. Тугов. – Оренбург: ОГУ, 2019. – 150 с.
64. Сабанчин, В.Р. Математическое описание туннельной печи для обжига керамических изделий как объекта автоматического управления по разрежению продуктов горения / В.Р. Сабанчин, Н.И. Жежера // Материалы Всероссийской научно-методической конференции (с международным участием). – Оренбург: Участок оперативной полиграфии ОГУ, 2015. – С.52-60.

65. Сабанчин, В.Р. Туннельная печь для обжига керамических изделий как объекта автоматического управления по разрежению продуктов горения / В.Р. Сабанчин, Н.И. Жежера // Интернет-журнал «Науковедение». – 2014. – № 6 (25). – С.1-12.
66. Смирнов, Н.И. Оптимизация настроечных параметров автоматических систем регулирования с дифференциатором / Н.И. Смирнов, В.Р. Сабанин, А.И. Репин // Теплоэнергетика. – 2004. – № 10. – С. 10-16.
67. Смирнов, Н.И. Оптимизация одноконтурных АСР с многопараметрическими регуляторами / Н.И. Смирнов, В.Р. Сабанин, А.И. Репин // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2005. – №7 – С. 24-28.
68. Смирнов, Н.И. Структурная реализация и оптимальная настройка многопараметрического ПИДД2 регулятора с реальным дифференцированием / Н.И. Смирнов, В.Р. Сабанин, А.И. Репин // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2007. – № 11 – С. 34-39.
69. Стефани, Е.П. Основы расчёта настройки регуляторов теплоэнергетических процессов / Е.П. Стефани. – М.: Энергия, 1972. – 325 с.
70. Тихонов, О.Н. Автоматизация производственных процессов на обогатительных фабриках. Учебник для вузов / О.Н. Тихонов. – М.: Наука, 1985. – 272 с.
71. Томович, Р. Общая теории чувствительности / Р. Томович, М. Вукобратович. – М.: Советское радио, 1972. – 233 с.
72. Уткин, В.И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления / В.И. Уткин. – М: Наука, 1981. – 367 с.
73. Уткин, В.А. Системы с переменной структурой: состояние проблемы, перспективы / В.А. Уткин // Автоматика и телемеханика. – 1983. – №9. – С. 5-25

74. Химмельблау, Д.М. Прикладное нелинейное программирование / Д.М. Химмельблау; пер. с англ. И.М. Быховской и Б.Т. Вавилова; под ред. М.Л. Быховского. – М.: Мир, 1975. – 536 с.
75. Цыпкин, Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я.З. Цыпкин – М.: Наука, 1968. – 346 с.
76. Цавнин, А.В. Синтез робастных регуляторов для систем с интервально-определенными параметрами, гарантирующих нулевое значение перерегулирования: дис. ... к-да техн. наук: 05.13.05 / Цавнин Алексей Владимирович. – Томск, 2021. – 144 с.
77. Шигин, Е. К. Автоматическое регулирование объекта с чистым запаздыванием регулятором с переключаемыми параметрами. I / Е.К. Шигин // Автоматика и телемеханика. – 1966. – № 6. – С. 72-81
78. Шигин, Е.К. Автоматическое регулирование объекта с чистым запаздыванием регулятором с переключаемыми параметрами II / Е.К. Шигин // Автоматика и телемеханика. – 1966. – № 6. – С. 72-81.
79. Шидловский, С.В. Автоматическое управление. Перестраиваемые структуры / С.В. Шидловский. – Томск: Томский государственный университет, 2006. – 288 с.
80. Шидловский, С.В. Автоматическое управление. Перестраиваемые структуры в системах с распределенными параметрами / С.В. Шидловский. – Томск: Томский государственный университет, 2007. – 192 с.
81. Шидловский, С.В. Перестраиваемые структуры в системах автоматического управления технологическими процессами: дис. ... к-та техн. наук: 05.13.06 / Шидловский Станислав Викторович. – Томск, 2004. – 210 с.
82. Широков, Л.А. Автоматическая параметрическая оптимизации систем регулирования с ограничениями на управляющие координаты / Л.А.

- Широков, О.Л. Широкова // Машиностроение и инженерное образование. – 2014. – № 1. – С. 52-60.
83. Широков, Л.А. Беспoisковая автоматическая оптимизация одного класса неминимально-фазовых систем / Л.А. Широков // Автоматика и телемеханика. – 1969. – № 11 – С. 67-74.
84. Широков, Л.А. К вопросу о вычислении функций чувствительности одного класса систем с переменной структурой / Л.А. Широков, Н.Н. Куцый // Изв. высш. учеб. заведений. Электромеханика. – 1987. – № 9 - С. 103-106.
85. Широков, Л.А. Компактные анализаторы чувствительности высших порядков линейных динамических систем // Л.А. Широков / Автоматика и телемеханика. – 1990. – № 1 – С. 19-28.
86. Широков, Л.А. Синтез компактов чувствительности для автоматизации параметрического проектирования линейных систем регулирования // Л.А. Широков / Машиностроение и инженерное образование. – 2008. – № 3 (16) – С. 22-29.
87. Широков, Л.А. Повышение быстродействия алгоритмов автоматической параметрической оптимизации введением переменных интервалов интегрирования / Л.А. Широков, Н.Н. Куцый // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 1988. – № 12. – С. 12-17.
88. Airikka P. Extended predictive proportional-integral controller for typical industrial processes / Airikka P. // 18th IFAC World Cogress, Milano, Italy, August 28-July 2, 2011. – 2011. – pp. 7571-7576.
89. Airikka P. Robust predictive PI controller tuning / P. Airikka // 19th World Congress, IFAC, Cape Town, South Africa, August 24-29, 2014. – 2014. – pp. 9301-9306.
90. Airikka P. Stability analysis of a predictive PI controller / P. Airikka // 21st Mediterranean Conference on Control and Automation, 25-28 June, 2013. – 2013. – pp. 1380-1385.

91. Alamelumangai V. Design of predictive fractional order PI controller for the quadruple tank. process / V. Alamelumangai, G. Prakash // WSEAS Trans. Syst. – 2017. – pp. 258–265.
92. Astrom Karl J. Advanced PID Control 2006 / Karl J. Astrom, Tore Haggund. – ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006. – p. 460.
93. Eslami M. Theory of Sensitivity in Dynamic Systems and Introduction / M. Eslami. – Springer-Verlag, 1994. – p. 600.
94. Gershon E. Advances in H_∞ Control Theory. Switched, Delayed, and Biological Systems. Springe / E. Gershon, U. Shaked. – Lecture Notes in Control and Information Sciences - Proceedings, Springer, 2019. – p. 310.
95. Hai L. Hybrid Dynamical Systems Fundamentals and Methods / L. Hai, A. J. Panos. – Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer, 2022. – p. 465
96. Ivanova E. Rules based adaptation of Smith predictor / E. Ivanova, M. Hadjiski // Intelligent Systems, First International IEEE Symposium, Proceedings, 2002. – 2002. – Vol. 3. – pp. 26-30.
97. Jih-Jenn Huang Automatic Smith-predictor tuning using optimal parameter mismatch / Huang Jih-Jenn, D.B. DeBra // IEEE Trans. on Control Systems Technology. May 2002. – 2002. – Vol. 10. No. 3. – pp. 447-459.
98. Kulikov V.V. Formation of an algorithm of automatic parametric optimization of PI-controller with variable parameters while using Internal Model Control / V.V. Kulikov, A.P. Kutsyi, N.N. Kutsyi // 2021 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 1151 012031. – 2021. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1151/1/012031>
99. Kulikov V.V. Gradient-Based Algorithm for Parametric Optimization of Variable-Structure PI Controller When Using a Reference Model / V.V. Kulikov, N.N. Kutsyi, A.A. Podkorytov // Computational Methods in Systems and Software 2020, AISC 1295. – 2020. – pp. 938–949. https://doi.org/10.1007/978-3-030-63319-6_87

100. Kulikov V.V. The Gradient-Based Algorithm for Parametric Optimization of a Variable Structure PI Controller with Dead Band. / V.V. Kulikov, A.P. Kutsyi, N.N. Kutsyi // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. – 2020. – 21(9). – pp. 530-534. <https://doi.org/10.17587/mau.21.530-534>
101. Pushkar Prakash Arya. IMC based Fractional Order Controller Design for Specific Non-Minimum Phase Systems / Prakash Arya Pushkar, Chakrabarty Sohom // *IFAC-PapersOnline*. – 2018. – Volume 51, Issue 4. – pp. 847-852.
102. Ramírez A. Proportional integral retarded control of second order linear systems / A. Ramírez, S. Mondié, R Garrido // *IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control (CDC)*. – 2013. – pp. 2239-2244.
103. Ren X.M. Adaptive H/sub 2/ optimal control based on Smith predictor for continuous – time systems with unknown time delay / X.M. Ren, A.B. Rad, W.L. Lo, P.T. Chan // *International Conference on Control and Automation (ICCA'05)*, 26-29 June 2005. – 2005. – Vol. 1. – pp. 159-164.
104. Suresh Kumar Chiluka. A New VRFT Approach for IMC-PID Feedback-Feedforward Controller Design based on Robustness / Kumar Chiluka Suresh, Rao Ambati Seshagiri, Babu Gara Uday Bhaskar // *IFAC-PapersOnline*. – 2020. – Volume 53, Issue 1. – pp. 147-152.
105. Tseligorov, N.A. Investigation of the robust absolute stability of the tunnel kiln control system with delay / N.A. Tseligorov, A.V. Chubukin, E.N. Tseligorova // *WSEAS Transactions on Systems*. – 2021. – T. 20. – pp. 25-30.
106. Utkin, V., Poznyak, A., Orlov, Y.V., Polyakov, A. Road Map for Sliding Mode Control Design / V. Utkin, A. Poznyak, Y.V. Orlov A. Polyakov. – Springer International Publishing, 2020. – 141 p.
107. Zhendong Sun. Switched Linear Systems. Control and Design / Sun. Zhendong, Ge. Shuzhi Sam. – Communications and Control Engineering, Springer, 2005. – 288 p.

Приложение № 1. Свидетельство о государственной регистрации
программы для ЭВМ № 2022660448

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2022660448

Параметрическая оптимизация пропорционально-интегрального регулятора с полупостоянным интегрированием в одноконтурной автоматической системе с запаздыванием

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский национальный исследовательский технический университет» (ФГБОУ ВО «ИРНИТУ»)* (RU)

Авторы: *Куликов Владимир Валерьевич (RU), Куцкий Николай Николаевич (RU)*



Заявка № 2022619653

Дата поступления 30 мая 2022 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 03 июня 2022 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 68b80077e14e40f0a94edbd24145d5c7
Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 2.03.2022 по 26.05.2023

Ю.С. Зубов

Приложение № 2. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023665367

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2023665367

Параметрическая оптимизация пропорционально-интегрального регулятора с переменными параметрами

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский национальный исследовательский технический университет» (ФГБОУ ВО «ИРНИТУ»)* (RU)

Авторы: *Куликов Владимир Валерьевич (RU), Куций Николай Николаевич (RU)*

Заявка № **2023663883**

Дата поступления **04 июля 2023 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **14 июля 2023 г.**



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 429b6a27e3353164baf96183b73b4aa7
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 03.07.2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов

Приложение № 3. Акт о частичном внедрении результатов диссертационного исследования в промышленность



Утверждаю:

Генеральный директор
ООО «Спецстройинвест»

А.И. Косов

« 12 » 09 2024 г.

АКТ

о частичном внедрении результатов диссертационной работы

Куликова В.В.

«ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ»

Мы, ниже подписавшиеся, научный консультант ООО «Спецстройинвест», заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники, доктор технических наук, профессор Зельберг Борис Ильич и соискатель ИРНИТУ Куликов Владимир Валерьевич составили настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы Куликова В.В. на тему «Параметрическая оптимизация на основе анализа чувствительности пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой» были использованы в АО «Кремний» в части оптимизации и улучшение электрических параметров рудовосстановительных электропечей мощностью 16 МВт, что помогло улучшить технико-экономические показатели электроплавки технического кремния.

Научный консультант
ООО «Спецстройинвест»,
заслуженный деятель науки РФ,
лауреат премии Правительства РФ
в области науки и техники,
доктор технических наук, профессор

Б.И. Зельберг

Соискатель ИРНИТУ

В.В Куликов

Приложение № 4. Акт о внедрении результатов диссертационного исследования в учебный процесс



УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО ИРНИТУ
М.В. Корняков

АКТ

О внедрении в учебный процесс института Информационных технологий и анализа данных ФГБОУ ВО «Иркутский национальный исследовательский технический университет» результатов диссертационной работы Куликова Владимира Валерьевича, выполненной на тему «Параметрическая оптимизация на основе анализа чувствительности пропорционально-интегрального регулятора с переменной структурой»

Комиссия в составе проректора по учебной работе ФГБОУ ВО ИРНИТУ Смирнова В.В., директора института Информационных технологий и анализа данных Говоркова А.С., руководителя образовательной программы «Автоматизированные системы обработки информации и управления» Кононенко Р.В. составили настоящий акт о внедрении и использовании теоретических материалов диссертационной работы Куликова В.В., в том числе методики анализа и синтеза регуляторов с переменной структурой.

Разработанные в ходе исследования алгоритмы и анализаторы чувствительности автоматических систем с ПИ-регулятором с переменной структурой позволяют проводить настройки реального дифференцирующего звена в ПИ-регулятора для разных типов автоматических систем, кроме того применение компактов чувствительности при параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой, позволяет сократить объём производимых вычислений. Данные результаты применяются в процессе обучения во время лекционных и практических занятий по дисциплинам «Теория автоматического управления» и «Методы оптимизации» при подготовке обучающихся по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления» института Информационных технологий и анализа данных ФГБОУ ВО «Иркутский национальный исследовательский технический университет».

Проректор по учебной работе
ФГБОУ ВО ИРНИТУ

В.В. Смирнов

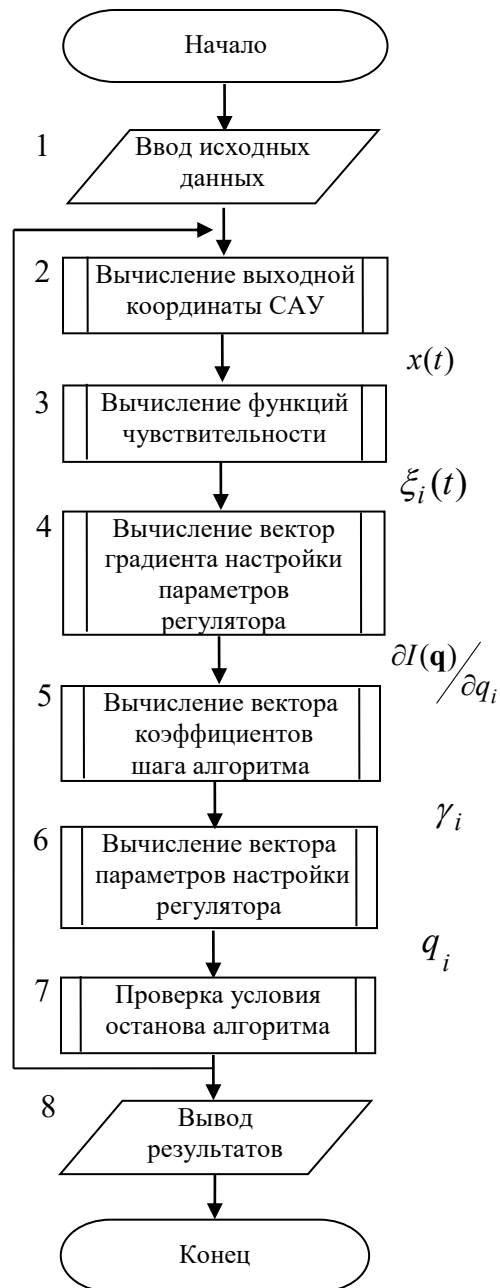
Директор института ИТиАД

А.С. Говорков

Руководитель ООП 09.03.01
«Автоматизированные системы
обработки информации и
управления»

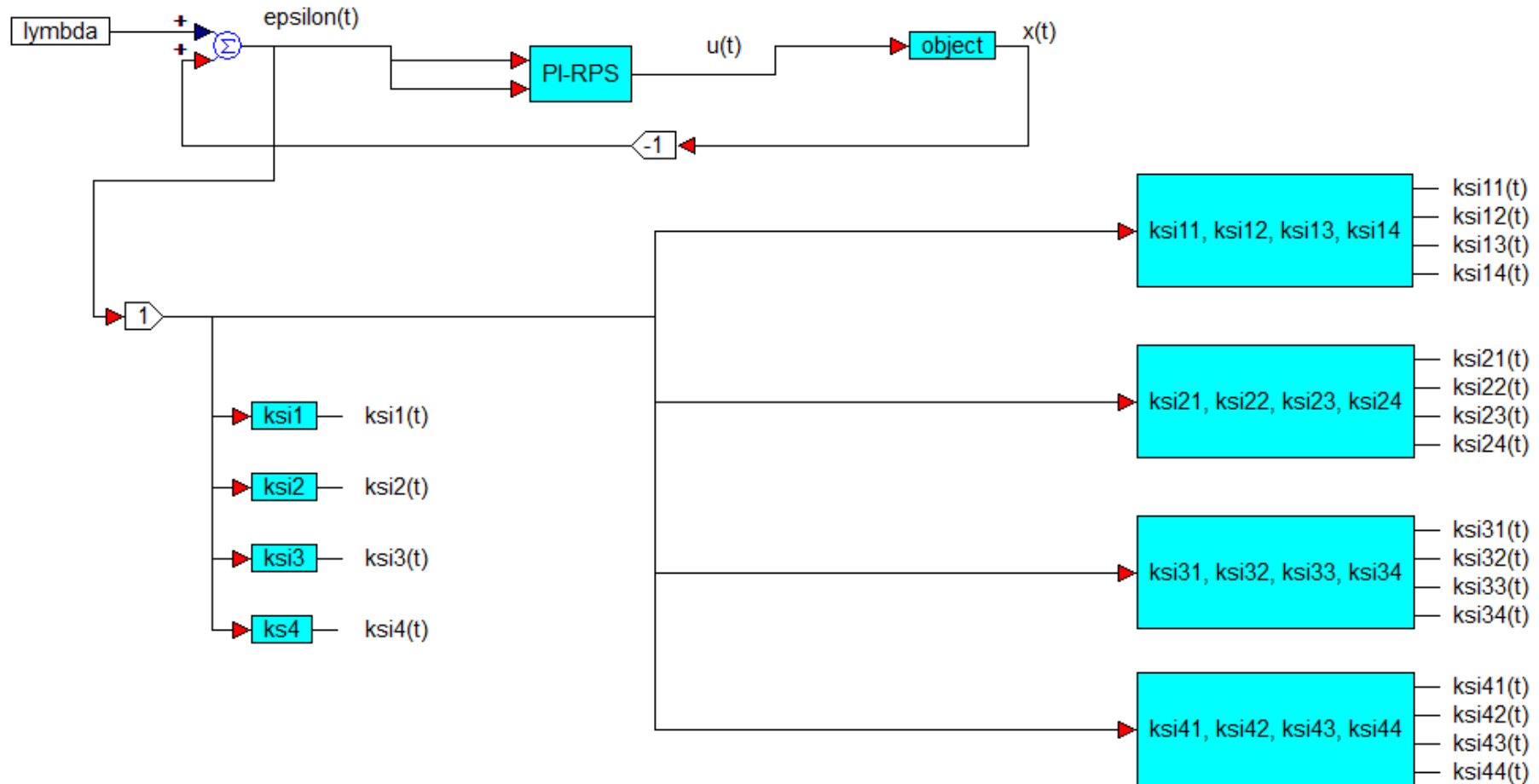
Р.В. Кононенко

Приложение № 5. Блок-схема алгоритма параметрической оптимизации



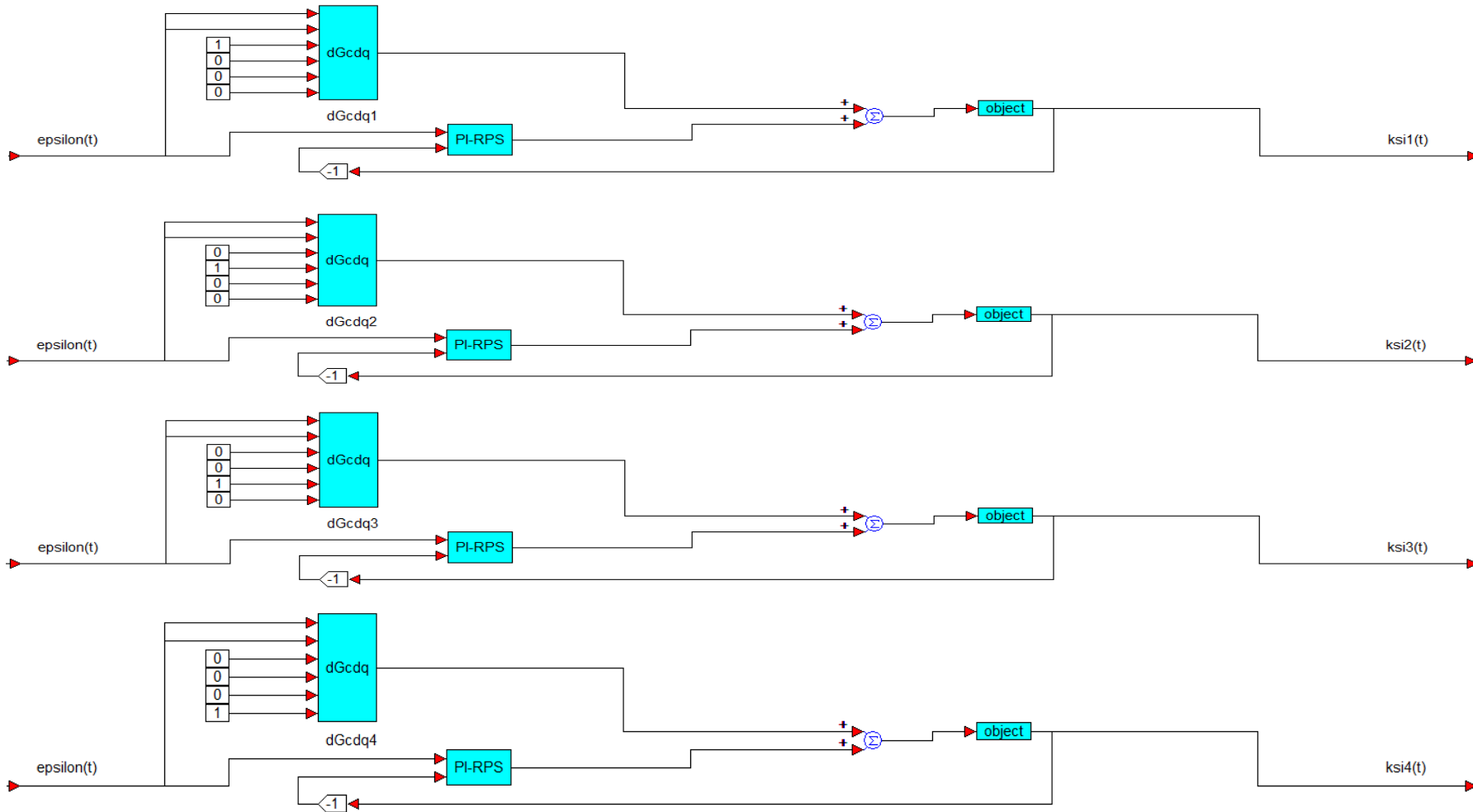
Приложение № 6. Модель чувствительности 1-го и 2-го порядка критерия *I*

Основные блоки



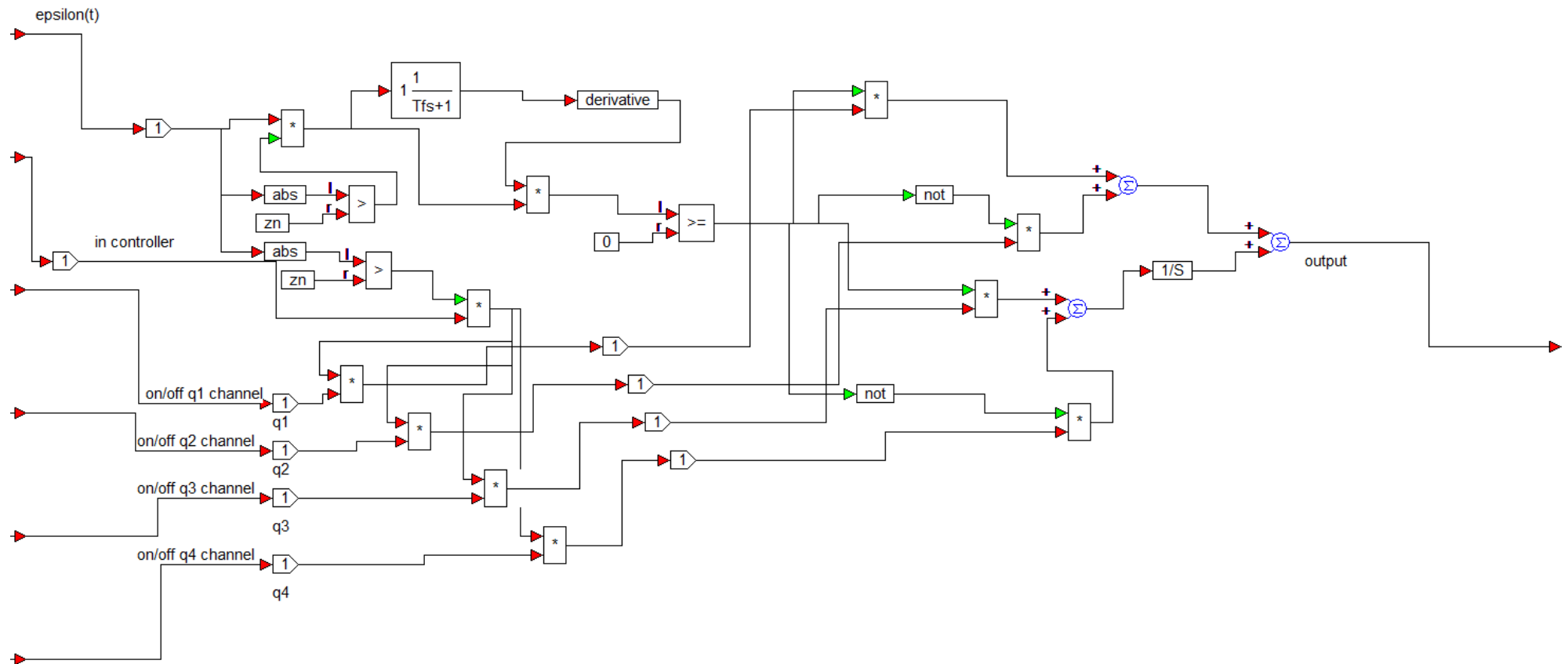
Приложение № 6. Модель чувствительности критерия *I*

Блоки «ksi1», «ksi2», «ksi3», «ksi4»



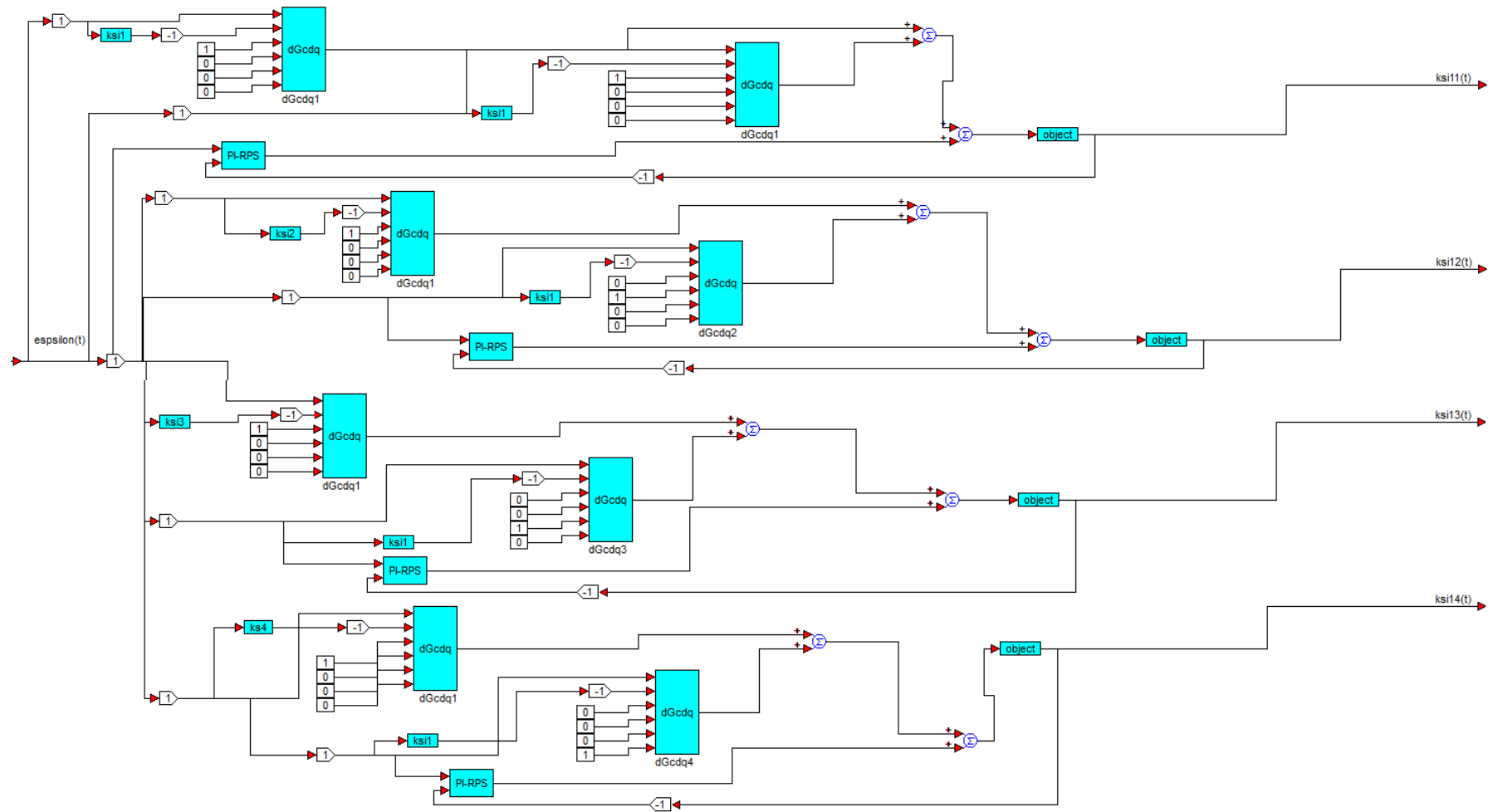
Приложение № 6. Модель чувствительности критерия *I*

Блок «dGcdq»



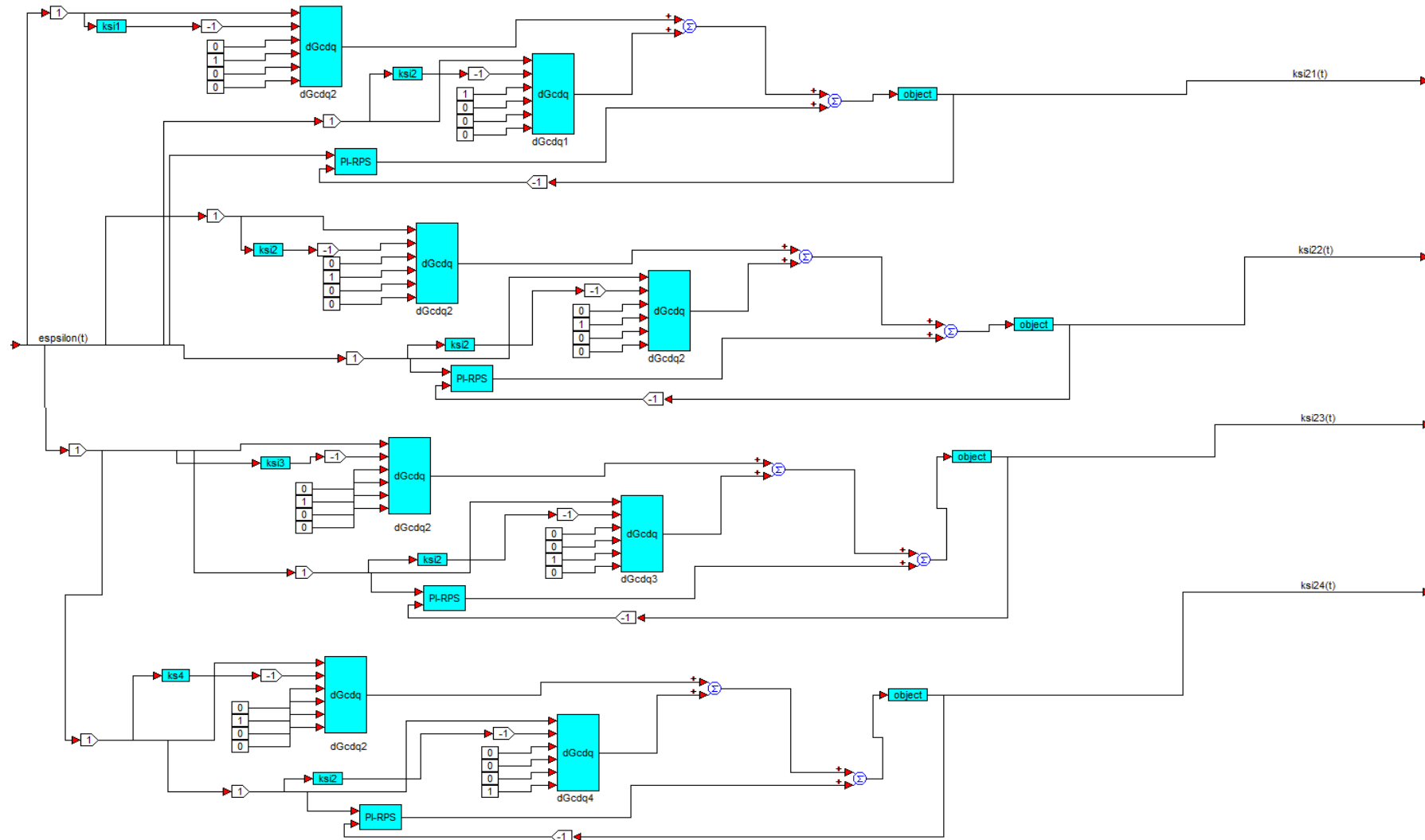
Приложение № 6. Модель чувствительности критерия I

Блок «ksi11, ksi12, ksi13, ksi14»



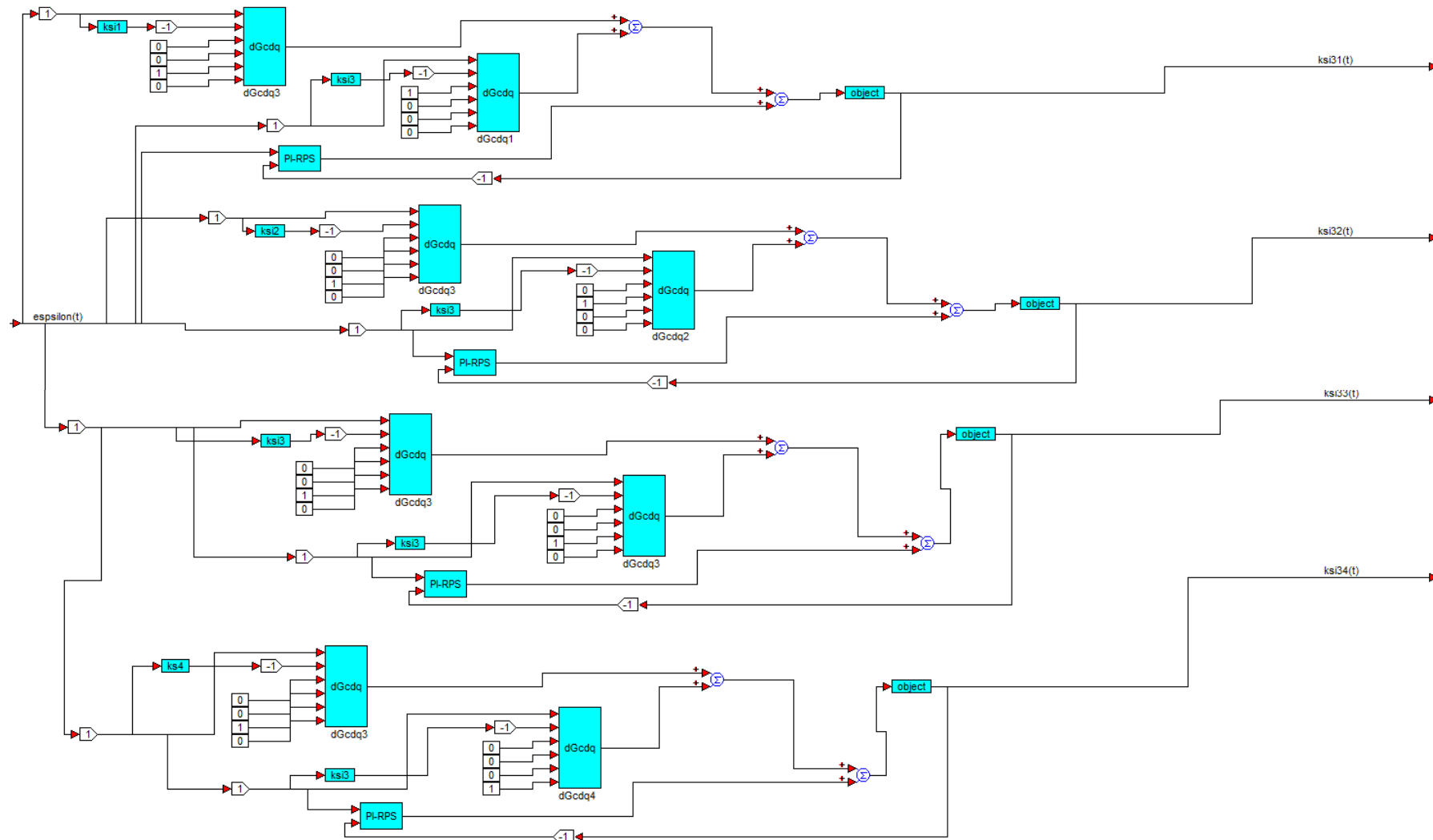
Приложение № 6. Модель чувствительности критерия *I*

Блок «ksi21, ksi22, ksi23, ksi24»



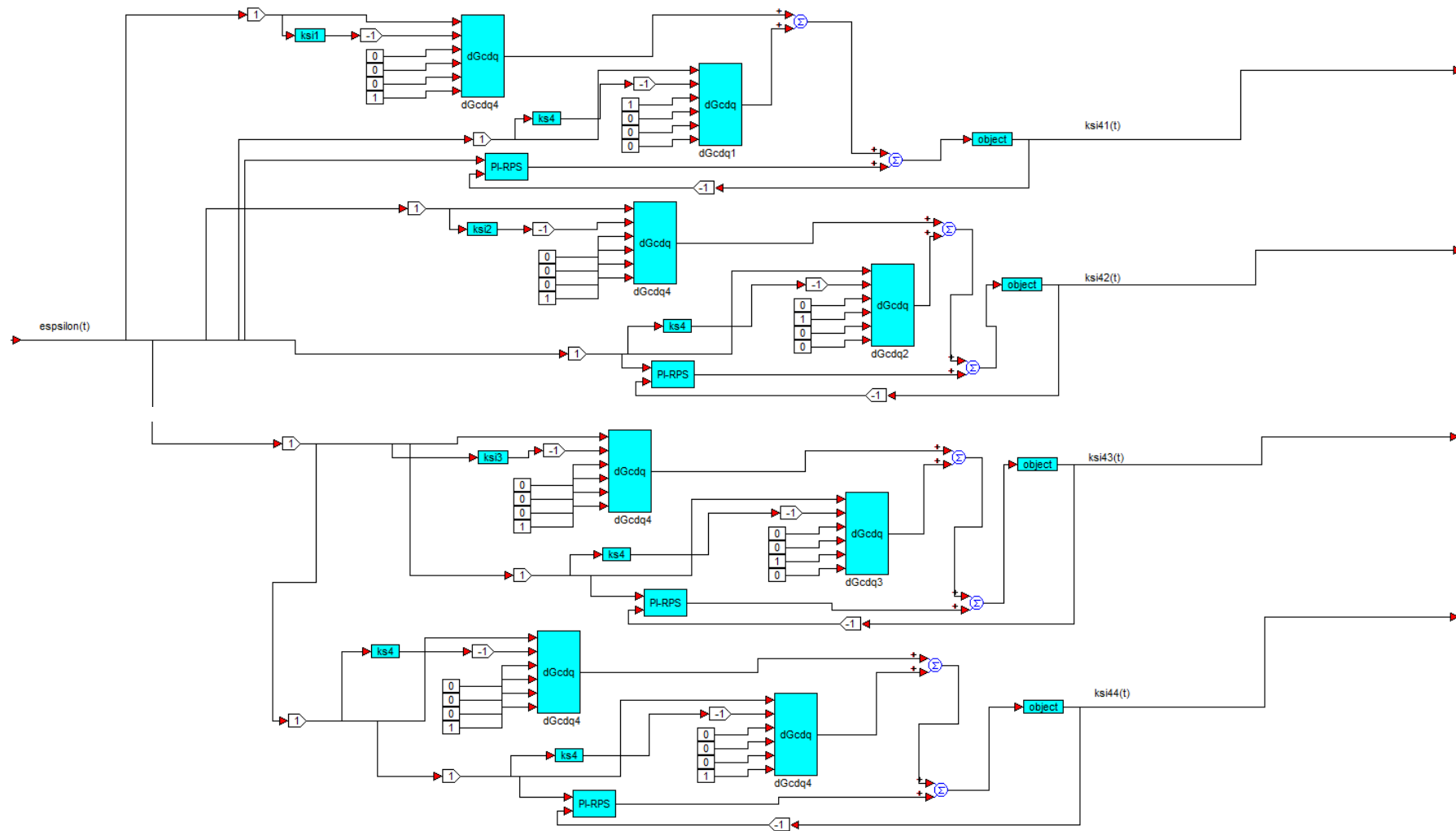
Приложение № 6. Модель чувствительности критерия *I*

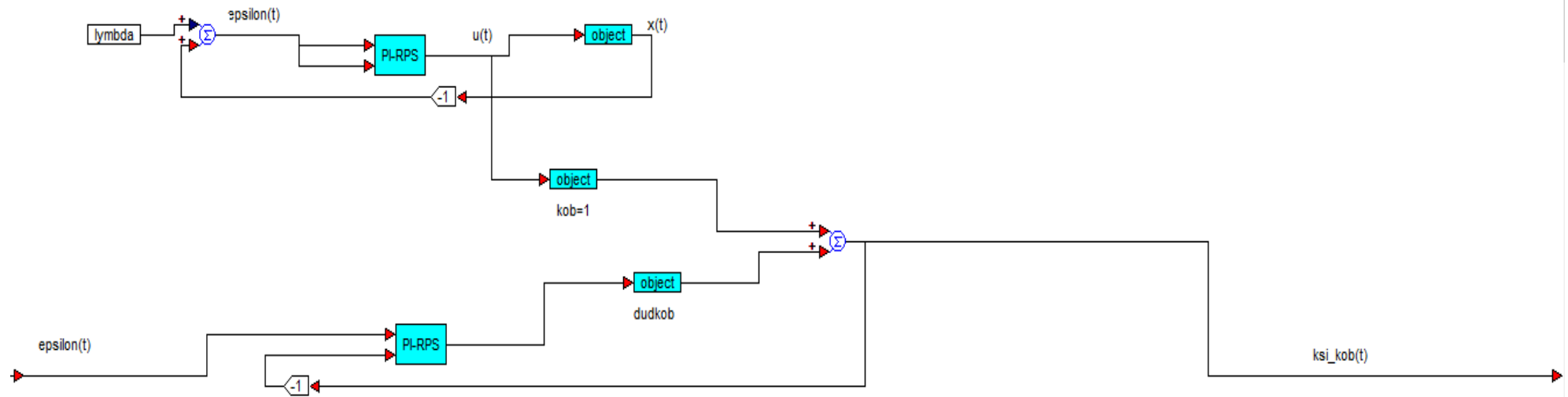
Блок «ksi31, ksi32, ksi33, ksi34»



Приложение № 6. Модель чувствительности критерия I

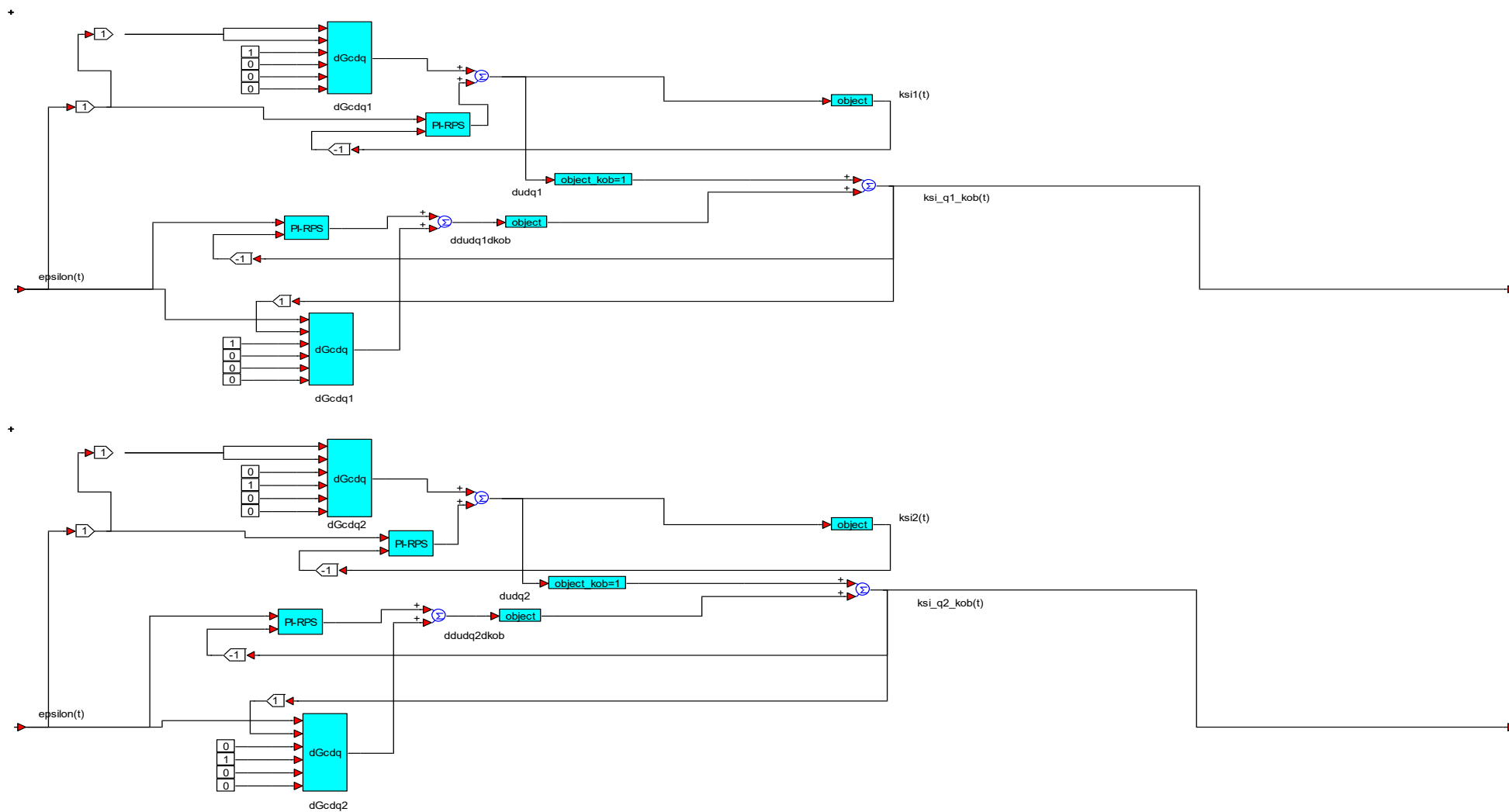
Блок «ksi41, ksi42, ksi43, ksi44»



Приложение № 7. Модель чувствительности критерия J **Блоки «ksi_kob»**

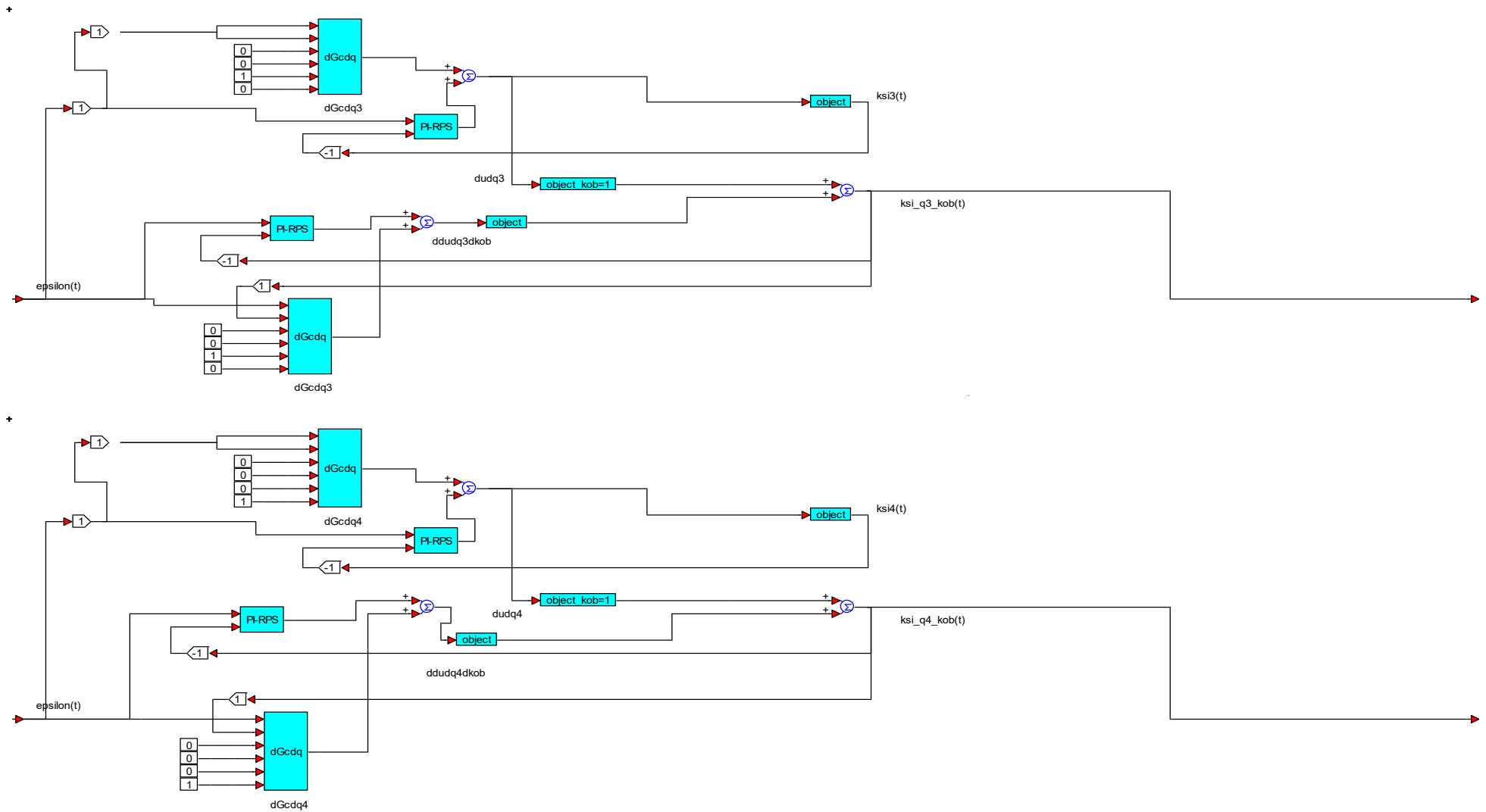
Приложение № 7. Модель чувствительности критерия J

Блоки «ksi_q1_kob», «ksi_q2_kob»



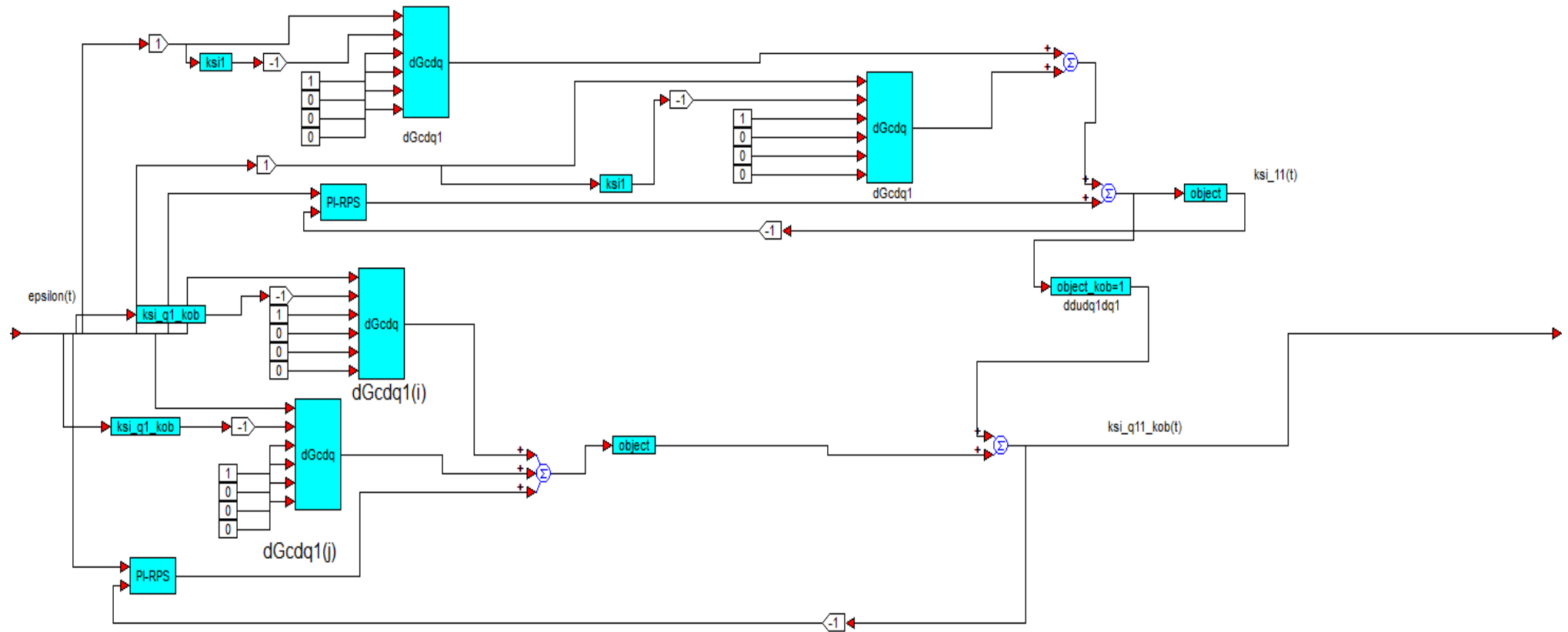
Приложение № 7. Модель чувствительности критерия J

Блоки «ksi_q3_kob», «ksi_q4_kob»



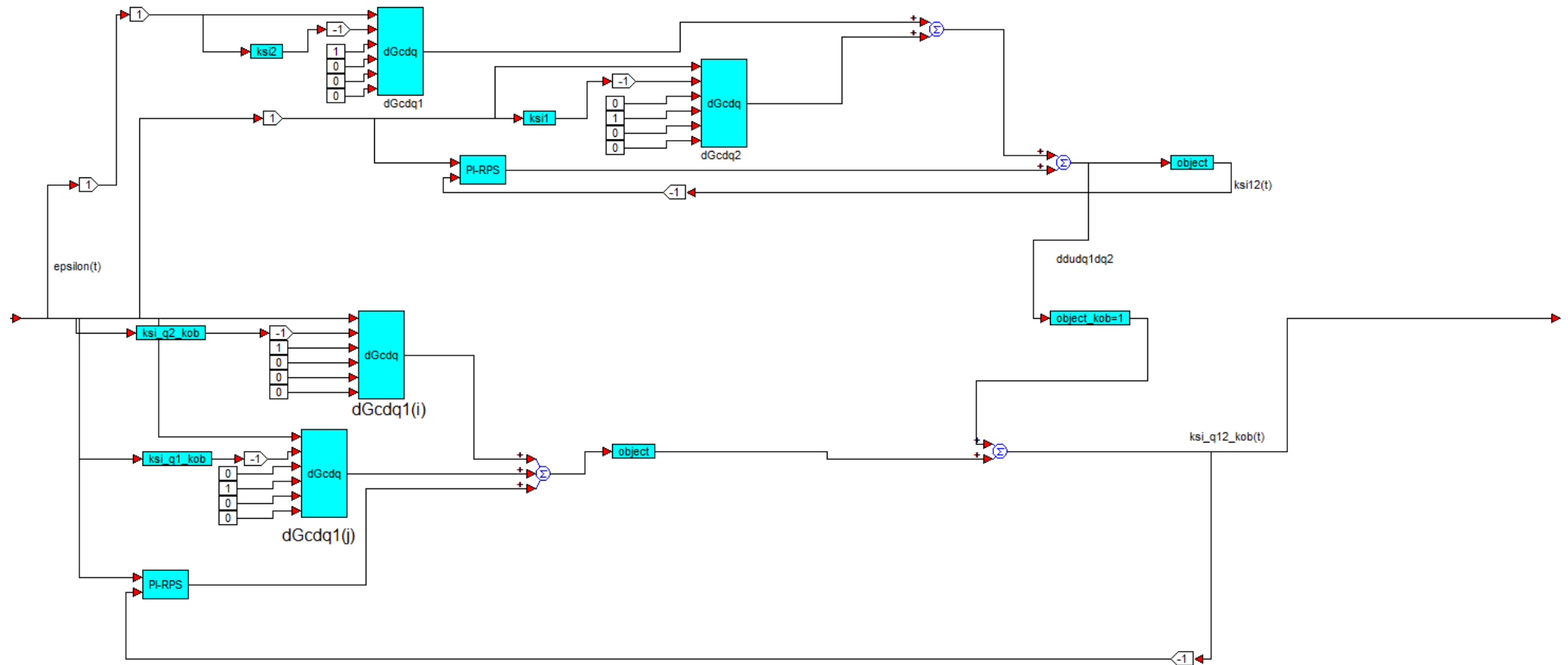
Приложение № 7. Модель чувствительности критерия J

Блоки «ksi_q11_kob»



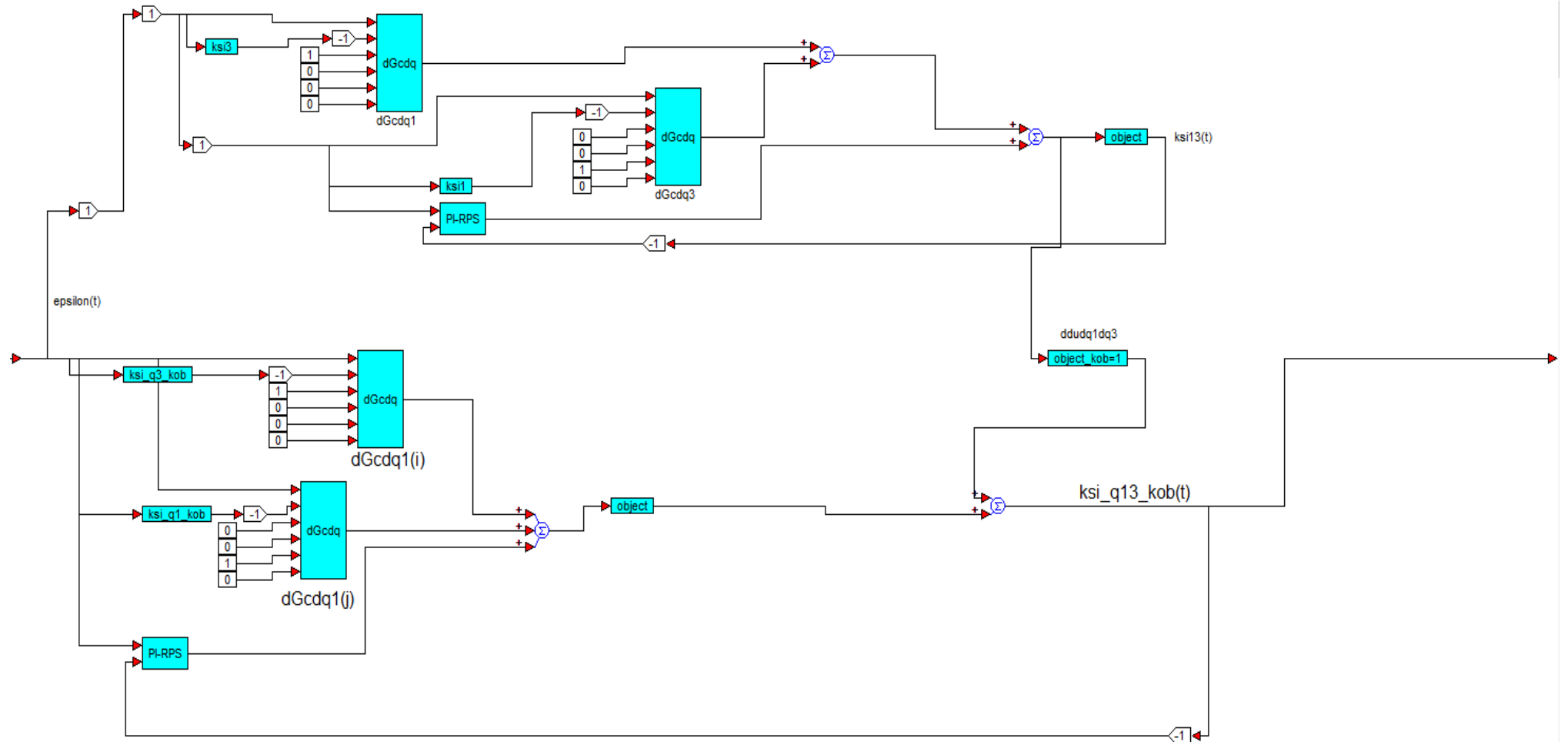
Приложение № 7. Модель чувствительности критерия J

Блоки «ksi_q12_kob»



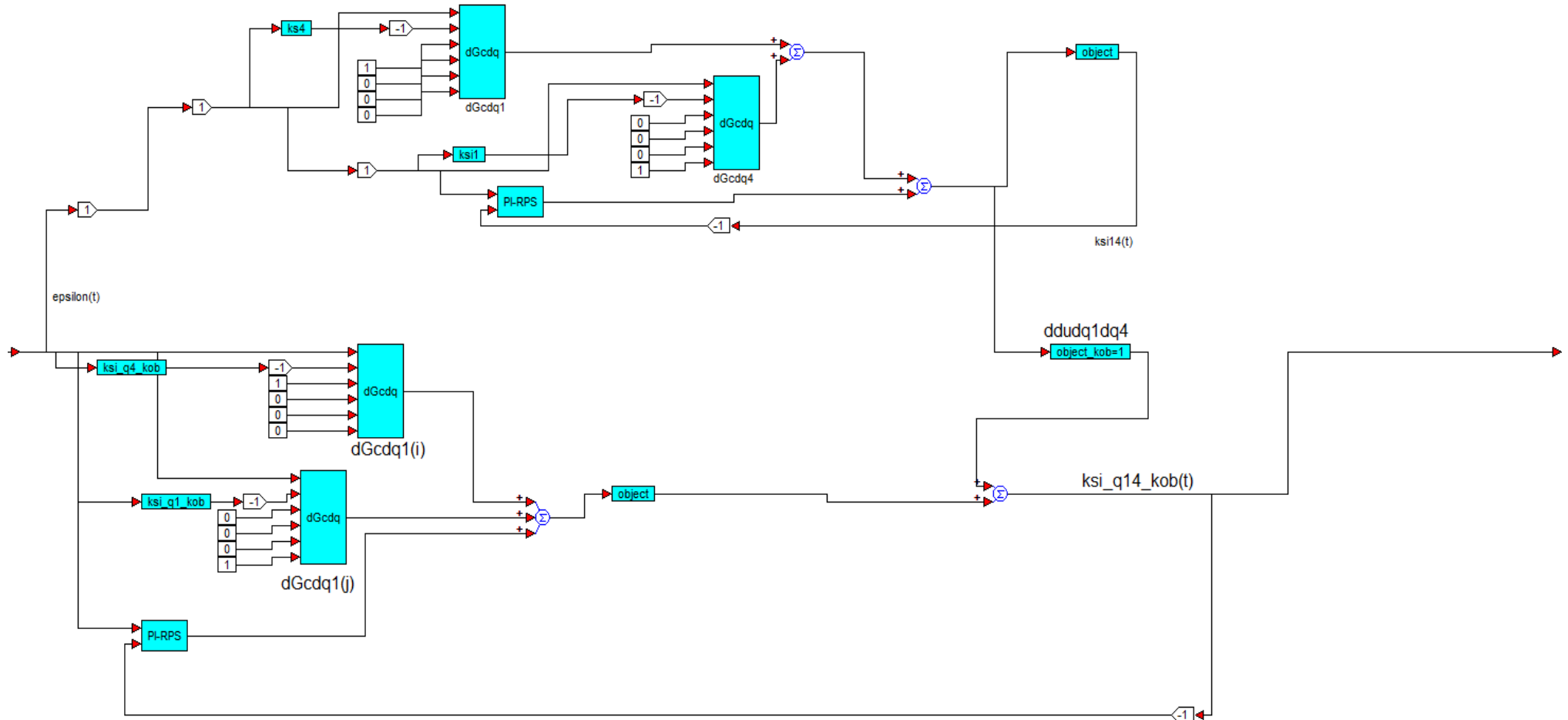
Приложение № 7. Модель чувствительности критерия J

Блоки «ksi_q13_kob»



Приложение № 7. Модель чувствительности критерия J

Блок «ksi_q14_kob»



Приложение № 8. Экспериментальный анализ критерия J

В таблице № 8.1. представлен расчёт составляющих выражений критерия J (функционал грубости) для различных значений вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^{(k)}$ ($k=1, \dots, n$) ПИ-регулятора в системе (2.2.1) с параметрами объекта управления: $T_{ob1} = 10\text{с}$; $T_{ob2} = 40\text{с}$; $k_{ob} = 1$; $\tau_{ob} = 20\text{с}$.

Таблица № 8.1. – Численный эксперимент

k	$\mathbf{q}(q_1, q_2)$	I	J	$\int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial T_{ob1}})^2 dt$	$\int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial T_{ob2}})^2 dt$	$\int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial k_{ob}})^2 dt$	$\int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial \tau_{ob}})^2 dt$
$\mathbf{q}^{(1)}$	(0,4;0,006)	88,7	1600	354,9	88,7	535,0	354,9
$\mathbf{q}^{(2)}$	(0,8;0,012)	50,6	925,6	202,5	50,6	318,0	202,5
$\mathbf{q}^{(3)}$	(1,2;0,018)	40,8	784,6	163,4	40,8	294,1	163,5
$\mathbf{q}^{(4)}$	(1,6;0,024)	39,7	875,1	158,9	39,7	398,2	159,0
$\mathbf{q}^{(5)}$	(2;0,03)	45,7	1452,4	183,4	45,7	902,4	183,6
$\mathbf{q}^{(6)}$	(2,4;0,036)	68,0	5671,9	280,4	68,5	4834,4	283

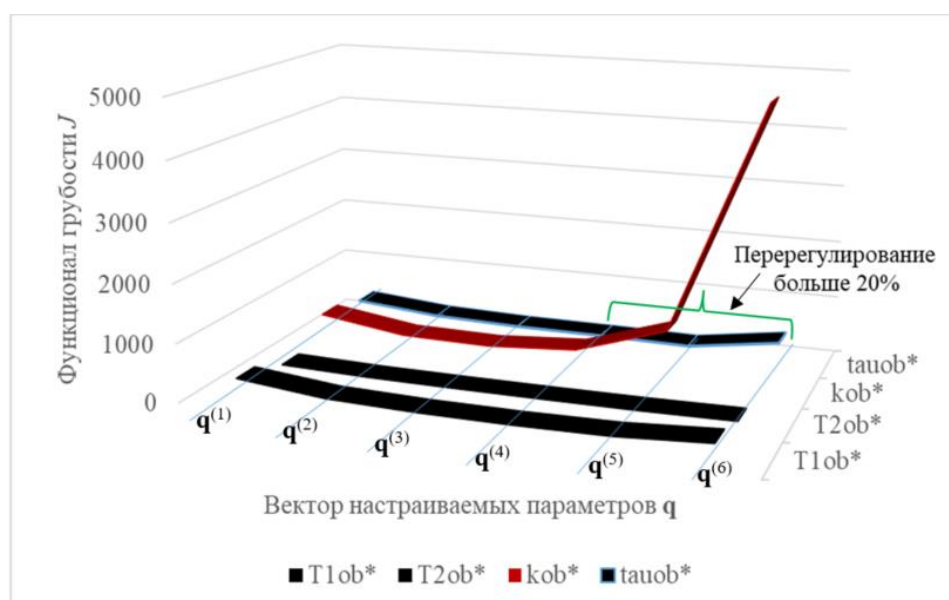


Рис. 8.1. Значения составляющих выражений критерия J при различных значениях вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}^{(k)}$ ($k=1, \dots, 6$):

$$T1ob^* - \int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial T_{ob1}})^2 dt; \quad T2ob^* - \int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial T_{ob2}})^2 dt; \quad kob^* - \int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial k_{ob}})^2 dt; \quad tauob^* - \int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial \tau_{ob}})^2 dt$$

Согласно данным из таблицы № 8.1 и рис. 8.2 наибольший вклад в критерий J осуществляет выражение:

$$\int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial k_{ob}})^2 dt. \quad (8.1)$$

И тогда функционал грубости примет J следующий вид:

$$J = \int_0^L (\frac{\partial \varepsilon^2(t, \mathbf{q})}{\partial k_{ob}})^2 dt = \int_0^L 4\varepsilon^2(t, \mathbf{q}) \xi_{kob}^2(t) dt. \quad (8.2)$$

На основе содержимого рис. 8.2 можно сделать вывод о том, что выпуклость критерия J соответствует переходным процессам с большим перерегулированием.

Приложение № 9. Фрагмент кода программы

```

procedure model_sensitive_asiso;
begin
  pi_model_sps(UPI1,-ksi[1],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
  pi_dudq1_sps(UPI_dudq1,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[5],q[6]);
  dudq1:=UPI1.b3+UPI_dudq1.b3;
  object_model(XOB1,dudq1,dt,Tob1,Tob2,Kob,false);
  ksi[1]:=XOB1.x;

  pi_model_sps(UPI2,-ksi[2],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
  pi_dudq2_sps(UPI_dudq2,dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[5],q[6]);
  dudq2_chislo:=UPI2.b3+UPI_dudq2.b3;
  object_model(XOB2,dudq2_chislo,dt,Tob1,Tob2,Kob,false);
  ksi[2]:=XOB2.x;

  pi_model_sps(UPI3,-ksi[3],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
  pi_dudq3_sps(UPI_dudq3,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[5],q[6]);
  dudq3_chislo:=UPI3.b3+UPI_dudq3.b3;
  object_model(XOB3,dudq3_chislo,dt,Tob1,Tob2,Kob,false);
  ksi[3]:=XOB3.x;

  pi_model_sps(UPI4,-ksi[4],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
  pi_dudq4_sps(UPI_dudq4,dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[5],q[6]);
  dudq4_chislo:=UPI4.b3+UPI_dudq4.b3;
  object_model(XOB4,dudq4_chislo,dt,Tob1,Tob2,Kob,false);
  ksi[4]:=XOB4.x;
end;

procedure one_step_apo;
var
  i_cicl:byte;
  j_cicl:byte;
begin
  with main_form do
  begin

```

```

randomize;
zero_variable;
rachet_ns;
counter:=0;
Chart1.SeriesList[nomer_graphika].clear;
main_form.Caption:="";
integral_kvadrat_kriteriy:=0;
while t<=L do
begin
counter:=counter+1;
epsilon:=lamda-x;
object_filter(XOB_filter,epsilon,dt,Tf);
dx_epsilon:=(XOB_filter.y1-epsilon1)/dt;
epsilon1:=XOB_filter.y1;
integral_kvadrat_kriteriy:=integral_kvadrat_kriteriy+epsilon*epsilon*dt;
pi_model_sps(UPI,epsilon,dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
u:=Upi.b3;
object_model(XOB,u,dt,Tob1,Tob2,Kob,false);
x:=XOB.x;
dx:=(x-pred_x)/dt;
pred_x:=x;

model_sensitive_siso;

kriteriy:=kriteriy+(epsilon*epsilon)*dt;
i_cicl:=0;
dt_ksi[1]:=(ksi[1]-ksi_pred[1])/dt;
dt_ksi[2]:=(ksi[2]-ksi_pred[2])/dt;
dt_ksi[3]:=(ksi[3]-ksi_pred[3])/dt;
dt_ksi[4]:=(ksi[4]-ksi_pred[4])/dt;
didq[1]:=didq[1]+(-2* epsilon*ksi[1])*dt;
didq[2]:=didq[2]+(-2* epsilon*ksi[2])*dt;
didq[3]:=didq[3]+(-2* epsilon*ksi[3])*dt;
didq[4]:=didq[4]+(-2* epsilon*ksi[4])*dt;

```

```

ksi_pred[1]:=ksi[1];
ksi_pred[2]:=ksi[2];
ksi_pred[3]:=ksi[3];
ksi_pred[4]:=ksi[4];
    pi_model_sps(UPI_kis2[1,1],-
ksi2[1,1],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[2,1],-
ksi2[2,1],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[3,1],-
ksi2[3,1],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[4,1],-
ksi2[4,1],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[1,2],-
ksi2[1,2],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[2,2],-
ksi2[2,2],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[3,2],-
ksi2[3,2],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[4,2],-
ksi2[4,2],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[1,3],-
ksi2[1,3],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[2,3],-
ksi2[2,3],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[3,3],-
ksi2[3,3],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[4,3],-
ksi2[4,3],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[1,4],-
ksi2[1,4],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[2,4],-
ksi2[2,4],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);
    pi_model_sps(UPI_kis2[3,4],-
ksi2[3,4],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);

```

pi_model_sps(UPI_kis2[4,4],-
kis2[4,4],dt,epsilon,dx_epsilon,x,dx,q[1],q[2],q[3],q[4],q[5],q[6]);

```

dduqq[1,1]:= -n1_z*ksi[1]+UPI_kis2[1,1].b3-ksi[1]*n1_z;
UPI_kis2[2,1].p1:=UPI_kis2[2,1].p1+(-1)*dt*n1_z*ksi[1];
dduqq[2,1]:= UPI_kis2[2,1].p1+UPI_kis2[2,1].b3-ksi[2]*n1_z;
dduqq[3,1]:= -n2_z*ksi[1]+UPI_kis2[3,1].b3-ksi[3]*n1_z;
UPI_kis2[4,1].p1:=UPI_kis2[4,1].p1+(-1)*dt*n2_z*ksi[1];
dduqq[4,1]:= UPI_kis2[4,1].p1+UPI_kis2[4,1].b3-ksi[4]*n1_z;
UPI_kis2[1,2].p1:=UPI_kis2[1,2].p1+(-1)*dt*n1_z*ksi[1];
dduqq[1,2]:= -n1_z*ksi[2]+UPI_kis2[1,2].b3+UPI_kis2[1,2].p1;
UPI_kis2[2,2].p1:=UPI_kis2[2,2].p1+(-1)*dt*n1_z*ksi[2];
UPI_kis2[2,2].p2:=UPI_kis2[2,2].p2+(-1)*dt*n1_z*ksi[2];
dduqq[2,2]:= UPI_kis2[2,2].p1+UPI_kis2[2,2].b3+UPI_kis2[2,2].p2;
UPI_kis2[3,2].p1:=UPI_kis2[3,2].p1+(-1)*dt*n1_z*ksi[3];
dduqq[3,2]:= -n2_z*ksi[2]+UPI_kis2[3,2].b3+UPI_kis2[3,2].p1;
UPI_kis2[4,2].p1:=UPI_kis2[4,2].p1+(-1)*dt*n2_z*ksi[2];
UPI_kis2[4,2].p2:=UPI_kis2[4,2].p2+(-1)*dt*n1_z*ksi[4];
dduqq[4,2]:= UPI_kis2[4,2].p1+UPI_kis2[4,2].b3+UPI_kis2[4,2].p2;
dduqq[1,3]:= -n1_z*ksi[3]+UPI_kis2[1,3].b3-ksi[1]*n2_z;
UPI_kis2[2,3].p1:=UPI_kis2[2,3].p1+(-1)*dt*n1_z*ksi[3];
dduqq[2,3]:= UPI_kis2[2,3].p1+UPI_kis2[2,3].b3-ksi[2]*n2_z;
dduqq[3,3]:= -n2_z*ksi[3]+UPI_kis2[3,3].b3-ksi[3]*n2_z;
UPI_kis2[4,3].p1:=UPI_kis2[4,3].p1+(-1)*dt*n2_z*ksi[3];
dduqq[4,3]:= UPI_kis2[4,3].p1+UPI_kis2[4,3].b3-ksi[4]*n2_z;
UPI_kis2[1,4].p1:=UPI_kis2[1,4].p1+(-1)*dt*n2_z*ksi[1];
dduqq[1,4]:= -n1_z*ksi[4]+UPI_kis2[1,4].b3+UPI_kis2[1,4].p1;
UPI_kis2[2,4].p1:=UPI_kis2[2,4].p1+(-1)*dt*n1_z*ksi[4];
UPI_kis2[2,4].p2:=UPI_kis2[2,4].p2+(-1)*dt*n2_z*ksi[2];
dduqq[2,4]:= UPI_kis2[2,4].p1+UPI_kis2[2,4].b3+UPI_kis2[2,4].p2;
UPI_kis2[3,4].p1:=UPI_kis2[3,4].p1+(-1)*dt*n2_z*ksi[3];
dduqq[3,4]:= -n2_z*ksi[4]+UPI_kis2[3,4].b3+UPI_kis2[3,4].p1;
UPI_kis2[4,4].p1:=UPI_kis2[4,4].p1+(-1)*dt*n2_z*ksi[4];
UPI_kis2[4,4].p2:=UPI_kis2[4,4].p2+(-1)*dt*n2_z*ksi[4];
dduqq[4,4]:= UPI_kis2[4,4].p1+UPI_kis2[4,4].b3+UPI_kis2[4,4].p2;

```

```

i_cicl:=0;
j_cicl:=0;
for i_cicl:= 1 to 4 do
  for j_cicl:= 1 to 4 do
    begin
      object_model(XOB_m[i_cicl,j_cicl],dduqq[i_cicl,j_cicl],dt,Tob1,Tob2,Kob,false);
      ksi2[i_cicl,j_cicl]:=XOB_m[i_cicl,j_cicl].x;
    end;
  end;
i_cicl:=0;
j_cicl:=0;
for i_cicl:= 1 to 4 do
  for j_cicl:= 1 to 4 do
    begin
      ddldq[i_cicl,j_cicl]:=ddldq[i_cicl,j_cicl]+dt*(2*(-
ksi2[i_cicl,j_cicl]*(epsilon)+ksi[i_cicl]*ksi[j_cicl]));
    end;
  end;
t:=t+dt;
end;
if min_local_step_min>kriteriy then
  begin
    min_local_step_min:=kriteriy;
  end;
end;
end;

procedure pi_model_sps(var
p_U:pi_rule;p_input,p_dt,p_epsilon,p_depsilon,p_x,p_dx,p_q1,p_q2,p_q3,p_q4,p_q5,p_q6:Extende
d);
begin
  if abs(p_epsilon)<=0.005 then
    begin // u3(t)
      p_U.b1:=p_input*0;
      p_u.b2:=p_u.b2+0*p_dt*p_input;
      p_u.b3:=p_U.b1+p_U.b2;
    end
  end
end

```

```

    else
begin
if (p_epsilon*(p_depsilon)>0) then
begin
    p_U.b1:=p_input*p_q1;
    p_u.b2:=p_u.b2+p_q2*p_dt*p_input;
    p_u.b3:=p_U.b1+p_U.b2;
end
    else
begin
    p_U.b1:=p_input*p_q3;
    p_u.b2:=p_u.b2+p_q4*p_dt*p_input;
    p_u.b3:=p_U.b1+p_U.b2;
end;
end;
end;

procedure pi_dudq1_sps(var p_U:pi_rule;p_epsilon,p_depsilon,p_x,p_dx,p_q5, p_q6:Extended);
begin
if (abs(p_epsilon)<=0.005) then p_U.b3:=0
else
begin
    if (p_epsilon*(p_depsilon)>0) then p_U.b3:=p_epsilon else p_U.b3:=0;
end;
end;

procedure pi_dudq3_sps(var p_U:pi_rule;p_epsilon,p_depsilon,p_x,p_dx,p_q5,p_q6:Extended);
begin
if abs(p_epsilon)<=0.005 then p_U.b3:=0
else
begin
    if (p_epsilon*(p_depsilon)<0) then p_U.b3:=p_epsilon else p_U.b3:=0;
end;
end;

```

```

procedure pi_dudq2_sps(var p_U:pi_rule;p_dt,p_epsilon,p_depsilon,p_x,p_dx,p_q5,
p_q6:Extended);

```

```

    var n_not:byte;

```

```

begin

```

```

    if abs(p_epsilon)<=0.005 then p_U.b3:=0

```

```

        else

```

```

            begin

```

```

                if (p_epsilon*(p_depsilon)>0) then p_u.b2:=p_u.b2+p_dt*p_epsilon else

```

```

                    p_u.b2:=p_u.b2;

```

```

                    p_U.b3:=p_u.b2;

```

```

            end;

```

```

        end;

```

```

procedure pi_dudq4_sps(var

```

```

p_U:pi_rule;p_dt,p_epsilon,p_depsilon,p_x,p_dx,p_q5,p_q6:Extended);

```

```

    var n_not:byte;

```

```

begin

```

```

    if abs(p_epsilon)<=0.005 then p_U.b3:=0

```

```

        else

```

```

            begin

```

```

                if (p_epsilon*(p_depsilon)<0) then p_u.b2:=p_u.b2+p_dt*p_epsilon else p_u.b2:=p_u.b2;

```

```

                p_u.b3:=p_U.b2;

```

```

            end;

```

```

        end;

```

```

    end.

```